

ANALIZA STRUKTURY I LINEARYZACJA MODELU DRGAŃ KOPARKI JEDNONACZYNIOWEJ⁽¹⁾

WACŁAW GIERULSKI I ZBIGNIEW SENDER (KIELCE)

W pracy przedstawiono analizę modelu matematycznego części mechanicznej koparki jednonaczyნიowej wykorzystując podział na ruch główny i ruch zaburzeń. Model ruchu głównego stanowi pożądaný ruch elementów obiektu, natomiast modelem ruchu zaburzeń są drgania wynikające z niedoskonałości obiektu. Przedstawiono także wyniki symulacji komputerowej wybranych ruchów części mechanicznej koparki.

1. WSTĘP

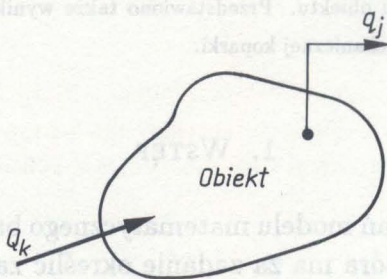
Po napisaniu równań modelu matematycznego badanego obiektu poddaje się je analizie, która ma za zadanie określić zachowanie obiektu w różnych warunkach pracy. Jedną z metod postępowania umożliwiającą uzyskanie tego rodzaju informacji jest symulacja komputerowa. Rozwiązuje się wtedy równania modelu matematycznego dla różnych przebiegów sygnałów wejściowych. Postępowanie takie często jednak nie daje dostatecznej informacji o związku między sygnałami wejściowymi a ruchem elementów obiektu będącym ich skutkiem. Dla lepszego poznania tych związków możliwe jest zastosowanie podziału na układy lub modele częściowe, tak aby oddzielić różne przyczyny i skutki ruchu. Sposób podziału może wynikać ze struktury obiektu i wtedy układy częściowe stanowią modele wyodrębnionych elementów obiektu [2, 3]. W prezentowanej pracy natomiast, wychodząc z analizy struktury sygnałów wyodrębniono model ruchu głównego, czyli ruchu określającego pożądaną część przemieszczeń elementów obiektu oraz model ruchu zaburzeń.

⁽¹⁾Praca powstała w ramach CPBP 02.13 nr tematu 5.6

Ruch zaburzeń stanowią drgania możliwe dzięki odkształcalności elementów analizowanego obiektu. Są to drgania wokół położenia elementów, odpowiadającego ruchowi głównemu. Współrzędne ruchu głównego zmieniają swoje wartości w dużych granicach wynikających z wykonania użytecznych przemieszczeń, natomiast współrzędne ruchu zaburzeń zmieniają swoje wartości w małych granicach wynikających z odkształceń elementów. Pozwala to na linearyzację równań ruchu zaburzeń.

2. MODELE CZĘŚCIOWE

Model matematyczny analizowanego obiektu (rys.1) stanowi układ równań różniczkowych, często nieliniowych



Rys. 1. Analizowany obiekt

$$(2.1) \quad \sum_{j=1}^n \ddot{q}_j a_{ij}(q_j) = f_i(\dot{q}_j, q_j, Q_k), \quad i = 1, \dots, n, \quad k = 1 \dots s,$$

gdzie q_j oznacza współrzędne uogólnione, Q_k – siły uogólnione, n – liczbę współrzędnych oraz s – liczbę sił uogólnionych.

Współrzędne q_j oraz siły Q_k przedstawimy jako sumy dwóch składników, z których q_j^0, Q_k^0 stanowią opis ruchu głównego, a $\varepsilon q_j, \varepsilon Q_k$ opis ruchu zaburzeń

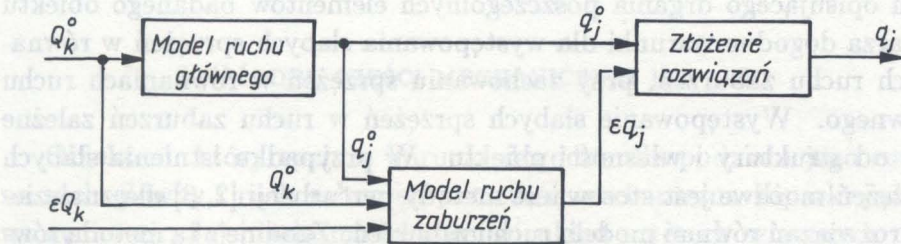
$$(2.2) \quad q_j = q_j^0 + \varepsilon q_j,$$

$$(2.3) \quad Q_k = Q_k^0 + \varepsilon Q_k.$$

Uwzględnając (2.2), (2.3) równania modelu matematycznego (2.1) przyjmą postać:

$$(2.4) \quad \sum_{j=1}^n (\ddot{q}_j^0 + \varepsilon \ddot{q}_j) a_{ij}(q_j^0 + \varepsilon q_j) = f_i(\dot{q}_j^0 + \varepsilon \dot{q}_j, q_j^0 + \varepsilon q_j, Q_k^0 + \varepsilon Q_k),$$

$$i = 1, \dots, n, \quad k = 1, \dots, s.$$



Rys. 2. Podział na modele częściowe

Traktując zmienne ruchu zaburzeń $\varepsilon q_j, \varepsilon Q_k$ jako małe, rozwiniemy funkcje w równaniach (2.4) w szeregi Taylora wokół zmiennych ruchu głównego q_j^0, Q_k^0 . Po zachowaniu tylko liniowych członów, ze względu na $\varepsilon q_j, \varepsilon Q_k$, równanie (2.4) rozdzielimy na równania modelu ruchu głównego oraz ruchu zaburzeń.

$$(2.5) \quad \sum_{j=1}^n \ddot{q}_j^0 a_{ij}(q_j^0) = f_i(\dot{q}_j^0, q_j^0, Q_k^0),$$

$$(2.6) \quad \sum_{j=1}^n \varepsilon_j \ddot{q}_j a_{ij}(q_j^0) = \sum_{j=1}^n \frac{\partial f_i(\dot{q}_j^0, q_j^0, Q_k^0)}{\partial q_j^0} \varepsilon \dot{q}_j + \sum_{j=1}^n \frac{\partial f_i(\dot{q}_j^0, q_j^0, Q_k^0)}{\partial q_j^0} \varepsilon q_j +$$

$$+ \sum_{k=1}^s \frac{\partial f_i(\dot{q}_j^0, q_j^0, Q_k^0)}{\partial Q_k^0} \varepsilon Q_k - \sum_{j=1}^n \ddot{q}_j^0 \frac{\partial a_{ij}(q_j^0)}{\partial q_j^0} \varepsilon q_j, \quad i = 1, \dots, n, \quad k = 1, \dots, s.$$

Równania modelu ruchu głównego (2.5) nie zawierają składników małych, natomiast równania modelu ruchu zaburzeń zawierają jedynie składniki małe rzędu ε . Równania (2.6) są to równania liniowe o zmiennych współczynnikach zależnych od współrzędnych ruchu głównego q_j^0, Q_k^0 . Jest to więc pewna linearyzacja równań stosowna dla obiektów, w których możliwe jest wyodrębnienie ruchu głównego w zakresie dużych przemieszczeń oraz ruchu zaburzeń o cechach małych drgań.

Takie postępowanie sprawia, że ruch główny jest jednym z wymuszeń drgań w ruchu zaburzeń (rys.2), natomiast ruch zaburzeń nie wpływa na ruch główny. Stanowi to wraz z linearyzacją o przybliżeniu metody. Dodać należy, że w modelu rzeczywistych obiektów mogą występować przypadki, gdy jedynie część współrzędnych posiada niezerowe składowe w ruchu głównym i ruchu zaburzeń, pozostałe zaś występują jedynie w jednym lub drugim rodzaju ruchu. Tak więc sprzężenie równań modeli występuje tylko przez niektóre współrzędne. Wydzielenie ruchu zaburzeń opisującego drgania poszczególnych elementów badanego obiektu stwarza dogodne warunki dla występowania słabych sprzężeń w równaniach ruchu zaburzeń, przy zachowaniu sprzężeń w równaniach ruchu głównego. Występowanie słabych sprzężeń w ruchu zaburzeń zależne jest od struktury i własności obiektu. W przypadku istnienia słabych sprzężeń możliwe jest stosowanie metody perturbacji [2, 3] dla znalezienia rozwiązań równań modelu ruchu zaburzeń. Zgodnie z tą metodą równania ruchu zaburzeń mogą być rozwiązywane jako niezależne równania o jednej niewiadomej, a wyniki rozwiązań kolejnych przybliżeń stanowią wymuszenia drgań w następnym przybliżeniu. Liczba kroków (przybliżeń) zależy od wymaganej dokładności uzyskiwanego rozwiązania, a dla dostatecznie słabych sprzężeń może się okazać, że już w pierwszym przybliżeniu otrzymujemy dostatecznie dokładne rozwiązanie. Wtedy równania ruchu zaburzeń dla pierwszego przybliżenia metody perturbacyjnej przyjmują postać:

$$(2.7) \quad \varepsilon \ddot{q}_i a_{ii}(q_i^0) = \frac{\partial f_i(\dot{q}_j^0, q_j^0, Q_k^0)}{\partial \dot{q}_i^0} \varepsilon \dot{q}_i + \frac{\partial f_i(\dot{q}_j^0, q_j^0, Q_k^0)}{\partial q_i^0} \varepsilon q_i + \\ + \sum_{k=1}^s \frac{\partial f_i(\dot{q}_j^0, q_j^0, Q_k^0)}{\partial Q_k^0} \varepsilon Q_k - \sum_{j=1}^n \ddot{q}_j^0 \frac{\partial a_{ij}(q_j^0)}{\partial q_i^0} \varepsilon q_i, \quad i = 1, \dots, n, \quad j = 1, \dots, n.$$

