

K. WITUSZYŃSKI

STATECZNOŚĆ I WYTRZYMAŁOŚĆ
PROSTOKĄTNEGO OBRAMOWANEGO ARKUSZA
BLACHY FALISTEJ

ROZPRAWY
INŻYNIERSKIE
LXXXIII

WYDZIAŁ INŻYNIERSTWA
MISYJNEGO
POLSKIEGO
WYDZIAŁ INŻYNIERSTWA
MISYJNEGO

SPIS TREŚCI

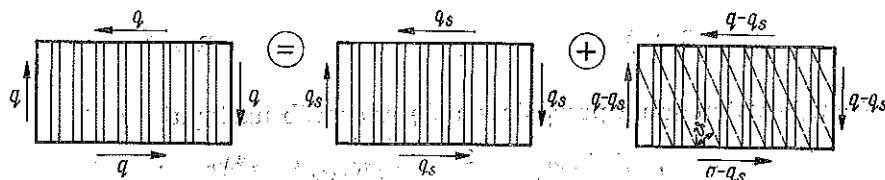
	Str.
Wstęp	515
1. Średnie kierunki ciągnięć ukośnych	516
2. Określenie naprężeń granicznych	526
3. Analiza rozkładu poziomych składowych ciągnięć ukośnych	535
4. Uwagi końcowe	540

Wstęp

Zadaniem grodzi jest nie tylko przejmowanie naporu hydrostatycznego powstałego wskutek zalania pomieszczeń ładowni i ewentualnie zbiorników statku, ale również udział w poprzecznym zginaniu przy ustawieniu statku w doku.

Niedocenianą właściwością grodzi jest zdolność zachowania niezmiennego przekroju poprzecznego kadłuba przy rozpatrywaniu ogólnej wytrzymałości w przypadku dowolnego, a więc na ogół skośnego, położenia statku do fali.

Grodzie nitowane oraz spawane dość dobrze spełniają zadanie zachowania stałego przekroju kadłuba, natomiast geometria grodzi przeginanym pozwala sądzić o ich mniejszych możliwościach przeciwdziałania odkształceniom konturu ramy wręgowej. Należy nadmienić, że zmiana przekroju poprzecznego statku na ogół niekorzystnie wpływa na wielkość naprężeń w narożach luków, [1], wskutek czego stosowanie grodzi przeginanym w tych miejscach może okazać się rozwiązaniem nienajlepszym.



Rys. 1

Żeby się o tym przekonać, przeprowadzimy porównanie modelu grodzi przeginanej z grodzią spawaną przy pracy obydwóch w obszarze ponadstatecznym. Jest to uzasadnione tym, że blachy grodzi falistej w szczególnych przypadkach przy ścinaniu mogą ulec wyboczeniu nawet przy stosunkowo niewielkich obciążeniach, a następnie mogą przenieść dość duże siły już w stanie odkształconym. Przyczyną powyższego jest fakt, że w obszarze ponadkrytycznym powstaje pole pofałdowań skośnych, przy czym gródź w kierunku fałd przenosi znaczne obciążenia rozciągające, natomiast w kierunku prostopadłym możliwość przenoszenia obciążeń ściskających zależy od odpowiedniego doboru usztywnień, [1].

W rezultacie układ obciążeń grodzi składać się będzie z pola naprężeń tnących oraz z pola ciągnięć ukośnych nachylonych pod kątem θ do poziomemu (rys. 1).

1. Średnie kierunki ciągnięć ukośnych

W celu zbadania pola ciągnięć ukośnych w grodzi przeginanej posłużymy się analogią ze zwykłą płytą ortotropową o stałej grubości t , ale o różnych stałych sprężystych. Dla takiej płyty wydłużenie właściwe i kąt odkształcenia postaciowego będą się przedstawiały w sposób następujący:

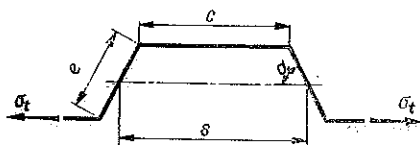
$$(1.1) \quad \varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E_1} - \nu_2 \frac{\sigma_y}{E_2}, \quad \varepsilon_y = \frac{\sigma_y}{E_2} - \nu_1 \frac{\sigma_x}{E_1}, \quad \gamma = \frac{\tau}{G_0}.$$

Ponieważ $\nu_1 = \nu_2 = \nu$, $E_1 \neq E_2$. $\nu/E_1 \neq \nu/E_2$, więc odkształcenia jednostkowe zgodnie z najogólniejszymi równaniami Hooke'a wynoszą:

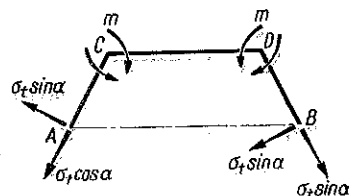
$$(1.2) \quad \varepsilon_x = a_{11} \sigma_x + a_{12} \sigma_y, \quad \varepsilon_y = a_{21} \sigma_x + a_{22} \sigma_y, \quad \gamma = a_{33} \tau.$$

Porównując wyrażenia (1.1) i (1.2) wyznaczamy współczynniki a_{ij} :

$$(1.3) \quad a_{11} = \frac{1}{E_1}; \quad a_{22} = \frac{1}{E_2}; \quad a_{12} = -\frac{\nu}{E_2}; \quad a_{21} = -\frac{\nu}{E_1}; \quad a_{33} = \frac{1}{G_0}.$$



Rys. 2



Rys. 3

Energia potencjalna przedstawia się w sposób następujący:

$$(1.4) \quad V = \frac{1}{2} \iint \left(\frac{\sigma_x^2}{E_1} + \frac{\sigma_y^2}{E_2} - \frac{2\nu \sigma_x \sigma_y}{E_2} + \frac{\tau^2}{G_0} \right) dx dy,$$

gdzie t jest grubością płyty.

Z kolei opierając się na własnościach geometrycznych grodzi przeginanej należałoby wyznaczyć wartości E_1 , E_2 i G_0 , przy czym wielkość E_2 w kierunku osi y biegnącej równoległe do tworzących poszczególnych segmentów uważać będziemy za normalny moduł E dla materiału izotropowego.

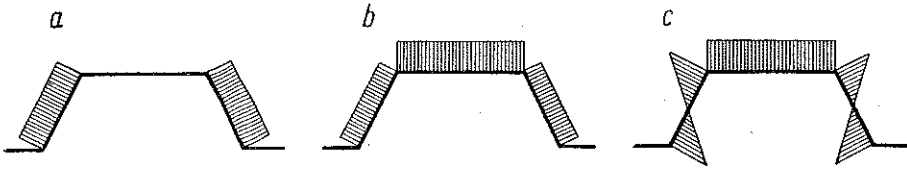
Rozpatrzmy swobodny segment o szerokości jednostkowej rozciągany siłą σt (rys. 2). Rozcinamy go wzdłuż osi neutralnej i badamy warunki równowagi i symetrii w celu wyznaczenia momentów podporowych m .

¹ Bez wpływu na dalsze rozważania można przyjąć znaną zależność teorii ciał ortotropowych $\nu_1/E_1 = \nu_2/E_2$. Jednakże własności fizykalne przyjętego modelu geometryczno-sprężystego lepiej oddaje związek podany w tekście.

Otrzymamy

$$(1.5) \quad m = \frac{1}{2} \sigma t e \sin \alpha.$$

Wykresy sił poprzecznych, sił podłużnych, momentów gnących przedstawiono na rys. 4a, 4b i 4c.



Rys. 4

Przemieszczenie poziome końców A i B (rys. 3) powstałe wskutek działania obrotu i siły poprzecznej wynosi

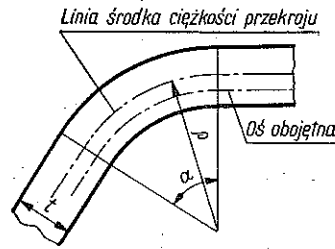
$$(1.6) \quad u_1 = 2 \left[\frac{\sigma t \sin \alpha}{3 E_2 I} \frac{e^3}{8} \sin \alpha + \left(\frac{m c}{3 E_2 I} + \frac{m c}{6 E_2 I} \right) \frac{e}{2} \sin \alpha \right] = \\ = 2 \left[\frac{\sigma t e^3 \sin^2 \alpha}{24 E_2 I} + \frac{\sigma t c e^2 \sin^2 \alpha}{8 E_2 I} \right],$$

a przemieszczenie dodatkowe uwzględniające odkształcenie krawędzi CD

$$(1.7) \quad u_2 = 2 \frac{m a}{E_2 S} \frac{e}{2} \sin \alpha = 2 \left[\frac{1}{4} \sigma t e^2 \sin^2 \alpha \frac{a}{E_2 S} \right].$$

We wzorach tych S oznacza moment statyczny przekroju względem osi neutralnej. Dla przekroju prostokątnego można przyjąć

$$S = F z_0 = F \left[\frac{t}{12} \left(\frac{t}{\rho} \right)^2 + \right. \\ \left. + \frac{t}{80} \left(\frac{t}{\rho} \right)^4 + \frac{t}{7 \cdot 2^6} \left(\frac{t}{\rho} \right)^6 + \dots \right],$$



Rys. 5

gdzie z_0 oznacza odległość środka ciężkości przekroju od osi neutralnej, ρ promień krzywizny linii przechodzącej przez środek ciężkości przekroju.

Całkowite przemieszczenie uwzględniające rozciąganie pasków jest równe:

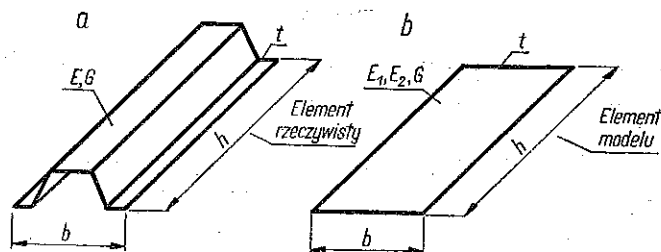
$$(1.8) \quad u_c = 2 \frac{\sigma t \cos \alpha}{E_2 t} \frac{e}{2} \cos \alpha + \frac{\sigma t c}{E_2 t} + 2 \left[\frac{\sigma t e^3 \sin^2 \alpha}{24 E_2 I} + \right. \\ \left. + \frac{\sigma t c e^2 \sin^2 \alpha}{8 E_2 I} + \frac{\sigma t e^2 a \sin^2 \alpha}{4 E_2 S} \right] = \frac{\sigma t}{E_2} \left[\frac{e \cos^2 \alpha}{t} + \frac{c}{t} + \right. \\ \left. + \frac{e^3 \sin^2 \alpha}{12 I} + \frac{c e^2 \sin^2 \alpha}{4 I} + \frac{e^2 a \sin^2 \alpha}{2 S} \right].$$

Natomiast przemieszczenie zastępczego paska płaskiego o długości $s = e \cos \alpha + c$ pod wpływem siły σt określa funkcja

$$u_z = \frac{\sigma t}{E_1} \frac{e \cos \alpha + c}{t}$$

Z równości $u_c = u_z$ określimy zastępczy moduł swobodnego paska o jednakowej szerokości:

$$(1.9) \quad E_1 = E_2 \frac{e \cos \alpha + c}{t \left[\frac{e \cos^2 \alpha}{t} + \frac{c}{t} + \frac{e^3 \sin^2 \alpha}{4I} \left(\frac{e}{3} + c \right) + \frac{e^2 \alpha \sin^2 \alpha}{2S} \right]}$$



Rys. 6

Energia sprężysta całej grodzi przy przyjęciu n segmentów na szerokości B ma postać²

$$(1.10) \quad U_1 = n \frac{q_s^2}{2t} \iint \frac{dx dy}{G_0} + n \frac{(q - q_0)^2 \operatorname{tg}^2 \vartheta}{2E_2 t} + n \frac{(q - q_s)^2 \operatorname{ctg}^2 \vartheta}{2t} \iint \frac{dx dy}{E_y} - n \frac{(q - q_s)^2 h b}{t} \frac{2\nu}{E_2}$$

gdzie $B = nb$ oraz $H = h$.

