

ANALIZA EWOLUCJI PROFILU ZABURZEŃ GĘSTOŚCI O SKOŃCZONEJ AMPLITUDZIE W PŁYNI WYPEŁNIAJĄCYM NIEODKSZTAŁCALNY OŚRODEK POROWATY

MIECZYŚLAW CIESZKO (POZNAŃ)

W pracy przeanalizowano wpływ sił dyfuzji oraz struktury porów nieodkształcalnego szkieletu na ewolucję profilu fal o skończonej amplitudzie w płynie przepływającym przez jego pory. Analizę przeprowadzono opierając się na dwuparametrowej teorii deformowalnych ośrodków porowatych, w której struktura porów charakteryzowana jest dwoma parametrami. Otrzymano quasi-liniowy układ równań opisujący ewolucję rozkładu gęstości płynu w fali. Wyznaczono warunki kształtowania się fali silnej nieciągłości na froncie fali oraz parametr charakteryzujący intensywność tłumienia zaburzeń o małej amplitudzie w takim ośrodku.

1. WSTĘP

Analiza propagacji zaburzeń o skończonej amplitudzie w płynie wypełniającym porowaty (nieodkształcalny) szkielet ma istotne znaczenie w zagadnieniach technicznych związanych np. z izolacją akustyczną źródeł hałasu o dużym natężeniu (hamowanie silników lotniczych), z projektowaniem własności porowatych wykładzin przewodów silników odrzutowych, a także z badaniem profilów i osadów dna morskiego oraz geologicznych materiałów i złóż znajdujących się pod dnem. We wszystkich tego typu przypadkach ośrodek porowaty jest elementem układu zanurzonym w płynie, w którym realizuje się proces dynamiczny o dużej intensywności, a nieliniowy charakter propagacji zaburzeń o skończonej amplitudzie zależy nie tylko od nieliniowych własności samego płynu, ale także powodowany jest złożoną strukturą porów ośrodka

oraz nieliniowością siły dyfuzyjnego oddziaływania płynu z porowatym szkieletem.

Istnieje w literaturze szereg prac eksperymentalnych (np. [1]–[5]), w których badano dynamiczne zjawiska nieliniowe zachodzące w płynach w obecności porowatego szkieletu. Wspólną cechą tych prac jest podkreślany przez niektórych autorów [1,2] brak właściwej nieliniowej teorii opisującej przebieg badanych procesów w takich układach i umożliwiającej interpretację otrzymanych wyników. Wyjątek stanowi praca CUMMINSA i CHENGA [5], w której ograniczono się jednakże do zbadania wpływu nieliniowości siły dyfuzji wywołanej przepływem płynu przez ośrodek porowaty na propagację zaburzeń o małej amplitudzie opisywaną równaniami liniowymi.

Autorowi nie są znane prace poświęcone analizie propagacji zaburzeń o skończonej amplitudzie w płynie przepływającym przez pory nieodkształcalnego ośrodka. Taki stan rzeczy można tłumaczyć m.in. brakiem zadowalającego makroskopowego opisu dynamiki ośrodka porowatego wypełnionego płynem, który w zakresie nieliniowym uwzględniałby możliwie wyczerpująco wpływ struktury porów szkieletu.

Niniejsza praca stanowi próbę podjęcia badań nad propagacją fal o skończonej amplitudzie w płynie przepływającym przez pory nieodkształcalnego szkieletu.

Za punkt wyjścia rozważań przyjmujemy makroskopową kontynuálną teorię ruchu odkształcalnego izotropowego ośrodka porowatego wypełnionego płynem [6] - [11], w której geometryczna struktura porów szkieletu scharakteryzowana jest dwoma makroparametrami: porowatością objętościową i parametrem strukturalnej przepuszczalności. Bezpośrednią konsekwencją takiej charakterystyki struktury porów szkieletu jest, w opisie makroskopowym ośrodka, podział fazy płynnej na dwie części: stowarzyszoną ze szkieletem i swobodną, wymieniające między sobą masę. Podział ten znajduje odzwierciedlenie w postaci równań bilansu masy i pędu dwuskładnikowego ośrodka porowatego. Zagadnienie ruchu płynu w porach nieodkształcalnego ośrodka stanowi szczególnie przypadek tej teorii.

W pracy otrzymano quasiliniowy układ równań opisujących ewolucję rozkładu gęstości płynu w fali, które zależą od pędu (prędkości) płynu jedynie poprzez siłę dyfuzji. Przeprowadzono analizę ewolucji krzywej rozkładu gęstości płynu w fali, w otoczeniu punktu jej przecięcia się z

krzywą rozkładu gęstości w przepływie stacjonarnym oraz rozważono dwa szczególne przypadki; pierwszy dotyczy ewolucji profilu fali w otoczeniu jej frontu, drugi natomiast ewolucji (tłumienia) fal harmonicznym o małej amplitudzie.

Analiza ilościowa zagadnienia ewolucji profilu rozkładu gęstości płynu w fali zilustrowana przykładami zostanie przedstawiona w następnej pracy.

2. WYJŚCIOWE RÓWNANIA DYNAMIKI PŁYNU W PORACH NIEODKSZTAŁCALNEGO OŚRODKA. PODSTAWOWE ZAŁOŻENIA

Za punkt wyjścia do prowadzonych w pracy rozważań przyjmujemy opis izotropowego, deformowalnego ośrodka porowatego wypełnionego płynem, w którym struktura porów szkieletu scharakteryzowana jest dwoma parametrami: porowatością objętościową f_v i parametrem strukturalnej przepuszczalności λ , [9] - [11].

Istotą powyższej teorii dwuparametrowej jest to, że może ona być odniesiona zarówno do składników fizycznych ośrodka - odpowiednio cieczy ($|^f$) i porowatego szkieletu ($|^s$), jak też do składników wirtualnych, tzn. porowatego szkieletu ze stowarzyszonym z nim płynem⁽¹⁾ (pierwszy składnik wirtualny ($|^1$)) oraz płynu swobodnego (drugi składnik wirtualny ($|^2$)) rozróżnialnych z kinematycznego punktu widzenia. Należy podkreślić, że podział na składniki wirtualne jest następstwem dwuparametrowej charakterystyki struktury porów i jest całkowicie określony przez parametry f_v i λ .

