

## ZASTOSOWANIE TEORII POŚLIZGÓW DO OPISU PEŁZANIA WSTECZNEGO

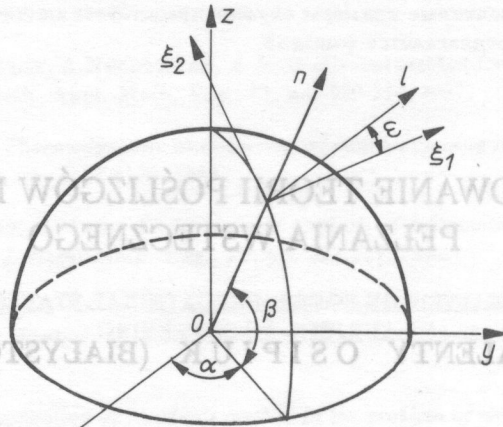
WALENTY OSIPIUK (BIAŁYSTOK)

W pracy przedstawiono eksperyment dotyczący pełzania wstecznego. Do badań użyto stopu aluminium PA4. Efekt pełzania wstecznego uzyskiwano na skutek natychmiastowego obniżenia naprężenia podczas pełzania próbek przy jednoosiowym rozciąganiu. Przebieg odkształcenia w czasie był rejestrowany elektronicznie. Do opisu zaobserwowanego zachowania materiału zastosowano teorię poślizgów wykorzystującą, między innymi, funkcję gęstości uszkodzeń struktury oraz parametr niejednorodności naprężeń wewnętrznych. Wyniki uzyskane teoretycznie wykazały dobrą zgodność z doświadczeniem.

### 1. WSTĘP

Zachowanie materiału po szybkiej zmianie poziomu naprężenia podczas trwania pełzania było opisywane między innymi przez BAILEY'A i OROWANA [1,2], MILLERA [3], MALININA i RŻYSKĘ [4]. Koncepcje tych opisów są szczególnymi przypadkami hipotezy parametrów strukturalnych, przedstawionej później przez RABOTNOWA w pracy [5]. Równania ewolucji parametrów strukturalnych opisywane są za pomocą dwóch mechanizmów: umocnienia odkształceniowego i osłabienia czasowego.

Obszerny przegląd opisów efektów deformacyjnych zachodzących na skutek zmian wartości naprężenia podczas pełzania zawiera praca [6]. Wydaje się interesujące wykorzystanie koncepcji poślizgów do opisu wspomnianych deformacji plastycznych. Oparta na koncepcji poślizgów teoria BATDORFA-BUDIANSKY'EGO [7], opublikowana w 1949 roku, miała początkowo znaczenie przede wszystkim poznawcze. Na skutek rozwoju badań fizyki ciała stałego oraz mechaniki makroskopowej nabiera ona coraz większego znaczenia praktycznego i staje się przydatna



Rys. 1

w rozwiązywaniu zagadnień z dziedziny plastyczności. Znaczny wkład w rozwój teorii poślizgów wniosły, między innymi, prace DŁUŻEWSKIEGO [8,9], w których autor wprowadzając model termicznie aktywowanych procesów poślizgu uzyskuje jakościową zgodność ewolucji kształtu powierzchni plastyczności z doświadczeniem. Po wprowadzeniu pewnych modyfikacji, które przedstawiono w p.3, teoria poślizgów pozwala opisywać jednolitymi równaniami zarówno natychmiastowe odkształcenie plastyczne, jak też odkształcenie pełzania, traktując je łącznie jako deformację trwałą przebiegającą w czasie [10,11].

Można uznać, że całkowite odkształcenie plastyczne ciała polikrystalicznego jest sumą odkształceń plastycznych wszystkich ziaren. Przyjmuje się nieograniczoną liczbę ziaren. Odkształcenie plastyczne w dowolnym punkcie ciągłego ośrodka jest wynikiem poślizgów w płaszczyznach przechodzących przez ten punkt, a w każdej z tych płaszczyzn - wynikiem poślizgów w wielu kierunkach. Płaszczyzny poślizgów przedstawia się jako styczne do półsfery o jednostkowym promieniu (rys.1).

