

ODKSZTAŁCENIE GRANICZNE PRZY ROZCIĄGANIU BLACH O WŁASNOŚCIACH LEPKOSPŘĘŻYSTYCH

ZDZISŁAW MARCINIĄK (WARSZAWA)

1. Wstęo

W wielu operacjach kształtowania wytłoczek z blach plastyczne odkształcenie materiału zachodzi pod wpływem naprężeń rozciągających. Wielkość odkształcenia, jakie może pojawić się w blasze poddanej jedno- lub dwuosiomemu rozciąganiu jest jednak ograniczona wskutek zjawiska lokalnej utraty stateczności oraz pękania.

Lokalna utrata stateczności polega na koncentracji odkształceń w pewnych tylko miejscach wytłoczki i przejawia się w postaci bruzd, widocznych na powierzchni blachy i świadczących o lokalnym zmniejszeniu jej grubości. Największe odkształcenie, jakie występuje w blasze poza miejscem koncentracji odkształceń, a więc poza miejscem ewentualnego pęknięcia, jest odkształceniem granicznym, stanowiącym kres możliwości odkształcenia materiału w procesach rozciągania.

Zagadnieniu wyznaczania granicznego odkształcenia blachy na podstawie różnego rodzaju kryteriów utraty stateczności poświęcone są m.in. prace [1, 2 i 3]. Opierają się one na założeniu, że odkształcana blacha jest idealnie jednorodna.

Odmienne podejście do tego zagadnienia zaproponował autor w pracach [5, 6 i 7]. Polega ono na założeniu pewnej wstępnej niejednorodności materiału i śledzeniu procesu koncentracji odkształceń w najbardziej osłabionym miejscu blachy aż do chwili jej pęknięcia. Teoretyczna analiza tego procesu dokonana została przy wykorzystaniu modelu ciała plastycznego o własnościach opisanych związkim

$$(1.1) \quad \sigma = C (\varepsilon_0 + \varepsilon)^n,$$

gdzie σ jest naprężeniem uplastyczniającym, ε odkształceniem zastępczym a C , ε_0 i n stałymi materiałowymi. Jest to więc model ciała, w którym naprężenie uplastyczniające nie zależy od prędkości odkształcania.

Tymczasem wszystkie stosowane w praktyce materiały wykazują własności lepkoplastyczne, które można w przybliżeniu opisać wzorem

$$(1.2) \quad \sigma = C (\varepsilon_0 + \varepsilon)^n \dot{\varepsilon}^m,$$

gdzie $\dot{\varepsilon}$ oznacza prędkość odkształcania, a m wykładnik wyrażający czułość danego materiału na prędkość odkształcania. Dla blach stalowych tłoczonych wykładnik m waha się w granicach od 0,01 do 0,015.

Niniejsza praca stawia sobie za cel zbadanie wpływu lepkich własności materiału wyrażonych wykładnikiem m na proces koncentracji odkształceń blachy o pewnej wstępnej niejednorodności przy następujących rodzajach jej obciążenia: a) jednoosiowym rozciąganiu, b) rozciąganiu pasów blachy przy zachowaniu stałej ich szerokości oraz c) dwuosiowym równomiernym rozciąganiu.

2. Oznaczenia

- $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ odkształcenia główne logarytmiczne działające odpowiednio w kierunku prostopadłym i równoległym do bruzdy,
 ε odkształcenie zastępcze,
 ε_0 odkształcenie wstępne,
 $\dot{\varepsilon}$ prędkość odkształcenia,
 σ_1, σ_2 naprężenia główne, działające odpowiednio w kierunku prostopadłym i równoległym do bruzdy,
 ε_u wydłużenie równomierne,
 σ naprężenie zastępcze,
 $\sigma_A, \sigma_{1A}, \varepsilon_{2A}$ wielkości odnoszące się do obszaru leżącego poza zasięgiem koncentracji odkształceń,
 itd
 $t_B, \sigma_{2B}, \varepsilon_B$ wielkości odnoszące się do najbliższego przekroju B , w którym powstaje pęknięcie,
 itd
 ε_{fA} graniczne odkształcenie zastępcze w obszarze A w chwili pęknięcia materiału w bruzdzie,
 ε_{fB} odkształcenie zastępcze w miejscu pęknięcia,
 f współczynnik niejednorodności materiału,
 n wykładnik krzywej umocnienia,
 m wykładnik wyrażający czułość na prędkość odkształcenia,
 r współczynnik anizotropii normalnej,
 t grubość blachy,
 C stała materiałowa,
 F siła osiowa,
 S przekrój osiowy.