Dokładność wyników uzyskanych przy rozwiązywaniu równań modelu matematycznego badanego obiektu przedstawioną metodą podziału na ruch główny oraz ruch zaburzeń określa przydatność metody. Nie ma możliwości oceny dokładności metodami analitycznymi. Możliwa jest natomiast ocena przez porównanie otrzymanego rozwiązania z rozwiązaniem dokładnym. Jako dokładne rozumie się tutaj rozwiązanie otrzymane bez rozdziału równań modelu na ruch główny i ruch zaburzeń. Wskaźnikiem oceny może być błąd średniokwadratowy obliczony w przedziale czasu (t_1, t_2) dla wybranych wielkości w przykładowym roz-

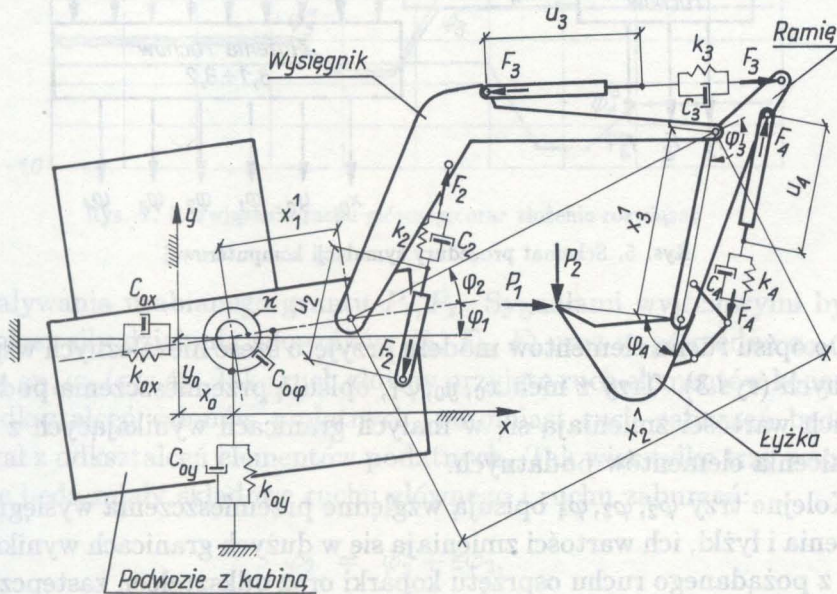
wiązaniu.

$$(2.8) \quad \delta_i = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} \sqrt{[q_i(t) - q_i^*(t)]^2} dt, \quad i = 1, \dots, n,$$

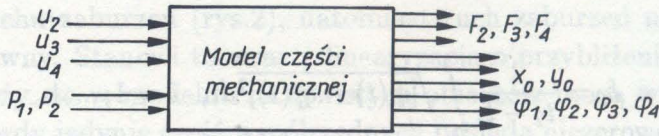
gdzie $q_i(t)$ oznacza rozwiązanie otrzymane metodą rozkładu na ruch główny i ruch zaburzeń, zaś $q_i^*(t)$ - rozwiązanie dokładne.

3. MODEL CZĘŚCI MECHANICZNEJ KOPARKI

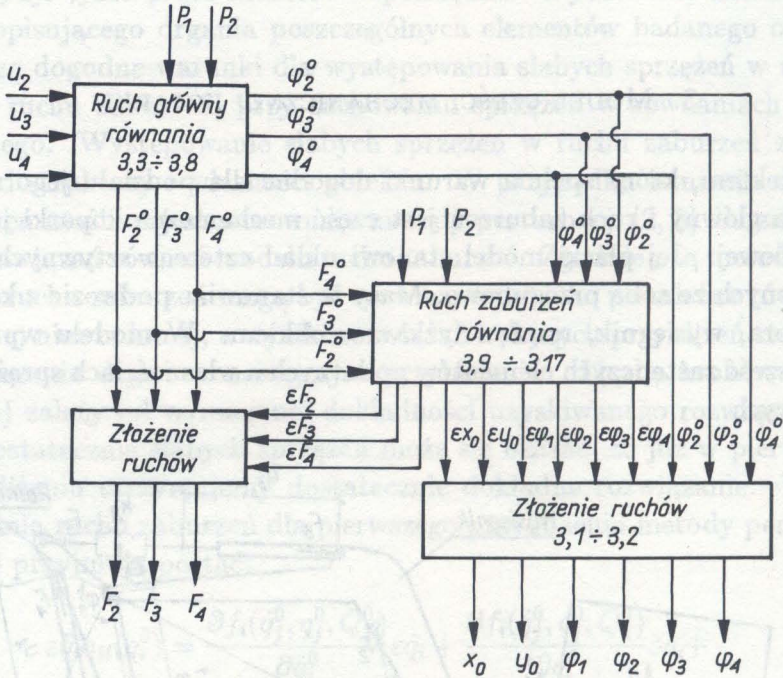
Obiektem, który spełnia warunki dogodne dla podziału jego ruchu na ruch główny i ruch zaburzeń jest część mechaniczna koparki jedno-naczyniowej. Jej płaski model stanowi układ czterech sztywnych mas połączonych ze sobą przegubowo. Masy te stanowią: podwozie z kabiną operatora, wysięgnik, ramię i łyżka z urobkiem. W modelu wprowadzono sześć zastępczych elementów podatnych o własnościach sprężysto-tłumiących.



Rys. 3. Model części mechanicznej koparki



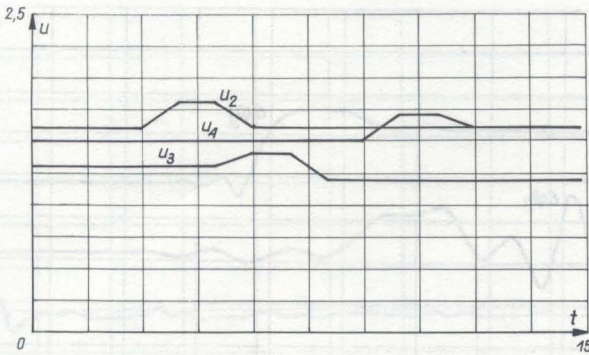
Rys. 4. Zależność sygnałów w modelu części mechanicznej



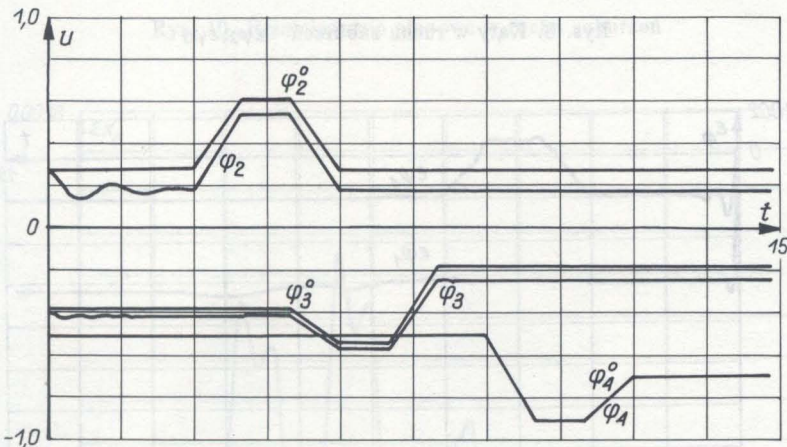
Rys. 5. Schemat procedury symulacji komputerowej

Do opisu ruchu elementów modelu przyjęto sześć niezależnych współrzędnych (rys.3). Trzy z nich x_0, y_0, φ_1 , opisują przemieszczenia podwozia, ich wartości zmieniają się w małych granicach wynikających z odkształcenia elementów podatnych.

