

JERZY TADEUSZ PINDERA

UWAGI O METODZIE KOJARZENIA KONCENTRACJI NAPRĘŻEN
W. MOSZYŃSKIEGO

ROZPRAWY
INŻYNIERSKIE
XLVI

SPIS TREŚCI

	Str.
1. Wstęp	291
2. Krótka charakterystyka zagadnienia	291
3. Badania doświadczalne	295
3.1. Dane ogólne	295
3.2. Wyniki badania pełzania optycznego	296
3.3. Wyniki badań współczynników kształtu	298
4. Porównanie wyników	301
4.1. Współczynniki kształtu dla karbów zewnętrznych według funkcji naprężeń H. Neubera	301
4.2. Współczynnik kształtu dla pasma z otworem okrągłym	302
4.3. Pasma z otworem podłużnym	303
4.4. Wyniki badań doświadczalnych według Lipsona i innych	303
4.5. Wyniki badań doświadczalnych według W. Moszyńskiego	304
4.6. Wnioski	304

1. Wstęp

Praca niniejsza została zainicjowana przez niedawno zmarłego Wacława Moszyńskiego. Celem jej była weryfikacja doświadczalna stosowanych metod kojarzenia spiętrzeń naprężeń w odniesieniu do płaskiego stanu naprężenia, zwłaszcza metody W. Moszyńskiego, przy zachowaniu tej samej techniki pomiarowej dla wszystkich badanych modeli, a więc przy zachowaniu tego samego rzędu błęd pomiarowego. Praca ma charakter fragmentaryczny, ilość zbadanych przypadków jest stosunkowo mała, co wynikało z trudności technicznych¹⁾.

2. Krótka charakterystyka zagadnienia

Zagadnienie wyznaczania pól naprężeń w okolicach mniej lub więcej raptownych zmian kształtu badanego przedmiotu (a więc zmian przekrojów) jest zagadnieniem bardzo interesującym teoretycznie, a jednocześnie posiada duże znaczenie praktyczne. Szczególnie ważna jest możliwość wyznaczania miejsc, w których panują największe naprężenia, oraz wartości tych naprężeń. W przeważającej ilości przypadków, z którymi mamy do czynienia w budownictwie maszynowym lub inżynierskim, naprężenia lub pewne ich funkcje określające wyężenie materiału osiągają największą wartość na powierzchni badanego ciała w obszarze nieciągłości. Takie wzrosty naprężeń w obszarach nieciągłości (tj. w krawędziach) zwiemy, jak wiadomo, spiętrzeniami naprężeń lub koncentracją naprężeń.

Spiętrzenia naprężeń nie znajdują odbicia w podstawowych zależnościach stereomechaniki technicznej, choć odgrywają istotną rolę w zagadnieniu wytrzymałości elementów i konstrukcji, zwłaszcza przy obciążeniach zmiennych. Dlatego jest rzeczą ważną znalezienie metody pozwalającej na stosunkowo łatwe i tanie wyznaczanie ich w możliwie dużej liczbie technicznie ważnych przypadków z zadowalającą dokładnością (tj. z błędem rzędu 5%). Dotychczasowe badania zarówno teoretyczne, jak i oparte na doświadczeniu nie doprowadziły jeszcze do zadowalających

¹⁾ W pracach badawczych współpracował Janusz Janowski.

wyników. W przypadku trójwymiarowego stanu naprężenia N. N e u b e r, [1], rozwiązał szereg ważnych zagadnień, dotyczących jednak tylko tzw. karbów prostych w prętach pryzmatycznych lub osiowo symetrycznych. Jak dotąd nie znamy jednak metody czysto analitycznej pozwalającej efektywnie wyznaczać rozkłady i wartości naprężeń w przypadku karbów złożonych w trójwymiarowym stanie naprężenia. Prace doświadczalne prowadzone głównie za pomocą elastooptyki oraz opierające się na badaniach zmęczeniowych dostarczyły już wprawdzie bogatego materiału, nie mamy jednak jeszcze syntetycznego opracowania tych wyników.

Podobnie przedstawia się sprawa w przypadku płaskiego stanu naprężenia. Opracowanie czysto teoretyczne z wybijającymi się na czoło pracami H. N e u b e r a, [1], oraz G. N. S a w i n a, [2], dotyczą głównie karbów prostych. Materiał doświadczalny w przypadku płaskiego stanu naprężenia jest bardzo bogaty. Dostarczają go głównie pomiary elastooptyczne, pomiary uzyskane metodami analogii oraz pomiary tensometryczne. Wyniki otrzymane tą drogą porównywane są z wynikami badań zmęczeniowych. Podobnie jak i w przypadku trójwymiarowego stanu naprężenia brak jest syntetycznego opracowania materiału doświadczalnego. Brak jest również metod pozwalających na podstawie znanych spiętrzeń (ujętych w popularne wykresy współczynników kształtu) określać spiętrzenia naprężeń dla kombinacji karbów.

Pewnym częściowym rozwiązaniem tego zagadnienia z punktu widzenia konstruktora są opracowania monograficzne (np. w sensie pracy C. L i p s o n a, G. C. N o l l a i L. S. C l o c k a, [3]).

Praca [3] omawia m.in. również wpływ sposobu przyłożenia obciążenia na wielkość spiętrzenia naprężeń. Wpływ ten określany jest, jak dotąd, prawie wyłącznie doświadczalnie (por. np. [4]), gdyż czysto teoretyczne rozwiązanie takich zagadnień natrafia — z nielicznymi wyjątkami — na poważne trudności.