3. Jednoosiowe rozciąganie

Dla materiałów jednorodnych i nieczułych na prędkość odkształcenia, a więc takich, których własności plastyczne opisuje związek (1.1), utrata stateczności występuje w chwili, gdy siła osiowa F osiąga maksimum. Z warunku $dF = 0$ po uwzględnieniu związku (1.1) wyznaczyć można graniczną wartość odkształcenia czyli wydłużenie równomierne w chwili utraty stateczności ε_u . Jak wiadomo, wynosi ono

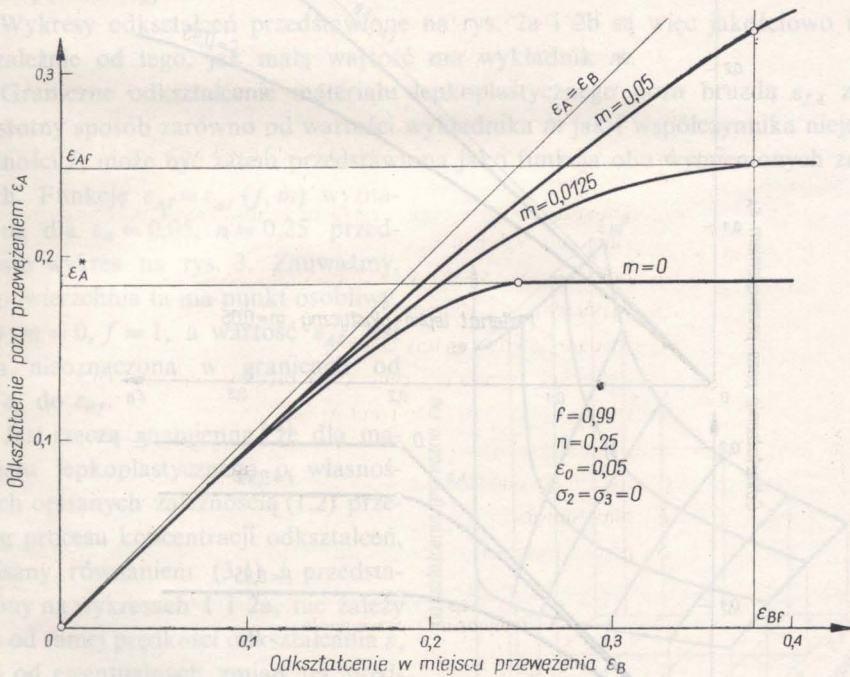
$$\varepsilon_u = n - \varepsilon_0.$$

W przypadku szczególnym, gdy odkształcenie wstępne $\varepsilon_0 = 0$, wydłużenie równomierne jest równe wykładnikowi krzywej umocnienia ($\varepsilon_u = n$).

W rzeczywistości wartość wydłużenia równomiernego ε_u odbiega, i to niekiedy dość znacznie, od wartości wykładnika n . Przyczyną tych rozbieżności jest przede wszystkim czułość materiału na prędkość odkształcenia oraz jego niejednorodność.

W celu uwzględnienia wpływu obu wymienionych cech materiału założmy, że naprężenie uplastyczniające σ zależy zarówno od odkształcenia ε jak i prędkości odkształcenia $\dot{\varepsilon}$ w sposób opisany zależnością (1.2), przy czym występująca w nim stała C reprezentuje średnią wartość dla całego przekroju poprzecznego i zmienia się wzdłuż osi próbki w wyniku niejednorodności materiału.

W celu zbadania przebiegu odkształcania się takiej próbki weźmy pod uwagę dwa jej przekroje poprzeczne; najszerszy przekrój B , w którym stała C osiąga minimum C_B , oraz pewien inny przekrój A , któremu odpowiada wartość C_A , przy czym $C_A > C_B$. Przekrój A może być tak dobrany, aby lokalne wydłużenie próbki w tym miejscu było równe średniemu wydłużeniu próbki poza obszarem przewężenia.



Rys. 1

Jeżeli przyjmiemy, że początkowo pola przekroju poprzecznego w punktach A i B były sobie równe ($S_{0A} = S_{0B} = S_0$), to w wyniku różnych wydłużeń ε_A i ε_B obu części próbki wyniosą one odpowiednio $S_A = S_0 e^{-\varepsilon_A}$ i $S_B = S_0 e^{-\varepsilon_B}$.

Z warunku równości sił osiowych przenoszonych przez przekroje A i B wynika związek

$$S_0 [\exp(-\varepsilon_B)] C_B (\varepsilon_0 + \varepsilon_B)^n \dot{\varepsilon}_B^m = S_0 [\exp(-\varepsilon_A)] C_A (\varepsilon_0 + \varepsilon_A)^n \dot{\varepsilon}_A^m,$$