W niniejszej pracy do analizy zagadnień dynamicznych wykorzystamy opis dla składników wirtualnych. Wówczas podstawowe równania bilansu masy i pędu mają postać [11]:

równania ciągłości

$$(2.1) \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \mathbf{v}^1) = g,$$

$$(2.2) \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \mathbf{v}^2) = -g,$$

⁽¹⁾ jest to odpowiednikiem znanego z hydrodynamiki efektu "masy dołączonej" występującego przy opływie ciał.

gdzie g jest funkcją intensywności wymiany masy pomiędzy składnikami wirtualnymi i określona jest wyrażeniem

$$g = \bar{\rho}^s \frac{D}{Dt} \left[(1 - \kappa) \frac{\bar{\rho}^f}{\bar{\rho}^s} \right],$$

równania ruchu

$$(2.3) \quad \bar{\rho}^1 \frac{D\mathbf{v}^1}{Dt} = \text{div} \left(\mathbf{T}^1 \right) + \bar{\rho}^1 \mathbf{b} + \mathbf{r}^c + \frac{1}{2} g (\mathbf{v}^2 - \mathbf{v}^1),$$

$$(2.4) \quad \bar{\rho}^2 \frac{D\mathbf{v}^2}{Dt} = \text{div} \left(\mathbf{T}^2 \right) + \bar{\rho}^2 \mathbf{b} + \mathbf{r}^c + \frac{1}{2} g (\mathbf{v}^2 - \mathbf{v}^1),$$

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \text{grad}(), \quad k = 1, 2,$$

gdzie wielkości

$$\mathbf{r}^c = \mathbf{r}^1 + g(\mathbf{w} - (\mathbf{v}^1 + \mathbf{v}^2)/2), \quad \mathbf{r}^c = \mathbf{r}^2 - g(\mathbf{w} - (\mathbf{v}^1 + \mathbf{v}^2)/2)$$

oznaczają całkowite wzajemne oddziaływanie składników wirtualnych, przy czym \mathbf{r}^1 i \mathbf{r}^2 ($\mathbf{r}^1 = -\mathbf{r}^2$) reprezentują tę część oddziaływań, które nie zawierają sił związanych z wymianą masy. Przez \mathbf{w} oznaczono prędkość wymienianej masy (2), a przez \mathbf{b} jednostkową siłę masową.

Gęstości $\bar{\rho}^1$, $\bar{\rho}^2$ i tensory naprężenia \mathbf{T}^1 i \mathbf{T}^2 składników wirtualnych są związane z parcjalnymi gęstościami $\bar{\rho}^f$, $\bar{\rho}^s$ i odpowiednio tensorami naprężenia \mathbf{T}^s i \mathbf{T}^f dla składników fizycznych zależnościami, [9]

$$\begin{aligned} \bar{\rho}^1 &= \bar{\rho}^s + (1 - \kappa) \bar{\rho}^f, & \bar{\rho}^2 &= \kappa \bar{\rho}^f, \\ \mathbf{T}^1 &= \mathbf{T}^s + (1 - \kappa) \mathbf{T}^f, & \mathbf{T}^2 &= \kappa \mathbf{T}^f, \end{aligned}$$

przy czym

$$\bar{\rho}^f = f_v \rho^f, \quad \bar{\rho}^s = (1 - f_v) \rho^s, \quad \kappa = \lambda / f_v$$

gdzie ρ^f , ρ^s są efektywnymi gęstościami odpowiednio cieczy i materiału szkieletu.

(2) wielkość ta napisana w postaci prędkości względnej ($\mathbf{w} - \mathbf{v}$) jest wielkością konstytutywną, podobnie jak to przyjęto w pracy [12], gdzie uwzględniono wymianę masy wywołaną reakcjami chemicznymi.

Cechą charakterystyczną takiego opisu ruchu ośrodka porowatego jest to, że mimo braku reakcji chemicznej w ośrodku, w opisie występuje efekt wymiany masy. Jego wyrazem jest funkcja intensywności wymiany masy g w równaniach ciągłości (2.1) i (2.2). Charakteryzuje ona zmianę ilości płynu stowarzyszonego ze szkieletem w trakcie procesu deformacji porowatego ośrodka, a jej wielkość określona jest szybkością zmian parametrów charakteryzujących strukturę geometryczną porów oraz szybkością zmian ilorazu efektywnej gęstości płynu i materiału szkieletu, [11].

Wymiana masy znajduje również swoje odbicie w równaniach ruchu (2.3) i (2.4). Występują w nich siła sprzężenia masowego $1/2 \cdot g(\dot{\mathbf{v}} - \dot{\mathbf{v}})$ oraz składowe sił wzajemnego oddziaływania o postaci $g(\mathbf{w} - (\dot{\mathbf{v}} + \dot{\mathbf{v}})/2)$, wynikające z wymiany pędu towarzyszącej wymianie masy pomiędzy składnikami wirtualnymi.

Równania (2.1) - (2.2) nie tworzą domkniętego układu równań, nie mogą zatem stanowić podstawy analizy konkretnych zagadnień brzegowo-początkowych. Do ich domknięcia potrzebne są związki konstytutywne, określające własności mechaniczne szkieletu i płynu przepływającego przez jego pory oraz określające charakter oddziaływań między nimi.

Analizę propagacji fal o skończonej amplitudzie w płynie wypełniającym ośrodek porowaty oprzemy na równaniach (2.1) - (2.4), przyjmując następujące założenia:

I) szkielet jest nieodkształcalny o jednorodnej strukturze porów, tj.

$$\text{grad}(f_v) = \mathbf{0} \quad , \quad \text{grad}(\lambda) = \mathbf{0} \quad ,$$

II) układ odniesienia jest związany ze szkieletem

$$\dot{\mathbf{v}} = \mathbf{0} \quad ,$$

III) stan naprężenia w płynie określony jest związkiem takim samym jak dla płynu barotropowego, tj.

$$(2.5) \quad p^f = p^f(\rho^f) \quad ;$$

wówczas

$$\overset{2}{\mathbf{T}} = -\lambda p^f \mathbf{I} = -p \mathbf{I} \quad ,$$

IV) siła oddziaływania pomiędzy składnikami wirtualnymi ma charakter czysto dyfuzyjny i jest określona wzorem

$$(2.6) \quad \overset{2}{\mathbf{r}} = \mathbf{r}(\rho^{\overset{2}{\mathbf{v}}}) \quad , \quad (8.5)$$

gdzie $r()$ jest nieliniową funkcją pędu przepływającego płynu,

V) pomijamy wpływ sił masowych na ruch płynu,

VI) zagadnienie jest jednowymiarowe.

Bezpośrednią konsekwencją założeń I i II jest zerowanie się lokalnych zmian czasowych gęstości ρ^s oraz stała wartość parametrów λ i f_v w całym ośrodku.

Założenie (2.5) w odniesieniu do płynu w porach ośrodka porowatego oznacza natomiast, że istnieje wzajemnie jednoznaczna odpowiedniość pomiędzy cząsteczkowym ciśnieniem w płynie wypełniającym pory a jego gęstością efektywną. Jest to możliwe, jeśli przyjmiemy, że szkielet ośrodka jest albo idealnym izolatorem, albo idealnym przewodnikiem ciepła. Wówczas równanie konstytutywne (2.5) jest identyczne z funkcją charakteryzującą ten płyn jako ośrodek jednofazowy (brak szkieletu) odpowiednio dla przemiany adiabatycznej i izotermicznej. Założenie to przy tym nie jest równoznaczne z pominięciem lepkości płynu. Oznacza ono tylko pominięcie wpływu lepkości na stan jego naprężenia. Ujawnia się to w braku części dewiatorowej w jego związku konstytutywnym.

W przypadku ruchu płynu w porach ośrodka lepkości płynu może przejawiać się w sposób niezależny również w siłach oddziaływania ze szkieletem. Znalazło to odbicie w założeniu IV, w którym lepkość jest źródłem siły dyfuzji. Związek konstytutywny (2.6) jest uogólnieniem liniowego prawa oporu dyfuzyjnego przez uwzględnienie w nim zmian gęstości płynu i rozszerzenie postaci jego zależności od pędu filtrującego płynu. Konieczność włączania zmian gęstości do wyrażenia na opór dyfuzyjny można uzasadnić na podstawie mikroskopowego sensu tarcia lepkiego jako wymiany pędu pomiędzy cząsteczkami obu składników. W takim ujęciu o intensywności wymiany (oporze) decyduje nie tylko średnia prędkość cząstek płynu, ale również ich liczba w jednostce objętości.