Dowolną płaszczyznę poślizgów określamy normalną  $n$  wyznaczoną współrzędnymi  $\alpha$  i  $\beta$ . Odkształcenie plastyczne jest wynikiem nałożenia się nieskończenie dużej liczby poślizgów we wszystkich możliwych płaszczyznach i kierunkach, tj.  $0 \leq \alpha \leq 2\pi$ ,  $0 \leq \beta \leq \pi/2$ ,  $0 \leq W \leq 2\pi$ . W wyniku poślizgów, w płaszczyznach o normalnych  $n$  zawierających się

wewnątrz kąta bryłowego  $d\Omega$ , zachodzących w kierunkach  $l$  zawartych wewnątrz kąta  $dW$ , powstaje odkształcenie

$$d\gamma_{nl} = \varphi_{nl} d\Omega dW, \quad d\Omega = \cos \beta d\alpha d\beta,$$

gdzie  $\varphi_{nl}$  oznacza funkcję gęstości poślizgów w kierunku  $l$ , w płaszczyźnie o normalnej  $n$ . Deformację całkowitą otrzymuje się na drodze sumowania odkształceń elementarnych

$$(1.1) \quad \gamma_{ij} = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \int_{W_1}^{W_2} (n_i l_j + n_j l_i) \varphi_{nl} d\Omega dW, \quad (i, j = x, y, z),$$

gdzie  $\Omega$  oznacza obszar półsfery, w którym zachodzą poślizgi;  $W_1, W_2$  - granice poślizgów w płaszczyznach stycznych do półsfery w obszarze  $\Omega$ ;  $n_i, l_j$  - cosinusy kierunkowe osi  $n$  i  $l$  względem układu współrzędnych  $x, y, z$  określone wzorami:

$$(1.2) \quad \begin{aligned} l_x &= -\sin \alpha \cos W - \cos \alpha \sin \beta \sin W, \\ l_y &= \cos \alpha \cos W - \sin \alpha \sin \beta \sin W, \\ l_z &= \cos \beta \sin W, \quad n_x = \cos \alpha \cos \beta, \\ n_y &= \sin \alpha \cos \beta, \quad n_z = \sin \beta. \end{aligned}$$

Gęstość poślizgów w układzie  $n, l$  określona jest związkami

$$(1.3) \quad \begin{aligned} \varphi_{nl} &= 0 && \text{gdy } \tau_{nl} < \tau_s, \\ \varphi_{nl} &= \sum_{p=1}^5 a_p \left( \frac{\tau_{nl}}{\tau_s} - 1 \right)^p && \text{gdy } \tau_{nl} = \tau_{nl}^* > \tau_s, \\ \frac{d\varphi_{nl}}{d\tau_{nl}} &= 0 && \text{gdy } \tau_{nl} < \tau_{nl}^*, \end{aligned}$$

gdzie  $\tau_{nl}$  oznacza składową naprężenia stycznego w układzie  $n, l$ ;  $\tau_{nl}^*$  - maksymalną wartość  $\tau_{nl}$  podczas całej historii obciążenia;  $\tau_s$  - granicę plastyczności przy czystym ścinaniu oraz  $a_p$  - stałą materiałową.

Na podstawie (1.1) i (1.3) można stwierdzić, że teoria Batdorfa-Budiansky'ego nie opisuje pełzania, nie uwzględnia również oddziaływania poślizgów w jednym układzie  $n, l$  na poślizgi w układach innych.

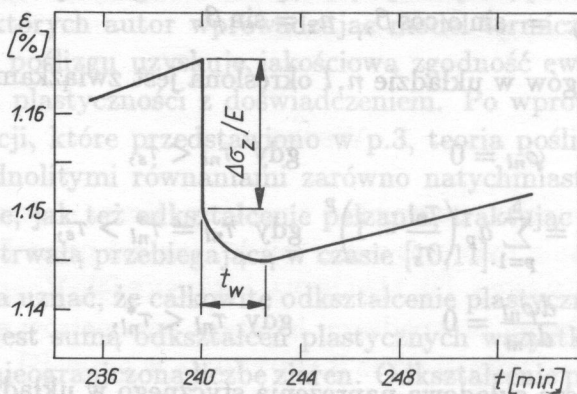
Celem niniejszej pracy jest przedstawienie, opartej na teorii Batdorfa-Budiansky'ego, pewnej propozycji ilościowego opisu zjawiska pełzania wstecznego zarejestrowanego podczas badań doświadczalnych.

## 2. BADANIA DOŚWIADCZALNE

Do badań użyto próbek o średnicy 4 mm i długości pomiarowej 40 mm wykonanych z przemysłowego stopu aluminium PA4. Próbki poddano pełzaniu w temperaturze pokojowej przy jednoosiowym rozciąganiu ( $\sigma_z = 227$  MPa). Prędkość obciążania wszystkich próbek była jednokowa.