Osobnym zagadnieniem z dziedziny spiętrzeń naprężeń jest zagadnienie zachowania się materiału pod wpływem wymuszonego pola naprężeń, gdy w efekcie może występować wtórna zmiana pola naprężeń. Zjawisko to, znane od dawna w budownictwie maszynowym, spowodowane jest odchyleniami własności materiałów od prawa H o o k e' a z jednej strony, z drugiej zaś wpływem miejscowych odkształceń plastycznych w obszarach, w których została przekroczona granica plastyczności. Zostało ono częściowo ujęte po raz pierwszy przez N e u b e r a w cytowanej już pracy przez wprowadzenie pojęcia cząsteczki elementarnej materiału, uogólnionego później przez W. M o s z y ń s k i e g o ([5], cz. 1, p. 6).

Ostatnie prace na ten temat (np. [6]) uwzględniają nieliniowy przebieg rzeczywistej krzywej rozciągania na rozkład naprężeń i związaną z tym obniżkę wartości naprężeń w okolicach korbów w stosunku do wartości uzyskiwanych teoretycznie przy założeniu, że materiał spełnia prawo Hooke'a w zakresie występujących naprężeń.

W ostatnich latach zostały opublikowane — między innymi — dwie charakterystyczne prace traktujące o zagadnieniu kojarzenia spiętrzeń: H. Thuma i O. Swensona, [7], oraz W. Moszyńskiego, [8]. Pierwszej z nich nie będziemy omawiali. Wspomnieć jedynie należy, że według metody jej autorów do wyznaczenia ostatecznej wartości współczynnika kształtu w przypadku współdziałania korbów niezbędne jest wyznaczenie stycznej do krzywej charakteryzującej rozkład naprężeń w przekroju poprowadzonym przez dno karbu prostopadle do osi pręta. Wydaje się więc rzeczą wątpliwą, czy metoda powyższa, biorąc pod uwagę brak szczegółowych danych wyjściowych oraz praktycznie małą dokładność wyznaczenia wspomnianej stycznej, odegra poważną rolę w praktyce.

Metoda podana w drugiej pracy, [8], odznacza się prostotą, jest łatwa oraz, jak wynika z przytoczonych w wyżej wymienionej pracy przykładów, dostatecznie dokładna.

Metoda W. Moszyńskiego opiera się na bezpośrednim kojarzeniu spiętrzeń naprężeń ponad wartość nominalną w ten sposób, że kojarzy się odpowiadające sobie składowe naprężeń w tych samych punktach przy zachowaniu ogólnie przyjętych zasad składania naprężeń. Zachowując oznaczenia wprowadzone w pracy [8] tok rozumowania można przedstawić w sposób następujący.

Rozkład naprężeń w pręcie z karbem w obszarze samego karbu można traktować jako wynik nałożenia na siebie równomiernego naprężenia nominalnego σ_n oraz dodatkowego naprężenia σ_k równego

$$(2.1) \quad \sigma_k = \sigma - \sigma_n,$$

gdzie σ oznacza naprężenie szczytowe.

W przypadku istnienia w obszarze nieciągłości dwóch korbów, z których każdy wywołuje określone spiętrzenie naprężeń — według W. Moszyńskiego — wypadkowe naprężenia panujące w karbie rozpatrywać można jako wynik nałożenia na siebie naprężenia nominalnego oraz dodatkowych naprężeń σ'_k i σ''_k , czyli

$$(2.2) \quad \sigma = \sigma_n + \sigma'_k + \sigma''_k,$$

gdzie

$$\sigma'_k = \sigma' - \sigma_n, \quad \sigma''_k = \sigma'' - \sigma_n.$$

Jeżeli maksymalne wartości σ' i σ'' wypadają w tym samym przekroju (lub w tych samych punktach przekroju), to mamy

$$\sigma_{max} = \sigma_n + \sigma'_{k max} + \sigma''_{k max} = \sigma'_{max} + \sigma''_{max} - \sigma_n.$$

Dzieląc obie strony przez σ_n przy założeniu, że materiał w granicach stosowanych naprężeń jest doskonale sprężysty, otrzymujemy

$$(2.3) \quad \alpha_k = \alpha'_k + \alpha''_k - 1,$$

gdzie symbole α_k oznaczają odpowiednie stosunki naprężeń.

Uogólniając powyższą zależność na dowolną liczbę przyczyn wywołujących spiętrzenia naprężeń przy założeniu, że wywołują one powstanie największych naprężeń w jednym i tym samym punkcie (przy zachowaniu przyjętych założeń) otrzymujemy

$$(2.4) \quad \alpha_k = \sum_{i=1}^m \alpha_k^i - m + 1.$$

Zależności podane powyżej proponuje W. M o s z y ń s k i stosować nie tylko w przypadkach prętów rozciąganych, ale również zginanych i skręcanych.

Jeśli opisana metoda jest poprawna, to ułatwia ona znakomicie przewidywanie wartości współczynników kształtu w bardziej złożonych kształtach elementów konstrukcyjnych. Wydaje się więc rzeczą celową przeprowadzenie odpowiedniej weryfikacji doświadczalnej na drodze najłatwiejszej a zarazem najdokładniejszej, a więc na drodze elastooptycznej, konfrontując otrzymane wyniki z wynikami dotychczas opublikowanymi. Projekt takiej pracy wysunął w swoim czasie W. M o s z y ń s k i.