System utrzymujący w równowadze układ ciągnięć ukośnych tworzą wiązania obramowujące gródź, pracujące na zginanie i ściskanie (rys. 7). Stąd

$$(1.11) \quad U_2 = \frac{(q - q_s)^2 B H^2 \operatorname{ctg}^2 \vartheta}{8E} \left(\frac{1}{A_g} + \frac{1}{A_d} \right) + \frac{(q - q_s)^2 B^2 H \operatorname{tg}^2 \vartheta}{8E} \frac{2}{A_w} + \frac{(q - q_s)^2 B^5 \operatorname{tg}^2 \vartheta}{240E} \left(\frac{1}{I_g} + \frac{1}{I_d} \right) + \frac{(q - q_s)^2 H^5 \operatorname{ctg}^2 \vartheta}{120E I_w}$$

gdzie symbole A_g i I_g oznaczają odpowiednio pole przekroju i moment bezwładności paska pokładu oraz A_d i I_d pole przekroju i moment bezwładności dna, A_w i I_w pole przekroju moment bezwładności paska burty. Wyrazy określające zginanie są na ogół tak małe, [1], że bez specjalnego

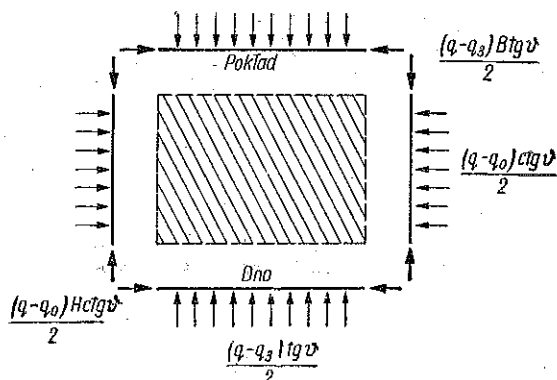
² Por. odpowiednie wyrażenie dla płyty izotropowej w pracy [1], s. 379.

uszczerbku dla dalszych wyników można je pominąć. Wobec tego całkowita energia sprężysta ma postać

$$(1.12) \quad U = U_1 + U_2 = \sum_{i=1}^{i=n} \left[\frac{q_s^2}{2t} \iint \frac{dx dy}{G_0} + \frac{(q - q_s)^2 \operatorname{tg}^2 \vartheta h b}{2 E_2 t} + \right. \\ \left. + \frac{(q - q_s)^2 \operatorname{ctg}^2 \vartheta}{2t} \iint \frac{dx dy}{E_y} - \frac{(q - q_s)^2 h b}{t} \frac{2y}{E_2} \right] + \\ + \frac{(q - q_s)^2}{E} \left[\frac{B H^2 \operatorname{ctg}^2 \vartheta}{8} \left(\frac{1}{A_g} + \frac{1}{A_d} \right) + \frac{B H^2 \operatorname{tg}^2 \vartheta}{8} \frac{2}{A_w} \right]$$

lub inaczej

$$(1.13) \quad \frac{1}{n} U = \frac{q_s^2}{2t} \iint \frac{dx dy}{G_0} + \frac{(q - q_s)^2 \operatorname{tg}^2 \vartheta h b}{2 E_2 t} + \\ + \frac{(q - q_s)^2 \operatorname{ctg}^2 \vartheta}{2t} \iint \frac{dx dy}{E_y} - \frac{(q - q_s)^2 h b}{t} \frac{2y}{E_2} + \\ + \frac{(q - q_s)^2}{E} \left[\frac{b H^2 \operatorname{ctg}^2 \vartheta}{8} \left(\frac{1}{A_g} + \frac{1}{A_d} \right) + \frac{b B H \operatorname{tg}^2 \vartheta}{8} \frac{2}{A_w} \right].$$



Rys. 7

Niewiadomą wartość kąta ϑ określimy z równania utworzonego przez przyrównanie do zera pochodnej wyrażenia (1.12) lub (1.13):

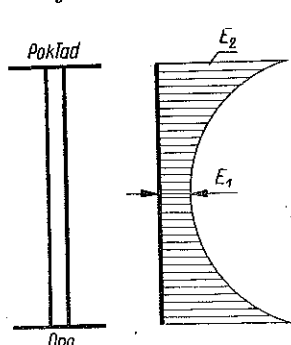
$$(1.14) \quad \frac{1}{n} \frac{\partial U}{\partial \vartheta} = \frac{h b}{2t E_2} \frac{\partial}{\partial \vartheta} (\operatorname{tg}^2 \vartheta) + \frac{1}{2t} \iint \frac{dx dy}{E_y} \frac{\partial}{\partial \vartheta} (\operatorname{ctg}^2 \vartheta) + \\ + \frac{1}{E} \left[\frac{b H^2}{8} \left(\frac{1}{A_g} + \frac{1}{A_d} \right) \frac{\partial}{\partial \vartheta} (\operatorname{ctg}^2 \vartheta) + \frac{b B H}{4 A_w} \frac{\partial}{\partial \vartheta} (\operatorname{tg}^2 \vartheta) \right] = 0.$$

Żeby określić całkę składnika drugiego (1.13), musimy znać przebieg E_y w kierunku pionowym. Sposób połączenia grodzi z dnem i pokładem

pozwala przedstawić E_y przy pomocy trzech pierwszych wyrazów szeregu potęgowego:

$$(1.15) \quad E_y = a_0 + a_1 y + a_2 y^2 + \dots$$

Symetria oraz warunek brzegowy i środkowy dają



Rys. 8

$$y = 0, \quad E_y = E_1, \quad y = \frac{h}{2},$$

$$E_2 = E_1 + a_2 \frac{h^2}{4}, \quad E_y \left(-\frac{h}{2} \right) = E_y \left(\frac{h}{2} \right).$$

Stąd otrzymamy

$$a_0 = E_1, \quad a_1 = 0, \quad a_2 = 4 \frac{E_2 - E_1}{h^2},$$

czyli funkcja E_y będzie następująca:

$$(1.16) \quad E_y = E_1 + \frac{4(E_2 - E_1)}{h^2} y^2.$$

Wstawiając powyższą wartość do wzoru (1.14) i dokonując całkowania otrzymamy

$$(1.17) \quad \frac{1}{E_2} \frac{\operatorname{tg} \vartheta}{\cos^2 \vartheta} - \frac{1}{t} \frac{\operatorname{arc} \operatorname{tg} \sqrt{\frac{E_2 - E_1}{E_1}}}{\sqrt{E_1} \sqrt{E_2 - E_1}} \frac{\operatorname{ctg} \vartheta}{\sin^2 \vartheta} - \frac{h}{4E} \left(\frac{1}{A_g} + \frac{1}{A_d} \right) \frac{\operatorname{ctg} \vartheta}{\sin^2 \vartheta} + \frac{B}{2EA_w} \frac{\operatorname{tg} \vartheta}{\cos^2 \vartheta} = 0.$$

Całe równanie można przedstawić w postaci

$$K_1 \frac{\operatorname{tg} \vartheta}{\cos^2 \vartheta} - K_2 \frac{\operatorname{ctg} \vartheta}{\sin^2 \vartheta} = 0;$$

stąd

$$(1.18) \quad \operatorname{tg} \vartheta = \sqrt[4]{\frac{K_2}{K_1}},$$

gdzie

$$(1.19) \quad \begin{cases} K_2 = \frac{1}{t} \frac{\operatorname{arc} \operatorname{tg} \sqrt{\frac{E_2 - E_1}{E_1}}}{\sqrt{E_1} \sqrt{E_2 - E_1}} + \frac{h}{4E} \left(\frac{1}{A_g} + \frac{1}{A_d} \right), \\ K_1 = \frac{1}{tE_2} + \frac{B}{2EA_w}. \end{cases}$$

Z powyższych wzorów (1.17) - (1.19) widać, że całe zadanie zrównoważenia działania ciągnięć ukośnych w grodziach falistych spada na obramowanie, które w tym przypadku musi być odpowiednio mocnym wią-

zaniem. Natomiast w grodziach nitowanych pionowe usztywnienia współpracują z obramowaniem i w znacznej mierze odciążają wręgi oraz elementy poszycia burtowego. Świadczy o tym chociażby porównanie, jakie siły ściskające muszą przenieść obramowania pionowe w obu wyróżnionych rodzajach grodzi. Mianowicie mamy:

(a) dla grodzi spawanej

$$P_1 = \frac{(q - q_s) b \operatorname{tg} \vartheta}{2},$$

(b) dla grodzi falistej

$$P_2 = \frac{(q - q_s) B \operatorname{tg} \vartheta'}{2},$$

gdzie b oznacza odstęp między usztywnieniami, B całą szerokość grodzi.

Przykład 1. Rozpatrzmy gródź spawaną o wymiarach $B = 14,5$ m, $H = 7,7$ m i odstępem usztywnień $b = 825$ mm, średniej grubości blach $t = 8$ mm. Wymiary usztywnień: $250 \times 14/120 \times 14$.

Znajdziemy kolejno:

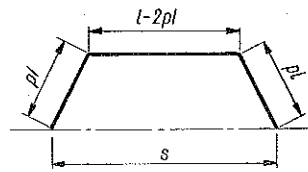
$$A_w = 25 \cdot 1,4 + 1,2 \cdot 1,4 = 51,8 \text{ cm}^2, \quad A_g = 50 \text{ cm}^2, \quad A_d = 225 \text{ cm}^2,$$

$$L = \frac{ht}{4} \left(\frac{1}{A_g} + \frac{1}{A_d} \right) = 3,76^3, \quad \frac{bt}{A_w} = 1,27 \quad \vartheta = 50^\circ 15'.$$

Moment bezwładności usztywnienia wraz ze współpracującym paskiem blachy wynosi $I = 9661 \text{ cm}^4$ i $W = 596 \text{ cm}^3$.

Zaprojektujemy gródź falistą kształtu trapezowego ($p = 1/6$) o tej samej grubości co gródź płaska oraz o podziałce równej odstępowi usztywnień grodzi spawanej.

Określmy moment bezwładności segmentu wskazanego na rys. 9



Rys. 9

$$(1.20) \quad I = \frac{1}{6} t s^3 n(n-1),$$

gdzie $n = l/s$. Przekształcając (1.20) otrzymamy $n(n-1) = 6 I/t s^3 = 0,1062$, $n = 1,09$, $l = 1,09 \cdot 82,5 = 90$ cm, $pl = e/2 = 15,0$ cm, $l-2pl = c = 60$ cm, $\cos \alpha = 0,7500$, $\alpha = 41^\circ 25'$, $\sin \alpha = 0,6615$.

Wysokość grodzi

$$w = 15,0 \cdot 0,6615 = 9,95 \text{ cm},$$

$$I = \frac{1}{6} \cdot 0,8 \cdot 82,5^3 \cdot 0,1062 = 7951 \text{ cm}^4, \quad W = 799 \text{ cm}^3.$$

³ Por. [1], s. 379-380.

Przyjmujemy promień zaokrąglenia krawędzi grodzi: $\rho = 2,4 \text{ cm}$,
 $a = 0,7227$. Stąd

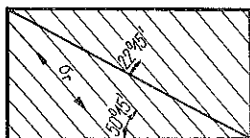
$$S = Fz_0 = \frac{1}{12} \left(\frac{t}{p} \right)^2 = 0,00592.$$

Kolejno obliczymy E_1 , K_2 , K_1 i $\text{tg } \vartheta$ na podstawie wzorów (1.9), (1.18) i (1.19):

$$\left\{ \begin{aligned} E_1 &= \frac{(30,0 \cdot 0,7500 + 60,0) E_2}{0,8 \frac{30 \cdot 0,75^2}{0,8} + \frac{60}{0,8} + \frac{30^2 \cdot 0,6615^2 \cdot 12}{4 \cdot 0,83} \left(\frac{30}{3} + 60 \right) + \frac{30^3 \cdot 0,7227 \cdot 0,6615^3}{2 \cdot 0,00592}} E_2 = \\ &= 0,000555 E_2 \approx 1,22 \cdot 10^3 \text{ kg/cm}^2, \\ K_2 &= \frac{3,141 E_2}{0,8 \sqrt{1,22 \cdot 10^3} \sqrt{2,196 \cdot 10^6}} + \frac{770}{4 \cdot 2 \cdot 10^6} \left(\frac{1}{50} + \frac{1}{225} \right) = \\ &= \frac{1}{106} (37,995 + 2,350) = 40,345 \cdot 10^{-6}, \\ K_1 &= \frac{1}{0,8 \cdot 2,196 \cdot 10^6} + \frac{1450}{2 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 1036} = 4,07 \cdot 10^{-6}, \\ \text{tg } \vartheta &= \sqrt[4]{\frac{40,395}{4,07}} = 1,776, \quad \vartheta = 60^\circ 34'. \end{aligned} \right.$$

Poglądowo wpływ ciągnięć ukośnych możemy zastąpić działaniem pręta zaśrzałowego przy elemencie kratownicy (rys. 9a i 9b). Zastępu-

a.



b.



jąc gródź spawaną prętem o przekroju F , określimy przekrój zastępczy F_1 odpowiadający gródzi falistej:

$$F_1 = \frac{\cos 32^\circ 34'}{\cos 22^\circ 15'} F = 0,911 F.$$

Rys. 10

Jak widać przy użyciu metody analogii rozpatry-

wana w przykładzie naszym gródź przeginana jest około 9% słabsza w przypadku szczególnym, gdy naprężenia krytyczne są równe w obu rodzajach grodzi.