Kolejne trzy $\varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$ opisują względne przemieszczenia wysięgnika ramienia i łyżki, ich wartości zmieniają się w dużych granicach wynikających z pożądanego ruchu osprzętu koparki oraz odkształceń zastępczych elementów podatnych, umieszczonych pomiędzy siłownikami a wysięgnikiem, ramieniem i łyżką. Podczas symulacji komputerowej sygnałami wejściowymi były przemieszczenia tłoków siłowników u_2, u_3, u_4 oraz siły



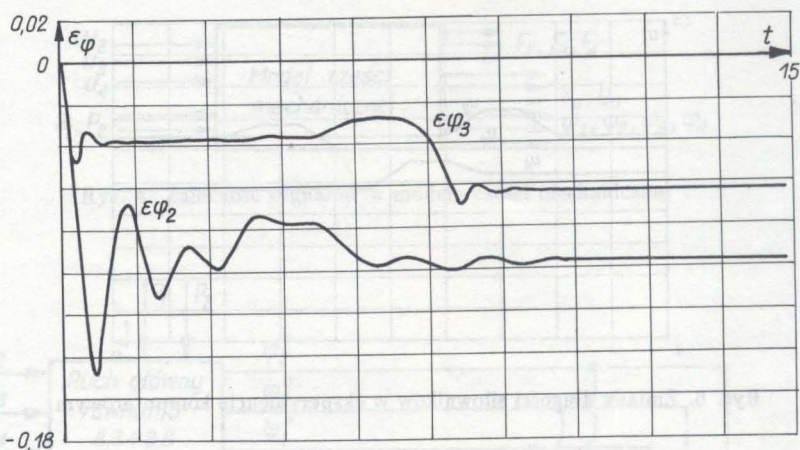
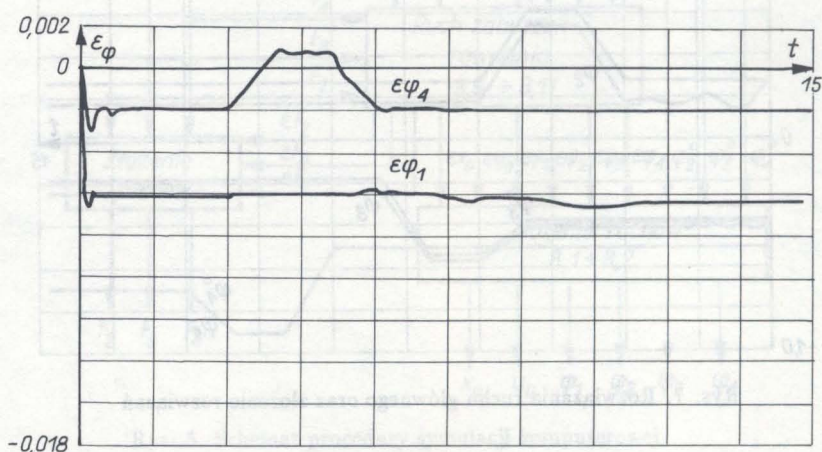
Rys. 6. Zmiany długości siłowników w eksperymencie komputerowym



Rys. 7. Rozwiązania ruchu głównego oraz złożenie rozwiązań

oddziaływania urabianego gruntu P_1, P_2 . Sygnałami wyjściowymi były natomiast siły działania siłowników F_2, F_3, F_4 oraz współrzędne $x_0, y_0, \varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$ (rys.4). Jako ruch główny przyjęto ruch elementów koparki bez odkształceń członów podatnych, natomiast ruch zaburzeń będzie wynikał z odkształceń elementów podatnych. Tak więc tylko trzy współrzędne będą miały składowe ruchu głównego i ruchu zaburzeń:

$$(3.1) \quad \begin{aligned} \varphi_2 &= \varphi_2^0 + \varepsilon\varphi_2, \\ \varphi_3 &= \varphi_3^0 + \varepsilon\varphi_3, \\ \varphi_4 &= \varphi_4^0 + \varepsilon\varphi_4. \end{aligned}$$

Rys. 8. Kąty w ruchu zaburzeń - $\varepsilon\varphi_2, \varepsilon\varphi_3$ Rys. 9. Kąty w ruchu zaburzeń - $\varepsilon\varphi_1, \varepsilon\varphi_4$

Natomiast pozostałe współrzędne będą miały jedynie małe składowe wynikające z ruchu zaburzeń:

$$(3.2) \quad x_0 = \varepsilon x_0, \quad y_0 = \varepsilon y_0, \quad \varphi_1 = \varepsilon \varphi_1.$$

Równania ruchu głównego przyjmują następującą postać:

$$(3.3) \quad \ddot{\varphi}_2^0 A_{22} + \ddot{\varphi}_3^0 A_{23} + \ddot{\varphi}_4^0 A_{24} = B_2 + F_2^0 D_2 - F_3^0 D_3 - \\ - P_1 x_2^1 \sin \varphi_2^0 + P_2 x_2^1 \cos \varphi_2^0,$$



Rys. 10. Przemieszczenie pionowe w ruchu zaburzeń



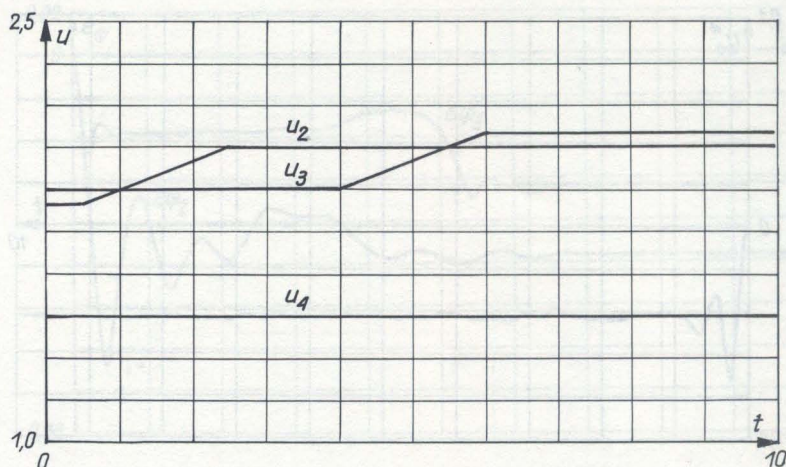
Rys. 11. Przemieszczenie poziome w ruchu zaburzeń

$$(3.4) \quad \ddot{\varphi}_2^0 A_{32} + \ddot{\varphi}_3^0 A_{33} + \ddot{\varphi}_4^0 A_{34} = B_3 + F_3^0 + D_3 - F_4^0 D_4 - \\ - P_1 x_3^1 \sin(\varphi_2^0 + \varphi_3^0) + P_2 x_3^1 \cos(\varphi_2^0 + \varphi_3^0),$$

$$(3.5) \quad \ddot{\varphi}_2^0 A_{42} + \ddot{\varphi}_3^0 A_{43} + \ddot{\varphi}_4^0 A_{44} = B_4 + F_4^0 D_4 - \\ - P_1 x_4^1 \sin(\varphi_2^0 + \varphi_3^0 + \varphi_4^0) + P_2 x_4^1 \cos(\varphi_2^0 + \varphi_3^0 + \varphi_4^0)$$

oraz równania więzów wynikające z geometrii układu

$$(3.6) \quad a_2^2 + b_2^2 - 2a_2 b_2 \cos(\alpha_2 + \beta_2 + \varphi_2^0) - u_2^2 = 0,$$



Rys. 12. Zmiany długości siłowników w rozwiązaniu dokładnym i przybliżonym

$$(3.7) \quad a_3^2 + b_3^2 - 2a_3b_3 \cos(\alpha_3 + \beta_3 - \varphi_3^0 - \pi) - u_3^2 = 0,$$

$$(3.8) \quad a_4^2 + b_4^2 - 2a_4b_4 \cos(\alpha_4 + \beta_4 - \varphi_4^0 - \pi) - u_4^2 = 0.$$

Natomiast dla ruchu zaburzeń po przyjęciu słabych sprzężeń, równania w pierwszym przybliżeniu (2.7) będą następujące:

$$(3.9) \quad \varepsilon \ddot{\varphi}_1 a_{11} = -b_{11} - c_{0\varphi} \varepsilon \dot{\varphi}_1 - \kappa \varepsilon \varphi_1 + P_1 d_{11} + P_2 d_{12},$$

$$(3.10) \quad \varepsilon \ddot{\varphi}_2 a_{22} = -(c_{22} + d_{22}^2 c_2) \varepsilon \dot{\varphi}_2 - (b_{22} + k_2 d_{22}^2) \varepsilon \varphi_2 - F_2^0 d_{22},$$

$$(3.11) \quad \varepsilon \ddot{\varphi}_3 a_{33} = -(c_{33} + d_{33}^2 c_3) \varepsilon \dot{\varphi}_3 - (b_{33} + k_3 d_{33}^2) \varepsilon \varphi_3 - F_3^0 d_{33},$$

$$(3.12) \quad \varepsilon \ddot{\varphi}_4 a_{44} = -d_{44}^2 c_4 \varepsilon \dot{\varphi}_4 - (b_{44} + k_4 d_{44}^2) \varepsilon \varphi_4 - F_4^0 d_{44},$$

$$(3.13) \quad \varepsilon \ddot{x}_0 a_{55} = -b_{55} - c_{0x} \varepsilon \dot{x}_0 - k_{0x} \varepsilon x_0 + P_1,$$

$$(3.14) \quad \varepsilon \ddot{y}_0 a_{66} = -b_{66} - c_{0y} \varepsilon \dot{y}_0 - k_{0y} \varepsilon y_0 + P_2.$$