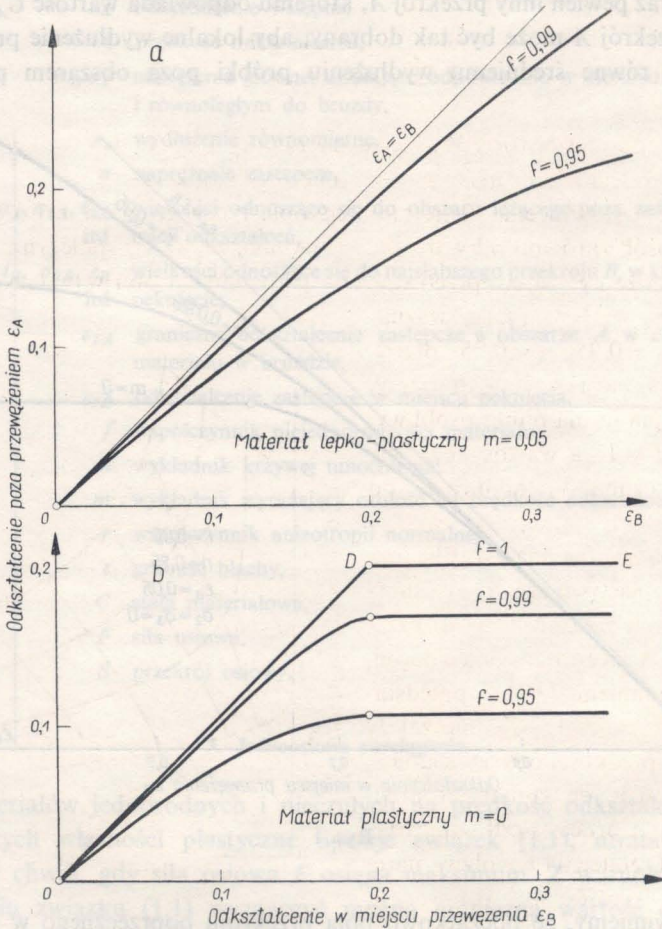
który po wprowadzeniu oznaczenia

$$\frac{C_B}{C_A} = f$$

oraz uwzględnieniu, że $\dot{\varepsilon}_A/\dot{\varepsilon}_B = d\varepsilon_A/d\varepsilon_B$, napisać można w postaci

$$\left(\frac{d\varepsilon_A}{d\varepsilon_B}\right)^m = f [\exp(\varepsilon_A - \varepsilon_B)] \left(\frac{\varepsilon_0 + \varepsilon_B}{\varepsilon_0 + \varepsilon_A}\right)^n$$

Z równania (3.1) wyznaczyć można drogą numerycznego całkowania zależność, jaka w każdej chwili procesu odkształcenia zachodzi między odkształceniami ε_A i ε_B .



Rys. 2

Zależność tę przedstawia wykres na rys. 1. Został on sporządzony dla wartości $\varepsilon_0 = 0,05$, $f = 0,99$, $n = 0,25$ oraz kilku różnych wartości wykładnika $m = 0$, $0,0125, \dots, 0,05$. Widać z niego, że czułość materiału na prędkość odkształcenia działa stabilizująco na przebieg procesu koncentracji odkształceń i powoduje wzrost gra-

nicznej wartości odkształcenia ε_{Af} przekroju A w chwili, gdy w przekroju B pojawi się pęknięcie (przy danej wartości odkształcenia ε_{Bf}).

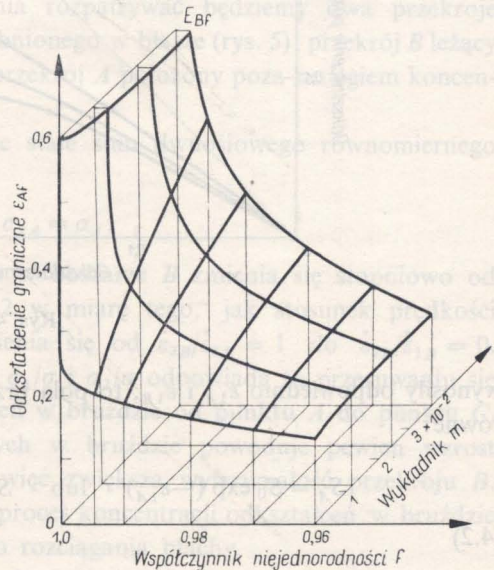
Przebieg funkcji $\varepsilon_A = \varepsilon_A(\varepsilon_B)$ zależy w istotny sposób od wstępnej niejednorodności materiału. Przedstawiają to krzywe na wykresie 2a odpowiadające różnym wartościom współczynnika niejednorodności $f = 0,95$ i $f = 0,99$ przy założeniu stałych wartości powstałych parametrów $\varepsilon_0 = 0,05$, $n = 0,25$, $m = 0,05$. W miarę zwiększania się jednorodności materiału (gdy $f \rightarrow 1$) krzywa $\varepsilon_A = \varepsilon_A(\varepsilon_B)$ dąży do prostej o równaniu $\varepsilon_A = \varepsilon_B$, a graniczne odkształcenie całej próbki zbliża się do odkształcenia pęknięcia, $\varepsilon_{Af} \rightarrow \varepsilon_{Bf}$.

Wynik taki jest konsekwencją lepkich własności materiału, rysunek 2 b przedstawia bowiem pęk krzywych we współrzędnych $\varepsilon_A, \varepsilon_B$ wyznaczonych dla materiału nieczułego na prędkość odkształcenia. W miarę zwiększania się jednorodności materiału (gdy $f \rightarrow 1$) krzywe te przechodzą w granicy w linię łamaną ODE , a graniczne odkształcenie obszaru A staje się równe $\varepsilon_A^* = n - \varepsilon_0$ i nie zależy od odkształcenia pęknięcia ε_{Bf} .

Wykresy odkształceń przedstawione na rys. 2a i 2b są więc jakościowo różne niezależnie od tego, jak małą wartość ma wykładnik m .