W grodziach okrętowych w rzeczywistości spotyka się bardziej złożony stan obciążenia niż rozważony dotychczas. Razem z obciążeniami ścinającymi występują siły osiowe pionowe, które w zależności od rozłożenia sił wyporu i ciężaru własnego statku mogą być rozciągające lub ściskające. Uwzględnienie tych sił prowadzi do następującej postaci energii sprężystej grodzi [wzór (10)]:

$$(1.21) \quad U_1 = n \frac{q_s^2}{2t} \iint \frac{dx dy}{G_0} + n \frac{[(q - q_s) \operatorname{tg} \vartheta + q_r]^2}{2 E_2 t} + \\ + n \frac{(q - q_s)^2 \operatorname{ctg}^3 \vartheta}{2t} \iint \frac{dx dy}{E_y} - n \frac{(q - q_s)^2 h b}{t} \frac{2\nu}{E_2}$$

Energię obramowań przedstawić można w postaci

$$(1.22) \quad U_2 = \frac{(q - q_s)^2 B H^2 \operatorname{ctg}^2 \vartheta}{8 E} \left(\frac{1}{A_g} + \frac{1}{A_d} \right) + \\ + \frac{[(q - q_s) \operatorname{tg} \vartheta + q_r]^2 B^2 H}{8 E} \frac{2}{A_w}$$

Całkowita energia jednego segmentu jest więc

$$(1.23) \quad \frac{1}{n} U = \frac{q_s^2}{2t} \iint \frac{dx dy}{G_0} + \frac{[(q - q_s) \operatorname{tg} \vartheta + q_r]^2 h b}{2 E_2 t} + \\ + \frac{(q - q_s)^2 \operatorname{ctg}^3 \vartheta}{2t} \iint \frac{dx dy}{E_y} - \frac{(q - q_s)^2 h b}{t} \frac{2\nu}{E_2} + \\ + \frac{(q - q_s)^2}{E} \left[\frac{B H^2 \operatorname{ctg}^2 \vartheta}{8} \left(\frac{1}{A_g} + \frac{1}{A_d} \right) \right] + \frac{[(q - q_s) \operatorname{tg} \vartheta + q_r]^2 B b H}{8 E} \frac{2}{A_w}$$

Tak jak uprzednio niewiadomą wartość kąta ϑ określimy z równania

$$(1.24) \quad \frac{2 [(q - q_s) \operatorname{tg} \vartheta + q_r] h b}{2 E_2 t \cos^3 \vartheta} - \frac{1}{t} \frac{\operatorname{arc} \operatorname{tg} \sqrt{\frac{E_2 - E_1}{E_1}}}{\sqrt{E_1} \sqrt{E_2 - E_1}} (q - q_s) \frac{\operatorname{ctg} \vartheta}{\sin^2 \vartheta} + \\ + \frac{1}{E} \left[(q - q_s)^2 \frac{b H^2}{8} \left(\frac{1}{A_g} + \frac{1}{A_d} \right) \frac{\operatorname{ctg} \vartheta}{\sin^2 \vartheta} + \frac{B b h}{4 A_w} \frac{(q - q_s) \operatorname{tg} \vartheta + q_r}{\cos^3 \vartheta} \right] = 0,$$

które po uporządkowaniu przyjmie postać

$$\operatorname{tg} \vartheta \frac{h b}{E_2 t} + \frac{q_r}{q - q_s} \frac{h b}{E_2 t} - \frac{1}{t} \frac{\operatorname{arc} \operatorname{tg} \sqrt{\frac{E_2 - E_1}{E_1}}}{\sqrt{E_1} \sqrt{E_2 - E_1}} \operatorname{ctg}^3 \vartheta - \\ - \frac{b H^3}{8 E} \left(\frac{1}{A_g} + \frac{1}{A_d} \right) \operatorname{ctg}^3 \vartheta + \operatorname{tg} \vartheta \frac{B b h}{4 A_w E} + \frac{q_r}{q - q_s} \frac{B b h}{4 A_w E} = 0.$$

Wprowadzimy oznaczenia

$$A = \frac{h b}{E_2 t} + \frac{B b h}{4 A_w E},$$

$$B = \frac{1}{t} \frac{\operatorname{arc} \operatorname{tg} \sqrt{\frac{E_2 - E_1}{E_1}}}{\sqrt{E_1} \sqrt{E_2 - E_1}} + \frac{b H^3}{8 E} \left(\frac{1}{A_g} + \frac{1}{A_d} \right),$$

$$C = \frac{q_r}{q - q_s} \left(\frac{h b}{E_2 t} + \frac{B b h}{4 A_w E} \right) = \frac{q_r}{q - q_s} A.$$

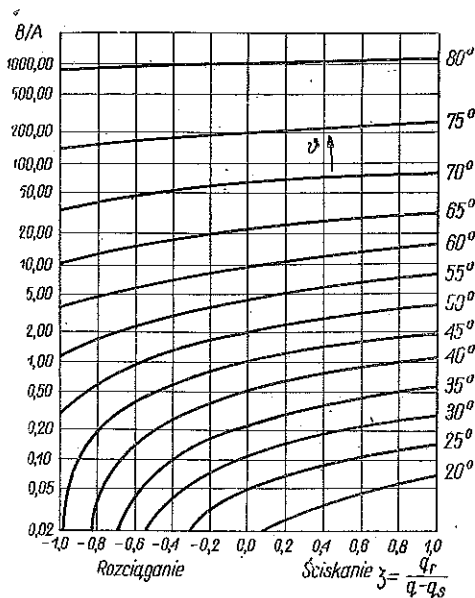
Otrzymamy równanie (1.24) w postaci

$$(1.24.1) \quad \frac{B}{A} \operatorname{ctg}^4 \vartheta - \zeta \operatorname{ctg} \vartheta - 1 = 0,$$

gdzie

$$(1.25) \quad \zeta = \frac{q_r}{q - q_s}.$$

Korzystając z tego równania sporządzono wykres (rys. 11) pozwalający na podstawie danych konstrukcyjnych grodzi (współczynnik B/A) oraz za pomocą parametru ζ [wzór (1.25)] określić kierunki ciągnięć ukośnych w dowolnej grodzi falistej.



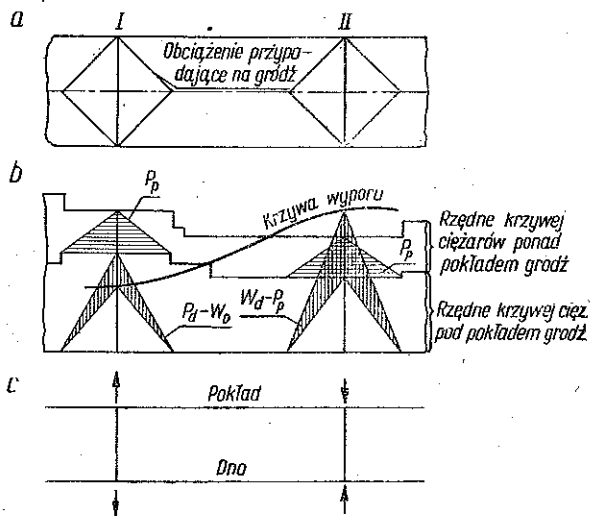
Rys. 11

Należy przy tym nadmienić, że kąty ϑ określone wzorem (1.24.1) oraz przedstawione na wykresie (rys. 11) wyznaczają kierunki ciągnięć wypadkowych, zsumowanych wzdłuż wysokości grodzi. Rzeczywisty przebieg kątów ϑ będzie omówiony oddzielnie.

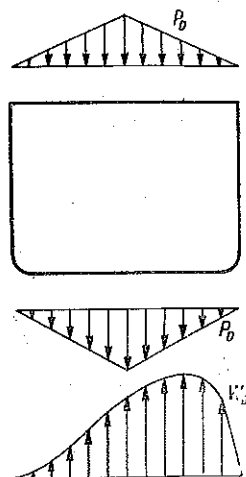
Kierunki ciągnięć ukośnych zależą od własności konstrukcyjnych (parametr B/A), a prócz tego od wpływu obciążeń zewnętrznych kadłuba, tj. od wielkości q_r oraz q , określających parametr ζ . Wyznaczenie wspomnianych wielkości wymaga krótkiego omówienia.

Zajmiemy się obliczeniem obciążenia grodzi napięciami osiowymi q_r . Gródź w zależności od rozmieszczenia ładunku i ustawienia statku na fali może być rozciągana lub ściskana w swojej płaszczyźnie siłami pionowymi. Można w sposób dość prosty oszacować wielkości tych sił zakładając rozkład obciążeń przypadających na grodzie i burty jak na rys. 12a. Rys. 12b i 12c wskazują, że gródź I jest rozciągana siłami $P_D - W_D$, tj. ciężarami dennymi minus odpowiednia wyporność. Natomiast gródź II będzie ściskana siłami P_p , tj. ciężarami znajdującymi się nad pokładem grodziowym, ewentualnie siłami $W_D - P_D$ w zależności od tego, które z nich okażą się większe. Wykres na rys. 12b przedstawia przebieg

średniej wyporności w odniesieniu do szerokości statku. Ponieważ istnienie napięć q uwarunkowane jest przeważnie skośnym kursem statku względem fali, więc na ogół gródź jest obciążona jak na rys. 13.

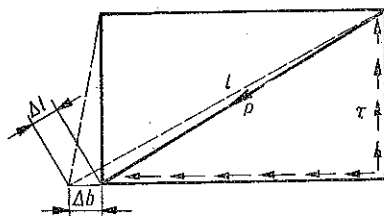


Rys. 12



Rys. 13

Wyznaczenie obciążeń ścinających q , pochodzących od skręcania, jest nieco bardziej skomplikowane. Korzystną rzeczą jest w tym przypadku posłużenie się metodą stosowaną dla kratownic, potraktowaniem kadłuba jako kratownicy przestrzennej statycznie niewyznaczalnej, [3] i [4]. Wyżej podany sposób obliczeń jest właśnie odpowiednikiem kadłuba o dostatecznie sztywnych grodziach zdolnych przenieść obciążenie ścinające. Załóżmy, że rozwiązując układ przestrzenny kratowy obciążony momentem skręcającym znaleźliśmy siły w ukośnicach poprzecznych będących odpowiednikami grodzi statku. Wówczas znalezienie strumieni napięć stycznych nie przedstawia specjalnych trudności (rys. 14) dzięki zależnościom



Rys. 14

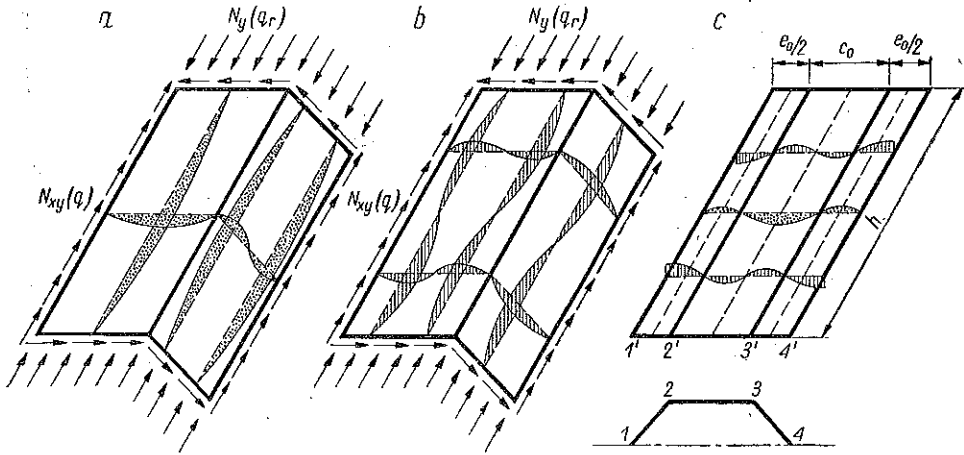
$$\tau = \frac{P}{l \delta}, \quad q = \tau \delta,$$

gdzie δ oznacza grubość blachy grodzi.

2. Określenie naprężeń granicznych

Analiza pracy grodzi w obszarze ponadstatecznym wymaga oprócz określenia kierunku ciągnięć ukośnych także wyznaczenia krytycznej wielkości naprężeń stycznych.

Tu należy użyć modelu uwzględniającego dużą odkształcalność grodzi falistych przy istnieniu obciążeń w ich płaszczyźnie. Z tego względu rozpatrywanie omawianej grodzi jako płyty ortotropowej o stałych parametrach D_x , D_y i C ścinanej i obciążonej osiowo mija się z celem.