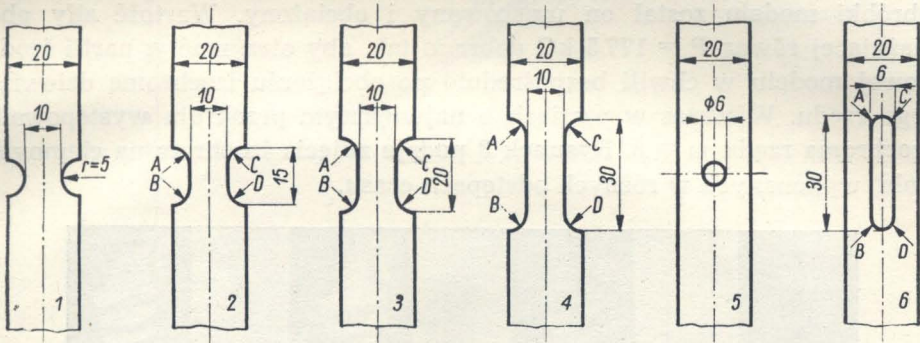
Dla uzupełnienia należy wspomnieć, że istnieje wprawdzie możliwość wyłącznego oparcia się na opublikowanych wynikach doświadczalnych. Biorąc jednak pod uwagę fakt, że na wartość wyników doświadczalnych wpływają w znacznym stopniu warunki i technika wykonywanych pomiarów oraz że autorzy rzadko kiedy podają dokładność otrzymanych wyników, wydaje się rzeczą słuszną wykonanie specjalnej serii pomiarów w jednakowych warunkach.

Aby uniknąć nieporozumień, zaznaczamy, że zgodnie z praktyką inżynierską wszystkie naprężenia nominalne odnoszą się do najmniejszego przekroju w karbie.

3. Badania doświadczalne

3.1. Dane ogólne. Elastooptyczne badania doświadczalne zrobiliśmy dla sześciu rozciąganych prętów pryzmatycznych z karami przedstawionymi na rys. 1.

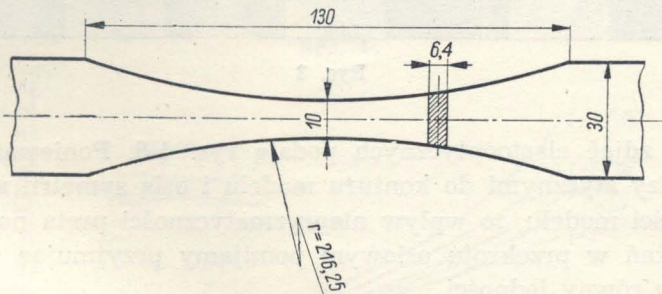
Modele przedstawiają ciała jednospójne lub dwuspójne, przy czym siły na zamkniętych konturach równoważą się i stałe sprężyste materiałów nie wpływają na wartość wyników.



Rys. 1

Wartość maksymalnych naprężeń została tak dobrana, aby można było pominąć wpływ pełzania optycznego materiału na dokładność wyników. Jako materiał na modele wybrano żywicę allylową CR-39 produkcji angielskiej. Pomiary przeprowadzono w temperaturze 19-22°C przy wilgotnościach względnych powietrza zawartych w granicach 68-82%.

Kontrolne badania pełzania optycznego zrobiono na modelu przedstawionym na rys. 2. Badanie to miało wykazać, w jakim zakresie



Rys. 2

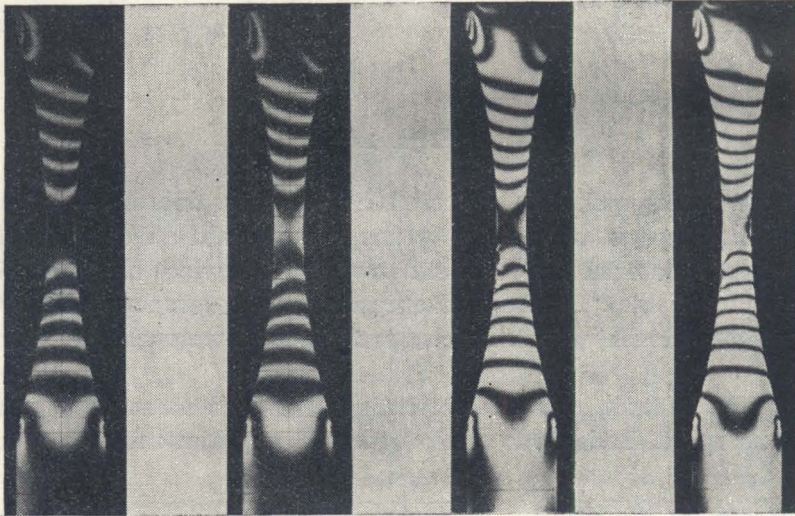
naprężeń można pominąć wpływ pełzania optycznego na rozkład pola naprężeń, a w jakim pominięciu tego wpływu prowadzić może do błędnych wyników.

Modele zostały wykonane przy użyciu wzorników na wycinarce do modeli elastoptycznych typu JP-3.

Pomiary zrobiono przy użyciu polaryskopu elastoptycznego typu JP-1 i żółtego światła sodowego.

Wszystkie badania zrobiono przy prostym rozciąganiu.

3.2. Wyniki badania pelzania optycznego. Badanie wykonano przy stałej wartości siły obciążającej P . Po upływie około dwu godzin od ukończenia obróbki modelu został on umocowany i obciążony. Wartość siły obciążającej równą $P = 177,5$ kG dobrano tak, aby otrzymać w partii środkowej modelu w chwili bezpośrednio po obciążeniu izochromę dziewiątego rzędu. Wówczas w partiach o największym przekroju występowała izochroma rzędu $m = 3$. Rysunek 3 podaje zdjęcia izochrom na ciemnym polu, wykonanych w różnych odstępach czasu.