Graniczne odkształcenie materiału lepkoplastycznego poza bruzdą ε_{fA} zależy w istotny sposób zarówno od wartości wykładnika m jak i współczynnika niejednorodności f ; może być zatem przedstawiona jako funkcja obu wymienionych zmiennej. Funkcję $\varepsilon_{Af} = \varepsilon_{Af}(f, m)$ wyznaczoną dla $\varepsilon_0 = 0,05$, $n = 0,25$ przedstawia wykres na rys. 3. Zauważmy, że powierzchnia ta ma punkt osobliwy, gdy $m = 0$, $f = 1$, a wartość ε_{Af} jest tam nieoznaczona w granicach od $n - \varepsilon_0$ do ε_{Bf} .

Jest rzeczą zmienną, że dla materiału lepkoplastycznego o własnościach opisanych zależnością (1.2) przebieg procesu koncentracji odkształceń, opisany równaniem (3.1) i przedstawiony na wykresach 1 i 2a, nie zależy ani od samej prędkości odkształcania $\dot{\varepsilon}$, ani od ewentualnych zmian tej prędkości w czasie procesu odkształcania. Prędkość odkształcania $\dot{\varepsilon}$ wpływa natomiast na wielkość siły osiowej F , a odkształcenie, przy którym siła ta osiąga ekstremum, zależy ponadto od wymiarów próbki, a więc od stosunku jej długości do średnicy, oraz od kinematycznej charakterystyki zrywarki użytej do badań. Z tego względu wartość odkształcenia odpowiadającego ekstremum siły F nie może być uznana dla materiałów lepkoplastycznych za wielkość charakteryzującą własności materiału.



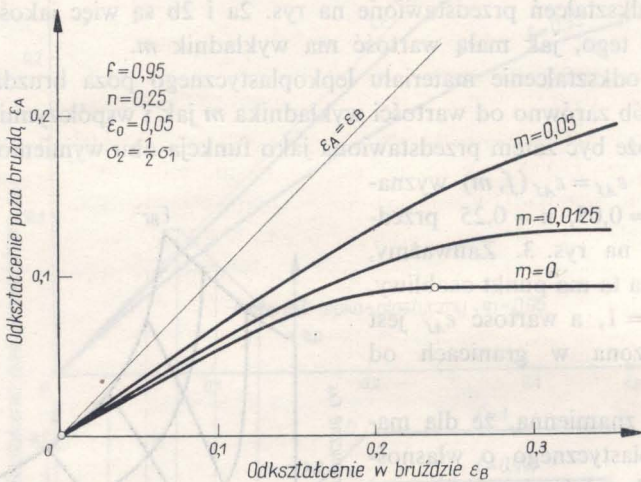
Rys. 3

4. Rozciąganie pasm blachy przy zachowaniu stałej ich szerokości

Dokonajmy analizy procesu koncentracji odkształceń w lepkoplastycznym, niejednorodnym pasmie blachy, poddanym rozciąganiu naprężeniami σ_1 w kierunku 1 przy zachowaniu niezmienniej szerokości pasma w kierunku 2 prostopadłym do kierunku rozciągania. Z warunku $\varepsilon_2 = 0$ wynika, że naprężenie $\sigma_2 = \sigma_1/2$, przy czym

$$(4.1) \quad \sigma_1 = \frac{2\sigma}{\sqrt{3}}.$$

Postępując tak samo jak poprzednio wyodrębnić można w próbce najszerszy przekrój B oraz pewien przekrój A , reprezentujące średnie odkształcenie materiału na obszarze leżącym poza zasięgiem lokalnej koncentracji odkształceń. Jeżeli w pewnej fazie procesu rozciągania wydłużenia w obu rozpatrywanych przekrojach



Rys. 4

wynosiły odpowiednio ε_{1A} i ε_{1B} , to pola przekrojów poprzecznych są odpowiednio równe:

$$(4.2) \quad S_A = S_0 \exp(-\varepsilon_{1A}) \quad \text{lub} \quad S_A = S_0 \exp\left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \varepsilon_A\right),$$

$$S_B = S_0 \exp(-\varepsilon_{1B}) \quad \text{lub} \quad S_B = S_0 \exp\left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \varepsilon_B\right),$$

przy czym ε_A i ε_B oznaczają odkształcenia zastępcze w obu częściach próbki.

Z warunku równości sił osiowych przenoszonych przez przekroje A i B

$$\sigma_{1A} S_A = \sigma_{1B} S_B$$

i z uwzględnienia zależności (4.1) i (4.2) wynika równanie różniczkowe

$$\frac{2}{\sqrt{3}} C_A (\varepsilon_0 + \varepsilon_A)^n \dot{\varepsilon}_A^m S_0 \exp\left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \varepsilon_A\right) = \frac{2}{\sqrt{3}} C_B (\varepsilon_0 + \varepsilon_B)^n \dot{\varepsilon}_B^m \exp\left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \varepsilon_A\right),$$

które po wprowadzeniu oznaczenia $f = C_B/C_A$ przedstawić można w postaci

$$(4.3) \quad \left(\frac{d\varepsilon_A}{d\varepsilon_B}\right)^m = f \left[\exp\left(\frac{\sqrt{3}}{2} \varepsilon_A - \frac{\sqrt{3}}{2} \varepsilon_B\right) \right] \left(\frac{\varepsilon_0 + \varepsilon_B}{\varepsilon_0 + \varepsilon_A}\right)^n.$$