Rys. 15

Przyjęta postać deformacji grodzi musi ponadto spełniać zasadę minimum energii. Mając to na uwadze przyjmiemy, że odkształcenie na ściankach grodzi przedstawić można za pomocą szeregu trygonometrycznego (rys. 15a i 15b). Odkształcenie ścianki równoległej grodzi jest następujące:

$$(2.1) \quad w_1 = \delta_1 \sin \frac{\pi x_1}{c} + \delta_2 \sin \frac{2\pi x_1}{c}.$$

Analogiczna funkcja określająca deformację ścianki nierównoległej jest następująca:

$$(2.2) \quad w_2 = \gamma_1 \sin \frac{2\pi x_2}{e} + \gamma_2 \sin \frac{\pi x_2}{e}.$$

Ciągłość odkształceń na krawędzi części równoległej i nierównoległej daje dodatkowe związki

$$(2.3) \quad \gamma_1 = -\delta_1 \frac{e}{2c}, \quad \gamma_2 = 2\delta_2 \frac{e}{c}.$$

Po uwzględnieniu zależności (2.3) wzory (2.1) i (2.2) przedstawiają się następująco:

$$(2.4.1) \quad w_1 = \delta_1 \sin \frac{\pi x_1}{c} + \delta_2 \sin \frac{2\pi x_1}{c},$$

$$(2.4.2) \quad w_2 = -\frac{1}{2} \frac{e}{c} \delta_1 \sin \frac{2\pi x_2}{c} + 2 \frac{e}{c} \delta_2 \sin \frac{\pi x_2}{c}.$$

Należy zwrócić uwagę, że amplitudy δ_1 i δ_2 a także γ_1 i γ_2 są funkcjami y , czyli że zmieniają się wzdłuż wysokości grodzi. Określimy je w następujący sposób (rys. 12):

$$(2.5) \quad \delta_1 = \delta_{10} \cos \frac{\pi y}{h}, \quad \delta_2 = \delta_{20} \sin \frac{2\pi y}{h}.$$

Po uwzględnieniu (2.5) wyrażenia na ugięcia będą się przedstawiały w sposób następujący:

dla części równoległej segmentu

$$(2.6) \quad w_1 = \delta_{10} \cos \frac{\pi y}{h} \sin \frac{\pi x_1}{c} + \delta_{20} \sin \frac{2\pi y}{h} \sin \frac{2\pi x_1}{c},$$

dla części nierównoległej

$$(2.7) \quad w_2 = -\frac{1}{2} \delta_{10} \frac{e}{c} \cos \frac{\pi y}{h} \sin \frac{2\pi x_2}{e} + 2 \delta_{20} \frac{e}{c} \sin \frac{2\pi y}{h} \sin \frac{\pi x_2}{e}.$$

Gródź poddana jest siłom osiowym $N_y(q_r)$ działającym wzdłuż tworzących oraz obciążeniom ścinającym $N_{xy}(q_{xy})$ wywołanym wpływem skręcającego kadłuba.

Praca tego układu obciążającego w obrębie jednego segmentu (paska równoległego i nierównoległego) wynosi według Timoszenki, [2],

$$(2.8) \quad -V_h = \frac{1}{2} \int_0^e \int_{-h/2}^{h/2} \left[N_y \left(\frac{\partial w_1}{\partial y} \right)^2 + 4 N_{xy} \frac{\partial w_1}{\partial x_1} \frac{\partial w_1}{\partial y} \right] dx dy + \\ + \int_0^e \int_{-h/2}^{h/2} \left[N_y \left(\frac{\partial w_2}{\partial y} \right)^2 + 4 N_{xy} \frac{\partial w_2}{\partial x_2} \frac{\partial w_2}{\partial y} \right] dx dy.$$

Energia potencjalna tegoż segmentu wynosi

$$(2.9) \quad U = \frac{1}{2} D \int_0^c \int_{-h/2}^{h/2} \left\{ \left(\frac{\partial^2 w_1}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 w_1}{\partial y^2} \right)^2 + 2(1-\nu) \left[\frac{\partial^2 w_1}{\partial x_1^2} \frac{\partial^2 w_1}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 w_1}{\partial x_1 \partial y} \right)^2 \right] \right\} dx dy + \frac{1}{2} D \int_0^e \int_{-h/2}^{h/2} \left\{ \left(\frac{\partial^2 w_2}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 w_2}{\partial y^2} \right)^2 + 2(1-\nu) \left[\frac{\partial^2 w_2}{\partial x_2^2} \frac{\partial^2 w_2}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 w_2}{\partial x_2 \partial y} \right)^2 \right] \right\} dx dy.$$

Pochodne funkcji w_1 i w_2 występujące we wzorach (2.8) i (2.9) są następujące:

$$(2.10) \quad \begin{cases} \frac{\partial w_1}{\partial x_1} = \frac{\pi}{c} \delta_{10} \cos \frac{\pi y}{h} \cos \frac{\pi x_1}{c} + 2 \frac{\pi}{c} \delta_{20} \sin \frac{2\pi y}{h} \cos \frac{2\pi x_1}{c}, \\ \frac{\partial w_1}{\partial y} = -\frac{\pi}{h} \delta_{10} \sin \frac{\pi y}{h} \sin \frac{\pi x_1}{c} + \frac{2\pi}{h} \delta_{20} \cos \frac{2\pi y}{h} \sin \frac{2\pi x_1}{c}, \\ \frac{\partial^2 w_1}{\partial x_1^2} = -\frac{\pi^2}{c^3} \delta_{10} \cos \frac{\pi y}{h} \sin \frac{\pi x_1}{c} - 4 \frac{\pi^2}{c^3} \delta_{20} \sin \frac{2\pi y}{h} \sin \frac{2\pi x_1}{c}, \\ \frac{\partial^2 w_1}{\partial y^2} = -\frac{\pi^2}{h^3} \delta_{10} \cos \frac{\pi y}{h} \sin \frac{\pi x_1}{c} - \frac{4\pi^2}{h^3} \delta_{20} \sin \frac{2\pi y}{h} \sin \frac{2\pi x_1}{c}, \\ \frac{\partial w_2}{\partial x_2} = -\frac{\pi}{c} \delta_{10} \cos \frac{\pi y}{h} \cos \frac{2\pi x_2}{e} + 2 \frac{\pi}{c} \delta_{20} \sin \frac{2\pi y}{h} \cos \frac{\pi x_2}{e}, \\ \frac{\partial w_2}{\partial y} = \frac{1}{2} \frac{\pi e}{ch} \delta_{10} \sin \frac{\pi y}{h} \sin \frac{2\pi x_2}{e} + 4 \frac{\pi e}{ch} \delta_{20} \cos \frac{2\pi y}{h} \sin \frac{\pi x_2}{e}, \\ \frac{\partial^2 w_2}{\partial x_2^2} = 2 \frac{\pi^2}{ce} \delta_{10} \cos \frac{\pi y}{h} \sin \frac{2\pi x_2}{e} - 2 \frac{\pi^2}{ce} \delta_{20} \sin \frac{2\pi y}{h} \sin \frac{\pi x_2}{e}, \\ \frac{\partial^2 w_2}{\partial y^2} = \frac{1}{2} \frac{\pi^2 e}{ch^2} \delta_{10} \cos \frac{\pi y}{h} \sin \frac{2\pi x_2}{e} + 8 \frac{\pi^2 e}{ch^2} \delta_{20} \sin \frac{2\pi y}{h} \sin \frac{\pi x_2}{e}. \end{cases}$$

Ponadto dla równania (2.9) mamy dodatkowy związek

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 = 0.$$

Po podstawieniu odpowiednich wyrażeń (2.10) do (2.8) otrzymamy wartość pracy sił zewnętrznych dla całego segmentu:

$$(2.11) \quad -V_h = \frac{64}{9} N_{xy} \delta_{10} \delta_{20} \left(1 + \frac{e^2}{c^2} \right) + \frac{1}{2} \pi^2 N_y \frac{1}{h} \left[c \left(\frac{1}{4} \delta_{10}^2 + \delta_{20}^2 \right) + \frac{e}{c} \left(\frac{1}{16} \delta_{10}^2 + 4 \delta_{20}^2 \right) \right].$$

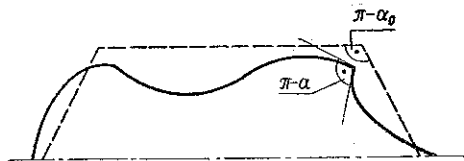
Analogicznie postępując otrzymamy wyrażenie na energię potencjalną

$$(2.12) \quad U_1 = \frac{1}{2} \frac{D \pi^4}{c h} \left\{ \left(\frac{h}{c} + \frac{c}{h} \right)^2 \left(\frac{1}{4} \delta_{10}^2 + 4 \delta_{20}^2 \right) + \frac{e}{c} \left[\delta_{10}^2 \left(\frac{h}{e} + \frac{1}{4} \frac{e}{h} \right)^2 + \delta_{20}^2 \left(\frac{h}{e} + 4 \frac{e}{h} \right)^2 \right] \right\},$$

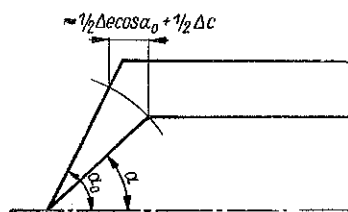
gdzie sztywność płyty

$$D = \frac{E t^3}{12 (1 - \nu^2)}$$

Do wyrażenia na energię potencjalną (2.12) dojdzie jeszcze dodatkowo wyraz określający energię przeznaczoną na rozwarcie kątów dwuciennych między odkształconymi paskami równoległymi i nierównoległymi grodzi (rys. 16 i 17).



Rys. 16



Rys. 17

Powyższy składnik energii zgodnie z teorią prętów silnie zakrzywionych wynosi

$$(2.13) \quad U_2 = 2 \cdot \frac{1}{2} \int_{-h/2}^{h/2} \frac{E S}{e} \left(\frac{\Delta \alpha}{a_0} \right)^2 dy.$$

Zmianę kąta α_0 wskutek odkształcenia określamy w sposób przybliżony następująco:

$$(2.14) \quad \Delta \alpha = \alpha_0 - \alpha \approx \frac{\Delta e \cos \alpha_0 + \Delta c}{e_0 \sin \alpha_0} = \frac{\Delta c \left(\frac{e_0}{c_0} \cos \alpha_0 + 1 \right)}{e_0 \sin \alpha_0}$$

Energię określa więc funkcja

$$(2.15) \quad U_2 = \frac{E S}{e} L^2 \int_{-h/2}^{h/2} \Delta c^2 dy,$$

gdzie

$$(2.16) \quad L = \frac{e_0 \cos \alpha_0 + c_0}{c_0 e_0 \alpha_0 \sin \alpha_0}$$

Zarówno w tym wyrażeniu jak i w poprzednich wielkości odnoszą się do profilu nieodkształconego. Zasadniczo, zakładając odkształcenia skończone przy układaniu wyrażen na energię, należałoby operować wielkościami zmiennymi $c = c_0 - \Delta c$, $e = e_0 - \Delta e$, $\alpha = \alpha_0 - \Delta \alpha$. Prowadzi to jednak do znacznych trudności rachunkowych wręcz uniemożliwiających rozwiązanie. Przyjęcie parametrów profilu nieodkształconego daje wartość energii nieco niższą od ścisłej, ale dogodną do zastosowań praktycznych. W ten sposób postępowano całkując funkcje (2.11) i (2.12). Podobnie przy obliczaniu energii rozwarcia przyjmujemy przybliżone wzory na skrócenie pasków:

$$(2.17) \quad \Delta c \approx \frac{\pi^2}{c_0} \left(\frac{1}{4} \delta_1^2 + \delta_2^2 \right), \quad \Delta e \approx \frac{\pi^2}{e_0} \left(\delta_1^2 + \frac{1}{4} \delta_2^2 \right),$$

gdzie oczywiście $\delta_1 = \delta_{10} \cos \pi y/h$, $\delta_2 = \delta_{20} \sin 2\pi y/h$.