Uzupełniamy je o wzory określające siły $\varepsilon F_2, \varepsilon F_3, \varepsilon F_4$:

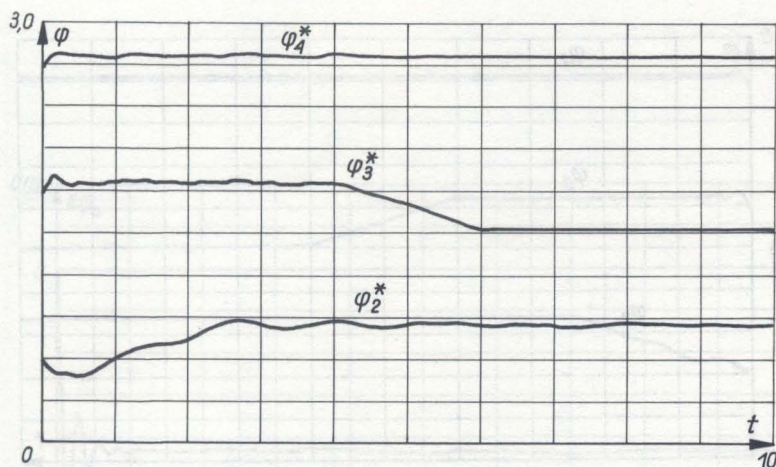
$$(3.15) \quad \varepsilon F_2 = -(k_2 d_{22} + \dot{d}_{22} c_2) \varepsilon \varphi_2 - d_{22} c_2 \varepsilon \dot{\varphi}_2 - F_2^0,$$

$$(3.16) \quad \varepsilon F_3 = -(k_3 d_{33} + \dot{d}_{33} c_3) \varepsilon \varphi_3 - d_{33} c_3 \varepsilon \dot{\varphi}_3 - F_3^0,$$

$$(3.17) \quad \varepsilon F_4 = -(k_4 d_{44} + \dot{d}_{44} c_4) \varepsilon \varphi_4 - d_{44} c_4 \varepsilon \dot{\varphi}_4 - F_4^0.$$

Współrzędne występujące w równaniach ruchu głównego i ruchu zaburzeń (3.3) - (3.17) nie są stałe, są one zależne od zmiennych z ruchu głównego $\varphi_2^0, \varphi_3^0, \varphi_4^0$ ⁽¹⁾

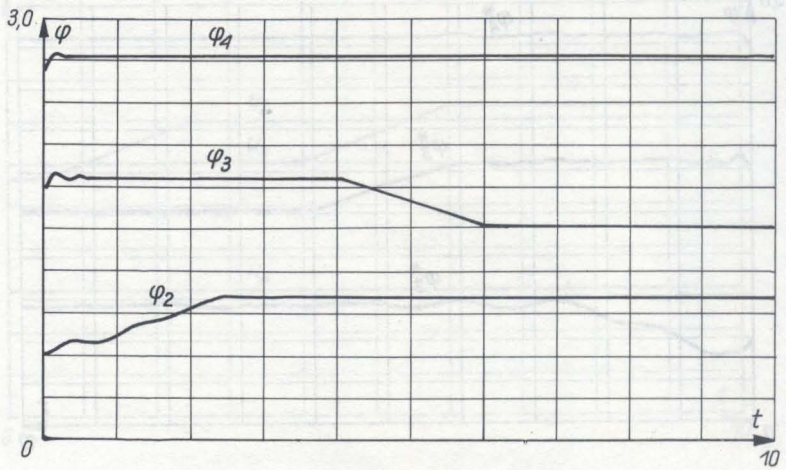
⁽¹⁾ Współczynniki równań (3.3) - (3.17) oraz wartości liczbowe parametrów dla symulacji komputerowej podane są w dodatku.

Rys. 13. Rozwiązanie dokładne - kąty φ_2^* , φ_3^* , φ_4^*

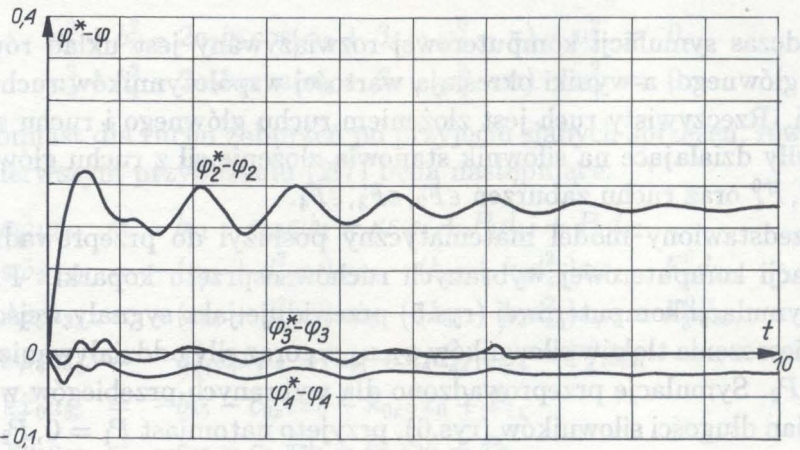
Podczas symulacji komputerowej rozwiązywany jest układ równań ruchu głównego, a wyniki określają wartości współczynników ruchu zaburzeń. Rzeczywisty ruch jest złożeniem ruchu głównego i ruchu zaburzeń, siły działające na siłownik stanowią złożenie sił z ruchu głównego F_2^0, F_3^0, F_4^0 oraz ruchu zaburzeń $\varepsilon F_2, \varepsilon F_3, \varepsilon F_4$.

Przedstawiony model matematyczny posłużył do przeprowadzenia symulacji komputerowej wybranych ruchów osprzętu koparki. Procedura symulacji komputerowej (rys.5) przewiduje jako sygnały wejściowe przemieszczenia tłoków siłowników u_2, u_3, u_4 oraz siły oddziaływania gruntu P_1, P_2 . Symulację przeprowadzono dla wybranych przebiegów w czasie zmian długości siłowników (rys.6), przyjęto natomiast $P_1 = 0, P_2 = 0$, czyli pominięto oddziaływanie gruntu. W wyniku wyznaczono zmiany współrzędnych określających położenie elementów koparki z podziałem na ruch główny oraz ruch zaburzeń, a także wyznaczono rzeczywisty ruch będący ich złożeniem (rys.7 -11).

Dla oceny dokładności rozwiązania (otrzymanego opisaną metodą podziału na ruch główny i zaburzeń) otrzymane wyniki porównano z rozwiązaniem dokładnym. Jako dokładne przyjęto wyniki symulacji uzyskane na podstawie modelu matematycznego przedstawionego w pracy [1]. W rozwiązaniu tym nie stosowano podziału ruchów. Rozwiązania obydwoma metodami otrzymano dla takich samych sygnałów wejściowych (rys.12). Oprócz przebiegów w czasie współrzędnych $\varphi_2(t), \varphi_3(t),$



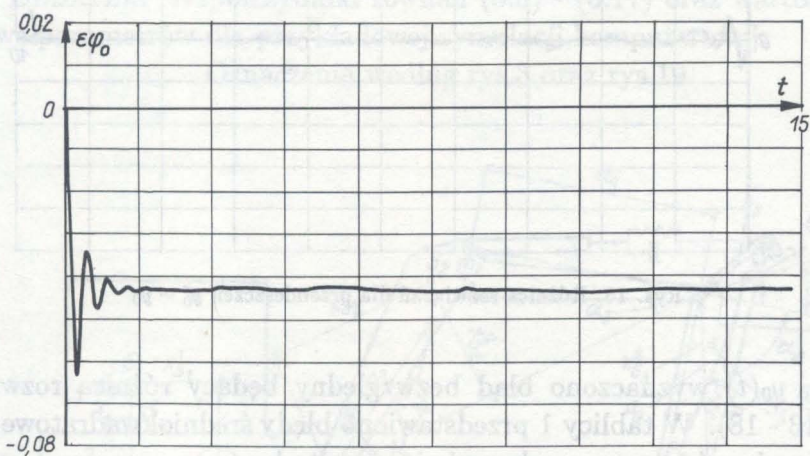
Rys. 14. Rozwiązanie przybliżone – kąty $\varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$



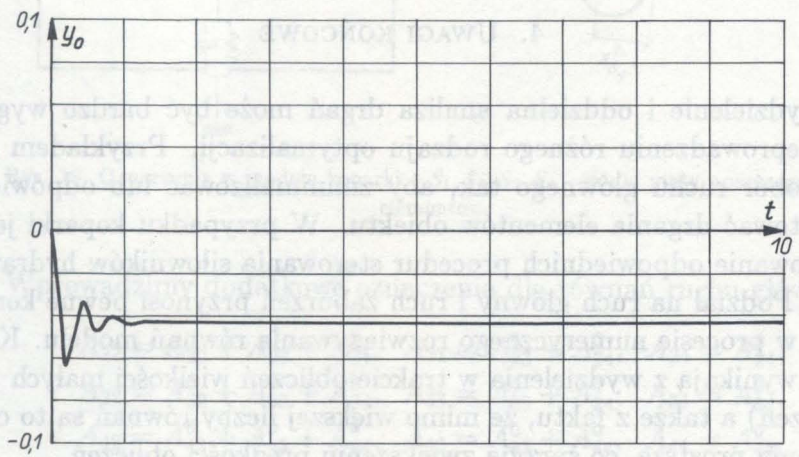
Rys. 15. Różnica rozwiązań dla kątów $\varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$

Tablica 1.