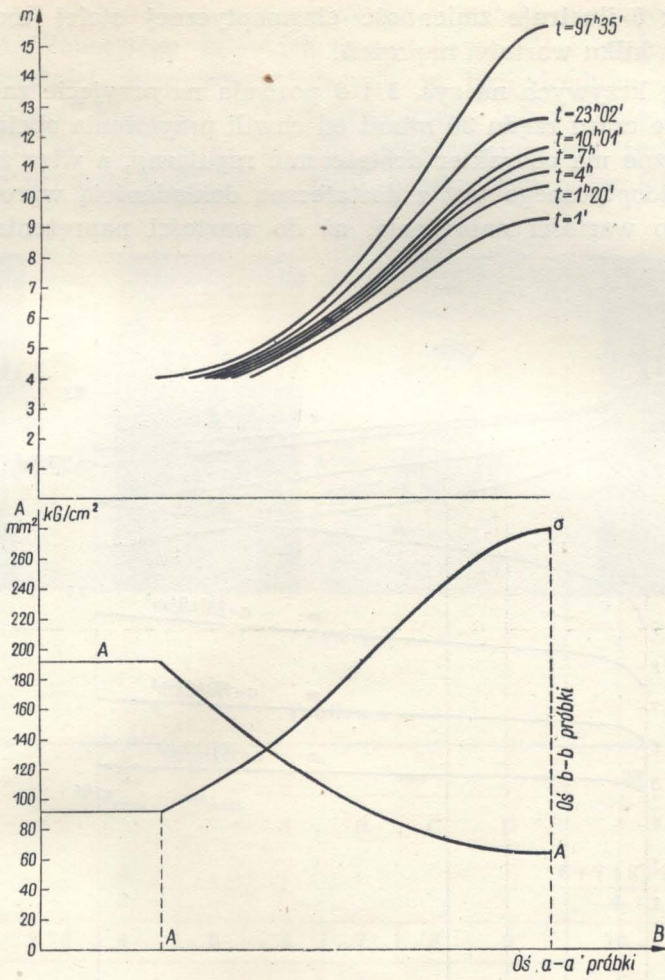


Rys. 3

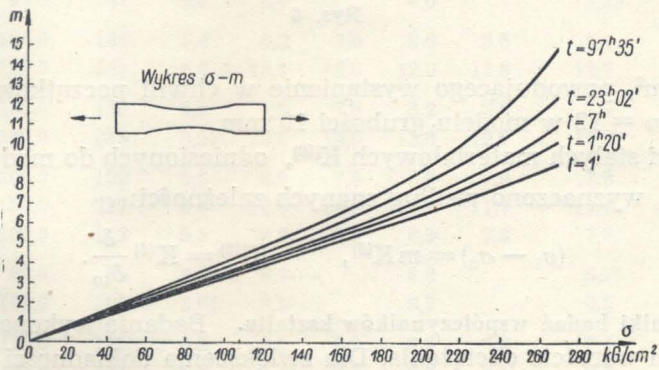
Analizę zdjęć elastoptycznych podają rys. 4-6. Ponieważ kąty zawarte między stycznymi do konturu modelu i osią symetrii są małe na całej długości modelu, to wpływ niepryzmatyczności pręta na charakter pola naprężeń w przekroju osiowym pomijamy przyjmując współczynnik kształtu równy jedności.

Rysunek 4 podaje wykresy rzędów izochrom wzdłuż osi pręta dla kilku różnych momentów czasu, wykres pól przekrojów pręta wzdłuż osi pręta oraz wykres naprężeń wzdłuż osi pręta.

Rysunek 5 przedstawia wykresy $m = m(\sigma)$ dla różnych momentów czasu, wykonane na podstawie rys. 4.



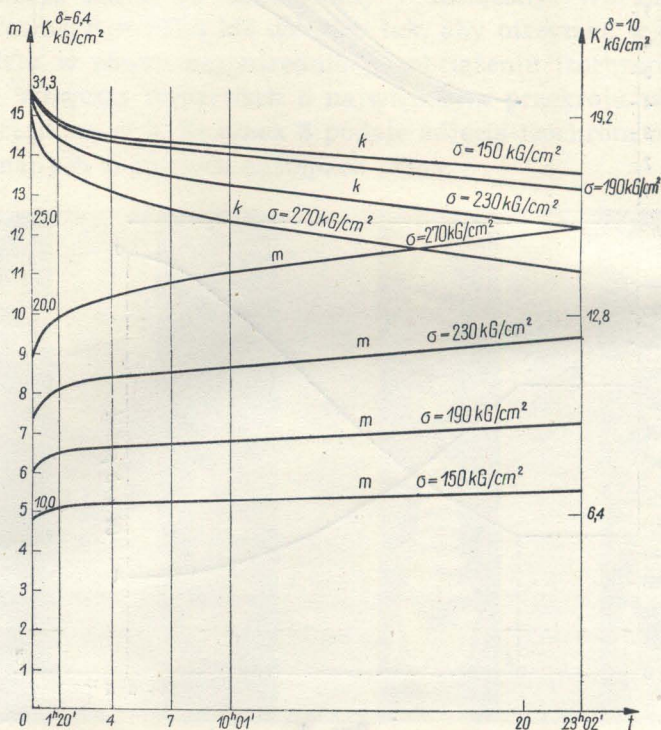
Rys. 4



Rys. 5

Rysunek 6 ilustruje zmienność elastooptycznej stałej materiałowej w czasie dla kilku wartości naprężeń.

Przebieg krzywych na rys. 5 i 6 pozwala na przyjęcie założenia, że w przedziale czasu rzędu 30 minut od chwili przyłożenia obciążenia pełzanie optyczne ma charakter dostatecznie regularny, a więc że przyrost efektu elastooptycznego jest z dostateczną dokładnością wprost proporcjonalny do wartości naprężenia, aż do wartości naprężenia równego



Rys. 6

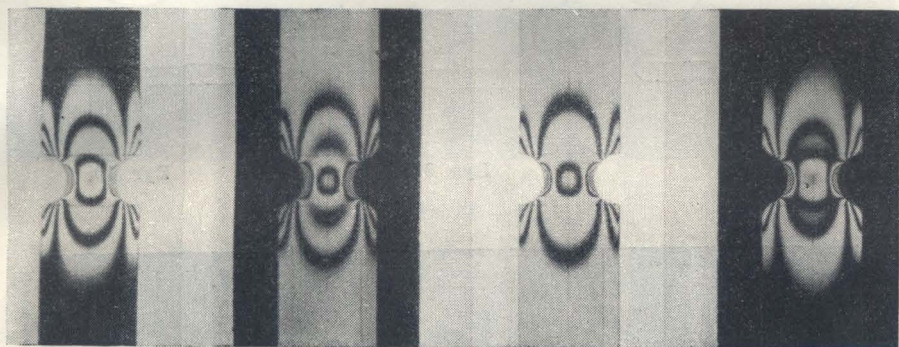
$2,45 \text{ kG}/\text{mm}^2$, powodującego wystąpienie w chwili początkowej izochromy rzędu $m = 12$ w modelu grubości 10 mm.