Różni się ona od równania (3.1) jedynie współczynnikiem $\sqrt{3}/2$ w wykładniku potęgowym. Numeryczne rozwiązanie równania (4.3) pozwala wyznaczyć funkcję $\varepsilon_A(\varepsilon_B)$ dla danych wartości f , m , ε_0 i n . Przykłady takich funkcji przedstawia wykres na rys. 4. Charakter krzywych jest taki sam, jak na rys. 1 i 2a z tą różnicą, że proces koncentracji odkształceń przebiega nieco wolniej niż w przypadku jednoosiowego rozciągania.

5. Dwuosiowe równomierne rozciąganie

W przypadku dwuosiowego równomiernego rozciągania blachy lokalna utrata stateczności uwidacznia się w postaci bruzdy biegnącej wzdłuż linii największego osłabienia blachy, a więc najczęściej wzdłuż pasma zanieczyszczeń. Analogicznie do poprzednich przypadków obciążania rozpatrywać będziemy dwa przekroje prostokątnego elementu $MNKL$ wyodrębnionego w blasze (rys. 5); przekrój B leżący w najbardziej osłabionym miejscu oraz przekrój A położony poza zasięgiem koncentracji odkształceń.

Założymy, że w obszarze A panuje stałe stan dwuosiowego równomiernego rozciągania,

$$(5.1) \quad \sigma_{1A} = \sigma_{2A} = \sigma_A,$$

natomiast stosunek naprężeń głównych w obszarze B zmienia się stopniowo od wartości $\sigma_{2B}/\sigma_{1B} = 1$ do $\sigma_{2B}/\sigma_{1B} = 1/2$ w miarę tego, jak stosunek prędkości odkształceń głównych w bruzdzie zmienia się od $\dot{\varepsilon}_{2B}/\dot{\varepsilon}_{1B} = 1$ do $\dot{\varepsilon}_{2B}/\dot{\varepsilon}_{1B} = 0$. Na wykresie (rys. 6) na współrzędnych σ_1/σ i σ_2/σ odpowiada to przesuwanie się punktu B reprezentującego stan naprężeń w bruzdzie od punktu A do punktu C .

Zmiana stosunku naprężeń głównych w bruzdzie powoduje pewien wzrost naprężenia σ_{1B} ponad wartość σ_B , a więc zwiększa wytrzymałość przekroju B . Jest to dodatkowy czynnik opóźniający proces koncentracji odkształceń w bruzdzie występujący w przypadku dwuosiowego rozciągania blachy.

Analiza procesu koncentracji odkształceń w obszarze B oparta będzie na założeniu, że płaskie przekroje MN i KL prostopadłe do bruzdy (rys. 5) pozostają płaskimi w czasie odkształcania, a więc składowe prędkości odkształceń w kierunku 2 w obszarach A i B są sobie równe:

$$(5.2) \quad \dot{\varepsilon}_{2A} = \dot{\varepsilon}_{2B} \quad \text{oraz} \quad \varepsilon_{2A} = \varepsilon_{2B} = \frac{1}{2} \varepsilon_A.$$

Wobec jednakowej szerokości rozpatrywanego pasma w przekrojach A i B warunek równości siły F_1 przenoszonej przez oba te przekroje w kierunku 1 napisać można jak następuje:

$$\sigma_{1A} t_A = \sigma_{1B} t_B,$$

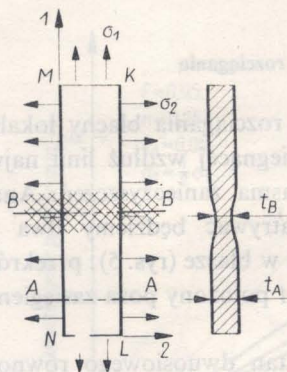
gdzie t_A i t_B oznaczają odpowiednio grubości blachy w miejscach A i B . Po uwzględnieniu, że $\sigma_{1A} = \sigma_A$ zgodnie z założeniem (5.1) równanie to można napisać w postaci

$$(5.3) \quad t_B \left(\frac{\sigma_{1B}}{\sigma_B} \right) \sigma_B = t_A \sigma_A,$$

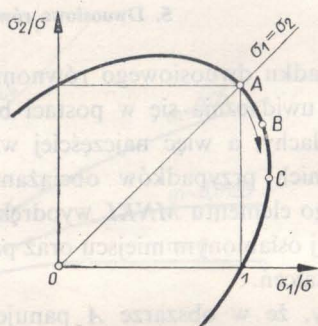
przy czym

$$(5.4) \quad t_B = t_0 \exp(-\varepsilon_{3B}), \quad t_A = t_0 \exp(-\varepsilon_{3A}),$$

gdzie t_0 jest początkową grubością blachy, a ε_{3A} i ε_{3B} składowymi odkształceniami w kierunku prostopadłym do blachy w miejscach A i B .