Tablica 1. Średnie czasy pełzania wstecznego

Wartość natychmiastowego odciążenia $\Delta\sigma_z$ [MPa]	4,1	8,2	12,3	16,4	20,5
Średni czas pełzania wstecznego $t_w$ [min]	0	0	1	2,5	6



Rys. 2

Po czasie pełzania wynoszącym 4 h próbki odciążano natychmiast o różne wartości naprężenia  $\Delta\sigma_z$ . Do pomiaru wydłużenia użyto dwu czujników indukcyjnych pracujących w układzie mostkowym, pozwalającym na uzyskanie czułości wskazań o  $0,2\mu\text{m}$ . Zmienne w czasie wydłużenie zapisywano za pomocą rejestratora X-Y. Na rys.2 przedstawiono charakterystyczny przebieg krzywej pełzania wstecznego uzyskanej przy

odciążeniu o  $\Delta\sigma_z = 16,4$  MPa. W tablicy 1 zamieszczono wartości odciążeń  $\Delta\sigma_z$  oraz odpowiadające im średnie czasy pełzania wstecznego  $t_w$  obliczone na podstawie czterech niezależnych prób.

### 3. OPIS TEORETYCZNY

Zgodnie z teorią przedstawioną w pracy [10], gęstość poślizgów  $\varphi_{nl}$  nie jest wyrażona wzorami (1.3), lecz obliczona z funkcji oporu odkształcenia plastycznego  $S_{NL}$ . Jednocześnie z układem  $n, l$  wprowadza się układ  $N, L$ , względem którego określamy funkcję  $S_{NL}$ . Układ  $N, L$  określony jest kątami  $\alpha_0, \beta_0, W_0$ , odmierzanymi tak, jak kąty  $\alpha, \beta, W$ . Umożliwia to uwzględnienie oddziaływania poślizgów w jednych układach na poślizgi w układach drugich. Ogólna postać tego związku przyjmie następującą postać:

$$(3.1) \quad S_{NL} = S_{NL}(S_0, J_{NL}, \varphi_{nl}, \alpha, \beta, W, \alpha_0, \beta_0, W_0),$$

gdzie  $S_0$  oznacza początkowy opór plastyczny (przy  $\varphi_{nl} = J_{NL} = 0$ ) oraz  $J_{NL}$  - parametr niejednorodności aktywnych naprężeń wewnętrznych.

Wyrażenie oporu plastycznego równaniem (3.1) pozwala opisać nie tylko natychmiastową deformację plastyczną, ale również pełzanie. Jak wykazują doświadczenia [12], plastyczne własności materiału w dużym stopniu zależą od spiętrzenia naprężeń wewnętrznych. Te, z kolei, zależą od prędkości obciążania i mają własności relaksacji. Aktywne spiętrzenia naprężeń wewnętrznych wyrażane są parametrem niejednorodności  $J$ , a jego wartość w układzie  $N, L$  obliczana jest następująco:

$$(3.2) \quad J_{NL} = B \int_0^{t_1} \frac{\partial \tau_{NL}}{\partial s} Q(t-s) ds,$$

gdzie  $B$  oznacza stałą materiałową,  $Q(t-s)$  - malejącą funkcję różnicy czasów oraz  $t_1$  - granicę czasu wzrostu naprężenia zewnętrznego.

W przypadku obciążenia naprężeniem  $\sigma_z$  ze stałą prędkością  $\dot{\sigma}_z$ , przyjęciu funkcji  $Q(t-s) = \exp[-b(t-s)]$ , ( $b$  - stała materiałowa), po uwzględnieniu cosinusów kierunkowych (1.2), parametr  $J_{NL}$  można wyrazić za pomocą wzoru

$$(3.3) \quad J_{NL} = \frac{1}{2} J_z \sin 2\beta_0 \sin W_0,$$

gdzie wartość parametru w kierunku osi  $z$  jest następująca:

$$(3.4) \quad J_z = B\dot{\sigma}_z \int_0^{t_1} e^{-b(t-s)} ds.$$

Jeżeli w danym obszarze obciążonego ciała zachodzi równość

$$(3.5) \quad S_{NL} = \tau_{NL},$$

to w tym obszarze występują poślizgi. Na zewnątrz tego obszaru brak jest poślizgów i zachodzi nierówność

$$(3.6) \quad S_{NL} > \tau_{NL}.$$

Związki (1.1) - (3.6) pozwalają opisać wiele ważnych zjawisk zachodzących podczas deformacji plastycznej, między innymi efekt Bauschingera, wzrost granicy plastyczności wraz ze wzrostem prędkości obciążania, itd. Aby umożliwić spójny opis procesu pełzania wstecznego, należy odwoływać się do zdobyczy fizyki ciała stałego i metaloznawstwa. Obecnie coraz powszechniej uważa się, że fizyka i charakter I i II okresu pełzania są różne. W pracy [13] stwierdzono, że jedną z najlepiej objaśniających teorię pełzania w I okresie - jest teoria "wyczerpywania się", zaproponowana przez Motto i Nabarro. Parametr niejednorodności naprężeń wewnętrznych  $J$ , którym posługuje się przedstawiana teoria poślizgów, jest pewnym rachunkowym odzwierciedleniem teorii Motto i Nabarro; jest obrazem pola zorientowanych zgodnie z zasadą Le Chateliera aktywnych mikronaprężeń. Parametr ten jest podstawową wielkością wpływającą na przebieg pełzania nieustalonego. Wyniki badań w zakresie fizyki odkształcenia plastycznego świadczą o tym, że mechanizmy odkształcenia działające w II okresie pełzania działają również w okresie I; ich względny udział zależy od poziomu naprężenia oraz parametru  $J$  [11,13]. Zamiast  $\varphi_{nl}$  wprowadźmy do wzoru (3.1) nowy argument  $\psi_{nl}$ , reprezentujący gęstość uszkodzeń pierwotnej struktury krystalicznej. Otrzymamy wówczas