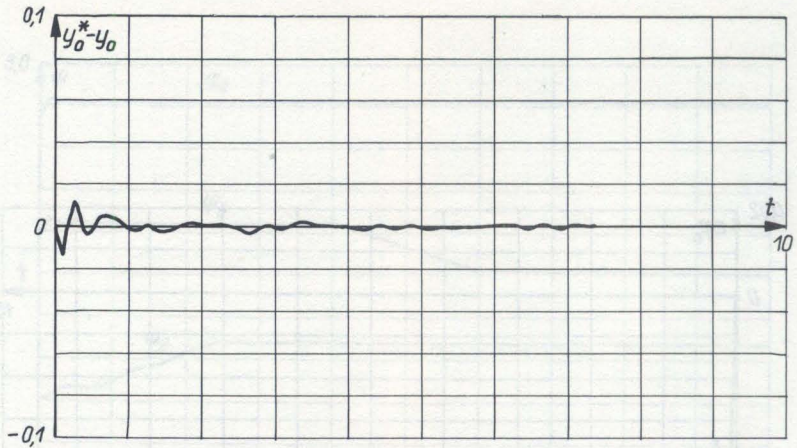
Współrzędne błąd	φ_2	φ_3	φ_4	$y_0[m]$
średniokwadratowy	0,18	0,04	0,09	0,0006



Rys. 16. Rozwiązanie dokładne – przemieszczenie y_0^*



Rys. 17. Rozwiązanie przybliżone – przemieszczenie y_0



Rys. 18. Różnica rozwiązań dla przemieszczeń $y_0^* - y_0$

$\varphi_4(t)$, $y_0(t)$ wyznaczono błąd bezwzględny będący różnicą rozwiązań (rys.13 - 18). W tabelicy 1 przedstawiono błędy średniokwadratowe (2.8) dla rozwiązań otrzymanych omówioną metodą.

4. UWAGI KOŃCOWE

Wydzielenie i oddzielna analiza drgań może być bardzo wygodna w przeprowadzeniu różnego rodzaju optymalizacji. Przykładem może być dobór ruchu głównego tak, aby zminimalizować lub odpowiednio kształtować drgania elementów obiektu. W przypadku koparki jest to opracowanie odpowiednich procedur sterowania siłowników hydraulicznych. Podział na ruch główny i ruch zaburzeń przynosi pewne korzyści także w procesie numerycznego rozwiązywania równań modelu. Korzyści te wynikają z wydzielenia w trakcie obliczeń wielkości małych (ruch zaburzeń) a także z faktu, że mimo większej liczby równań są to często równania prostsze, co sprzyja zwiększeniu prędkości obliczeń.

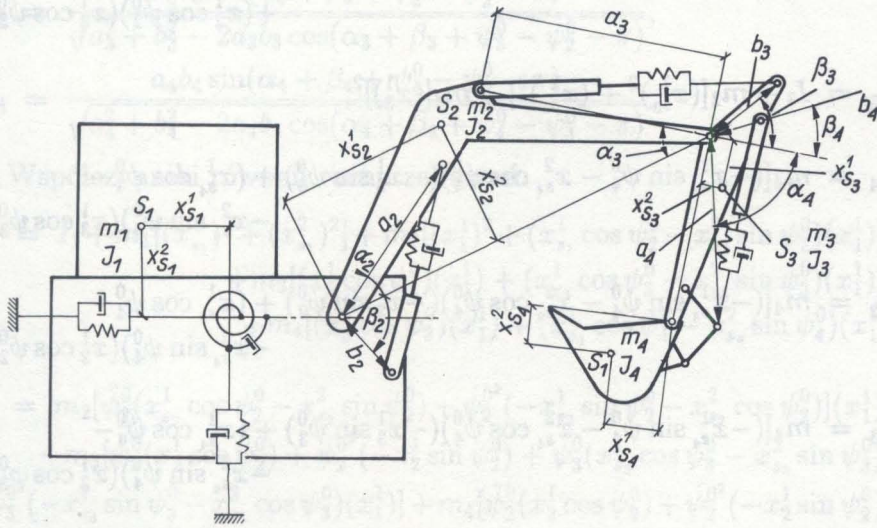
Wydzielenie drgań z ruchu elementów maszyn stosowane jest też w innych metodach. Przykładem może być przedstawiona w pracy [4] "metoda motorów", gdzie wydzielenie drgań następuje na etapie układania dynamicznych równań ruchu traktując ruch jako złożony z ruchu unoszenia i ruchu względnego. Ruch względny stanowią wtedy drgania.

Przedstawiona alternatywna metoda podziału na ruch główny i ruch

zaburzeń wyróżnia się większą łatwością przy układaniu równań modelu matematycznego, stanowi jednak metodę przybliżoną z powodu linearyzacji równań ruchu zaburzeń.

DODATEK. Współczynniki równań (3.3) - (3.17) oraz wartości liczbowe parametrów dla przykładowej symulacji komputerowej.

Oznaczenia według rys.3 oraz rys.19.



Rys. 19. Oznaczenia w modelu koparki - S_1, S_2, S_3, S_4 - środki masy poszczególnych elementów

Wprowadzimy dodatkowe oznaczenia dla równań ruchu głównego:

$$\begin{aligned} A_{22} &= A_{22}^0 + A_{23}^0 + A_{24}^0, & A_{23} &= A_{23}^0 + A_{24}^0, & A_{24} &= A_{24}^0, \\ A_{32} &= A_{32}^0 + A_{33}^0 + A_{34}^0, & A_{33} &= A_{33}^0 + A_{34}^0, & A_{34} &= A_{34}^0, \\ A_{42} &= A_{42}^0 + A_{43}^0 + A_{44}^0, & A_{43} &= A_{43}^0 + A_{44}^0, & A_{44} &= A_{44}^0, \\ \psi_2^0 &= \varphi_2^0, & \psi_3^0 &= \varphi_2^0 + \varphi_3^0, & \psi_4^0 &= \varphi_2^0 + \varphi_3^0 + \varphi_4^0, \end{aligned}$$

gdzie

$$A_{22}^0 = I_2 + m_2[(x_{s_2}^1)^2 + (x_{s_2}^2)^2] + m_3(x_2^1)^2 + m_4(x_2^1)^2,$$

$$A_{23}^0 = m_3[(-x_{s_3}^1 \sin \psi_3^0 - x_{s_3}^2 \cos \psi_3^0)(-x_2^1 \sin \psi_2^0) + (x_{s_3}^1 \cos \psi_3^0 -$$

$$-x_{s_3}^2 \sin \psi_3^0)(x_2^1 \cos \psi_2^0)] + m_4[(-x_3^1 \sin \psi_3^0)(-x_2^1 \sin \psi_2^0) + (x_3^1 \cos \psi_3^0)(x_2^1 \cos \psi_2^0)],$$

$$A_{24}^0 = m_4[(-x_{s_4}^1 \sin \psi_4^0 - x_{s_4}^2 \cos \psi_4^0)(-x_2^1 \sin \psi_2^0) + (x_{s_4}^1 \cos \psi_4^0 - x_{s_4}^2 \sin \psi_4^0)(x_2^1 \cos \psi_2^0)],$$

$$A_{32}^0 = m_3[(-x_{s_3}^1 \sin \psi_3^0 - x_{s_3}^2 \cos \psi_3^0)(-x_2^1 \sin \psi_2^0) + (x_{s_3}^1 \cos \psi_3^0 - x_{s_3}^2 \sin \psi_3^0)(x_2^1 \cos \psi_2^0)] + m_4[(-x_2^1 \sin \psi_2^0)(-x_3^1 \sin \psi_3^0) + (x_2^1 \cos \psi_2^0)(x_3^1 \cos \psi_3^0)],$$