Dwa pierwsze założenia eliminują z rozważań równanie ciągłości i równanie ruchu pierwszego składnika wirtualnego i wraz z założeniami III - VI pozwalają sprowadzić pozostałe równania układu (2.1) - (2.4) do postaci:

$$(2.7) \quad \frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} + \kappa \frac{\partial \hat{q}}{\partial x} = 0,$$

$$(2.8) \quad \frac{\partial \hat{q}}{\partial t} + (2\hat{v} - (1 - \kappa)\hat{w}) \frac{\partial \hat{q}}{\partial x} + (a^2 - \hat{v}^2) \frac{\partial \hat{\rho}}{\partial x} - r(\hat{q}) = 0,$$

gdzie

$$a = \left(\frac{dp^f}{d\rho^f} \right)^{1/2}$$

jest prędkością propagacji zaburzeń w płynie jako ośrodku jednofazowym, natomiast

$$\hat{\rho} \equiv \rho^2, \quad \hat{v} \equiv v^2, \quad \hat{w} \equiv w, \quad \hat{q} \equiv \rho v. \quad (3)$$

Należy przy tym podkreślić, że efekt wymiany masy pomiędzy płynem swobodnym i płynem stowarzyszonym ze szkieletem zostaje zachowany, a jej intensywność

$$(2.9) \quad g = \left(\frac{1}{\kappa} - 1 \right) \frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t}$$

jest proporcjonalna do szybkości lokalnych zmian gęstości płynu.

Równania (2.7) i (2.8) reprezentują bilans masy i pędu płynu w otoczeniu punktów nieruchomych względem układu odniesienia. Opisują one przebieg procesów dynamicznych w barotropowym płynie wypełniającym pory nieodkształcalnego szkieletu i mogą być punktem wyjścia analizy ewolucji sprzężonych profili rozkładów gęstości i pędu płynu w fali.

3. RÓWNANIA EWOLUCJI PROFILU ZABURZENIA GĘSTOŚCI PŁYNU

Przedstawimy równania (2.7) i (2.8) w postaci, w której sprzężenie rozkładów gęstości i pędu płynu w fali będzie miało prostszą formę matematyczną, bardziej dogodną dla dalszych rozważań. Postać taką otrzymamy zapisując równania (2.7) i (2.8) w otoczeniu przemieszczających się wraz z zaburzeniem punktów, w których gęstość płynu pozostaje stała. W tym celu wyprowadzimy związki pomiędzy wartościami lokalnych zmian wielkości ρ i q w punktach o stałej wartości gęstości płynu a zmianami tych wielkości w tych punktach.

Biorąc pod uwagę fakt, że rozkład gęstości płynu określony jest funkcją

$$\rho = \hat{\rho}(x, t),$$

(3) "daszkciem" oznaczać będziemy funkcje zmiennych x i t .

ruch dowolnego punktu profilu rozkładu gęstości płynu o określonej stałej wartości gęstości może być przedstawiony jako jego funkcja odwrotna za pomocą wyrażenia

$$x = x^*(\rho, t).$$

Wówczas w otoczeniu punktów, dla których $\partial\hat{\rho}/\partial x \neq 0$ spełnione będą tożsamości

$$(3.1) \quad x^*(\hat{\rho}(x, t), t) \equiv x, \quad \hat{\rho}(x^*(\rho, t), t) \equiv \rho,$$

a także

$$(3.2) \quad q^*(\hat{\rho}(x, t), t) \equiv \hat{q}(x, t),$$

gdzie

$$q^*(\rho, t) \equiv \hat{q}(x^*(\rho, t), t)^{(4)}$$

określa pęd płynu w punkcie o wartości gęstości ρ .

Różniczkując (3.1)₂ i (3.2) względem czasu, poszukiwane związki przyjmują postać

$$(3.3) \quad \left. \frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} \right|^* + V^* \left. \frac{\partial \hat{\rho}}{\partial x} \right|^* \equiv 0,$$

$$(3.4) \quad \left. \frac{\partial q^*}{\partial t} + \frac{\partial q^*}{\partial \rho} \frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} \right|^* \equiv \left. \frac{\partial \hat{q}}{\partial t} \right|^*,$$

gdzie

$$(3.5) \quad V^* = \frac{\partial}{\partial t} x^*(\rho, t)$$

jest prędkością ruchu punktu zaburzenia o stałej wartości gęstości płynu w fali.

Zależności (3.3) i (3.4) umożliwiają przedstawienie równań (2.7) i (2.8) w postaci

$$(3.6) \quad -V^* \left. \frac{\partial \hat{\rho}}{\partial x} \right|^* + \kappa \left. \frac{\partial \hat{q}}{\partial x} \right|^* = 0,$$

$$(3.7) \quad \kappa \frac{\partial q^*}{\partial t} = [V^{*2} - 2V^*(v^* - w^*(1 - \kappa)/2) + \kappa v^{*2} - c^2] \left. \frac{\partial \hat{\rho}}{\partial x} \right|^* + \kappa r^*,$$

gdzie

$$(3.8) \quad c = \sqrt{\kappa a}$$

jest prędkością propagacji frontu fali dla małych prędkości przepływu płynu, [13].

(4) "gwiazdką" oznaczać będziemy funkcję zmiennych ρ i t .

Jeśli ponadto, tożsamość (3.2) zróżniczkujemy względem zmiennej przestrzennej i wynik tej operacji uwzględnimy w równaniu (3.6) otrzymamy

$$(3.9) \quad V^* = \kappa \frac{\partial q^*}{\partial \rho}.$$

Jest to inna postać równania ciągłości płynu w ośrodku porowatym.

Różniczkując z kolei (3.9) i (3.7) odpowiednio względem zmiennych t i ρ oraz eliminując pochodną mieszaną z równania ruchu płynu, równanie to przyjmie postać

$$(3.10) \quad \frac{\partial V^*}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \rho} \left[(V^{*2} - 2V^*(v^* - w^*(1 - \kappa)/2) + \kappa v^{*2} - c^2) \frac{\partial \hat{\rho}}{\partial x} \right]^* + \kappa \frac{\partial r^*}{\partial \rho}.$$

Ostatni człon równania (3.10), z uwagi na założenie (2.6) i równanie ciągłości (3.9), możemy przedstawić jako

$$\kappa \frac{\partial r^*}{\partial \rho} = \kappa \frac{dr}{dq} \left| \frac{\partial q^*}{\partial \rho} \right| = \frac{dr}{dq} \left| V^* \right|.$$

Stąd mamy

$$(3.11) \quad \frac{\partial V^*}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \rho} \left[(V^{*2} - 2V^*(v^* - w^*(1 - \kappa)/2) + \kappa v^{*2} - c^2) \frac{\partial \hat{\rho}}{\partial x} \right]^* + \frac{dr}{dq} \left| V^* \right|.$$

Równania (3.9) i (3.11) reprezentują odpowiednio bilans masy i pędu płynu swobodnego w otoczeniu punktów zaburzenia, które w trakcie propagacji zachowują stałą wartość gęstości płynu. Ze względu na to, że przy wyprowadzeniu równań (3.9) i (3.11) nie dokonano żadnych uproszczeń ograniczających ogólność rozważań równania te są równoważne wyjściowemu układowi równań (2.7) i (2.8).