Wartości stałych materiałowych $K^{(10)}$, odniesionych do modeli grubości $\delta = 10$ mm, wyznaczono według znanych zależności:

$$(\sigma_1 - \sigma_2) = m K^{(\delta)}, \quad K^{(10)} = K^{(\delta)} \frac{\delta}{\delta_{10}}$$

3.3. Wyniki badań współczynników kształtu. Badania wykonaliśmy przy stopniowym wzroście obciążenia. Dla zwiększenia dokładności zdjęcia zostały zrobione na ciemnym i jasnym polu widzenia. Zdjęcia są przedsta-

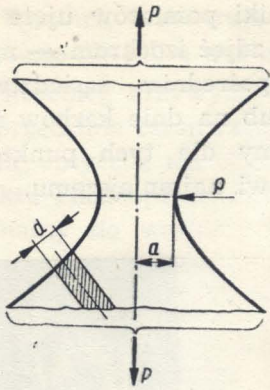
wione na rys. 7-15. Dane pomiarowe oraz wyniki pomiarów ujęte są w tablicy 1. Wobec tego że — jak to wynika ze zdjęć izochrom — największe wartości naprężeń występują w bezpośrednim sąsiedztwie przejścia prostej krawędzi w krzywiznę karbu lub na dnie karbów symetrycznych, współczynniki kształtu wyznaczamy dla tych punktów przyjmując przekrój nominalny równy przekrojowi najmniejszemu.



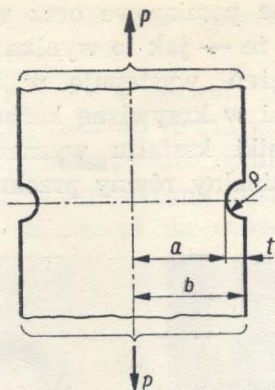
Rys. 7

Tablica 1

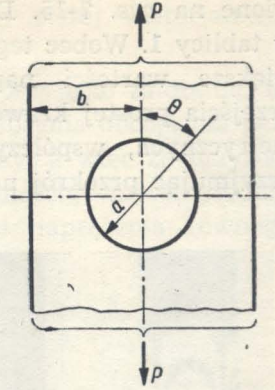
Model na rys.	A_{nom}	P	σ_{nom}	m_{nom}	m_{max}				$m_{\acute{s}r}$	α_k	α_k
					A	B	C	D			
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
7	0,66	78,9	119	4,0	7,0		6,5		6,75	1,69	1,68
		97,0	147	5,0	8,6		8,0		8,35	1,67	
11	0,624	100,0	160	5,4	8,3	7,6	8,0	8,5	8,1	1,50	1,50
		150,0	240	8,5	13,5	12,0	12,6	12,8	12,7	1,50	
12	0,629	100,0	159	5,5	8,0	7,8	8,2	7,8	7,9	1,435	1,44
		150,0	239	8,55	12,5	12,0	12,8	12,0	12,3	1,44	
13	0,66	100,0	152	5,6	8,0	7,8	8,0	7,9	7,9	1,41	1,41
		150,0	227	8,6	12,4	12,2	12,1	11,7	12,1	1,41	
		100,0	152	5,5	8,2	8,0	8,3	7,6	7,7	1,40	
14	0,924	82,0	89	2,88	6,7		6,8		6,75	2,345	2,35
		101,0	109	3,61	8,5		8,5		8,5	2,35	
15	0,952	117,5	123	4,2	6,5	6,5	6,5	6,0	6,4	1,52	1,50
		153,0	161	5,6	8,1	8,5	8,5	8,1	8,3	1,48	