Rys. 5



Rys. 6

Przy założeniu, że lepkoplastyczne własności materiału są opisane równaniem (1.2), oznaczeniu $C_B/C_A = f$ i uwzględnieniu związków (5.4) równanie (5.3) przyjmie postać

$$(5.5) \quad \left(\frac{d\varepsilon_A}{d\varepsilon_B} \right)^m = f \left(\frac{\sigma_{1B}}{\sigma_B} \right) \left(\frac{\varepsilon_0 + \varepsilon_B}{\varepsilon_0 + \varepsilon_A} \right)^n \exp(\varepsilon_{3A} - \varepsilon_{3B}).$$

Po prawej stronie tego równania występuje czynnik σ_{1B}/σ_B , wyrażający wzrost naprężenia osiowego σ_{1B} , spowodowany zmianą stosunku naprężeń głównych w bruzdzie.

Stosunek σ_{1B}/σ_B wyrazić można jako funkcję stosunku $d\varepsilon_A/d\varepsilon_B$. W tym celu skorzystamy ze związku

$$\frac{d\varepsilon_{2B}}{2\sigma_{2B} - \sigma_{1B}} = \frac{d\varepsilon_B}{2\sigma_B},$$

wynikającego z praw plastycznego płynięcia, w którym na miejsce $d\varepsilon_{2B}$ podstawimy $d\varepsilon_A/2$ zgodnie z (5.2). Otrzymamy wówczas zależność

$$(5.6) \quad \frac{d\varepsilon_A}{d\varepsilon_B} = \frac{2\sigma_{2B} - \sigma_{1B}}{\sigma_B}.$$

Korzystając z warunku plastyczności

$$\sigma_B^2 = \sigma_{1B}^2 - \sigma_{1B} \sigma_{2B} + \sigma_{2B}^2$$

wyrazić można naprężenie σ_{2B} , jak następuje:

$$\sigma_{2B} = \frac{1}{2} \sigma_{1B} + \sqrt{\sigma_B^2 - \frac{3}{4} \sigma_{1B}^2}$$

Po podstawieniu tego wyrażenia do wzoru (5.6) i przekształceniu otrzymamy ostatecznie następujący związek między stosunkiem naprężeń σ_{1B}/σ_B a stosunkiem przyrostów odkształceń $d\varepsilon_A/d\varepsilon_B$:

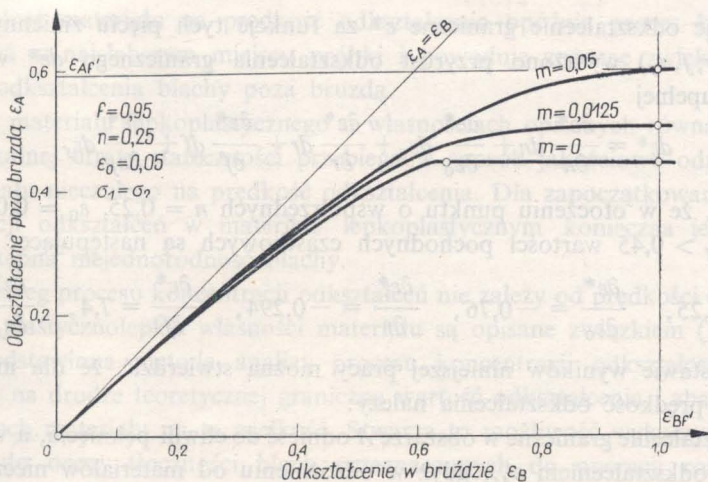
$$\frac{\sigma_{1B}}{\sigma_B} = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{1 - \frac{1}{4} \left(\frac{d\varepsilon_A}{d\varepsilon_B} \right)^2}$$

Uwzględniając tę zależność doprowadzić można podstawowe równanie (5.5) do postaci

$$(5.7) \quad \frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{d\varepsilon_A}{d\varepsilon_B} \right)^m \left[1 - \frac{1}{4} \left(\frac{d\varepsilon_A}{d\varepsilon_B} \right)^2 \right]^{-1/2} = f \left(\frac{\varepsilon_0 + \varepsilon_B}{\varepsilon_0 + \varepsilon_A} \right)^n \exp(\varepsilon_{3B} - \varepsilon_{3A}),$$

przy czym występujące w nim odkształcenia ε_{3A} i ε_{3B} obliczyć można z formuł

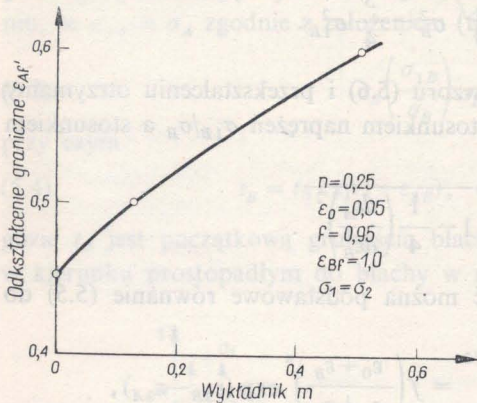
$$(5.8) \quad -\varepsilon_{3A} = \varepsilon_A, \quad -\varepsilon_{3B} = \int_0^{\varepsilon_B} \left(\frac{1}{4} \frac{d\varepsilon_A}{d\varepsilon_B} + \frac{\sqrt{3}}{2} \sqrt{1 - \frac{1}{4} \left(\frac{d\varepsilon_A}{d\varepsilon_B} \right)^2} \right) d\varepsilon_B.$$