Do dalszych rozważań przyjmiemy założenie, że prędkość w^* wymienianej masy jest liniową funkcją prędkości v^* ruchu cząstek płynu⁽⁵⁾, a obie są znacznie mniejsze od prędkości V^* , tj.

$$w^* = \mu v^* \ll V^*,$$

⁽⁵⁾Prędkość w^* cząstek wymienianej masy musi być funkcją prędkości v^* ruchu cząstek płynu i to taką, aby przy $v^* \rightarrow 0$, $w^* \rightarrow 0$. Tylko bowiem w takim przypadku (patrz[13]), przy braku przepływu płynu przez ośrodek porowaty, wartości bezwzględne prędkości fal, np. słabej nieciągłości, będą niezależne od kierunku ich propagacji.

gdzie μ jest stałym współczynnikiem proporcjonalności. Wówczas równanie ruchu (3.11) zredukuje się do postaci

$$(3.12) \quad \frac{\partial V^*}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \rho} \left[(V^{*2} - c^2) \Lambda^* \right] - 2\beta \frac{\Lambda^* V^{*2}}{\rho} + \left. \frac{dr}{dq} \right|^* V^*,$$

gdzie

$$(3.13) \quad \Lambda^* = \left. \frac{\partial \hat{\rho}}{\partial x} \right|^*,$$

natomiast

$$(3.14) \quad \beta = (1 - \mu(1 - \kappa)/2)/\kappa.$$

Równanie (3.12) jest pierwszą zależnością wiążącą prędkość V^* z gradientem Λ^* . Drugie równanie, niezależne od (3.12), wiążące V^* i Λ^* otrzymamy wykorzystując tożsamość (3.1)₂ oraz definicję (3.5).

Różniczkowanie (3.1)₂ i (3.5) względem zmiennej ρ prowadzi odpowiednio do zależności

$$(3.15) \quad \left. \frac{\partial \hat{\rho}}{\partial x} \right|^* \frac{\partial x^*}{\partial \rho} \equiv 1,$$

$$(3.16) \quad \frac{\partial V^*}{\partial \rho} \equiv \frac{\partial^2 x^*(\rho, t)}{\partial \rho \partial t} \equiv \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial x^*}{\partial \rho} \right).$$

Uwzględniając następnie (3.15) i (3.13) w równaniu (3.6), otrzymamy poszukiwany związek

$$(3.17) \quad \frac{\partial V^*}{\partial \rho} \equiv \frac{\partial}{\partial t} (1/\Lambda^*).$$

Równania (3.12), (3.17) i (3.9) tworzą domknięty układ równań na wielkości V^* , Λ^* , q^* opisujące rozchodzenie się zaburzeń w płynie wypełniającym porowaty ośrodek.

Zaletą powyższego układu w porównaniu z układem (2.7) i (2.8) jest prosta postać matematyczna sprzężenia pomiędzy rozkładem gęstości płynu w fali określonym wielkościami V^* i Λ^* , a rozkładem pędu określonym przez q^* . Wyraża się to w tym, że równania (3.12) i (3.17), w ogólnym przypadku, zależą od wielkości q^* jedynie poprzez pochodną siły dyfuzji występującą w równaniu ruchu (3.12), podczas gdy w równaniach (2.7) i (2.8) sprzężenie to występuje jako związek pomiędzy pochodnymi wielkości $\hat{\rho}$ i \hat{q} opisujących oba rozkłady.

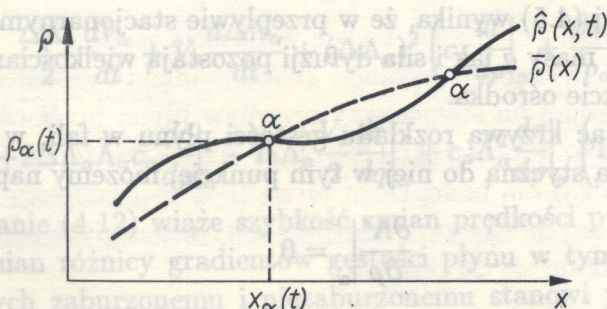
W przypadku liniowej zależności siły dyfuzji r od pędu cząstek płynu q sprzężenie pomiędzy tymi rozkładami ulega całkowitej degradacji i równanie (3.12) i (3.17) tworzą niezależny układ opisujący wyłącznie

ewolucję rozkładu gęstości płynu w fali. Wówczas rozkład pędu (prędkości) płynu jest określony przez równanie ciągłości (3.9) i daje się wyznaczyć na podstawie znajomości rozkładu gęstości płynu. Tak więc w tym przypadku ewolucja profilu fali, rozumianego jako rozkład gęstości i pędu wzdłuż kierunku jej przemieszczania się, będzie określona przez ewolucję rozkładu gęstości płynu. W tym sensie istnieje tu podobieństwo z falami prostymi, dla których znajomość ewolucji jednego z opisujących je parametrów jest wystarczająca dla określenia ewolucji profilu fali [14], [15]. Mankamentem przedstawionej tu postaci opisu jest ograniczenie jego ważności do tych części zaburzenia, w których rozkład gęstości płynu ma charakter monotoniczny ($\Lambda^* \neq 0$).

W dalszej części pracy rozważania oprzemy na równaniach (3.12) i (3.17) wykorzystując zalety tego opisu i omijając jego wady.

4. EWOLUCJA PROFILU ROZKŁADU GĘSTOŚCI PŁYNU W FALI W OTOCZENIU PUNKTÓW ZABURZENIA ODPOWIADAJĄCYCH STACJONARNEMU JEJ ROZKŁADOWI

Przeanalizujemy zachowanie się profilu rozkładu gęstości lepkiego płynu w fali nałożonej na stacjonarny przepływ płynu przez ośrodek porowaty. Założymy, że prędkość płynu v_0 jest znacznie mniejsza od prędkości c propagacji frontu fali w ośrodku ($v_0 \ll c$). Rozważania ograniczymy do otoczeń punktów α zaburzenia, w których profil rozkładu gęstości w fali przecina się z profilem w przepływie stacjonarnym (Rys. 1).



Rys. 1

Szczególną uwagę poświęcimy analizie ewolucji profilu fali w otoczeniu jej frontu oraz ewolucji fal harmonicznycch o małej amplitudzie w otoczeniu punktów α .