Po scałkowaniu otrzymamy wzór

$$(2.18) \quad U_2 = \frac{ES}{\rho} \frac{\pi^4 h}{c_0^2} L^2 \left(\frac{3}{128} \delta_{10}^4 + \frac{1}{16} \delta_{10}^2 \delta_{20}^2 + \frac{3}{64} \delta_{20}^4 \right).$$

W rezultacie możemy zapisać całkowitą energię jednego segmentu z uwzględnieniem uwag wyżej przytoczonych:

$$(2.19) \quad U_c = - \left\{ \frac{64}{9} N_{xy} \delta_{10} \delta_{20} \left(1 + \frac{e_0^2}{c_0^2} \right) + \frac{1}{2} \pi^2 N_y \frac{1}{h} \left[c_0 \left(\frac{1}{4} \delta_{10}^2 + \delta_{20}^2 \right) + \frac{e_0}{c_0} \left(\frac{1}{16} \delta_{10}^2 + 4 \delta_{20}^2 \right) \right] \right\} + \frac{1}{2} \frac{D \pi^4}{c_0 h} \left\{ \left(\frac{h}{c_0} + \frac{c_0}{h} \right)^2 \left(\frac{1}{4} \delta_{10}^2 + 4 \delta_{20}^2 \right) + \frac{e_0}{c_0} \left[\delta_{10}^2 \left(\frac{h}{e_0} + \frac{1}{4} \frac{e_0}{h} \right)^2 + \delta_{20}^2 \left(\frac{h}{e_0} + 4 \frac{e_0}{h} \right)^2 \right] \right\} + \frac{ES}{\rho} \frac{\pi^4 h}{c_0^2} L \left[\frac{3}{128} \delta_{10}^4 + \frac{1}{16} \delta_{10}^2 \delta_{20}^2 + \frac{3}{64} \delta_{20}^4 \right].$$

Niewiadome amplitudy odkształceń δ_{10} i δ_{20} spróbujemy wyznaczyć z rozwiązania układu równań

$$\frac{\partial U_c}{\partial \delta_{10}} = 0, \quad \frac{\partial U_c}{\partial \delta_{20}} = 0.$$

Otrzymamy następujące wzory:

$$(2.20) \quad \left\{ \begin{aligned} & \frac{64}{9} N_{xy} \delta_{20} \left(1 + \frac{e_0^2}{c_0^2} \right) + \frac{1}{2} \frac{\pi^2}{h} N_y \left[\frac{1}{2} c_0 \delta_{10} + \frac{1}{8} \frac{e_0^2}{c_0} \delta_{10} \right] = \\ & = \frac{1}{2} \frac{D \pi^4}{c_0 h} \left\{ \left(\frac{h}{c_0} + \frac{c_0}{h} \right)^2 \frac{1}{2} \delta_{10} + \frac{e_0}{c_0} \left[2 \left(\frac{h}{e_0} + \frac{1}{4} \frac{e_0}{h} \right)^2 \delta_{10} \right] \right\} + \\ & \quad + \frac{ES}{\rho} \frac{\pi^4 h}{c_0} L^2 \left(\frac{3}{32} \delta_{10}^3 + \frac{1}{8} \delta_{10} \delta_{20}^2 \right), \\ & \frac{64}{9} N_{xy} \delta_{10} \left(1 + \frac{e_0^2}{c_0^2} \right) + \frac{1}{2} \frac{\pi^2}{h} N_y \left[2 c_0 \delta_{20} + 8 \frac{e_0^2}{c_0} \delta_{20} \right] = \\ & = \frac{1}{2} \frac{D \pi^4}{c_0 h} \left\{ 8 \left(\frac{h}{c_0} + \frac{c_0}{h} \right)^2 \delta_{20} + \frac{e_0}{c_0} \left[2 \left(\frac{h}{e_0} + 4 \frac{e_0}{h} \right)^2 \delta_{20} \right] \right\} + \\ & \quad + \frac{ES}{\rho} \frac{\pi^4 h}{c_0} L^2 \left(\frac{1}{8} \delta_{10}^2 \delta_{20} + \frac{3}{16} \delta_{20}^3 \right). \end{aligned} \right.$$

Wzory te po uporządkowaniu względem parametrów δ_{10} i δ_{20} przedstawia się w sposób następujący:

$$(2.21) \quad \left\{ \begin{aligned} & \delta_{20} \left[\frac{64}{9} N_{xy} \left(1 + \frac{e_0^2}{c_0^2} \right) \right] + \delta_{10} \left\{ \frac{1}{2} \frac{\pi^2}{h} N_y \left(\frac{1}{2} c_0 + \frac{1}{8} \frac{e_0^2}{c_0} \right) - \right. \\ & \quad \left. - \frac{1}{2} \frac{D \pi^4}{c_0 h} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{h}{c_0} + \frac{c_0}{h} \right)^2 + 2 \frac{e_0}{c_0} \left(\frac{h}{c_0} + \frac{1}{4} \frac{e_0}{h} \right)^2 \right] - \right. \\ & \quad \left. - \frac{ES}{\rho} \frac{\pi^4 h}{c_0} L^2 \left(\frac{3}{32} \delta_{10}^2 + \frac{1}{8} \delta_{20}^2 \right) \right\} = 0, \\ & \delta_{10} \left[\frac{64}{9} N_{xy} \left(1 + \frac{e_0^2}{c_0^2} \right) \right] + \delta_{20} \left\{ \frac{1}{2} \frac{\pi^2}{h} N_y \left(2 c_0 + 8 \frac{e_0^2}{c_0} \right) - \right. \\ & \quad \left. - \frac{1}{2} \frac{D \pi^4}{c_0 h} \left[8 \left(\frac{h}{c_0} + \frac{c_0}{h} \right)^2 + 2 \frac{e_0}{c_0} \left(\frac{h}{c_0} + 4 \frac{e_0}{h} \right)^2 \right] - \right. \\ & \quad \left. - \frac{ES}{\rho} \frac{\pi^4 h}{c_0} L^2 \left(\frac{1}{8} \delta_{10}^2 + \frac{3}{16} \delta_{20}^2 \right) \right\} = 0. \end{aligned} \right.$$

Poszukiwany związek dostaniemy porównując wyznacznik układu (2.21) z zerem. Wprowadzimy także następujące oznaczenia:

$$(2.22) \quad \left\{ \begin{aligned} & T_{xy} = \frac{N_{xy}}{E c_0}, \quad T_y = \frac{N_y}{E c_0}, \quad \frac{e_0}{c_0} = \alpha, \quad \frac{c_0}{h} = \beta, \quad \frac{t}{c_0} = \xi, \\ & M = \frac{1}{12} \frac{\pi^2}{1 - \nu^2} \frac{t^3}{c_0^2 h} = \frac{1}{12} \frac{\pi^2}{1 - \nu^2} \xi^2 \beta, \quad F = \frac{S}{8 \rho} \frac{\pi^2 h}{c_0^2} L^2. \end{aligned} \right.$$

Wówczas mamy

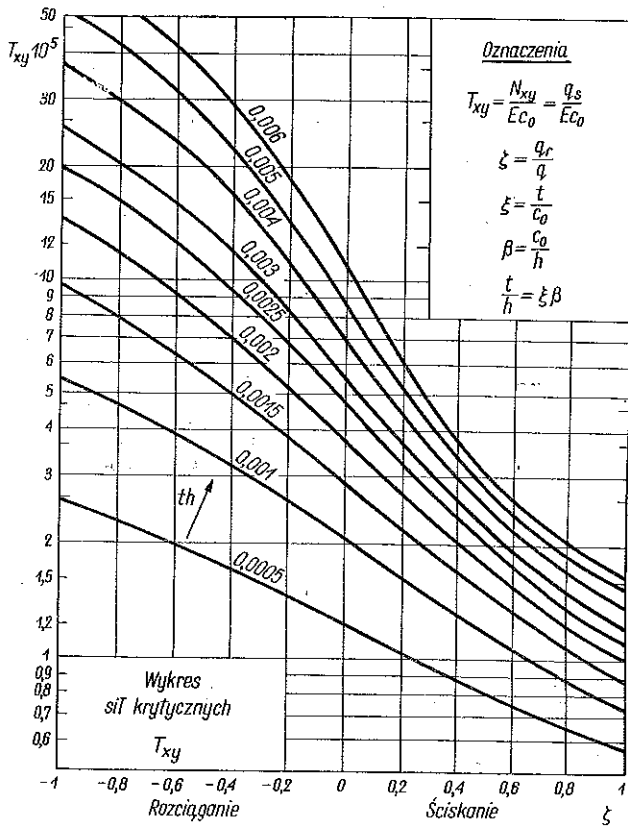
$$\begin{aligned}
 (2.22.1) \quad T_{xy}^2 \left[\frac{64}{9\pi^2} (1 + \kappa^2) \right]^2 - T_y^2 \left[\frac{1}{4} \beta^2 \left(1 + 4 \frac{1}{4} \kappa^2 + \kappa^4 \right) \right] + T_y \left\{ \frac{1}{4} M \beta \left[\left(1 + \right. \right. \right. \\
 \left. \left. \left. + \frac{1}{4} \kappa^2 \right) \left(4 \left(\frac{1}{\beta} + \beta \right)^2 + \kappa \left(\frac{1}{\kappa\beta} + 4\kappa\beta \right)^2 \right) + (1 + 4\kappa^2) \left(\frac{1}{4} \left(\frac{1}{\beta} + \beta \right)^2 + 4 \left(\frac{1}{\kappa\beta} + \right. \right. \right. \right. \\
 \left. \left. \left. + \frac{1}{4} \kappa\beta \right)^2 \right) \right] - F \beta \left[\left(1 + \frac{1}{4} \kappa^2 \right) \left(\delta_{10}^2 + \frac{3}{2} \delta_{20}^2 \right) + (1 + 4\kappa^2) \left(\frac{3}{4} \delta_{10}^2 + \delta_{20}^2 \right) \right] \right\} = \\
 = M^2 \left\{ \left(\frac{1}{\beta} + \beta \right)^4 + \kappa \left(\frac{1}{\beta} + \beta \right)^2 \left[\frac{1}{4} \left(\frac{1}{\kappa\beta} + 4\kappa\beta \right)^2 + \left(\frac{1}{\kappa\beta} + \frac{1}{4} \kappa\beta \right)^2 \right] + \right. \\
 \left. + \kappa^2 \left(\frac{1}{\kappa\beta} + 4\kappa\beta \right)^2 \right\} + MF \left\{ \left[\frac{1}{4} \left(\frac{1}{\beta} + \beta \right)^2 + \kappa \left(\frac{1}{\kappa\beta} + \frac{1}{4} \kappa\beta \right)^2 \right] \left(\delta_{10}^2 + \frac{3}{2} \delta_{20}^2 \right) + \right. \\
 \left. + \left[4 \left(\frac{1}{\beta} + \beta \right)^2 + \kappa \left(\frac{1}{\kappa\beta} + 4\kappa\beta \right)^2 \right] \left(\frac{3}{4} \delta_{10}^2 + \delta_{20}^2 \right) \right\} + F^2 \left(\frac{3}{4} \delta_{10}^2 + \delta_{20}^2 \right) \left(\delta_{10}^2 + \frac{3}{2} \delta_{20}^2 \right).
 \end{aligned}$$

Równanie (2.22.1) przedstawimy w prostszej formie przy użyciu następujących oznaczeń:

$$\begin{aligned}
 A &= \left[\frac{64}{9\pi^2} (1 + \kappa^2) \right]^2, & B &= \frac{1}{4} \beta^2 \left(1 + 4 \frac{1}{4} \kappa^2 + \kappa^4 \right), \\
 (2.23) \quad \left\{ \begin{aligned}
 C &= \frac{1}{4} M \beta \left\{ \left(1 + \frac{1}{4} \kappa^2 \right) \left[4 \left(\frac{1}{\beta} + \beta \right)^2 + \kappa \left(\frac{1}{\kappa\beta} + 4\kappa\beta \right)^2 \right] + \right. \\
 &\quad \left. + (1 + 4\kappa^2) \left[\frac{1}{4} \left(\frac{1}{\beta} + \beta \right)^2 + 4 \left(\frac{1}{\kappa\beta} + \frac{1}{4} \kappa\beta \right)^2 \right] \right\} - \\
 &\quad - F \beta \left[\left(1 + \frac{1}{4} \kappa^2 \right) \left(\delta_{10}^2 + \frac{3}{2} \delta_{20}^2 \right) + (1 + 4\kappa^2) \left(\frac{3}{4} \delta_{10}^2 + \delta_{20}^2 \right) \right], \\
 D &= M^2 \left\{ \left(\frac{1}{\beta} + \beta \right)^4 + \kappa \left(\frac{1}{\beta} + \beta \right)^2 \left[\frac{1}{4} \left(\frac{1}{\kappa\beta} + 4\kappa\beta \right)^2 + \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + 4 \left(\frac{1}{\kappa\beta} + \frac{1}{4} \kappa\beta \right)^2 \right] + \kappa^2 \left(\frac{1}{\kappa\beta} + \frac{1}{4} \kappa\beta \right)^2 \left(\frac{1}{\kappa\beta} + 4\kappa\beta \right)^2 \right\} + \\
 &\quad + MF \left\{ \left[\frac{1}{4} \left(\frac{1}{\beta} + \beta \right)^2 + \kappa \left(\frac{1}{\kappa\beta} + \frac{1}{4} \kappa\beta \right)^2 \right] \left(\delta_{10}^2 + \frac{3}{2} \delta_{20}^2 \right) + \right. \\
 &\quad \left. + \left[4 \left(\frac{1}{\beta} + \beta \right)^2 + \kappa \left(\frac{1}{\kappa\beta} + 4\kappa\beta \right)^2 \right] \left(\frac{3}{4} \delta_{10}^2 + \delta_{20}^2 \right) \right\} + \\
 &\quad + F^2 \left(\frac{3}{4} \delta_{10}^2 + \delta_{20}^2 \right) \left(\delta_{10}^2 + \frac{3}{2} \delta_{20}^2 \right).
 \end{aligned} \right.
 \end{aligned}$$