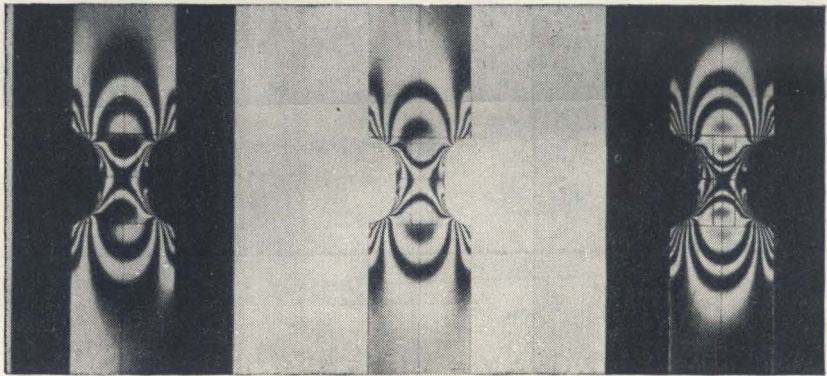
Rys. 8



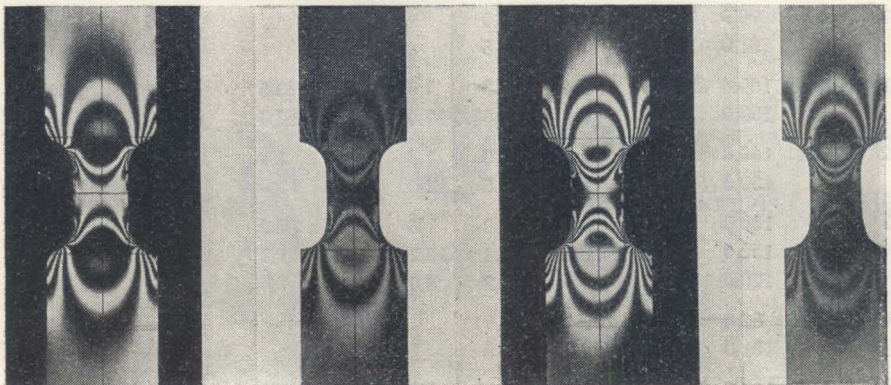
Rys. 9



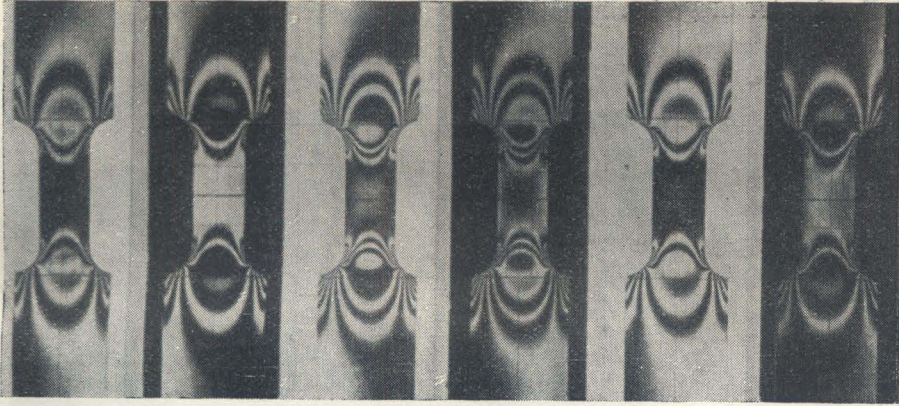
Rys. 10



Rys. 11



Rys. 12



Rys. 13

4. Porównanie wyników

Otrzymane wyniki porównujemy z wynikami uzyskanymi na drodze analitycznej oraz z wynikami innych badań doświadczalnych.

4.1. Współczynniki kształtu dla korbów zewnętrznych według funkcji naprężeń H. Neubera. Współczynniki kształtu dla korbów dowolnie głębokich H. Neuber ([1], s. 4-7) wyznacza na podstawie swojego wzoru

$$\frac{1}{(a_k - 1)^2} = \frac{1}{(a_{fk} - 1)^2} + \frac{1}{(a_{tk} - 1)^2}$$

lub

$$a_k = 1 + \frac{(a_{fk} - 1)(a_{tk} - 1)}{\sqrt{(a_{fk} - 1)^2 + (a_{tk} - 1)^2}}$$

gdzie a_k oznacza współczynnik kształtu dowolnie głębokiego, a_{fk} współczynnik karbu płytkiego oraz a_{tk} współczynnik kształtu karbu głębokiego.

Dla wartości a_{fk} i a_{tk} Neuber wyprowadził wzory przy odpowiednich założeniach. Wzór (4.1.1) Neuber uzasadnia częściowo teoretycznie, wykazując że spełnia on warunki brzegowe. Występującą w tym wzorze wartość wykładnika potęgowego równego 2 uzasadnia danymi doświadczalnymi.

W odniesieniu do korbów płaskich (dwuwymiarowych) Neuber wyprowadza następujące wzory na największe wartości naprężeń na dnie korbów dla hyperbolicznego kształtu karbu w przypadku rozciągania:

dla obustronnego karbu głębokiego (rys. 8)

$$(4.1.2) \quad a_{tk} = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{nom}} = \frac{2 \left(\frac{a}{\rho} + 1 \right) \sqrt{\frac{a}{\rho}}}{\left(\frac{a}{\rho} + 1 \right) \operatorname{arc} \operatorname{tg} \sqrt{\frac{a}{\rho}} + \sqrt{\frac{a}{\rho}}},$$

dla karbu płytkiego (rys. 9)

$$(4.1.3) \quad a_{fk} = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{nom}} = 1 + 2 \sqrt{\frac{t}{\rho}},$$

gdzie $\sigma_{nom} = P/2ad$.

Wzór (4.1.3) jest przybliżony. Występujące we wzorach symbole wyjaśnione są na odpowiednich rysunkach.

Wobec tego, że wyznaczenie współczynników a_k bezpośrednio ze wzorów (4.1.1) - (4.1.3) nie jest wygodne, posługujemy się nomogramami opracowanymi przez N e u b e r a.

W naszym przypadku dla modelu na rys. 7 odpowiednie wartości współczynników wynoszą

$$\sqrt{\frac{a}{\rho}} = \sqrt{\frac{5}{5}} = 1, \quad \sqrt{\frac{t}{\rho}} = \sqrt{\frac{5}{5}} = 1.$$

Dla powyższych wartości współczynników odczytujemy z nomogramu N e u b e r a, że $a_k = 1,53$. Dla kształtów złożonych (modele na rys. 11-13 oraz 15) N e u b e r nie podaje wzorów.

4.2. Współczynnik kształtu dla pasma z otworem okrągłym. Opieramy się na rozwiązaniu H o w l a n d a, [9], oraz N e u b e r a, [1]. Znajdujemy współczynnik kształtu dla modelu na rys. 14 w przekroju poprzecznym na krawędzi otworu.

Korzystamy z rozwiązania H o w l a n d a, zawartego w pracy S a w i n a, [2], zachowując oznaczenia podane na rys. 10; dla wartości parametrów $\lambda = a/b = 3/10$ oraz $\Theta = 90^\circ$, z tablicy 14 na s. 134, [2], odczytujemy, że $\sigma_\Theta/p = 3,36$.