$$(3.7) \quad S_{NL} = S_{NL}(S_0, J_{NL}, \psi_{nl}, \alpha, \beta, W, \alpha_0, \beta_0, W_0).$$

Gęstość uszkodzeń struktury jest różna w różnych układach  $n, l$ , tj. zależy od kątów  $\alpha, \beta, W$  (rys.1) oraz od czasu, tj.  $\psi_{nl} = \psi_{nl}(\alpha, \beta, W, t)$ . Oznaczmy przez  $d\psi_{nl}$  przyrost  $\psi_{nl}$ , a przez  $d\varphi_{nl}$  przyrost  $\varphi_{nl}$  w czasie  $dt$

w ustalonym układzie  $n, l$ , tj. przy  $d\alpha = d\beta = dW = 0$ . Przyjmijmy, następujący związek między przedstawionymi wielkościami:

$$(3.8) \quad d\psi_{nl} = a d\varphi_{nl} - K(\tau_i, \lambda) \psi_{nl} dt,$$

gdzie  $a$  oznacza parametr oraz  $K(\tau_i, \lambda)$  - funkcję intensywności naprężenia stycznego i temperatury homologicznej.

Gdy  $\lambda = \text{const}$ , funkcja  $K$  jest określona związkami

$$(3.9) \quad \begin{aligned} K(\tau_i) &= A(\tau_i - S_0)^m \quad \text{gdy } \tau_i > S_0, \\ K(\tau_i) &= 0 \quad \text{gdy } \tau_i < S_0, \end{aligned}$$

gdzie  $A$  i  $m$  są stałymi materiałowymi.

Zakładamy, że funkcja  $\varphi_{nl}$  w kierunku  $l$  lub w kierunku przeciwnym, tzn.  $-l$  może być tylko dodatnia. Jeżeli z obliczeń otrzymuje się wartość ujemną w danym kierunku, to w tym kierunku poślizgi nie występują. Przy szybkiej deformacji drugi składnik równania (3.8) będzie znacznie mniejszy od pierwszego ( $K\psi_{nl}dt \ll a d\varphi_{nl}$ ) i można napisać

$$(3.10) \quad d\psi_{nl} = a d\varphi_{nl}.$$

Równanie (3.10) dowodzi, że uszkodzenia struktury powstają w tych układach  $n, l$ , w których występują poślizgi. Zgadza się to również z wynikiem eksperymentu mówiącym, że w płaszczyznach gdzie nie stwierdzono poślizgów, nie stwierdzono także żadnych zmian strukturalnych. Jeżeli wywołamy deformację plastyczną, a następnie ograniczymy jej przyrost ( $d\varphi_{nl} = 0$ ) co, na przykład, występuje przy częściowym lub całkowitym odciążeniu, to równanie (3.8) przyjmie postać

$$(3.11) \quad d\psi_{nl} = -K\psi_{nl}dt.$$

Równanie powyższe opisuje relaksację uszkodzeń strukturalnych; jego rozwiązaniem będzie funkcja

$$(3.12) \quad \psi_{nl} = \psi_0 e^{-Kt}.$$

Na podstawie wyżej przedstawionej teorii pokazany zostanie sposób opisanego pełzania wstecznego, przedstawionego na rys.2. Na początku rozpatrzmy pełzanie przy stałym naprężeniu  $\sigma_z > S_0$ . Przyjmijmy funkcję oporu plastycznego (3.7) w postaci

$$(3.13) \quad S_{NL} = S_0 \left[ 1 + r_1 \int_{W_1}^{W_2} \psi_{NL} \cos(W_0 - W) dW + J_{NL} \right],$$

gdzie  $r_1$  oznacza stałą materiałową oraz  $W_1, W_2$  - granice poślizgów w płaszczyźnie  $N$ .