Dla amplitud δ_{10} i δ_{20} nieskończenie małych ostatnie dwa oznaczenia przyjmują postać:

$$(2.24) \quad \left\{ \begin{aligned} C_1 &= \frac{1}{4} M \beta \left(1 + \frac{1}{4} \kappa^2 \right) \left[4 \left(\frac{1}{\beta} + \beta \right)^2 + \kappa \left(\frac{1}{\kappa \beta} + 4 \kappa \beta \right)^2 \right] + \\ &\quad + (1 + 4 \kappa^2) \left[\frac{1}{4} \left(\frac{1}{\beta} + \beta \right)^2 + 4 \left(\frac{1}{\kappa \beta} + \frac{1}{4} \kappa \beta \right)^2 \right], \\ D_1 &= M^2 \left\{ \left(\frac{1}{\beta} + \beta \right)^4 + \kappa \left(\frac{1}{\beta} + \beta \right)^2 \left[\frac{1}{4} \left(\frac{1}{\kappa \beta} + 4 \kappa \beta \right)^2 + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + 4 \left(\frac{1}{\kappa \beta} + \frac{1}{4} \kappa \beta \right)^2 \right] + \kappa^2 \left(\frac{1}{\kappa \beta} + \frac{1}{4} \kappa \beta \right)^2 \left(\frac{1}{\kappa \beta} + 4 \kappa \beta \right)^2 \right\}. \end{aligned} \right.$$



Rys. 18

W celu praktycznego zastosowania równania (2.22.1) część parametrów występujących we wzorach (2.22) należałoby znormalizować. Naj-

korzystniej będzie dalszą analizę równania przeprowadzić przy następujących ustalonych wartościach:

$$(1) \quad \alpha = 45^\circ, \quad \frac{t}{\varrho} = \frac{1}{2}, \quad \frac{e_0}{c_0} = 1, \quad (2) \quad \alpha = 60^\circ, \quad \frac{t}{\varrho} = \frac{1}{3}, \quad \frac{e_0}{c_0} = 1.$$

Dowolnymi parametrami pozostaną c_0 , β i t .

Oznaczenia (2.22), (2.23) i (2.24) przyjmują postać:

$$\alpha_0 = 45^\circ, \quad F_1 = \frac{\pi^2}{768} \left(\frac{\xi}{\beta} \right), \quad \alpha_0 = 60^\circ, \quad F_2 = \frac{\pi^2}{2592} \left(\frac{\xi}{\beta} \right),$$

$$(2.24.1) \quad \left\{ \begin{aligned} A &= \frac{256}{9\pi^2}, \quad B = \left(\frac{5}{4} \beta \right)^2, \quad C = \frac{1}{4} M \beta \left\{ 4 \frac{1}{4} \left[4 \left(\frac{1}{\beta} + \beta \right)^2 + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \left(\frac{1}{\beta} + 4\beta \right)^2 \right] + 5 \left[\frac{1}{4} \left(\frac{1}{\beta} + \beta \right)^2 + 4 \left(\frac{1}{\beta} + \frac{1}{4} \beta \right)^2 \right] \right\} - \\ &\quad - F_{1,2} \beta \left[4 \frac{1}{4} \left(\delta_{10}^2 + \frac{3}{2} \delta_{20}^2 \right) + 5 \left(\frac{3}{4} \delta_{10}^2 + \delta_{20}^2 \right) \right], \\ D &= M^2 \left\{ \left(\frac{1}{\beta} + \beta \right)^4 + \left(\frac{1}{\beta} + \beta \right)^2 \left[\frac{1}{4} \left(\frac{1}{\beta} + 4\beta \right)^2 + 4 \left(\frac{1}{\beta} + \frac{1}{4} \beta \right)^2 \right] + \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{1}{\beta} + \frac{1}{4} \beta \right)^2 \left(\frac{1}{\beta} + 4\beta \right)^2 \right\} + M F_{1,2} \left\{ \left[\frac{1}{4} \left(\frac{1}{\beta} + \beta \right)^2 + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \left(\frac{1}{\beta} + \frac{1}{4} \beta \right)^2 \right] \left(\delta_{10}^2 + \frac{3}{2} \delta_{20}^2 \right) + \left[4 \left(\frac{1}{\beta} + \beta \right)^2 + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \left(\frac{1}{\beta} + 4\beta \right)^2 \right] \left(\frac{3}{4} \delta_{10}^2 + \delta_{20}^2 \right) \right\} + F_{1,2}^2 \left(\frac{3}{4} \delta_{10}^2 + \delta_{20}^2 \right) \left(\delta_{10}^2 + \frac{3}{2} \delta_{20}^2 \right), \\ C_1 &= \frac{1}{4} M \beta \left\{ 4 \frac{1}{4} \left[4 \left(\frac{1}{\beta} + \beta \right)^2 + \left(\frac{1}{\beta} + 4\beta \right)^2 \right] + 5 \left[\frac{1}{4} \left(\frac{1}{\beta} + \beta \right)^2 + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + 4 \left(\frac{1}{\beta} + \frac{1}{4} \beta \right)^2 \right] \right\}, \\ D_1 &= M^2 \left\{ \left(\frac{1}{\beta} + \beta \right)^4 + \left(\frac{1}{\beta} + \beta \right)^2 \left[\frac{1}{4} \left(\frac{1}{\beta} + 4\beta \right)^2 + 4 \left(\frac{1}{\beta} + \frac{1}{4} \beta \right)^2 \right] + \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{1}{\beta} + \frac{1}{4} \beta \right)^2 \left(\frac{1}{\beta} + 4\beta \right)^2 \right\}. \end{aligned} \right.$$

Ostatecznie równanie (2.22.1) przybierze postać po uwzględnieniu podstawień (2.24)

$$(2.25) \quad \frac{A}{D} \frac{1}{\zeta^2} = \frac{1}{T_y^2} - \frac{C}{D} \frac{1}{T_y} + \frac{B}{D},$$

gdzie podobnie jak poprzednio

$$(2.26) \quad \zeta = \frac{T_y}{|T_{xy}|}.$$

Dla prostoty ilorazy oznaczymy jednoliterowymi symbolami

$$(2.27) \quad k = \frac{A}{D}, \quad \gamma = \frac{C}{D}, \quad \varepsilon = \frac{B}{D}.$$

Wtedy równanie (2.25) przyjmie postać

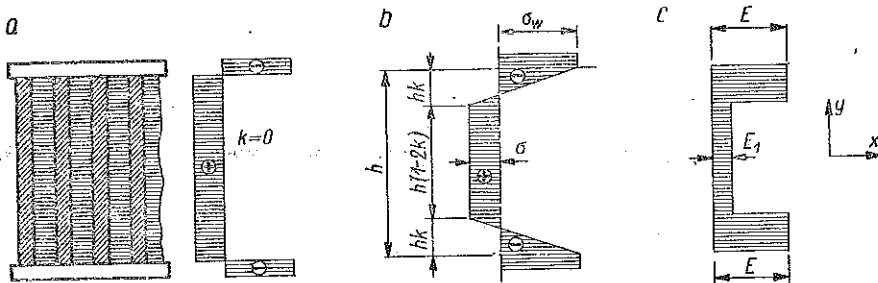
$$(2.28) \quad \frac{k}{\zeta^2} = \frac{1}{T_y^2} - \gamma \frac{1}{T_y} + \varepsilon.$$

Do konstrukcji wykresu na rys. 18 posłużymy się następującą postacią równania (2.25) ewentualnie (2.28):

$$(2.29) \quad (k - \zeta^2 \varepsilon) T_{xy}^2 + \zeta \gamma T_{xy} - 1 = 0.$$

3. Analiza rozkładu poziomych składowych ciągnięć ukośnych

Dotychczas przyjęty model grodzi falistej nie zabezpiecza ciągłości rozkładu wzdłuż wysokości grodzi poziomych składowych ciągnięć ukośnych. Zrównoważenie ciągnięć w grodzi układem sił przyłożonych do obramowań lub usztywnień, nie spełniało powyższego warunku: zachodził przypadek przedstawiony na rys. 19a.



Rys. 19

Celem niniejszych rozważań jest poprawienie powyższej nieścisłości przez przyjęcie najbardziej prostego rozkładu napięć poziomych zgodnego z linią łamaną przedstawioną na rys. 19b. Wartość nominalną modułu sprężystości E przyjęto dla obszaru ściskanego, natomiast napięciom rozciągającym przyporządkowano moduł zredukowany E_1 (rys. 19c).

Warunek równowagi daje

$$(3.1) \quad (A_g + A_d) \sigma_w = \sigma t h - \frac{1}{2} (1 - m) h (\sigma_w + \sigma) t,$$

gdzie A_g i A_d oznaczają pola przekrojów obramowań górnych i dolnych oraz $m = 1 - 2k$. Po przekształceniach otrzymamy

$$\sigma_w \left[(A_g + A_d) + \frac{1}{2}(1 - m)th \right] = \sigma \left[th - \frac{1}{2}(1 - m)th \right].$$

Wartość naprężenia ściskającego wynosi

$$(3.2) \quad \sigma_w = \sigma \frac{\frac{1}{2}th(1 + m)}{(A_g + A_d) + \frac{1}{2}(1 - m)th} = \sigma \frac{1 - k}{s + k},$$

gdzie

$$s = \frac{A_g + A_d}{th}.$$

Wyraziliśmy w ten sposób naprężenia ściskające w zależności od rozciągających i stosunku przekroju obramowań do pola przekroju pionowego grodzi.

Ponadto swobodnym odkształceniom elementów w połowie wysokości grodzi będą przeciwdziałać obramowania pionowe. Załóżmy, że odkształcenia wręgi przedstawiamy w postaci

$$\omega = \frac{\sigma_p \chi}{E J_w},$$

gdzie przez σ_p oznaczamy naprężenie będące reakcją wręgi o sztywności J_w na gródź. Wówczas z porównania odkształceń otrzymujemy związek

$$(3.3) \quad \frac{\sigma_p B}{2 E_1} = \frac{\sigma_r \chi}{E J_w} - \frac{\sigma_p \chi}{E J_w}.$$

Stąd otrzymujemy

$$(3.4) \quad \sigma_p = \sigma_r \frac{\chi}{\frac{B E J_w}{2 E_1} + \chi}.$$

Energia całkowita układu przedstawia się w postaci

$$(3.5) \quad U = \frac{\sigma_r^2}{2 E_1} (1 - 2k) h b t + \frac{\sigma_r^2}{3 E_1} \frac{k(s + k)}{s + 1} h b t + \\ + \frac{\sigma_r^2}{3 E} \left(\frac{1 - k}{s + k} \right)^2 \frac{k(1 - k)}{s + 1} h b t + \frac{\sigma_r^2}{2 E} s \left(\frac{1 - k}{s + k} \right)^2 h b t + U_{zg},$$

gdzie pierwszy i drugi wyraz obejmuje część rozciąganą grodzi, trzeci ściskaną, a czwarty energię obramowań poziomych, zaś U_{zg} energię zginania wręgów (obramowań pionowych). Wspomniana energia zginania w ogólnej postaci przedstawia się następująco:

$$(3.6) \quad U_{zg} = \frac{1}{2} E J_w \int_{-h/2}^{h/2} \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right)^2 dy.$$

Przyjmujemy przybliżoną postać ugięcia

$$(3.7) \quad \omega = \delta \cos \frac{\pi y}{h}.$$

Wówczas wzór (3.6) przedstawia się w postaci

$$(3.8) \quad U_{zg} = \frac{1}{2} E J_w \delta^2 \frac{\pi^4}{h^4} \int_{-h/2}^{h/2} \cos^2 \frac{\pi y}{h} dy.$$