$$A_{33}^0 = I_3 + m_3[(x_{s_3}^1)^2 + (x_{s_3}^2)^2] + m_4[(x_3^1)^2],$$

$$A_{34}^0 = m_4[(-x_{s_4}^1 \sin \psi_4^0 - x_{s_4}^2 \cos \psi_4^0)(-x_3^1 \sin \psi_3^0) + (x_{s_4}^1 \cos \psi_4^0 - x_{s_4}^2 \sin \psi_4^0)(x_3^1 \cos \psi_3^0)],$$

$$A_{42}^0 = m_4[(-x_{s_4}^1 \sin \psi_4^0 - x_{s_4}^2 \cos \psi_4^0)(-x_2^1 \sin \psi_2^0) + (x_{s_4}^1 \cos \psi_4^0 - x_{s_4}^2 \sin \psi_4^0)(x_2^1 \cos \psi_2^0)],$$

$$A_{43}^0 = m_4[(-x_{s_4}^1 \sin \psi_4^0 - x_{s_4}^2 \cos \psi_4^0)(-x_3^1 \sin \psi_3^0) + (x_{s_4}^1 \cos \psi_4^0 - x_{s_4}^2 \sin \psi_4^0)(x_3^1 \cos \psi_3^0)],$$

$$A_{44}^0 = I_4 + m_4[(x_{s_4}^1)^2 + (x_{s_4}^2)^2],$$

$$B_2 = -\{m_3 \dot{\psi}_3^{02} [(-x_{s_1}^1 \cos \psi_3^0 + x_{s_3}^0 \sin \psi_3^0)(-x_2^1 \sin \psi_2^0) + (-x_{s_3}^1 \sin \psi_3^0 - x_{s_3}^2 \cos \psi_3^0)(x_2^1 \cos \psi_2^0)] + m_4 \dot{\psi}_3^{02} [(-x_3^1 \cos \psi_3^0)(-x_2^1 \sin \psi_2^0) + (-x_3^1 \sin \psi_3^0)(x_2^1 \cos \psi_2^0)] + m_4 \dot{\psi}_4^{02} [(-x_{s_4}^1 \cos \psi_4^0 + x_{s_4}^2 \sin \psi_4^0) \times (-x_2^1 \sin \psi_2^0) + (-x_{s_4}^1 \sin \psi_4^0 - x_{s_4}^2 \cos \psi_4^0)(x_2^1 \cos \psi_2^0)]\} - g\{m_2(x_{s_2}^1 \cos \psi_2^0 - x_{s_2}^2 \sin \psi_2^0) + m_3(x_2^1 \cos \psi_2^0) + m_4(x_2^1 \cos \psi_2^0)\},$$

$$B_3 = -\{m_3 \dot{\psi}_2^{02} [(-x_{s_3}^1 \sin \psi_3^0 - x_{s_3}^2 \cos \psi_3^0)(-x_2^1 \cos \psi_2^0) + (x_{s_3}^1 \cos \psi_3^0 - x_{s_3}^2 \sin \psi_3^0)(-x_2^1 \sin \psi_2^0)] + m_4 \dot{\psi}_2^{02} [(-x_2^1 \cos \psi_2^0)(-x_3^1 \sin \psi_3^0) + (-x_2^1 \sin \psi_2^0)(x_3^1 \cos \psi_3^0)] + m_4 \dot{\psi}_4^{02} [(-x_{s_4}^1 \cos \psi_4^0 + x_{s_4}^2 \sin \psi_4^0) \times (-x_3^1 \sin \psi_3^0) + (-x_{s_4}^1 \sin \psi_4^0 - x_{s_4}^2 \cos \psi_4^0)(x_3^1 \cos \psi_3^0)]\} - g\{m_3(x_{s_3}^1 \cos \psi_3^0 - x_{s_3}^2 \sin \psi_3^0) + m_4(x_3^1 \cos \psi_3^0)\},$$

$$B_4 = -\{m_4\dot{\psi}_2^{02} [(-x_{s_4}^1 \sin \psi_4^0 - x_{s_4}^2 \cos \psi_4^0)(-x_2^1 \cos \psi_2^0) + (x_{s_4}^1 \cos \psi_4^0 - x_{s_4}^2 \sin \psi_4^0)(-x_2^1 \sin \psi_2^0)] + m_4\dot{\psi}_3^{02} [(-x_{s_4}^1 \sin \psi_4^0 - x_{s_4}^2 \cos \psi_4^0) \times (-x_3^1 \cos \psi_3^0) + (x_{s_4}^1 \cos \psi_4^0 - x_{s_4}^2 \sin \psi_4^0)(-x_3^1 \sin \psi_3^0)]\} - g\{m_4(x_{s_4}^1 \cos \psi_4^0 - x_{s_4}^2 \sin \psi_4^0)\};$$

$$D_2 = \frac{a_2 b_2 \sin(\alpha_2 + \beta_2 + \psi_2^0)}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2 - 2a_2 b_2 \cos(\alpha_2 + \beta_2 + \psi_2^0)}},$$

$$D_3 = \frac{a_3 b_3 \sin(\alpha_3 + \beta_3 + \psi_3^0 - \psi_2^0 - \pi)}{\sqrt{a_3^2 + b_3^2 - 2a_3 b_3 \cos(\alpha_3 + \beta_3 + \psi_3^0 - \psi_2^0 - \pi)}},$$

$$D_4 = \frac{a_4 b_4 \sin(\alpha_4 + \beta_4 + \psi_4^0 - \psi_3^0 - \pi)}{\sqrt{a_4^2 + b_4^2 - 2a_4 b_4 \cos(\alpha_4 + \beta_4 + \psi_4^0 - \psi_3^0 - \pi)}}.$$

Współczynniki równań ruchu zaburzeń:

$$a_{11} = I_1 + m_1[(x_{s_1}^1)^2 + (x_{s_1}^2)^2] + m_2[(x_1^1)^2 + (x_{s_1}^1 \cos \psi_2^0 - x_{s_2}^0 \sin \psi_2^0)(x_1^1)] + m_3[(x_2^1 \cos \psi_2^0)(x_1^1) + (x_{s_3}^1 \cos \psi_3^0 - x_{s_3}^2 \sin \psi_3^0)(x_1^1)] + m_4[(x_3^1 \cos \psi_3^0)(x_1^1) + (x_{s_4}^1 \cos \psi_4^0 - x_{s_4}^2 \sin \psi_4^0)(x_1^1)],$$

$$b_{11} = m_2[\ddot{\psi}_2^0(x_{s_2}^1 \cos \psi_2^0 - x_{s_2}^2 \sin \psi_2^0) + \dot{\psi}_2^{02}(-x_{s_2}^1 \sin \psi_2^0 - x_{s_2}^2 \cos \psi_2^0)](x_1^1) + m_3[\ddot{\psi}_2^0(x_2^1 \cos \psi_2^0) + \dot{\psi}_2^{02}(-x_2^1 \sin \psi_2^0) + \ddot{\psi}_3^0(x_{s_3}^1 \cos \psi_3^0 - x_{s_3}^2 \sin \psi_3^0) + \dot{\psi}_3^{02}(-x_{s_3}^1 \sin \psi_3^0 - x_{s_3}^2 \cos \psi_3^0)](x_1^1) + m_4[\ddot{\psi}_2^0(x_2^1 \cos \psi_2^0) + \dot{\psi}_2^{02}(-x_2^1 \sin \psi_2^0) + \ddot{\psi}_3^0(x_3^1 \cos \psi_3^0) + \dot{\psi}_3^{02}(-x_3^1 \sin \psi_3^0) + \ddot{\psi}_4^0(x_{s_4}^1 \cos \psi_4^0 - x_{s_4}^2 \sin \psi_4^0) + \dot{\psi}_4^{02}(-x_{s_4}^1 \sin \psi_4^0 - x_{s_4}^2 \cos \psi_4^0)](x_1^1) + g\{m_1(x_{s_1}^1) + m_2[(x_1^1) + (x_{s_2}^1 \cos \psi_2^0 - x_{s_2}^2 \sin \psi_2^0)] + m_3[(x_1^1) + (x_2^1 \cos \psi_2^0) + (x_{s_3}^1 \cos \psi_3^0 - x_{s_3}^2 \sin \psi_3^0)] + m_4[(x_1^1) + (x_2^1 \cos \psi_2^0) + (x_3^1 \cos \psi_3^0) + (x_{s_4}^1 \cos \psi_4^0 - x_{s_4}^2 \sin \psi_4^0)]\},$$

$$d_{11} = [(-x_1^1 \sin \psi_1^0) + (-x_2^1 \sin \psi_2^0) + (-x_3^1 \sin \psi_3^0) + (-x_4^1 \sin \psi_4^0)],$$