Powyższa postać funkcji uwzględnia wzajemne oddziaływanie poślizgów w płaszczyźnie  $N$  oraz łącznie z warunkiem (3.5) potwierdza fakt, że pierwotnie izotropowy materiał w czasie deformacji staje się anizotropowym. Pełzanie zachodzi wówczas, gdy spełniona jest zależność (3.5), przy czym uwzględnić należy, że

$$(3.14) \quad \tau_{ni} = \sigma_{ij} l_i n_j \quad (i, j = x, y, z).$$

Przy jednoosiowym stanie naprężenia, na podstawie (1.2) i (3.14) obliczymy:

$$(3.15) \quad \tau_{NL} = \frac{1}{2} \sigma_z \sin 2\beta_0 \sin W_0.$$

Biorąc pod uwagę (3.5), (3.13) i (3.15), otrzymamy

$$(3.16) \quad S_0 \left[ 1 + r_1 \int_{W_1}^{W_2} \psi_{NL} \cos(W_0 - W) dW + J_{NL} \right] = \frac{1}{2} \sigma_z \sin 2\beta_0 \sin W_0.$$

Rozwiązaniem całkowego równania (3.16), analogicznie do pracy [11], będzie:

$$(3.17) \quad \psi_{NL} = \frac{1}{r_1} \delta\left(W - \frac{\pi}{2}\right) \left( \frac{\tau_{NL}}{S_0} - 1 - J_{NL} \right),$$

gdzie  $\delta$  oznacza funkcję Diraca.

Z relacji (3.8) i (3.17) otrzymamy

$$(3.18) \quad \frac{r_1 a}{K} \dot{\varphi}_{NL} = \delta\left(W - \frac{\pi}{2}\right) \left( \frac{\tau_{NL}}{S_0} - 1 - J_{NL} - \frac{1}{K} \dot{J}_{NL} \right),$$

gdzie  $\dot{\varphi}_{NL}$  i  $\dot{J}_{NL}$  są pochodnymi po czasie funkcji  $\varphi_{NL}$  i  $J_{NL}$ . Obszar poślizgów  $\Omega$  na półsferyze przy rozciąganiu określimy z warunku, że na granicy tego obszaru brak jest poślizgów, tj.  $\dot{\varphi}_{NL} = 0$ . Przyrównując, w tym celu, do zera prawą stronę równania (3.18) oraz uwzględniając związki (3.3) i (3.15), równanie granicy obszarów poślizgów otrzyma postać

$$(3.19) \quad \sin 2\beta_{1,2} = \frac{1}{\eta_1},$$

gdzie

$$\eta_1 = \frac{1}{2} \left[ \frac{\sigma_z}{S_0} - J_z - \frac{1}{K} \dot{J}_z \right].$$



Na podstawie (1.1) prędkość pełzania napiszemy w postaci

$$(3.20) \quad \dot{\epsilon}_z = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} d\alpha \int_{\beta_1}^{\beta_2} \sin 2\beta \cos \beta d\beta \int_{W_1}^{W_2} \dot{\varphi}_{nl} \sin W dW.$$

Po wykorzystaniu (3.18), (3.19) oraz własności funkcji Diraca, rozwiązanie równania (3.20) będzie miało postać

$$(3.21) \quad \dot{\epsilon}_z = \frac{\pi K}{15ar_1} \left(1 - \frac{1}{\eta_1}\right)^{3/2} (4\eta_1 + 1).$$

Rozpatrzmy pełzanie wsteczne, które jak pokazano na rys.2, ma miejsce po obniżeniu naprężenia o  $\Delta\sigma_z$ . Załóżmy, że materiał wykazuje efekt Bauschingera. Opór plastyczny w kierunku wstecznym, który oznaczany będzie znakiem minus, można wyrazić za pomocą równania

$$(3.22) \quad S_{N-L} = S_0 \left[ 1 - r_1 \int_{W_1}^{W_2} \psi_{NL} \cos(W_0 - W) dW + r_2 \int_{W_3}^{W_4} \psi_{N-L} \cos(W_0 - W) dW + J_{N-L} \right],$$

gdzie  $r_2$  jest stałą materiałową, zaś  $W_3, W_4$  - granicami poślizgów w płaszczyźnie  $N$ .