Dla punktów α równania (3.12) i (3.17) przyjmują postać

$$(4.1) \quad \left. \frac{\partial V^*}{\partial t} \right|_{\alpha} = \frac{\partial}{\partial \rho} \left[(V^{*2} - c^2) \Lambda^* \right] \Big|_{\alpha} - 2\beta \frac{\Lambda^* V_{\alpha}^{*2}}{\rho_{\alpha}} + \left. \frac{dr}{dq} \right|_{\alpha} V_{\alpha}^*,$$

$$(4.2) \quad \left. \frac{\partial V^*}{\partial \rho} \right|_{\alpha} = \frac{\partial}{\partial t} (1/\Lambda^*) \Big|_{\alpha},$$

gdzie dla uproszczenia zapisu wprowadzono oznaczenia

$$\varphi^* |_{\alpha} \equiv \varphi^*(\rho, t) |_{\alpha} \equiv \varphi^*(\rho_{\alpha}(t), t).$$

Gęstość $\rho_{\alpha}(t)$ płynu w punkcie α jest związana z rozkładem gęstości $\bar{\rho}(x)$ w przepływie stacjonarnym i położeniem $x_{\alpha}(t)$ punktu α tożsamością

$$(4.3) \quad \rho_{\alpha}(t) \equiv \bar{\rho}(x_{\alpha}(t)).^{(6)}$$

Zachowanie się płynu przy przepływie stacjonarnym wyznaczmy z równań (3.6) i (3.7), żądając by $V^* = 0$. Wówczas dla $v^* \ll c$, po zamianie zmiennych, otrzymamy

$$(4.4) \quad \frac{\partial \bar{q}}{\partial x} = 0,$$

$$(4.5) \quad c^2 \bar{\Lambda} = \kappa r(\bar{q}),$$

gdzie

$$\bar{\Lambda} = \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x}.$$

Z równań (4.4) i (4.5) wynika, że w przepływie stacjonarnym płynu zarówno strumień masy \bar{q} jak i siła dyfuzji pozostają wielkościami stałymi w każdym punkcie ośrodka.

Aproksymując krzywą rozkładu gęstości płynu w fali, w otoczeniu punktu α prostą styczną do niej w tym punkcie, możemy napisać

$$(4.6) \quad \left. \frac{\partial \Lambda^*}{\partial \rho} \right|_{\alpha} = 0.$$

stąd

⁽⁶⁾"kreską" oznaczać będziemy funkcje charakteryzujące przepływ stacjonarny płynu.

$$(4.7) \quad \frac{d\Lambda_\alpha^*}{dt} = \frac{\partial \Lambda_\alpha^*}{\partial t} \Big|_\alpha.$$

Uwzględniając wyrażenia (4.6) i (4.7) odpowiednio w równaniach (4.1) i (4.2) otrzymamy

$$(4.8) \quad \frac{\partial V_\alpha^*}{\partial t} \Big|_\alpha = 2\Lambda_\alpha^* \left(V_\alpha^* \frac{\partial V_\alpha^*}{\partial \rho} \Big|_\alpha - c_\alpha \frac{dc}{d\rho} \Big|_\alpha \right) - 2\beta \frac{\Lambda_\alpha^* V_\alpha^{*2}}{\rho_\alpha} + \frac{dr}{dq} \Big|_\alpha V_\alpha^*,$$

$$(4.9) \quad \frac{\partial V_\alpha^*}{\partial \rho} \Big|_\alpha = -\frac{1}{\Lambda_\alpha^{*2}} \frac{d\Lambda_\alpha^*}{dt}.$$

Prędkość V_α^* przemieszczania się punktu stałej wartości gęstości płynu w fali wzięta w punkcie α , może być związana z prędkością przemieszczania się punktu α

$$(4.10) \quad V_\alpha = \frac{dx_\alpha}{dt},$$

za pomocą wyrażenia (patrz Dodatek)

$$(4.11) \quad \Lambda_\alpha^* V_\alpha^* = V_\alpha \Delta \Lambda_\alpha,$$

gdzie

$$\Delta \Lambda_\alpha = \Lambda_\alpha^* - \bar{\Lambda}_\alpha.$$

Umożliwia to wraz z równaniem (4.9) wyeliminowanie prędkości V_α^* z równania (4.8).

Następnie, po uwzględnieniu zależności

$$\frac{d\bar{\Lambda}_\alpha}{dt} = -2 \frac{V_\alpha \bar{\Lambda}_\alpha^2}{c_\alpha} \frac{dc}{d\rho} \Big|_\alpha,$$

równanie (4.8) przyjmie postać

$$(4.12) \quad \frac{\Delta \Lambda_\alpha}{2} \frac{dV_\alpha}{dt} + V_\alpha \frac{d\Delta \Lambda_\alpha}{dt} + (\Delta \Lambda_\alpha)^2 \left(c_\alpha \frac{dc}{d\rho} \Big|_\alpha + \frac{\beta V_\alpha^2}{\rho_\alpha} \right) + \\ + 2\Delta \Lambda_\alpha \bar{\Lambda}_\alpha c_\alpha \frac{dc}{d\rho} \Big|_\alpha - \Delta \Lambda_\alpha \frac{V_\alpha}{2} \frac{dr}{dq} \Big|_\alpha + c_\alpha \bar{\Lambda}_\alpha^2 \frac{dc}{d\rho} \Big|_\alpha \left(1 - \left(\frac{V_\alpha}{c_\alpha} \right)^2 \right) = 0.$$

Równanie (4.12) wiąże szybkość zmian prędkości punktu α z szybkością zmian różnicy gradientów gęstości płynu w tym punkcie odpowiadających zaburzonemu i niezaburzonemu stanowi przepływającego przez ośrodek płynu. Równanie to jest niedokreślone i nie może być rozwiązane.

Poniziej rozważymy dwa szczególne przypadki, w których rozwiązanie równania (4.12) jest możliwe. Pierwszy przypadek dotyczyć będzie frontu fali, którego prędkość jest znana i wyznaczona przez lokalną wartość gęstości płynu. W drugim przypadku rozważymy fale harmoniczne o małej amplitudzie, wówczas człony równania (4.12), w których występuje prędkość punktu α zostaną pominięte jako małe wyższego rzędu.

4.1. Ewolucja profilu fali w otoczeniu jej frontu

W przypadku gdy w punkcie α znajduje się front fali nałożonej na stacjonarny przepływ płynu przez ośrodek porowaty o prędkości v_0 spełniającej warunek

$$v_0 \ll a,$$

prędkość punktu α określona będzie wyrażeniem (3.8). Wówczas z równania (4.12), po uwzględnieniu wyrażenia

$$\frac{dc_\alpha}{dt} = \frac{d}{dt} c(\bar{\rho}(x_\alpha(t))) = \frac{dc}{d\rho} \Big|_\alpha \bar{\Lambda}_\alpha c_\alpha,$$

otrzymamy

$$(4.13) \quad \frac{d\Delta\Lambda_\alpha}{dt} + (\Delta\Lambda_\alpha)^2 \left(\frac{dc}{d\rho} \Big|_\alpha + \beta \frac{c_\alpha}{\rho_\alpha} \right) + \frac{\Delta\Lambda_\alpha}{2} \left(5\bar{\Lambda}_\alpha \frac{dc}{d\rho} \Big|_\alpha - \frac{dr}{dq} \Big|_\alpha^* \right) = 0,$$

przy czym z uwagi na (4.4) i ciągłość strumienia masy na froncie fali pochodna

$$\frac{dr}{dq} \Big|_\alpha^*,$$

dla danej prędkości przepływu, będzie wielkością stałą.

Równanie (4.13) opisuje ewolucję skoku gradientu gęstości płynu na froncie fali nałożonej na stacjonarny przepływ płynu przez ośrodek porowaty. Stanowi to dobrze znane równanie BERNOULLIEGO, [17], [18].