$$d_{12} = [(x_1^1 \cos \psi_1^0) + (x_2^1 \cos \psi_2^0) + (x_3^1 \cos \psi_3^0) + (x_4^1 \cos \psi_4^0)],$$

$$a_{22} = I_2 + m_2[(x_{s_2}^1)^2 + (x_{s_2}^2)^2] + m_3(x_2^1)^2 + m_3[(-x_{s_3}^1 \sin \psi_3^0 - x_{s_3}^2 \cos \psi_3^0) \times (-x_2^1 \sin \psi_2^0) + (x_{s_3}^1 \cos \psi_3^0 - x_{s_3}^2 \sin \psi_3^0)(x_2^1 \cos \psi_2^0)] + m_4(x_2^1) + m_4[(-x_3^1 \sin \psi_3^0)(-x_2^1 \sin \psi_2^0) + (x_3^1 \cos \psi_3^0)(x_2^1 \cos \psi_2^0)] + m_4[(-x_{s_4}^1 \sin \psi_4^0 - x_{s_4}^2 \cos \psi_4^0)(-x_2^1 \sin \psi_2^0) + (x_{s_4}^1 \cos \psi_4^0 - x_{s_4}^2 \sin \psi_4^0)(x_2^1 \cos \psi_2^0)],$$

$$b_{22} = g\{m_2(-x_{s_2}^1 \sin \psi_2^0 - x_{s_2}^2 \cos \varphi_2^0) + m_3[(-x_2^1 \sin \psi_2^0) + (-x_{s_3}^1 \sin \psi_3^0 - x_{s_3}^2 \cos \psi_3^0)] + m_4[(-x_2^1 \sin \psi_2^0) + (-x_3^1 \sin \psi_3^0) + (-x_{s_4}^1 \sin \psi_4^0 - x_{s_4}^2 \cos \psi_4^0)]\} - \{P_1[(-x_2^1 \cos \psi_2^0) + (-x_3^1 \cos \psi_3^0) + (-x_4^1 \cos \psi_4^0)] + P_2[(-x_2^1 \sin \psi_2^0) + (-x_3^1 \sin \psi_3^0) + (-x_4^1 \sin \psi_4^0)]\},$$

$$c_{22} = m_3[2\dot{\psi}_3^0(-x_{s_3}^1 \cos \psi_3^0 + x_{s_3}^2 \sin \psi_3^0)(-x_2^1 \sin \psi_2) + 2\dot{\psi}_3^0(-x_{s_3}^1 \sin \psi_3^0 - x_{s_3}^2 \cos \psi_3^0)(x_2^1 \cos \psi_2^0)] + m_4\{[2\dot{\psi}_3^0(-x_3^1 \cos \psi_3^0) + 2\dot{\psi}_4^0(-x_{s_4}^1 \cos \psi_4^0 + x_{s_4}^2 \sin \psi_4^0)](-x_2^1 \sin \psi_2^0) + [2\dot{\psi}_3^0(-x_3^1 \sin \psi_3^0) + 2\dot{\psi}_4^0(-x_{s_4}^1 \sin \psi_4^0 - x_{s_4}^2 \cos \psi_4^0)](x_2^1 \cos \psi_2^0)\},$$

$$d_{22} = \frac{a_2 b_2 \sin(\alpha_2 + \beta_2 + \psi_2^0)}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2 - 2a_2 b_2 \cos(\alpha_2 + \beta_2 + \psi_2^0)}},$$

$$a_{33} = I_3 + m_3[(x_{s_3}^1)^2 + (x_{s_3}^2)^2] + m_4[(x_3^1)^2 + (-x_{s_4}^1 \sin \psi_4^0 - x_{s_4}^2 \cos \psi_4^0)] + (-x_3^1 \sin \psi_3^0) + (x_{s_4}^1 \cos \psi_4^0 - x_{s_4}^2 \sin \psi_4^0)(x_3^1 \cos \psi_3^0)],$$

$$b_{33} = m_3[\ddot{\psi}_2^0(-x_2^1 \sin \psi_2^0) + \dot{\psi}_2^{02}(-x_2^1 \cos \psi_2^0)](-x_{s_3}^1 \cos \psi_3^0 + x_{s_3}^2 \sin \psi_3^0) + m_3[\ddot{\psi}_2^0(x_2^1 \cos \psi_2^0) + \dot{\psi}_2^{02}(-x_2^1 \sin \psi_2^0)](-x_{s_3}^1 \sin \psi_3^0 - x_{s_3}^2 \cos \psi_3^0) + m_4[\ddot{\psi}_2^0(-x_2^1 \sin \psi_2^0) + \dot{\psi}_2^{02}(-x_2^1 \cos \psi_2^0)](-x_3^1 \cos \psi_3^0) + m_4[\ddot{\psi}_2^0(x_2^1 \cos \psi_2^0) + \dot{\psi}_2^{02}(-x_2^1 \sin \psi_2^0)](-x_3^1 \sin \psi_3^0) + g\{m_3(-x_{s_3}^1 \sin \psi_3^0 - x_{s_3}^2 \cos \psi_3^0) + m_4[(-x_3^1 \sin \psi_3^0) + (-x_{s_4}^1 \sin \psi_4^0 - x_{s_4}^2 \cos \psi_4^0)]\} - \{P_1[(-x_3^1 \cos \psi_3^0) + (-x_4^1 \cos \psi_4^0)] + P_2[(-x_3^1 \sin \psi_3^0) + (-x_4^1 \sin \psi_4^0)]\},$$

$$c_{33} = m_4[2\dot{\psi}_4^0(-x_{s_4}^1 \cos \psi_4^0 + x_{s_4}^2 \sin \psi_4^0)(-x_3^1 \sin \psi_3^0) + 2\dot{\psi}_4^0(-x_{s_4}^1 \sin \psi_4^0 - x_{s_4}^2 \cos \psi_4^0)(x_3^1 \cos \psi_3^0)],$$

$$d_{33} = \frac{a_3 b_3 \sin(\alpha_3 + \beta_3 + \psi_3^0 - \psi_2^0 - \pi)}{\sqrt{a_3^2 + b_3^2 - 2a_3 b_3 \cos(\alpha_3 + \beta_3 + \psi_3^0 - \psi_2^0 - \pi)}},$$

$$a_{44} = I_4 + m_4[(x_{s_4}^1)^2 + (x_{s_4}^2)^2],$$

$$b_{44} = m_4\{[\ddot{\psi}_2^0(-x_2^1 \sin \psi_2^0) + \dot{\psi}_2^{02}(-x_2^1 \cos \psi_2^0) + \ddot{\psi}_3^0(-x_3^1 \sin \psi_3^0) + \dot{\psi}_3^{02}(-x_3^1 \cos \psi_3^0)](-x_{s_4}^1 \cos \psi_4^0 + x_{s_4}^2 \sin \psi_4^0) + [\ddot{\psi}_2^0(x_2^1 \cos \psi_2^0) + \dot{\psi}_2^{02}(-x_2^1 \sin \psi_2^0) + \ddot{\psi}_3^0(x_3^1 \cos \psi_3^0) + \dot{\psi}_3^{02}(-x_3^1 \sin \psi_3^0)](-x_{s_4}^1 \sin \psi_4^0 - x_{s_4}^2 \cos \psi_4^0)\} + m_4 g(-x_{s_4}^1 \sin \psi_4^0 - x_{s_4}^2 \cos \psi_4^0) - [P_1(-x_4^1 \cos \psi_4^0) + P_2(x_4^1 \sin \psi_4^0)],$$

$$d_{44} = \frac{a_4 b_4 \sin(\alpha_4 + \beta_4 + \psi_4^0 - \psi_3^0 - \pi)}{\sqrt{a_4^2 + b_4^2 - 2a_4 b_4 \cos(\alpha_4 + \beta_4 + \psi_4^0 - \psi_3^0 - \pi)}},$$

$$a_{55} = a_{66} = m_1 + m_2 + m_3 + m_4,$$

$$b_5^0 = m_2[\ddot{\psi}_2^0(-x_{s_2}^1 \sin \psi_2^0 - x_{s_2}^2 \cos \psi_2^0) + \dot{\psi}_2^{02}(-x_{s_2}^1 \cos \psi_2^0 + x_{s_2}^2 \sin \psi_2^0)] + \\ + m_3[\ddot{\psi}_2^0(-x_2^1 \sin \varphi_2^0) + \dot{\psi}_2^{02}(-x_2^2 \cos \psi_2^0) + \ddot{\psi}_3^0(-x_{s_3}^1 \sin \psi_3^0 - x_{s_3}^2 \cos \psi_3^0) + \\ + \dot{\psi}_3^{02}(-x_{s_3}^1 \cos \psi_3^0 + x_{s_3}^2 \sin \psi_3^0)] + m_4[\ddot{\psi}_4^0(-x_2^1 \sin \psi_2^0) + \dot{\psi}_2^{02}(-x_2^1 \cos \psi_2^0) + \\ + \ddot{\psi}_3^0(-x_3^1 \sin \psi_3^0) + \dot{\psi}_3^{02}(-x_3^1 \cos \psi_3^0) + \ddot{\psi}_4^0(-x_{s_4}^1 \cos \psi_4^0 - x_{s_4}^2 \cos \psi_4^0) + \\ + \dot{\psi}_4^{02}(-x_{s_4}^1 \cos \psi_4^0 + x_{s_4}^2 \sin \psi_4^0)],$$