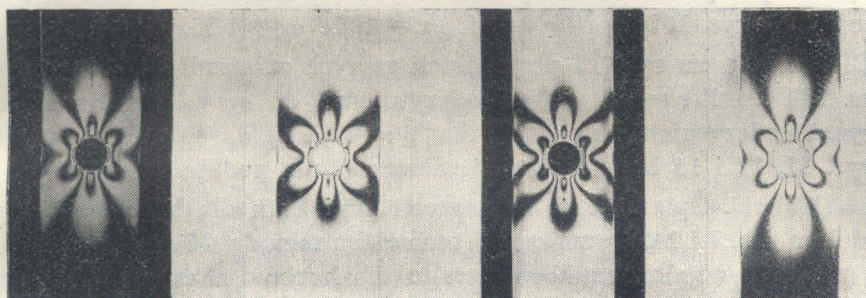
Napężenie nominalne wynosi

$$\sigma_n = p \frac{b}{b-a} = \frac{10}{7} p.$$

Stąd $a_k = 2,35$.

Do modelu na rys. 14 wartości współczynników Neubera wynoszą

$$\sqrt{\frac{t}{\varrho}} = \sqrt{\frac{3}{3}} = 1, \quad \sqrt{\frac{a}{\varrho}} = \sqrt{\frac{\pi}{3}} \approx 1,528.$$



Rys. 14

Z nomogramu Neubera, [1], odczytujemy, że $\alpha_k = 2,55$. Różnica między rozwiązaniem Howlanda a Neubera wynosi więc

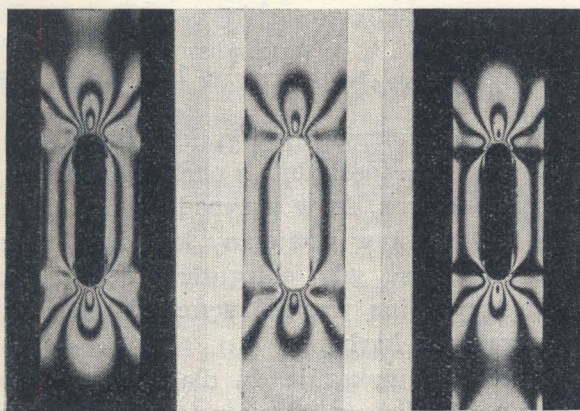
$$\frac{2,55 - 2,35}{2,35} 100\% = 8,5\%.$$

4.3. Pasma z otworem podłużnym. Dla pasma z otworem podłużnym (model na rys. 15) rozwiązanie teoretyczne nie jest znane autorowi, jak również nie są mu znane badania doświadczalne.

4.4. Wyniki badań doświadczalnych według Lipsona i innych, [3]. Dla modelu na rys. 7 otrzymujemy z wykresu 27 pracy [3] dla $b/r = 5/5 = 1$ oraz $r/h = 5/10$ wartości współczynnika $\alpha_k = 1,55$.

Dla modeli na rys. 11-13 nie mamy odpowiedniego wzoru. Dla modelu na rys. 13 możemy jednak przyjąć, że długość węższej części jest dostatecznie duża, aby wpływ wzajemny karbów leżących po jej obu końcach można było pominąć (słuszność tego założenia potwierdzają zdjęcia elastoptyczne, rys. 13), wobec tego z wykresu 22 pracy [3]

dla $W/h = 20/10 = 2$ oraz $r/h = 5/10$ otrzymujemy $\alpha_k = 1,4$.



Rys. 15

Dla modelu na rys. 14 odczytujemy z wykresu 36 pracy [3] dla $r/W = 3/20 = 0,15$, że $\alpha_k = 2,54$.

4.5. Wyniki badań doświadczalnych według Moszyńskiego. Podajemy obecnie współczynniki kształtu wyznaczone na podstawie wykresów zamieszczonych w pracy W. Moszyńskiego, [5]. Dla modelu na rys. 7 odczytujemy z rys. 167 dla $R/r = 2$ i $\varrho/r = 1$, że $\alpha_k = 1,58$.

Dla modelu na rys. 13 przy takich samych założeniach jak w p. 4.4 z rys. 169 dla $R/r = 2$ i $\varrho/r = 1$ odczytujemy, że $\alpha_k = 1,44$. Dla modelu na rys. 14 odczytujemy z rys. 172 dla $\varrho/r = 0,3$, że $\alpha_k = 2,4$. Dla modeli na rys. 11, 12 i 15 Moszyński zależności nie podaje.

4.6. Wnioski. Opierając się na naszych wynikach dla karbów prostych (model na rys. 7 i 14) wyznaczamy omawianą metodą Moszyńskiego wartości współczynników kształtu dla karbów złożonych, występujących w modelach na rys. 11-13 i 15. Oznaczając współczynniki kształtu dla modeli na rys. 7 i 11-15 odpowiednio przez $(\alpha_k)_1, (\alpha_k)_2$ itd. możemy — według Moszyńskiego — napisać następujące zależności:

$$(\alpha_k)_1 = 2(\alpha_k)_2 - 1, \quad (\alpha_k)_1 = 2(\alpha_k)_3 - 1,$$

$$(\alpha_k)_1 = 2(\alpha_k)_4 - 1, \quad (\alpha_k)_5 = 2(\alpha_k)_6 - 1.$$

Stąd mamy

$$(\alpha_k)_{2,3,4} = \frac{(\alpha_k)_1 + 1}{2}, \quad (\alpha_k)_6 = \frac{(\alpha_k)_5 + 1}{2}.$$

Podstawiając dla $(\alpha_k)_1$ oraz $(\alpha_k)_5$ wartości liczbowe z tablicy 1 otrzymujemy

$$(\alpha_k)_{2,3,4} = \frac{1,68 + 1}{2} = 1,34, \quad (\alpha_k)_6 = \frac{2,35 + 1}{2} = 1,675.$$

Wszystkie otrzymane wyniki zestawiliśmy w tablicy 2.