Po wykorzystaniu własności funkcji Diraca, warunku (3.5) oraz zależności (3.12) i (3.17), otrzymamy

$$(3.23) \quad \psi_{N-L} = \frac{1}{r_2} \delta \left( W - \frac{\pi}{2} \right) \left[ \left( \frac{\tau_{NL}}{S_0} - 1 - \bar{J}_{NL} \right) e^{-Kt} - \frac{\tau_{NL} - \Delta\tau_{NL}}{S_0} - 1 - J_{N-L} \right],$$

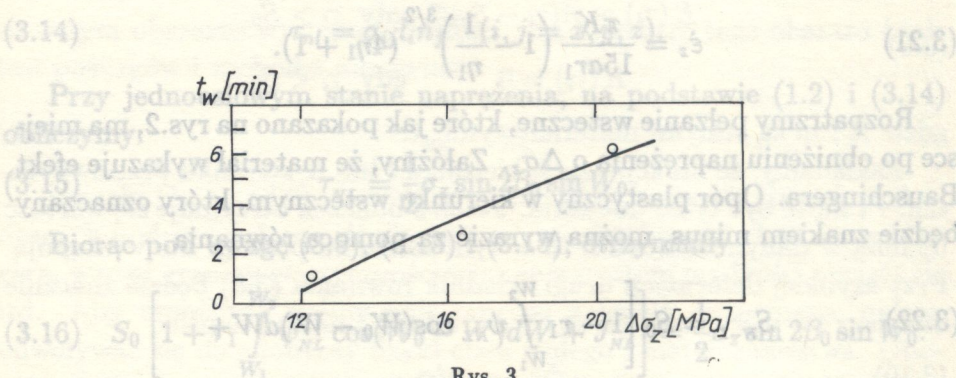
gdzie  $\bar{J}_{NL}$  oznacza wartość parametru  $J_{NL}$  w momencie obniżenia naprężenia  $\tau_{NL}$ ,  $\Delta\tau_{NL}$  - wartość obniżenia naprężenia w układzie  $NL$  obliczana z (3.14) oraz  $t$  - czas liczony od chwili obniżenia naprężenia.

$J_{N-L}$  jest w układzie  $N - L$  wynikowym parametrem niejednorodności, wywołanym zmianą naprężenia zewnętrznego. Po natychmiastowym obniżeniu naprężenia o  $\Delta\tau_{N-L}$ , a także uwzględnieniu (3.2) i przyjęciu jak poprzednio  $Q(t-s) = \exp[-b(t-s)]$ , otrzymamy

$$(3.24) \quad J_{N-L} = (B\Delta\tau_{N-L} - J_{NL}^1) e^{-bt},$$

gdzie  $\bar{J}_{NL}$  jest wartością parametru  $J_{NL}$  tuż przed zmianą obciążenia. Na podstawie równań (3.8) i (3.23), prędkość poślizgów w kierunku wstecznym  $-L$  otrzymuje postać

$$(3.25) \quad ar_2 \dot{\varphi}_{N-L} = \delta \left( W - \frac{\pi}{2} \right) \left[ -K \left( \frac{\tau_{NL} - \Delta\tau_{NL}}{S_0} + 1 + J_{N-L} \right) - \bar{J}_{N-L} \right].$$



Rys. 3

Prędkość pełzania wstecznego, zgodnie z (1.1), wyraża się jako

$$(3.17) \quad \dot{\epsilon}_{-z} = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} d\alpha \int_{\beta_3}^{\beta_4} \sin 2\beta \cos \beta d\beta \int_{W_3}^{W^4} \dot{\varphi}_{N-L} \sin W dW.$$

Po wyznaczeniu granic poślizgów  $\beta_3$  i  $\beta_4$  z (3.25) i obliczeniu całek, otrzymamy rozwiązanie analityczne do (3.21), mianowicie:

$$(3.23) \quad \dot{\epsilon}_{-z} = \frac{\pi K}{15ar_2} \left( 1 - \frac{1}{\eta_2} \right)^{3/2} (4\eta_2 + 1),$$

gdzie

$$(3.24) \quad \eta_2 = -\frac{1}{2} \left[ \frac{\sigma_z - \Delta\sigma_z}{S_0} + J_{-z} + \frac{1}{K} \bar{J}_{-z} \right].$$

Pełzanie wsteczne zachodzi wtedy, gdy  $\dot{\varphi}_{N-L} > 0$ , z czego wynika również  $\dot{\epsilon}_{-z} > 0$ .

Obliczmy czas pełzania wstecznego  $t_w$  przy odciążeniach o różne wartości  $\Delta\sigma_z$  podane w tablicy 1. W tym celu przyrównując do zera prawą stronę równania (3.25) i wykorzystując (3.24) otrzymamy

$$(3.26) \quad t_w = \frac{1}{b} \ln \frac{(B\Delta\tau_{N-L} - J_{NL}^1)(b - K)}{K \left( \frac{\tau_{NL} - \Delta\tau_{NL}}{S_0} + 1 \right)}$$

W chwili gdy  $\dot{\varphi}_{n-l} = 0$  pełzanie ustaje, obszar poślizgów zanika ( $\beta_0 = \pi/4$ ,  $W_0 = \pi/2$ ) i równanie (3.26), po wykorzystaniu (3.3) oraz (3.15), przyjmie następującą postać:

$$(3.27) \quad t_w = \frac{1}{b} \ln \frac{1}{2} \frac{(B\Delta\sigma_{-z} - J_z^1)(b - K)}{K \left( \frac{\sigma_z - \Delta\sigma_z}{2S_0} + 1 \right)}$$

gdzie  $J_z^1$  jest wartością parametru  $J_{NL}^1$  w kierunku osi  $z$ , zaś  $K$  opisuje się wzorem (3.9).