Po scałkowaniu otrzymujemy

$$(3.9) \quad U_{zg} = \frac{1}{4} E J_w \delta^2 \frac{\pi^4}{h^3}.$$

Ugięcie węgłu potraktowanego jako ugięcie belki swobodnej podpar-
tej [por. wzór (3.7)] w miejscu $y = 0$; przy uwzględnieniu obciążenia
przedstawionego na rys. 19b, jest ono następujące:

$$(3.10) \quad [\omega]_{y=0} E J_w = \sigma t \left\{ \frac{11}{24} \left(\frac{h}{2} \right)^4 + \left(\frac{s+1}{s+k} \right) \left[\frac{1}{6} \left(\frac{h}{2} \right)^3 k h - \frac{1}{4} \left(\frac{h}{2} \right)^2 (k h)^2 + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{18} \left(\frac{h}{2} \right) (k h)^3 + \frac{7}{360} (k h)^4 \right] \right\}.$$

Stąd łatwo określamy parametr χ :

$$(3.11) \quad \chi = \frac{h^4 t}{4} \left[\frac{11}{96} + k \left(\frac{s+1}{s+k} \right) \left(\frac{1}{12} - \frac{1}{4} k + \frac{1}{9} k^2 + \frac{7}{90} k^3 \right) \right].$$

Mając również na uwadze oczywisty związek

$$(3.12) \quad \delta = \frac{\sigma \chi}{E J_w}$$

po uwzględnieniu zależności (3.11) energia zginania ma postać

$$(3.13) \quad U_{zg} = \frac{\pi^4}{4 h^3} \frac{\sigma^2 \chi^2}{E J_w} = \\ = \frac{\pi^4 \sigma^2}{64 E J_w} h^5 t^3 \left[\frac{11}{96} + k \left(\frac{s+1}{s+k} \right) \left(\frac{1}{12} - \frac{1}{4} k + \frac{1}{9} k^2 + \frac{7}{90} k^3 \right) \right]^2,$$

zaś całkowita energia układu jako funkcja parametru k jest następująca:

$$(3.14) \quad U = \frac{\sigma_r^2}{2 E_1} (1-2) h b t + \frac{\sigma_r^2}{3 E_1} \frac{k(s+k)}{s+1} h b t + \\ + \frac{\sigma_r^2}{3 E_1} \frac{(1-k)^2}{(s+k)} \frac{k(1-k)}{s+k} h b t + \frac{\sigma_r^2}{2 E} s \left(\frac{1-k}{s+k} \right)^2 h b t + \\ + \frac{\pi^4 (\sigma_r - \sigma_p)^2}{64 E J_w} h^5 t^3 \left[\frac{11}{96} + k \left(\frac{s+1}{s+k} \right) \left(\frac{1}{12} - \frac{1}{4} k + \frac{1}{9} k^2 + \frac{7}{90} k^3 \right) \right]^2.$$

Dodatkowo uwzględniając równość (3.4) otrzymujemy

$$(3.15) \quad U = \frac{\sigma_r^2}{2E_1} (1-2k) h b t + \frac{\sigma_r^2}{3E_1} \frac{k(s+k)}{s+1} h b t + \\ + \frac{\sigma_r^2}{3E} \left(\frac{1-k}{s+k} \right)^2 \frac{k(1-k)}{s+1} h b t + \frac{\sigma_r^2}{2E} s \left(\frac{1-k}{s+k} \right)^2 h b t + \\ + \frac{\pi^4 (\sigma_r^2 - \sigma_p)^2}{64 E J_w} h^5 t^2 \left(\frac{B E J_w}{2 E_1} \right)^2 \left[\frac{11}{96} + k \left(\frac{s+1}{s+k} \right) \left(\frac{1}{12} - \frac{1}{4} k + \frac{1}{9} k^2 + \frac{7}{90} k^3 \right) \right]^2.$$

Ze względu na to, że spodziewana wartość k będzie prawdopodobnie bliska zeru, we wzorze (3.11) pominiemy wyrazy wyższych rzędów. Uproszczona funkcja $\chi(k, s)$ będzie się przedstawiała jako

$$(3.16) \quad \chi = \frac{h^4 t}{4} \left[\frac{11}{96} + k \left(\frac{s+1}{s+k} \right) \left(\frac{1}{12} - \frac{1}{4} k \right) \right].$$

Zasada minimum energii $\frac{\partial U}{\partial k} = 0$ daje związek

$$(3.17) \quad \eta^3 \left[\left(A + \frac{1}{\lambda} B \right) \lambda^3 C \right] + \eta^2 \left[\lambda^2 D \left(A + \frac{1}{\lambda} B \right) \right] + \eta \left[\lambda F \left(A + \frac{1}{\lambda} B \right) + \right. \\ \left. + \lambda H \right] + \left[G \left(A + \frac{1}{\lambda} B \right) \right] = 0,$$

gdzie

$$(3.18) \quad \left\{ \begin{array}{l} \eta = \frac{2 B J_w}{h^4 t}, \quad \lambda = \frac{E}{E_1}, \quad n = \frac{B}{b}, \\ A = (s+k)^3 \left[\frac{s+2k}{3(s+1)} - 1 \right], \\ B = \frac{1}{3(s+1)} (s-k-4sk^3-2k^4) + s(s+1)(k-1), \\ C = (s+k)^3, \\ D = \left(\frac{11}{96} \right) (s+k)^3 + (s+1)(s+k)^2 k \left(\frac{1}{12} - \frac{1}{4} k \right), \\ F = \left(\frac{11}{96} \right)^2 (s+k)^3 + 2 \left(\frac{11}{96} \right) (s+1)(s+k)^2 k \left(\frac{1}{12} - \frac{1}{4} k \right) + \\ + (s+1)^2 (s+k) k^2 \left(\frac{1}{12} - \frac{1}{4} k \right)^2, \\ G = \left(\frac{11}{96} \right)^3 (s+k)^3 + 3 \left(\frac{11}{96} \right)^2 (s+k)^3 (s+1) k \left(\frac{1}{12} - \frac{1}{4} k \right) + \\ + 3 \left(\frac{11}{96} \right) (s+k)(s+1)^2 k^2 \left(\frac{1}{12} - \frac{1}{4} k \right)^2 + (s+1)^3 k^3 \left(\frac{1}{12} - \frac{1}{4} k \right)^3, \\ H = \frac{\pi^4 n}{32} \left[(s+1)(s+k)^4 \left(\frac{1}{12} s - \frac{1}{2} s k - \frac{1}{4} k^2 \right) \right]. \end{array} \right.$$

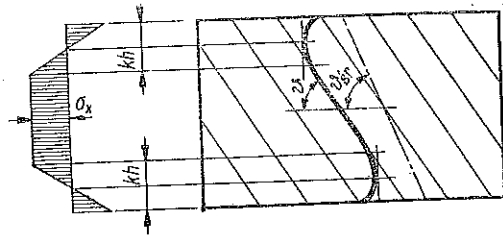
W wyrażeniu oznaczonym przez H ustalimy parametr n , tzn. dalej będziemy brali pod uwagę grodzie, w których stosunek $B/b = 16$. Wówczas omawiane wyrażenie przyjmie postać

$$(3.18.1) \quad H = 48,7045 (s+1)(s+k)^4 \left(\frac{1}{12} s - \frac{1}{2} sk - \frac{1}{4} k^3 \right).$$

Na podstawie równania (3.17) wykres na rys. 21a, 21b i 21c ustala zależność między czterema parametrami k , s , λ i η .

Omówiony rozkład naprężeń w widoczny sposób zmienia kierunki ciągnięć ukośnych przedstawione na rys. 10. Składowa pozioma wpływa na wielkość kąta nachylenia θ ciągnięć wzdłuż wysokości grodzi (rys. 20).

Rozważany układ obciążenia wpływa niekorzystnie na wyteżenie materiału na krawędziach załamania segmentów blaszanych. Ponadto w tych miejscach mogą powstać już wstępne mikropęknięcia w czasie formowania segmentów wskutek wad materiałowych lub stosowania niewłaściwej technologii. Ma to oczywisty wpływ na okres eksploatacji grodzi falistej.



Rys. 20

Fakty te skłaniają do ustalenia pewnych warunków określających odpowiednie stosunki między składowymi obciążeniami.

Wychodzimy z warunku plastyczności

$$(3.19) \quad \sigma_{pl}^2 = \sigma_{zx}^2 + \sigma_y^2 - \sigma_{zx} \sigma_y + 3\tau_{xz}^2 + 3\tau_{yz}^2,$$

gdzie σ_{zx} oznacza naprężenia normalne w miejscu załamania blachy, pochodzące od momentu gnącego oraz składowej równoległej do konturu fali, σ_y naprężenie pochodzące od obciążeń pionowych, τ_{xz} naprężenie styczne — na skutek działania składowej poprzecznej, τ_{yz} — naprężenie styczne od ogólnego ścinania grodzi. Wprowadzimy związek

$$(3.20) \quad \sigma_y = \beta \sigma_{zx}.$$

Wówczas wzór (3.19) przedstawia się jako

$$(3.21) \quad \sigma_{pl}^2 = \sigma_{zx}^2 (1 - \beta + \beta^2) + 3\tau_{xz}^2 + 3\tau_{yz}^2.$$

Powyższe wyrażenie rozwikłane względem σ_{zx} jest następujące:

$$(3.22) \quad \sigma_{zx} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta + \beta^2}} \sqrt{\sigma_{pl}^2 - 3\tau_{xz}^2 - 3\tau_{yz}^2}.$$

W miejscach największych naprężeń normalnych $\tau_{xz} = 0$, więc wzór (3.22) upraszcza się następująco:

$$(3.23) \quad \sigma_{zx} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta + \beta^2}} \sqrt{\sigma_{pl}^2 - 3\tau_{yz}^2}.$$

Zależność między σ_{zx} a σ_x (składową poziomą ciągnień) jest następująca (przy uwzględnieniu nieliniowego rozkładu naprężeń na krawędzi załamania):

$$(3.24) \quad \sigma_{zx} \approx \sigma_x \left[\cos \alpha + \frac{6 \varrho^2 e \sin \alpha}{t^3} \frac{\frac{1}{2} \pm \frac{1}{12} \frac{t^3}{\varrho^2}}{\varrho \pm \frac{t}{2}} \right] = \frac{1}{m_{1,2}} \sigma_x,$$

gdzie

$$(3.25) \quad \frac{1}{m_{1,2}} = \cos \alpha + \frac{6 \varrho^2 e \sin \alpha}{t^3} \frac{\frac{1}{2} \pm \frac{1}{12} \frac{t^3}{\varrho^2}}{\varrho \pm \frac{t}{2}},$$

zaś ϱ jest promieniem krzywizny linii przechodzącej przez środek ciężkości przekroju paska grodzi w miejscu zagięcia (p. rys. 5). Warunek wytrzymałości dla składowych σ_x ma postać

$$(3.26) \quad \sigma_x = \frac{m_{1,2}}{1 - \beta + \beta^2} \sqrt{\sigma_{pl}^2 - 3\tau_{yz}^2}.$$

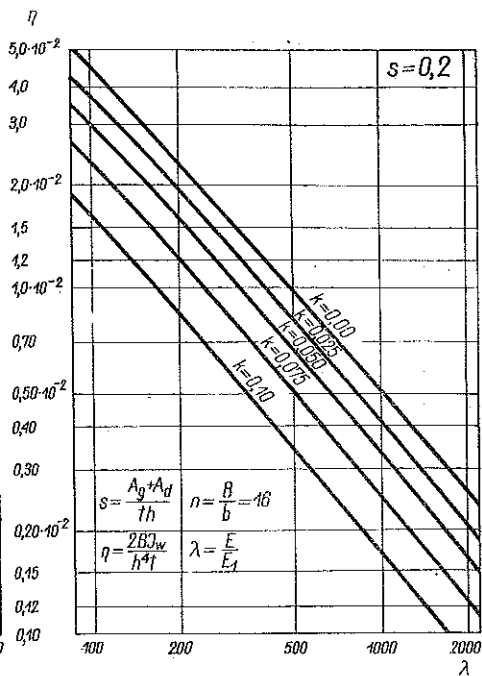
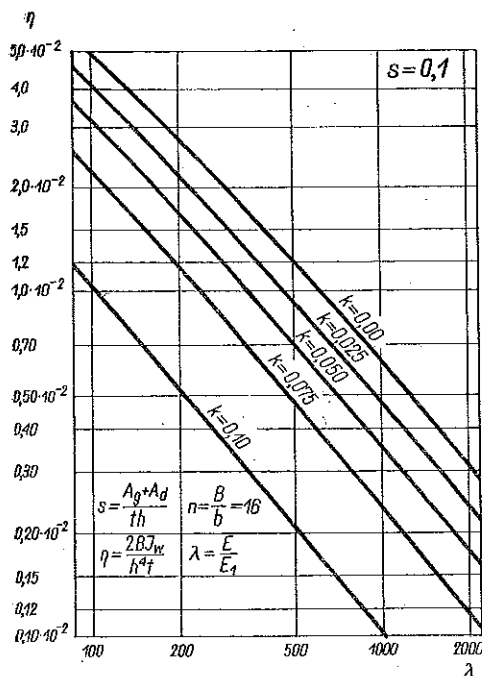
Podobny związek otrzymujemy dla naprężeń w żebrach poziomych:

$$(3.27) \quad \sigma_w = \frac{m_{1,2}(s+k)}{(1-k)(1-\beta+\beta^2)} \sqrt{\sigma_{pl}^2 - 3\tau_{yz}^2}.$$