Rys. 7

Numeryczne rozwiązanie równania (5.7) z uwzględnieniem zależności (5.8)₁ i (5.8)₂ pozwala wyznaczyć funkcję $\varepsilon_A(\varepsilon_B)$ opisującą przebieg procesu koncentracji odkształceń dla danych wartości stałych materiałowych m , n , ε_0 i f . Funkcję tę przedstawia wykres (rys. 7) sporządzony dla wartości $\varepsilon_0 = 0,05$, $n = 0,25$, $f = 0,95$ oraz $m = 0,0125$ i $0,05$.

Jak widać z tego wykresu wraz ze wzrostem wartości wykładnika m , podobnie jak w obu poprzednich przypadkach, proces koncentracji odkształceń w bruzdzie ulega opóźnieniu, a graniczne odkształcenie ε_{Af} obszaru A w chwili pęknięcia materiału w miejscu B (przy odkształceniu ε_{Bf}) wzrasta.



Rys. 8

Zagadnienie wpływu różnych cech materiału na graniczne odkształcenie przy rozciąganiu materiału nieczułego na prędkość odkształcenia zostało zanalizowane w pracy [6]. Wzięto tam pod uwagę następujące cechy materiału: 1) wykładnik krzywej umocnienia n , 2) odkształcenie wstępne ε_0 , 3) współczynnik anizotropii normalnej r , 4) współczynnik niejednorodności f oraz 5) odkształcenie pęknięcia ε_f .

Uważając odkształcenie graniczne ε^* za funkcję tych pięciu zmiennych $\varepsilon^* = \varepsilon^*(n, \varepsilon_0, r, f, \varepsilon_f)$ wyrażono przyrost odkształcenia granicznego $d\varepsilon^*$ w postaci różniczki zupełnej

$$(5.9) \quad d\varepsilon^* = \frac{\partial \varepsilon^*}{\partial n} dn + \frac{\partial \varepsilon^*}{\partial \varepsilon_0} d\varepsilon_0 + \frac{\partial \varepsilon^*}{\partial r} dr + \frac{\partial \varepsilon^*}{\partial f} df + \frac{\partial \varepsilon^*}{\partial \varepsilon_f} d\varepsilon_f$$

i obliczono, że w otoczeniu punktu o współrzędnych $n = 0,25$, $\varepsilon_0 = 0,05$, $r = 1$, $f = 0,95$, $\varepsilon_f > 0,45$ wartości pochodnych cząstkowych są następujące:

$$\frac{\partial \varepsilon^*}{\partial n} = 1,25, \quad \frac{\partial \varepsilon^*}{\partial \varepsilon_0} = -0,76, \quad \frac{\partial \varepsilon^*}{\partial r} = -0,294, \quad \frac{\partial \varepsilon^*}{\partial f} = 7,4, \quad \frac{\partial \varepsilon^*}{\partial \varepsilon_f} = 0.$$

Na podstawie wyników niniejszej pracy można stwierdzić, że dla materiałów czułych na prędkość odkształcenia należy:

1) odkształcenie graniczne w obszarze A odnieść do chwili pęknięcia, a więc utożsamić je z odkształceniem ε_{Af} , gdyż w odróżnieniu od materiałów nieczułych na prędkość odkształceń nie istnieje żadna graniczna wartość odkształcenia, wynikająca jedynie z lokalnej utraty stateczności próbki;

2) uwzględnić dodatkowo wpływ wykładnika m na graniczną wartość odkształcenia ε_{Af} .

Z wykresów 7 i 8 wyznaczyć można wartości pochodnych cząstkowych $\partial \varepsilon_{Af} / \partial m$ i $\partial \varepsilon_{Af} / \partial \varepsilon_{Bf}$ w otoczeniu punktu $m = 0$ i $\varepsilon_{Bf} = 1$. Wynoszą one $\partial \varepsilon_{Af} / \partial m = 0,4$ i $\partial \varepsilon_{Af} / \partial \varepsilon_{Bf} = 0$.

Korzystając z tych danych można uzupełnić równanie (5.9) i rozszerzyć je na materiały czułe na prędkość odkształcenia. Po uwzględnieniu podanych wyżej wartości liczbowych i zastąpieniu przyrostów różnicami skończonymi — równanie to przyjmie postać

$$(5.10) \quad \Delta \varepsilon_{A_f} = 1,25(n-0,25) - 0,76(\varepsilon_0 - 0,05) - 0,294(r-1) + 7,4(f-0,95) + 0,4m.$$

W tej postaci może ono służyć do oceny przydatności blachy do operacji, w których znajduje się ona w stanie dwuosiowego równomiernego rozciągania. Z różnych gatunków blachy, z których każdy odznacza się różnym zespołem cech n , ε_0 , r , f , m , najlepszy do tego rodzaju operacji będzie ten, dla którego wartość A_f obliczona ze wzoru (5.10) okaże się największa.