Stałe  $B$ ,  $J_z^1$ ,  $S_0$ ,  $A$ ,  $m$  można określić wykorzystując krzywe pełzania zamieszczone np. w pracy [14]. Wartości stałych  $A$  oraz  $m$  podają również niektóre poradniki z zakresu wytrzymałości materiałów. Wyniki obliczeń czasu pełzania wstecznego  $t_w$  według wzoru (3.27), przy  $B = 8 \cdot 10^{-2} [\text{MPa}]^{-1}$ ;

$$A = 4,1 \cdot 10^{-13} [\text{MPa}^6 \cdot \text{h}]^{-1}; \quad J_z^1 = 1 \cdot 10^{-2}; \quad S_0 = 10 [\text{MPa}]; \quad m = 6; \quad b = 9 [\text{h}]^{-1}$$

przedstawiono na rys.3 linią ciągłą (dane doświadczalne oznaczone są punktami). Wyniki uzyskane teoretycznie są zgodne z doświadczeniem.

#### 4. WNIOSKI

Pełzanie wsteczne można opisać korzystając z przedstawionej w pracy propozycji. Na przebieg pełzania wstecznego mają wpływ zorientowane, aktywne naprężenia wewnętrzne określane zależnością (3.2). Zamieszczone w pracy eksperyment ma zasadnicze znaczenie w zagadnieniu istnienia potencjału pełzania. Zgodnie z koncepcją potencjału pełzania uważa się, że prędkość pełzania ustalonego jest jednoznaczna funkcją naprężenia w danym punkcie niezależnie od tego, w jaki sposób ten stan naprężenia osiągnięto. Przeprowadzone doświadczenie zaprzecza istnieniu potencjału pełzania. Prędkość pełzania nie jest jednoznaczna funkcją stanu naprężenia, lecz zależy także od drogi obciążenia, na której ten stan został osiągnięty.

## LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. R. BAILEY, J. of the Instit. of Metall., **35**, 27, 1926.
2. E. OROWAN, J. of the West Scotland Iron and Steel Instit., **54**, 45, 1946-1947.
3. A. MILLER, *An inelastic constitutive model for monotonic, cyclic and creep deformation*, J. of Eng. Met. and Tech., 97-105, 1076.
4. N. N. MALININ, J. RZYSKO, *Mechanika materiałów*, PWN, Warszawa 1981.
5. Ю. Н. Работнов, *Ползучесть элементов конструкций*, Наука, Москва 1966.
6. W. TRAMP CZYŃSKI, *Badanie wpływu historii obciążenia na pełzanie metali w złożonym stanie naprężenia*, Prace IPPT PAN, **36**, 1985.
7. S. B. BATDORF, B. BUDIANSKY, *A mathematical theory of plasticity based on the concept of slip*, NACA, T. N. 1871, 1949.
8. P. H. DŁUŻEWSKI, *Slip theory and inelastic deformations; relations between the theory and the experimental results*, Arch. Mech., **36**, 173-183, 1984.
9. P. H. DŁUŻEWSKI, *Zastosowanie teorii poślizgów do opisu procesów deformacji niesprężystych*, Prace IPPT PAN, **37**, 1985.
10. К. Н. Русинко, *Теория пластичности и неустановившейся ползучести*, Вища школа, Львов 1981.
11. К. Н. Русинко, *Особенности неупругой деформации твердых тел*, Вища школа, Львов 1986.
12. D. S. CLARK, P. E. DUWEZ, *The influence of strain rate on some tensile properties of steel*, Proc. Amer. Soc. Test. Materials, **50**, 560-575, 1950.
13. M. L. BERNSTEJN, W. A. ZAJMOWSKI, *Struktura i własności mechaniczne metali*, WNT, Warszawa 1983.
14. M. ANISIMOWICZ, *Badania procesów wibropełzania stopów metali w płaskim stanie naprężenia*, Praca doktorska, IPPT PAN, Warszawa 1978.

## Резюме

### ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ СКОЛЬЖЕНИЙ ДЛЯ ОПИСАНИЯ ОБРАТНОЙ ПОЛЗУЧЕСТИ

В работе представлен эксперимент, касающийся обратной ползучести. Для исследований использован сплав алюминия РА4. Эффект обратной ползучести получен

вследствие мгновенного снижения напряжения во время ползучести образцов при одноосевом растяжении. Ход деформации во времени регистрировался электронным образом. Для описания наблюдаемого поведения материала применена теория скольжений, использующая, между прочим, функцию плотности повреждений структуры, а также параметр неоднородности внутренних напряжений. Результаты полученные теоретически показали хорошее совпадение с экспериментом.