$$b_6^0 = m_2[\ddot{\psi}_2^0(x_{s_2}^1 \cos \psi_2^0 - x_{s_2}^2 \sin \psi_2^0) + \dot{\psi}_2^{02}(-x_{s_2}^1 \sin \psi_2^0 - x_{s_2}^2 \cos \psi_2^0)] + \\ + m_3[\ddot{\psi}_2^0(x_2^1 \cos \psi_2^0) + \dot{\psi}_2^{02}(-x_2^1 \sin \psi_2^0) + \ddot{\psi}_3^0(x_{s_3}^1 \cos \psi_3^0 - x_{s_3}^2 \sin \psi_3^0) + \\ + \dot{\psi}_3^{02}(-x_{s_3}^1 \sin \psi_3^0 - x_{s_3}^2 \cos \psi_3^0)] + m_4[\ddot{\psi}_2^0(x_2^1 \cos \psi_2^0) + \dot{\psi}_2^{02}(-x_2^1 \sin \psi_2^0) + \\ + \ddot{\psi}_3^0(x_3^1 \cos \psi_3^0) + \dot{\psi}_3^{02}(-x_3^1 \sin \psi_3^0) + \ddot{\psi}_4^0(x_{s_4}^1 \cos \psi_4^0 - x_{s_4}^2 \sin \psi_4^0) + \\ + \dot{\psi}_4^{02}(-x_{s_4}^1 \sin \psi_4^0 - x_{s_4}^2 \cos \psi_4^0)] + g(m_1 + m_2 + m_4).$$

Dane liczbowe dla przykładowej symulacji komputerowej

$$I_1 = 7948 \text{ kgm}^2, \quad m_1 = 14100 \text{ kg},$$

$$I_2 = 2705 \text{ kgm}^2, \quad m_2 = 2198 \text{ kg},$$

$$I_3 = 519 \text{ kgm}^2, \quad m_3 = 741 \text{ kg},$$

$$I_4 = 93 \text{ kgm}^2, \quad m_4 = 571 \text{ kg},$$

$$\kappa = 104 \cdot 10^5 \text{ Nm},$$

$$c_{0\varphi} = 312 \cdot 10^3 \text{ Nms},$$

$$k_{0x} = 20 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}}, \quad k_{0y} = 40 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}},$$

$$c_{0x} = 12 \cdot 10^4 \frac{\text{Ns}}{\text{m}}, \quad c_{0y} = 12 \cdot 10^4 \frac{\text{Ns}}{\text{m}},$$

$$k_2 = 20 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}}, \quad k_3 = 40 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}}, \quad k_4 = 20 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}},$$

$$c_2 = 30 \cdot 10^4 \frac{\text{Ns}}{\text{m}}, \quad c_3 = 60 \cdot 10^3 \frac{\text{Ns}}{\text{m}}, \quad c_4 = 60 \cdot 10^3 \frac{\text{Ns}}{\text{m}},$$

$$P_1 = 0, \quad P_2 = 0,$$

$$\alpha_2 = 21^\circ, \quad \alpha_3 = 128^\circ, \quad \alpha_4 = 118^\circ,$$

$$\beta_2 = 20^\circ, \quad \beta_3 = 38^\circ, \quad \beta_4 = 22^\circ,$$

$$x_1^1 = 1,06 \text{ m}, \quad x_2^1 = 4,65 \text{ m}, \quad x_3^1 = 2,90 \text{ m}, \quad x_4^1 = 1,25 \text{ m},$$

$$x_{s_1}^1 = -1,06 \text{ m}, \quad x_{s_2}^1 = 2,27 \text{ m}, \quad x_{s_3}^1 = 0,7 \text{ m}, \quad x_{s_4}^1 = 0,49 \text{ m},$$

$$x_{s_1}^2 = 0, \quad x_{s_2}^2 = 0,7 \text{ m}, \quad x_{s_3}^2 = 0,26 \text{ m}, \quad x_{s_4}^2 = 0,50 \text{ m},$$

$$a_2 = 1,85 \text{ m}, \quad a_3 = 1,8 \text{ m}, \quad a_4 = 1,6 \text{ m},$$

$$b_2 = 0,6 \text{ m}, \quad b_3 = 0,7 \text{ m}, \quad b_4 = 0,5 \text{ m}.$$

LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. W.GIERULSKI, Z.SENDER, *Elementy modelu komputerowego mikroprocesorowego sterowania koparki*, Prace IPPT, 44, Warszawa 1988.
2. W.JEDLIŃSKI, *Analiza struktury i parametrów modelu drgań żurawia samochodowego*, Rozpr.Inżyn., 32, 2, 1984.
3. J.OSIECKI, *Zagadnienia budowy modelu dyskretnego drgań obiektu rzeczywistego oraz słabych sprzężeń drgań w praktycznej analizie dynamiki maszyn*, Probl.Drgań Nieliniowych, 10, 1969.
4. J.WOJNAROWSKI, A.NOWAK, *Modelowanie drgań manipulatora o podatnych ogniwach metodą motorów*, Zbiór Referatów XXVIII Sympozjum "Modelowanie w Mechanice", Gliwice-Wisła 1988.

Резюме

АНАЛИЗ СТРУКТУРЫ И ЛИНЕАРИЗАЦИЯ МОДЕЛИ КОЛЕБАНИЙ ОДНОКОВШОВОГО ЭКСКАВАТОРА

В работа представлен способ анализа математической модели механической части одноковшного экскаватора, используя разделение на частичные системы, вытекающие из структуры сигналов. Частичны системы составляют модели требуемого движения элементов объекта и колебаний, следующих из неидеальности объекта. Представлены также результаты компьютерной имитации избранных движений механической части экскаватора.

SUMMARY

STRUCTURAL ANALYSIS AND LINEARIZATION OF THE MODEL OF VIBRATIONS OF A SINGLE BUCKET EXCAVATOR

The paper presents a mathematical model of vibration of the mechanical section of a single bucket excavator, the motion being divided into the principal and secondary (perturbation) components. The principal component represents the desirable motion of the mechanical elements of the structure, the perturbations are due to the structural imperfections. Results of computer simulation of several mechanical elements of the excavator are presented.

POLSKA AKADEMIA NAUK
 INSTYTUT PODSTAWOWYCH PROBLEMÓW TECHNIKI

Praca została złożona w Redakcji dnia 1 grudnia 1989 r.

Praca przedstawia dwa sposoby obliczenia współczynników intensywności naprężeń K_1 i K_2 dla karbow trójkątnych w płaskich zagadnieniach teorii sprężystości. Wykorzystuje ona teoriią pręmienniczeń otrzymaną za pomocą metody elementów skończonych. Pierwsza metoda polega na obliczeniu wartości pręmienniczeń w odcinku wierzchołka karbu. Wartości współczynników intensywności naprężeń w punkcie osobliwym otrzymujemy wówczas za pomocą ekstrapolacji. Druga metoda wykorzystuje zmienną kształtu ostrego karbu. Wyniki otrzymane potrzebą obliczeń metoda elementów skończonych porównywane są z rezultatami analizy teoretycznej wyprowadzonej analitycznie. Na zakończenie podawano wartości współczynników intensywności naprężeń dla wybranych karbow trójkątnych otrzymanych obliczami numerycznymi. W tym celu wyznaczono zostały zależności otrzymanych wartości współczynników K_1 i K_2 od wielkości elementów osobliwych modelujących kształty pręmienniczeń w odcinku wierzchołka karbu.

WAŻNIJSZE OZNACZENIA

- | | |
|----------------|--|
| A | pole powierzchni elementu skończonego, |
| α | kąt przyległy do połowy kąta rozwarcia karbu - β , |
| b | szczytowa tarczy, |
| β | połowa kąta rozwarcia karbu, |
| δ | odległość węzłów środkowych od węzła osobliwego w elemencie ANI, |
| G | moduł odkształcenia postaciowego, |
| K_1, K_2 | współczynniki intensywności naprężeń dla karbow trójkątnych, |
| K_1^0, K_2^0 | granice współczynników intensywności naprężeń, |
| λ | współczynnik asymptotyzyzacji naprężeń, |