Równanie (4.13) dla nielepkiego płynu ($r \equiv 0$) i szkieletu ośrodka o porach modelowanych wiązką cylindrycznych równoległych rurek ($\kappa = 1$; patrz [13]), redukuje się do postaci

$$(4.14) \quad \frac{d\Lambda_\alpha^*}{dt} + \frac{\Lambda_\alpha^{*2}}{\rho_\alpha} \frac{d}{d\rho} (\rho\alpha) \Big|_\alpha = 0.$$

Pokrywa się ona z postacią równania amplitudy dla płaskiej fali słabej nieciągłości propagującej się w niezaburzony obszar barotropowego płynu jako ośrodka jednofazowego (brak szkieletu) [16].

Z porównania (4.13) i (4.14) wynika, że:

szkielet ośrodka porowatego w sposób istotny zmienia przebieg ewolucji profilu frontu fali w płynie wypełniającym jego pory w stosunku do ewolucji frontu fali w samym płynie (brak szkieletu). Wpływ ten przejawia się poprzez dwa niezależne czynniki: dysypację energii kinetycznej powodowaną siłami dyfuzji, a reprezentowaną wielkościami

$$\bar{\Lambda}_\alpha, \quad \left. \frac{dr}{dq} \right|_\alpha^*$$

oraz strukturę porów szkieletu będącą bezpośrednią przyczyną efektu wymiany masy i związanej z nią wymiany pędu pomiędzy płynem swobodnym i stowarzyszonym ze szkieletem. Efekty te charakteryzowane są odpowiednio parametrami κ i μ określającymi β .

Biorąc pod uwagę, że gradient $\bar{\Lambda}_\alpha$ dany przez (4.5) jest rzędu v_o/a w porównaniu z wielkością

$$\left. \frac{dr}{dq} \right|_\alpha^* / \left. \frac{dc}{d\rho} \right|_\alpha^*$$

i może być pominięty, a przyrosty wielkości

$$\left. \frac{dc}{d\rho} \right|_\alpha, \quad \frac{c_\alpha}{\rho_\alpha}$$

wynikające z przemieszczania się frontu fali po krzywej rozkładu gęstości płynu w przepływie stacjonarnym są pomijalnie małe w porównaniu z wartościami tych wielkości, współczynniki w równaniu (4.13) można przyjąć jako niezależne od czasu. Zatem równanie (4.13) przyjmie postać

$$(4.15) \quad \frac{d\Delta\Lambda_\alpha}{dt} + (\Delta\Lambda_\alpha)^2 \left(\left. \frac{dc}{d\rho} \right|_{\alpha o} + \beta \frac{c_{\alpha o}}{\rho_{\alpha o}} \right) - \frac{\Delta\Lambda_\alpha}{2} \left. \frac{dr}{dq} \right|_\alpha^* = 0,$$

gdzie indeksem αo oznaczono wartości wielkości na froncie fali propagującej się w nieruchomym płynie.

Rozwiązaniem ogólnym równania Bernoulliego (4.15) będzie funkcja, [17], [18]

$$(4.16) \quad \Delta\Lambda_\alpha = \frac{\Delta\Lambda_{\alpha\kappa}^o}{\left(\frac{\Delta\Lambda_{\alpha\kappa}^o}{\Delta\Lambda_\alpha^o} - 1 \right) \exp\left(-\frac{1}{2} \left. \frac{dr}{dq} \right|_\alpha^* t\right) + 1},$$

gdzie $\Delta\Lambda_\alpha^o$ jest skokiem gradientu gęstości płynu na froncie fali dla początkowej chwili $t = 0$, natomiast $\Delta\Lambda_{\alpha K}^o$ reprezentuje wielkość

$$(4.17) \quad \Delta\Lambda_{\alpha K}^o = \frac{1}{2} \frac{dr}{dq} \Big|_\alpha^* \left/ \left(\frac{dc}{d\rho} \Big|_{\alpha o} + \beta \frac{c_{\alpha o}}{\rho_{\alpha o}} \right) \right.$$

Wyrażenie (4.16) opisuje zachowanie się skoku gradientu gęstości płynu w otoczeniu frontu fali. Nietrudno zauważyć, że w zależności od początkowej wartości skoku gradientu $\Delta\Lambda_\alpha^o$, możliwe są dwa jakościowo różne typy zachowania się profilu fali; jego pochylenie będzie albo rosło aż do utworzenia się fali silnej nieciągłości, albo będzie malało dążąc do wartości gradientu w stanie niezaburzonym ośrodka.

Krytyczna wartość $\Delta\Lambda_\alpha^o$ odpowiadająca zerowej szybkości zmian pochylenia krzywej rozkładu gęstości płynu na froncie fali dana jest wyrażeniem (4.17). Rozdziela ona zakresy zmian wartości $\Delta\Lambda_\alpha^o$, dla których występują odpowiednie typy zachowania się profilu frontu fali.

Warunek kształtowania się fali silnej nieciągłości na froncie fali w najprostszy sposób możemy uzyskać przez zapewnienie istnienia skończonego czasu t_k niezbędnego dla utworzenia się takiej fali.

Ponieważ skok gradientu gęstości $\Delta\Lambda_\alpha$, dla niezerowych i ograniczonych jego wartości początkowych $\Delta\Lambda_\alpha^o$, przyjmuje wartość nieskończoną jedynie w przypadku gdy mianownik wyrażenia (4.16) jest równy zero, czas t_k niezbędny dla powstania fali silnej nieciągłości na froncie fali określony będzie wzorem

$$(4.18) \quad t_k = 2 \ln \left(1 - \frac{\Delta\Lambda_{\alpha K}^o}{\Delta\Lambda_\alpha^o} \right) \Big/ \frac{dr}{dq} \Big|_\alpha^* .$$

Biorąc pod uwagę, że wielkość

$$\frac{dr}{dq} \Big|_\alpha^*$$

ze względu na przeciwne zwroty wektorów siły dyfuzji r i pędu cząstek płynu q jest zawsze ujemna, wyrażenie (4.18) będzie przyjmowało skończone wartości dodatnie, jeśli będą spełnione nierówności

$$(4.19) \quad 0 < \frac{\Delta\Lambda_{\alpha K}^o}{\Delta\Lambda_\alpha^o} < 1 .$$

Nierówności (4.19) stanowią jednocześnie warunek kształtowania się fali silnej nieciągłości na froncie fali. Dla wartości $\Delta\Lambda_\alpha^o \neq \Delta\Lambda_{\alpha K}^o$ niespełniających nierówności (4.19), skok gradientu gęstości płynu $\Delta\Lambda_\alpha$ będzie malał do zera w miarę przemieszczania się fali w ośrodku.

Z wyrażenia (4.17) wynika, że: krytyczna wartość skoku gradientu gęstości na froncie fali nałożonej na stacjonarny przepływ płynu przez nieodkształcalny ośrodek porowaty jest funkcją nie tylko własności lepkich (ujawniających się w sile dyfuzji) i sprężystych samego płynu, ale zależy także od parametrów κ i μ związanych ze strukturą szkieletu a charakteryzujących wymianę masy i związaną z nią wymianę pędu płynu swobodnego i stowarzyszonego ze szkieletem w takim ośrodku.

W przypadku nieliniowej zależności siły dyfuzji r od pędu cząstek płynu q wielkość ta będzie również zależna od prędkości v_0 stacjonarnego przepływu płynu.