## OPTYMALNE KONFIGURACJE WIELOELEMENTOWYCH ROZGAŁĘZIEN PŁASKICH

### STRESZCZENIE

#### APPLICATION OF THE SLIP-LINE THEORY IN THE ANALYSIS OF RECOVERY CREEP

The experiment described in the paper concerns the phenomenon of recovery creep. PA4 aluminium alloy is used. The recovery creep phenomenon is the effect of instantaneous stress reduction during the uni-axial creep test. The deformation process is registered electronically. To describe the material behaviour, the slip-line theory is applied, use being made of the structural damage density function and of the residual stress nonhomogeneity parameter. The theoretical results obtained comply fairly well with the experimental data.

POLITECHNIKA BIAŁOSTOCKA

### 1. WSTĘP

Praca została złożona w Redakcji dnia 16 marca 1989 r.

Wieloelementowe rozgałęzienia płaskie spotykane są w technice, a także w przyrodzie bardzo często. Przykładem mogą być wszelkiego rodzaju sieci elektryczne, sieci wodociągowe, układy krwionośne zwierząt i ludzi, układy zasilające rośliny w pokarm itd. O ile w technice konfiguracje rozgałęzień narzucają się przez konstruktora, o tyle w przyrodzie powstają one samorzutnie w wyniku nie zawsze znanych praw przyrody. Poszukiwanie zasad optymalizacji konfiguracji wielosegmentowych rozgałęzień jest więc ważne zarówno z praktycznego, jak i poznawczego punktu widzenia. Mogą one z jednej strony przyczynić się do poznania praw fizycznych, zgodnie z którymi powstają różnego rodzaju połączenia naturalne, z drugiej zaś stać się narzędziem do doskonalenia konfiguracji wielosegmentowych rozgałęzień wykonywanych przez człowieka.

Powyższa tematyka ma bogatą literaturę [2,4,1,5,6]. W pracach tych sformułowano zasady wariacyjne służące do optymalizacji konfiguracji jedno-, dwa- i trójelementowych prostych rozgałęzień płaskich. Wyniki testowano na przykładzie połączeń odpowiednio wybranych z układu krwionośnego człowieka.

используемая в работе теория скольжений для описания обратной ползучести. Для исследований использовалась сталь алюминия. Эффект обратной ползучести получен

3. A. MILLER, An inelastic constitutive model for monotonic, cyclic and creep deformation, *J. of Eng. Mat. and Tech.*, 97-103, 1976.
4. N.N. MALININ, J. RZYŃKO, *Mechanika materiałów*, PWN, Warszawa 1981.  
СТЯСЦЕНІЕ
5. Ю.Н. Работнов, Ползучесть элементов конструкций, Наука, Москва 1966.
6. W. TRAMCZYŃSKI, *Badania wpływu historii obciążenia na pękanie metali w złożonych warunkach*, Praca doktorska, IPPT PAN, Warszawa 1978.
7. S.B. BATDORF, B. BUDIANSKY, A mathematical theory of plasticity based on the concept of slip, *Technical Report*, NASA, T.N. 1871, 1949.

используемая в работе теория скольжений для описания обратной ползучести. Для исследований использовалась сталь алюминия. Эффект обратной ползучести получен

10. К.Н. Русинко, Теория пластичности и неуставившаяся ползучесть, Вища школа, Львов 1981.  
POLITECHNIKA WIAŁOSTOKA
11. К.Н. Русинко, Особенности неупругой деформации твердых тел, Вища школа, Львов 1986.  
Praca została data 18 marca 1989 r.
12. D.S. CLARK, P.E. DUWEEZ, The influence of strain rate on some tensile properties of steel, *Proc. Amer. Soc. Test. Materials*, 50, 560-575, 1950.
13. M.L. BERENSTEIN, W.A. ZAJMOWSKI, *Struktura i własności mechaniczne metali*, WNT, Warszawa 1983.
14. M. ANISIMOWICZ, *Badania procesu wibracyjnie stopów metali w płaskim stanie naprężenia*, Praca doktorska, IPPT PAN, Warszawa 1978.

### Резюме

## ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ СКОЛЬЖЕНИЙ ДЛЯ ОПИСАНИЯ ОБРАТНОЙ ПОЛЗУЧЕСТИ

В работе представлен эксперимент, касающийся обратной ползучести. Для исследований использовалась сталь алюминия. Эффект обратной ползучести получен