Zarówno bezpośrednio z obrazu izochrom, jak i z tablicy 1 można wyciągnąć wniosek, że w przypadku takich kształtów, jakie posiadają modele 11-13 wpływ wzajemny karbów sąsiednich na tej samej krawędzi można pominąć, gdy odległość środków krzywizn karbów przewyższa około trzykrotną wartość wymiarów charakteryzujących kształt karbu, np. promienia karbu.

Tablica 2 wykazuje, że dla zbadanych przypadków karbów metoda Moszyńskiego daje zasadniczo zadowalające wyniki.

Wprawdzie dla modelu na rys. 15 odchylenie od wyników doświadczalnych wynosi 12%, przeto jest dość duże, jednak jest to odchylenie dodatnie, a więc — z punktu widzenia konstruktora — dające wyniki po bezpiecznej stronie. Odchylenia dla modeli na rys. 11 i 12 są większe od 5% przyjmowanych jako dopuszczalne i są ujemne. Można stąd wnioskować, że w przypadku modeli podobnych do naszych oraz występowania

nia wzajemnego wpływu karbów, tj. karbów mało od siebie odległych, metody M o s z y ń s k i e g o raczej nie należałoby stosować, a do wstępnych obliczeń wytrzymałościowych należałoby wstawiać współczynniki dla karbów pojedynczych.

Tablica 2

Model na rysunku	W e d ł u g					omawianej metody Moszyńskiego	Odchylenie od wyników
	Neubera	Howlanda	Lipsona i innych	Moszyńskiego	autora		
7	1,53		1,55	1,58	1,68		
11					1,50	1,34	— 11%
12					1,44	1,34	— 7%
13			1,40	1,44	1,41	1,34	— 5%
14	2,55	2,35	2,33	2,4	2,35		
15					1,50	1,675	12%

Liczba zbadanych przypadków jest zbyt mała, aby pozwalała na wyciągnięcie ogólnych wniosków. Tym niemniej można stwierdzić, że otrzymane wyniki wskazują na celowość szerszych badań obejmujących najważniejsze technicznie układy karbów.

Otrzymane wyniki w małym zakresie potwierdzają przypuszczenie M o s z y ń s k i e g o, że jego metodę można stosować w szeregu przypadków jako regułę do orientacyjnego wyznaczenia współczynników kształtu dla karbów złożonych. Metoda ta nie jest uzasadniona z punktu widzenia teorii sprężystości. Biorąc jednak pod uwagę fakt, że nie mamy metody dostatecznie ścisłej z jednej strony, oraz na tyle wygodnej, aby była możliwa do przyjęcia przez konstruktorów z drugiej strony, wydaje się słuszny wniosek, że po ewentualnym potwierdzeniu tej metody wynikami szerszych badań doświadczalnych można będzie zalecić ją konstruktorom jako metodę umożliwiającą orientacyjne wyznaczanie śpiętrzeń naprężeń przy wstępnych obliczeniach wytrzymałościowych, przynajmniej dla pewnych rodzajów karbów.

Literatura cytowana w tekście

- [1] H. Neuber, *Kerbspannungslehre*, Berlin 1937.
- [2] G. N. Sawin, *Koncentracja naprężeń około otwierstii*, GITTL, Moskwa 1951.
- [3] C. Lipson, G. C. Noll i L. S. Clock, *Stress and Strength of Manufactured Parts*, New York 1950.
- [4] M. H e t e n y i, *Some Application of Photoelasticity in Turbine Design*, Trans. A.S.M.E., 1945.
- [5] W. M o s z y ń s k i, *Wytrzymałość zmęczeniowa części maszynowych*, PWT, 1953.
- [6] H. Neuber, *Entwicklungsmöglichkeiten der modernen Festigkeitslehre*. Die Technik 11(1951).

[7] H. T h u m i O. S w e n s o n, *Beanspruchung bei mehrfacher Kerbwirkung, Entlastung und Überlastungskernen*, Schweizer Archiv, 6(1949).

[8] W. M o s z y ń s k i, *Spiętrzenia naprężeń wywołane współdziałaniem karbów*, Przegł. Mech. 1-2 (1953).

[9] R. C. H o w l a n d, *On the Stresses in the Neighbourhood of a Circular Hole in a Strip Under Tension*, Phil. Trans. Roy. Asc., Londyn.

Резюме

ЗАМЕЧАНИЯ О МЕТОДЕ СОЧЕТАНИЯ КОНЦЕНТРАЦИИ НАПРЯЖЕНИЙ В. МОШИНСКОГО

В работе приводятся результаты экспериментальной проверки, для нескольких видов надрезов, методы сочетания концентраций, предложенной В. Мошинским. Исследования были проведены оптическим способом. Несмотря на то, что количество исследованных видов надрезов было слишком мало для вывода заключений общего характера — полученные результаты подтверждают предположение автора о пригодности его метода для конструкторской практики, по крайней мере, в некоторых случаях для ориентировочного определения коэффициента формы сложных надрезов. Полученные результаты указывают на целесообразность проведения более широких контрольных исследований, для более важных, с технической точки зрения, систем надрезов.

S u m m a r y

SOME REMARKS ON THE METHOD OF EVALUATION OF STRESS CONCENTRATIONS IN COMBINED NOTCHES PROPOSED BY W. MOSZYŃSKI

In this paper the results of experimental verification of the method of evaluation of stress concentrations in combined notches, proposed by W. M o s z y ń s k i are presented. Several types of notches were investigated by the photoelastic method. Although the number of the investigated notch types is too small to permit conclusions of a more general character, the results obtained confirm the supposition of the inventor of the method that it can be used in engineering practice, at least in some particular cases, for a preliminary determination of shape coefficients of combined notches. There exists however the necessity of further investigation of the more important notch combinations.

ZAKŁAD MECHANIKI OŚRODKÓW CIĄGŁYCH
IPPT PAN

Praca została złożona w Redakcji dnia 7 września 1955 r.