4.2. Ewolucja profilu fal harmonicznycch o małej amplitudzie.

Tłumienie zaburzeń w ośrodku

Jeśli przyjmiemy, że w ośrodku propaguje się fala harmoniczna o małej amplitudzie nałożona na stacjonarny przepływ płynu, wówczas punktem α zaburzenia będzie dowolny występujący okresowo punkt przecięcia się profilu rozkładu gęstości płynu w fali z profilem rozkładu gęstości w przepływie stacjonarnym. Prędkość ruchu punktu α odpowiadać będzie prędkości fazowej rozchodzenia się fal.

Biorąc pod uwagę, że prędkość fazowa propagacji fal harmonicznycch ulega niewielkim zmianom (w przybliżeniu liniowym jest stała), a wielkości

$$\bar{\Lambda}_\alpha, \quad \Delta\Lambda_\alpha$$

są tego samego rzędu, wyrazy pierwszy, trzeci, czwarty i szósty równania (4.12) będą małymi wyższego rzędu w porównaniu z pozostałymi jego wyrazami. Pomijając wyrazy wyższych rzędów, mamy

$$(4.20) \quad \frac{d\Delta\Lambda_\alpha}{dt} - \frac{1}{2} \frac{dr}{dq} \Big|_\alpha \Delta\Lambda_\alpha = 0.$$

Równanie to określa szybkość zmian odchylenia gradientu gęstości płynu od jego wartości w stanie niezaburzonym. Wielkość szybkości tych zmian w przypadku fal harmonicznycch może być interpretowana jako miara intensywności tłumienia tych fal w ośrodku. Ponieważ zmiana strumienia masy (pędu) przepływającego płynu wywołana nałożonym nań zaburzeniem jest niewielka, możemy przyjąć, że dla określonego przepływu

stacjonarnego

$$\left. \frac{dr}{dq} \right|_{\alpha}^* = \text{const.}$$

Wówczas rozwiązaniem równania (4.19) będzie wyrażenie

$$(4.21) \quad \Delta\Lambda_{\alpha} = \Delta\Lambda_{\alpha}^{\circ} \exp\left(\frac{1}{2} \left. \frac{dr}{dq} \right|_{\alpha}^* t\right),$$

gdzie $\Delta\Lambda_{\alpha}^{\circ}$ jest odchyleniem gradientu gęstości płynu w punkcie α od jego wartości w przepływie stacjonarnym, dla początkowej chwili $t = 0$.

Z wyrażenia (4.21) wynika, że:

miarą intensywności tłumienia zaburzeń o małej amplitudzie w płynie przepływającym przez ośrodek porowaty jest ujemna wartość pochodnej siły dyfuzyjnego oddziaływania płynu ze ściankami szkieletu względem jego pędu, tzn. wielkość

$$-\frac{dr}{dq};$$

w ogólnym przypadku nieliniowej zależności siły dyfuzji r od strumienia masy q intensywność tłumienia zaburzeń w ośrodku porowatym jest funkcją prędkości v_0 stacjonarnego przepływu płynu przez ośrodek.

Ten ostatni wniosek znalazł potwierdzenie eksperymentalne w badaniach przeprowadzonych przez CUMMINGSA i CHANGA, przedstawionych w pracy [5]. Autorzy ci badali wpływ przepływu powietrza przez porowatą próbkę pianki polieterowej na parametry akustyczne propagującej się w takim ośrodku fali harmoniczej. Stwierdzono, że już w zakresie prędkości przepływu płynu od 1 do 2 m/s tłumienie zaburzeń wzrasta od 50 do 100% w porównaniu z ich tłumieniem w płynie nieruchomym, podczas gdy wpływ ten na prędkość propagacji fal jest niewielki.

5. UWAGI KOŃCOWE

W pracy rozważono zagadnienie ewolucji profilu zaburzeń gęstości o skończonej amplitudzie w płynie przepływającym przez pory nieodkształcalnego szkieletu. Analizę oparto na dwuparametrowej teorii mechaniki deformowalnych ośrodków porowatych, w której struktura porów charakteryzowana jest dwoma parametrami (porowatością objętościową i parametrem strukturalnej przepuszczalności).

Umożliwiło to otrzymanie quasi-liniowego układu równań ewolucji rozkładu gęstości płynu w fali, w którym jedynie siła dyfuzji jest funkcją pędu (prędkości) cząstek płynu. Przeprowadzono analizę ewolucji krzywej rozkładu gęstości płynu w fali, w otoczeniu punktu jej przecięcia się z krzywą rozkładu w przepływie stacjonarnym oraz rozważono dwa szczególne przypadki. Pierwszy dotyczy ewolucji profilu fali w otoczeniu jej frontu, drugi natomiast ewolucji (tłumienia) fal harmoniczných o małej amplitudzie. Wyznaczono warunki kształtowania się fali silnej nieciągłości na froncie fali oraz parametr charakteryzujący intensywność tłumienia zaburzeń o małej amplitudzie w takim ośrodku.

Pokazano, że przebieg ewolucji profilu fali w płynie przepływającym przez nieodkształcalny ośrodek porowaty jest funkcją nie tylko własności sprężystych samego płynu oraz sił lepkiego oddziaływania płynu ze szkieletem, ale także w sposób istotny zależy od struktury porów szkieletu.

Przedstawione w pracy rozważania stanowią dogodny punkt wyjścia do ilościowej (numerycznej) analizy ewolucji profilu rozkładu gęstości płynu w fali o skończonej amplitudzie.

6. DODATEK. ZWIĄZEK PRĘDKOŚCI V_α^* I V_α

Na rys.2 przedstawiono profil rozkładu gęstości płynu w fali, w dwóch różnych chwilach. Ilustruje on różnicę pomiędzy prędkością V_α^* przemieszczania się punktu zaburzenia o stałej wartości gęstości płynu wziętą w punkcie α przecięcia się profilu rozkładu gęstości w fali z jego profilem w przepływie stacjonarnym, a prędkością V_α przemieszczania się samego punktu α .

Związek pomiędzy tymi prędkościami otrzymamy wykorzystując tożsamości

$$(6.1) \quad \hat{\rho}(x_\alpha(t), t) \equiv \rho x_\alpha(t),$$

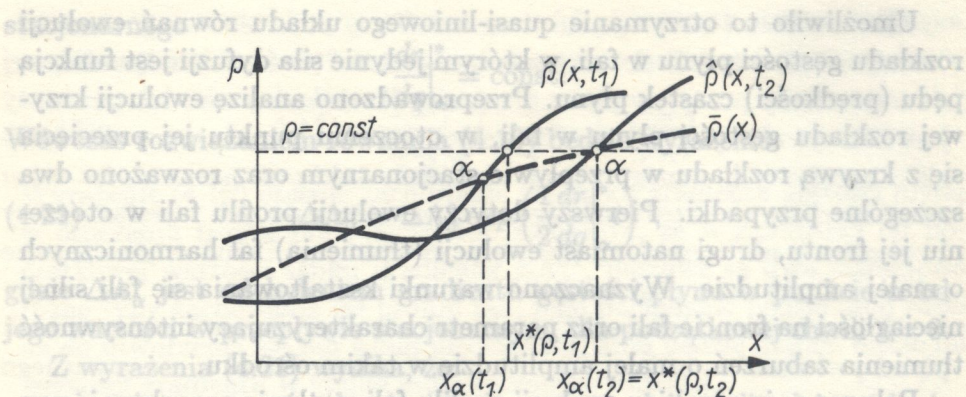
$$(6.2) \quad \hat{\rho}(x^*(\rho, t), t) \equiv \rho = \text{const}$$

definiujące ruch tych punktów.