Należy jednak podkreślić, że wzór (5.10) może być stosowany jedynie dla takich materiałów, których własności różnią się nieznacznie od własności materiału, przyjętego tu umownie za materiał standardowy i któremu przypisano następujący zespół cech: $n = 0,25$; $\varepsilon_0 = 0,05$; $r = 1$, $f = 0,95$; $m = 0$.

W celu praktycznego wykorzystania przedstawionej tu metody do oceny tłoczności blachy w operacjach rozciągania — należałoby wartości pochodnych cząstkowych występujące w równaniu (5.10) obliczyć dla innego materiału standardowego, którego własności odpowiadałyby średnim własnościom pewnej grupy materiałów stosowanych w praktyce.

6. Wnioski

1. Czułość materiału na prędkość odkształcenia opóźnia proces koncentracji odkształceń w najsłabszym miejscu próbki i powoduje znaczne zwiększenie granicznego odkształcenia blachy poza bruzdą.

2. Dla materiału lepkoplastycznego o własnościach opisanych równaniem (1.2) proces lokalnej utraty stateczności przebiega w sposób jakościowo odmienny niż dla materiału nieczułego na prędkość odkształcenia. Dla zapoczątkowania procesu koncentracji odkształceń w materiale lepkoplastycznym konieczna jest bowiem pewna wstępna niejednorodność blachy.

3. Przebieg procesu koncentracji odkształceń nie zależy od prędkości odkształcenia, o ile plastycznolepkie własności materiału są opisane związkami (1.2).

4. Przedstawiona metoda analizy procesu koncentracji odkształceń pozwala wyznaczyć na drodze teoretycznej graniczną wartość odkształcenia i zbadać wpływ różnych cech materiału na tę wielkość. Stwarza to możliwość wykorzystania tych wyników do oceny tłoczności blach przeznaczonych do operacji rozciągania.

Literatura cytowana w tekście

1. H. W. SWIFT, *Plastic instability under plane stress*, J. Mech. Phys. Sol., 1, 1 (1952).
2. P. P. MELLOR, *Plastic instability in tension*, The Engineer, 25 (1960).
3. G. G. MOORE, I. F. WALLACE, *The effect of anisotropy on instability in sheet metal forming*.
4. M. I. HILLEER, *Tensile plastic instability of thin tubes*, Int. J. Mech. Sci., 8, 7 (1965).

5. Z. MARCINIAK, *Stability of plastic shells under tension with kinematic boundary conditions*, Arch. Mech. Stos., 4, 17 (1965).
6. Z. MARCINIAK, K. KUCZYŃSKI, *Limit strain in the processes of stretch forming sheet metal*, Int. J. Mech. Sci., 9 (1967).
7. Z. MARCINIAK, *Analysis of necking preceding fracture of sheet metal under tension*, La Metallurgia Italiana, 8 (1968).

Резюме

ПРЕДЕЛЬНАЯ ДЕФОРМАЦИЯ ПРИ РАСТЯЖЕНИИ ЛИСТОВОГО МЕТАЛЛА, ОБЛАДАЮЩЕГО ВЯЗКО-УПРУГИМИ СВОЙСТВАМИ

В работе, анализируется влияние вязких свойств материала, выраженных показателем m в уравнении

$$\sigma = C(\varepsilon_0 + \varepsilon)^n \dot{\varepsilon}^m$$

описывающим пластические свойства деформированного материала, на процесс концентрации деформирований листового металла, обладающего некоторой предварительной неоднородностью, при следующих видах ее нагрузки: а) однородном растяжении, б) растяжении полос листового металла и при сохранении его постоянной ширины, в) двухосном равномерном растяжении.

Принятый метод состоит в наблюдении процесса концентрации деформаций в наиболее ослабленном месте листа, вплоть до момента его разрыва. Численное решение дифференциальных уравнений, описывающих процесс этого явления, дает возможность определить предельную деформацию листа, подверженного растяжению. Полученные, таким образом диаграммы показывают, что по мере роста показателя m , процесс концентрации подвергается запозданию, а предельная деформация — повышается.

Summary

LIMITING DEFORMATION OF STRETCHED SHEET-METAL WITH VISCOELASTIC PROPERTIES

In the paper the influence is analyzed of the viscous properties of a material, expressed by the exponent m in the equation

$$\sigma = C(\varepsilon_0 + \varepsilon)^n \dot{\varepsilon}^m$$

describing the plastic properties of the deformed material, upon the process of concentration of the deformations of the sheet metal with a certain initial nonhomogeneity for the following kinds of load: a) homogeneous stretching, b) stretching of strips of sheet metal while maintaining constant width, c) biaxial uniform stretching.

The chosen method consists of observing the process of concentration of the deformations at the weakest place of the sheet metal until the moment it breaks. Numerical solution of the differential equations describing the course of the process allows to determine the limits of deformation of the sheet metal subjected to stretching. The graphs obtained in this way indicate that with the increase of the exponent m the process of concentration of the deformations is delayed, and the limiting deformation increases.

POLITECHNIKA WARSZAWSKA

Praca została złożona w Redakcji dnia 18 lipca 1969 r.