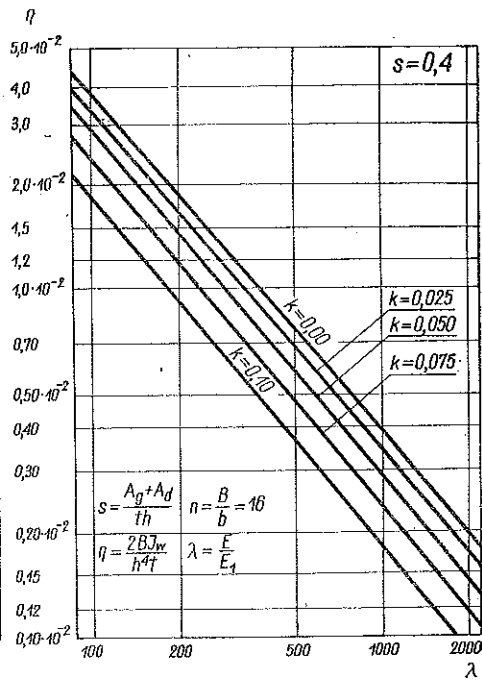
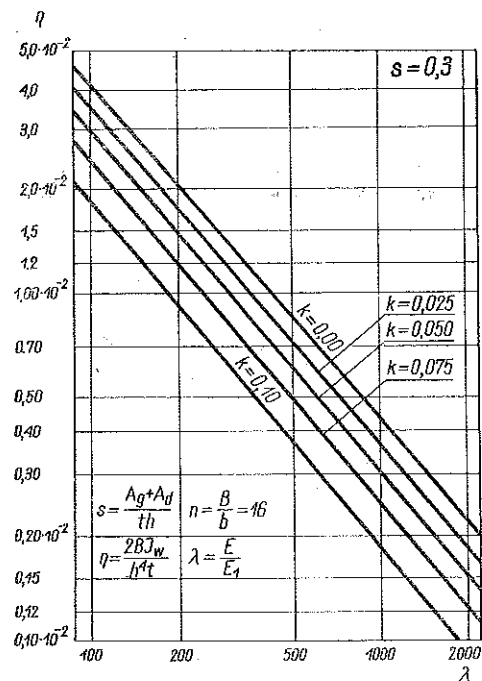
4. Uwagi końcowe

Wyżej zamieszczone uwagi nad grodziami falistymi potwierdzają przede wszystkim pogląd, że kadłub okrętu stanowi nierozdzielnią całość i rozpatrzenie każdej jego zasadniczej części nie może być dokonane przy pominięciu wpływu pozostałych. Wyselekcjonowane elementy z całości, tzw. wiązania, stanowią zbyt uproszczone modele wytrzymałościowe. Np. zwykła gródź statku drobnicowego jest na ogół liczona na obciążenie awaryjne (załupienie jednego z przedziałów), które w ogóle może się nie pojawić w czasie eksploatacji. Natomiast zwykłym roboczym obciążeniem grodzi jest wpływ całego pozostałego kadłuba przejawiający się za pomocą napięć q i q_r .

Rozpatrując własności geometryczne grodzi falistej należy stwierdzić fakt, że gródź tego rodzaju posiadając dużą odkształcalność w kierunku poziomym (przy tworzących pionowych fal) ma tym samym ograniczoną zdolność przeciwdziałania deformacjom przekroju poprzecznego kadłu-

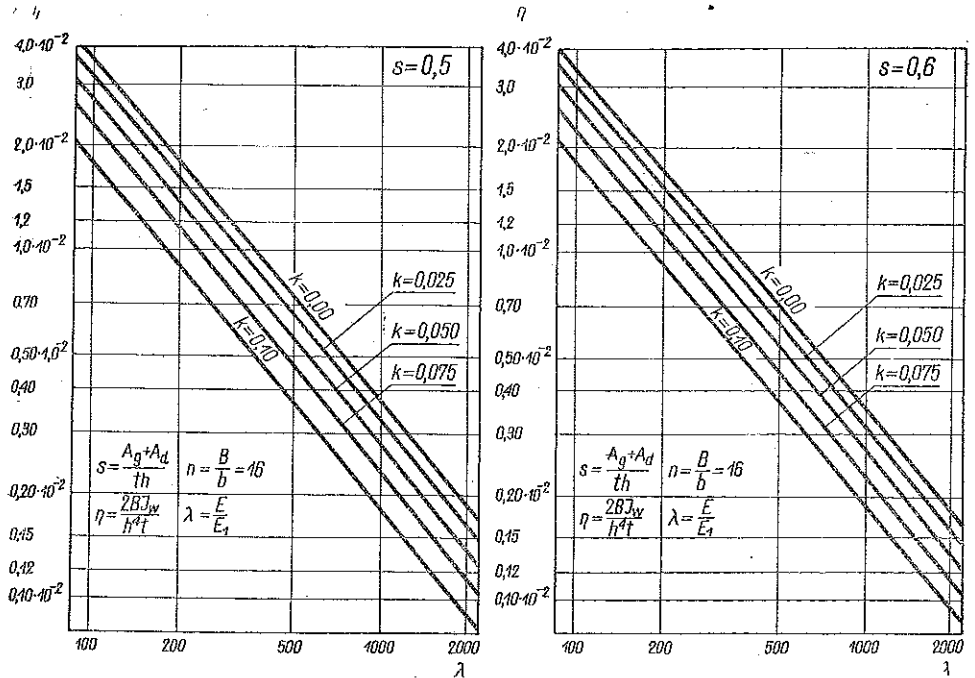


Rys. 21a



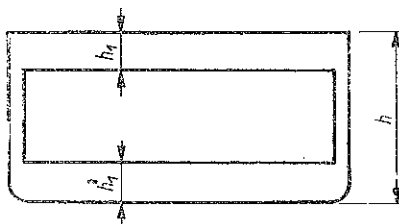
Rys. 21b

ba statku. W stanie podstatecznym gródź możemy utożsamić z odpowiednio zwymiarowaną ramą (rys. 22). Wysokość h_1 poziomych elementów takiej ramy zgodnie z założonymi odkształceniami grodzi (p. 1 tej pracy) będzie wynosiła $h_1 = 1/2 + E_1 h / 3E_2$. Przekroczenie stanu krytycznego zmienia układ obciążenia.



Rys. 21c

Pojawiają się znaczne siły rozciągające gródź w kierunku skośnym. Osiągnięcie tego stanu nie jest korzystne, ponieważ jak tego dowiedziono



Rys. 22

w p. 1 posługując się analogią kratownic gródzie faliste mają bardziej ograniczone możliwości przenoszenia napięć ukośnych niż gródzie płaskie posiadające usztywnienia. Przyłożenie sił pionowych rozciągających ewentualnie ściskających w płaszczyźnie grodzi oczywiście zmienia zarówno kierunek ciągnięć ukośnych jak i wartości na-

prężen krytycznych. Do obliczenia tych wielkości dla gródzi falistych służą wykresy (rys. 11 i 18).

Obecność dużych sił ściskających oprócz obniżenia naprężeń krytycznych powoduje poziomy przebieg ciągnięć ukośnych, zbliżony do kie-

runku największej odkształcalności grodzi falistych o pionowych tworzących fal, co jest sprzeczne z zasadniczym zadaniem grodzi — zachowaniem niezmiennego przekroju poprzecznego kadłuba okrętu.

Literatura cytowana w tekście

- [1] J. Naleszkiewicz, *Zagadnienia stateczności sprężystej*, Warszawa 1953.
- [2] S. Timoszenko, *Ustojcziwost' uprugich sistiem* (tłum. z ang.) Moskwa 1955.
- [3] J. Naleszkiewicz, *Z aktualnych zagadnień wytrzymałościowych okrętu spawanego*, ref. na Konf. spawaln. okręt. 23-24.9.1955 w Gdańsku.
- [4] J. Klott, J. Naleszkiewicz, J. Rutecki, K. Wituszyński, *Studia wstępne z dziedziny skręcania kadłuba okrętu na fali skośnej*, Rozpr. Inżyn. 4 (1955).

Резюме

УСТОЙЧИВОСТЬ И ПРОЧНОСТЬ ОКАЙМЛЕННОГО ЛИСТА ГОФРИРОВАННОГО ЖЕЛЕЗА

Устойчивость и прочность окаймленного листа гофрированного железа была разработана на примере переборок изгибаемых судов (прежде всего, для генеральных грузов). Ввиду существования различных мнений, касающихся достоинств и пороков гофрированных и плоских, т.е. сварных или клепаных переборок, целью настоящей статьи является некоторого рода исследование механических и статических свойств работы изгибаемой переборки, под действием срезающих, растягивающих и сжимающих сил.

Весь рассматриваемый материал можно разделить на три части: (1) определение результирующего направления косых растягивающих усилий, в послекритическом состоянии, (2) определение предельных напряжений при упомянутой нагрузке, (3) добавочные рассуждения, касающиеся сохранения непрерывности горизонтальных составляющих косых усилий, по высоте окаймленного листа или переборки.

В первой части даются зависимости между результирующим направлением косых усилий и переменными величинами нагрузок. Анализ равновесия элемента позволяет выразить мнение, что действительное направление косых растягивающих усилий изменяется с высотой переборки. Во второй части производится расчет предельных напряжений, при помощи энергетического метода, предполагая вероятную форму прогиба переборки под действием нагрузки. В третьей части, при использовании метода минимума энергии, исследуется диапазон расположения горизонтальных составляющих косых усилий, по отношению к высоте переборки.

Анализ основных величин, характеризующих работу рассматриваемого соединения, ведет к заключению, об ограниченных возможностях переборки — противодействия деформациям поперечного сечения судна.

Наличие значительных сжимающих вертикальных сил, кроме уменьшения значения предельных напряжений, вызывает более горизонтальное направление косых усилий, близкое к направлению наибольшей деформируемости гофрированной переборки. Рассматривая влияние переборки на корпус судна, можно ее отождествить с соответствующей по размерам рамой, созданной шпангоутами и бимсами, которая в частности, вблизи больших отверстий, сделанных в палубе, не представляет собой надежного скрепления конструкции в целом.

Summary

STABILITY AND STRENGTH OF A FRAMED CORRUGATED STEEL SHEET

The stability and strength of a framed corrugated steel sheet is discussed on examples of bulkheads, subjected to bending, of merchant ships. Since there are various opinions as to the advantages and drawbacks of corrugated and flat (that is welded or riveted) bulkheads, this paper constitutes a study, from the point of view of strength and stability, of the characteristic features of the «work» of a bent bulkhead subjected also to shear and tensile or compressive load.

The material may be divided into three parts:

(1) the determination of the resultant direction of oblique tensions above the limit state, (2) the determination of the values of limit stresses for the load considered, and (3) additional considerations concerning the preservation of continuity of horizontal components of oblique tensions along the height of a framed steel sheet or bulkhead.

In the first part, relations are established between the resultant direction of oblique tensions and the variable values of stresses. An analysis of the equilibrium of an element makes it possible to conclude that the real direction of oblique tensions is variable with the height. In the second part, limit stresses are calculated by means of the energy method, assuming a probable form of bulkhead deflection under the action of load.

In the third part, the energy method is used to investigate the range of distribution of horizontal components of oblique tensions in relation to bulkhead height.

An analysis of basic quantities characterizing the «work» of the joint under consideration leads to the conclusion that there is no more than

a limited possibility of the bulkhead withstanding the transverse deformations of the ship. The existence of considerable vertical compressive forces, in addition to lowering the limit values of stresses, results in the direction of oblique tensions being nearer to the horizontal position, thus approaching the direction of maximum deformability of the corrugated bulkhead. In view of the influence of the bulkhead on the ship's hull, it may be replaced by a suitably dimensioned frame which is not a particularly rigid structural element, especially in the neighbourhood of large hatchways.

Praca została złożona w Redakcji dnia 9 kwietnia 1957 r.