Różniczkując tożsamości (6.1) i (6.2) względem czasu, otrzymamy

$$(6.3) \quad \left. \frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} \right|_\alpha + \Lambda_\alpha^* V_\alpha \equiv \bar{\Lambda}_\alpha V_\alpha,$$

$$(6.4) \quad \left. \frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} \right|_\alpha + \Lambda_\alpha^* V_\alpha^* \equiv 0,$$



Rys. 2

gdzie równanie (6.4) zostało zapisane dla wartości w punkcie α . Odejmując tożsamości (6.3) i (6.4) stronami, poszukiwany związek przyjmie postać

$$\Lambda_{\alpha}^* V_{\alpha}^* \equiv V_{\alpha} (\Lambda_{\alpha}^* - \bar{\Lambda}_{\alpha}).$$

LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. A.I.EL SHARKAWY, *Non-linear attenuation of sound in circular lined ducts*, Appl. Acoust., **11**, 259-268, 1978.
2. T.H.MILLING, *The acoustic impedance of perforates at medium and high sound pressure levels*, J. S. Vib., **29**, 1-65, 1973.
3. J.M.BEECKMANS, P.SEN-GUPTA, *Flow through porous media in the presence of sound*, Canadian J. Chem. Engng., **49**, 721-726, 1971.
4. L.BJORNO, *Finite-amplitude wave propagation through water - saturated marine sediments*, Acoustica, **38**, 4, 195-200, 1977.
5. A.CUMMINGS, I.J.CHANG, *Acoustic propagation in porous media with mean flow*, J. Sound V., **114**, 3, 565-581, 1987.
6. W.DERSKI, *Equations of motion for a fluid - saturated porous solid*, Bull. Acad. Pol. Sci., Serie Sci. Tech., **26**, 1, 11-16, 1978.
7. S.T.KOWALSKI, *Współrzędne normalne i warunki brzegowe w teorii mieszanin*, Prace IPPT, **5**, 1980.
8. J.KUBIK, *Mechanika silnie odkształcalnych ośrodków o anizotropowej przepuszczalności*, Prace IPPT, **29**, 1981.
9. J.KUBIK, *A macroscopic description of geometrical pore structure of porous solids*, Int. J. Engng Sci., **24**, 6, 971-980, 1986.

10. J.KUBIK, *On internal coupling in dynamic equations of fluid - saturated porous solid*, Int. J. Engng Sci., 24, 6, 981-989, 1986.
11. J.KUBIK, M.CIESZKO, *O oddziaływaniach wewnętrznych w ośrodku porowatym nasyconym cieczą*, Rozp. Inż., 35, 1, 1987.
12. A.C.ERINGEN, J.INGRAM, *A continuum theory of chemically reacting media*, II, Int. J. Engng Sci., 5, 289-322, 1967.
13. M.CIESZKO, J.KUBIK, *Wpływ struktury porów ośrodka porowatego nasyconego płynem na prędkość propagacji zaburzeń w płynie*, Rozp. Inż., 37, 1, 1989.
14. L.D.LANDAU, E.LIFSHITZ, *Гидродинамика*, Nauka, Moskwa, 1986.
15. A.JEFFREY, *Quasilinear hyperbolic systems and waves*, Pitman Publishing, London-San Francisco-Melbourne, 1976.
16. W.KOSIŃSKI, *Field singularities and wave analysis in continuum mechanics*, PWN, Warszawa, Ellis Horwood Limited Publishers, Chichester 1986.
17. M.M.MATWIEJEW, *Metody całkowania równań różniczkowych zwyczajnych*, PWN, Warszawa 1982.
18. P.J.CHEN, *Selected topics in wave propagation*, Noordhoff International Publishing, Leyden 1976.

Резюме

АНАЛИЗ ЭВОЛЮЦИИ ПРОФИЛЯ ВОЗМУЩЕНИЙ ПЛОТНОСТИ КОНЕЧНОЙ АМПЛИТУДЫ В ЖИДКОСТИ ЗАПОЛНЯЮЩЕЙ НЕДЕФОРМИРУЕМУЮ ПОРИСТУЮ СРЕДУ

В работе проанализировано влияние сил диффузии и структуры пор недеформируемого скелета на эволюцию профиля волн конечной амплитуды в жидкости, протекающей через его поры. Анализ проведен опираясь на двухпараметрическую теорию деформируемых пористых сред, в которой структура пор характеризуется двумя параметрами. Получена квазилинейная система уравнений, описывающая эволюцию распределения плотности жидкости в волне. Определены условия формирования волны сильного разрыва на фронте волны, а также параметр, характеризующий интенсивность затухания возмущений малой амплитуды в такой среде.

Liczne badania eksperymentalne wykazują, że zniszczenie próbek z niektórych materiałów spowodowane jest powstawaniem wielkiej liczby mikropeknięć. Zwykłe mikropeknięcia te mają tendencję do lokalizowania się w pewnym charakterystycznym obszarze. Kierunki propagacji tych mikrorys najczęściej mają charakter losowy i koncentrują się w miejscach o osłabionej strukturze; stąd można mówić o lokalnym osłabieniu się materiału. Zjawisko osłabienia materiałowego jest typowe

SUMMARY

EVOLUTION ANALYSIS OF FINITE AMPLITUDE DENSITY PERTURBATION PROFILE IN A FLUID FILLING A NON-DEFORMABLE POROUS MEDIA

Effect of diffusive forces and pore structure of a rigid skeleton on the finite amplitude wave profile evolution is analyzed in the case of fluid flow through the pores. The analysis is based on a two-parameter theory of deformable porous media, the pore structure being characterized by two parameters. A quasi-linear set of equations is obtained, describing the evolution of the fluid density distribution in the wave. Conditions of formation of strong discontinuity waves at the wave front are determined, and a parameter is found which characterizes the damping intensity of small amplitude perturbation in such media.

POLSKA AKADEMIA NAUK
INSTYTUT PODSTAWOWYCH PROBLEMÓW TECHNIKI

Praca została złożona w Redakcji dnia 16 stycznia 1989 r.

LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. A.I. El-SHARKAWY, *Non-linear attenuation of sound in circular lined ducts*, Appl. Acoust. 24, 8, 981-989, 1988.
2. J.M. BUCKMAN, P. SRI-GURTA, *Flow through porous media in the presence of sound*, J. Acoust. Soc. Am. 79, 1, 55-61, 1977.
3. W. DZIEDZIĆ, *Układ równań nieliniowych opisujących propagację fal dźwiękowych w ośrodku porowatym*, Prace Instytutu Podstawowych Problemów Techniki, Seria Sci. Tech., 25, 1, 11-16, 1978.
4. S.T. KOWALSKI, *Wpływ struktury porów na propagację dźwięku w ośrodku porowatym*, Prace IPPT, 5, 1980.
5. J. KUWIK, *Mechanika silnie odkształconych ośrodków o anizotropowej przepuszczalności*, Prace IPPT, 29, 1981.
6. J. KUWIK, *A microscopic description of geometrical pore structure of porous solids*, Int. J. Engng Sci., 24, 9, 971-980, 1986.