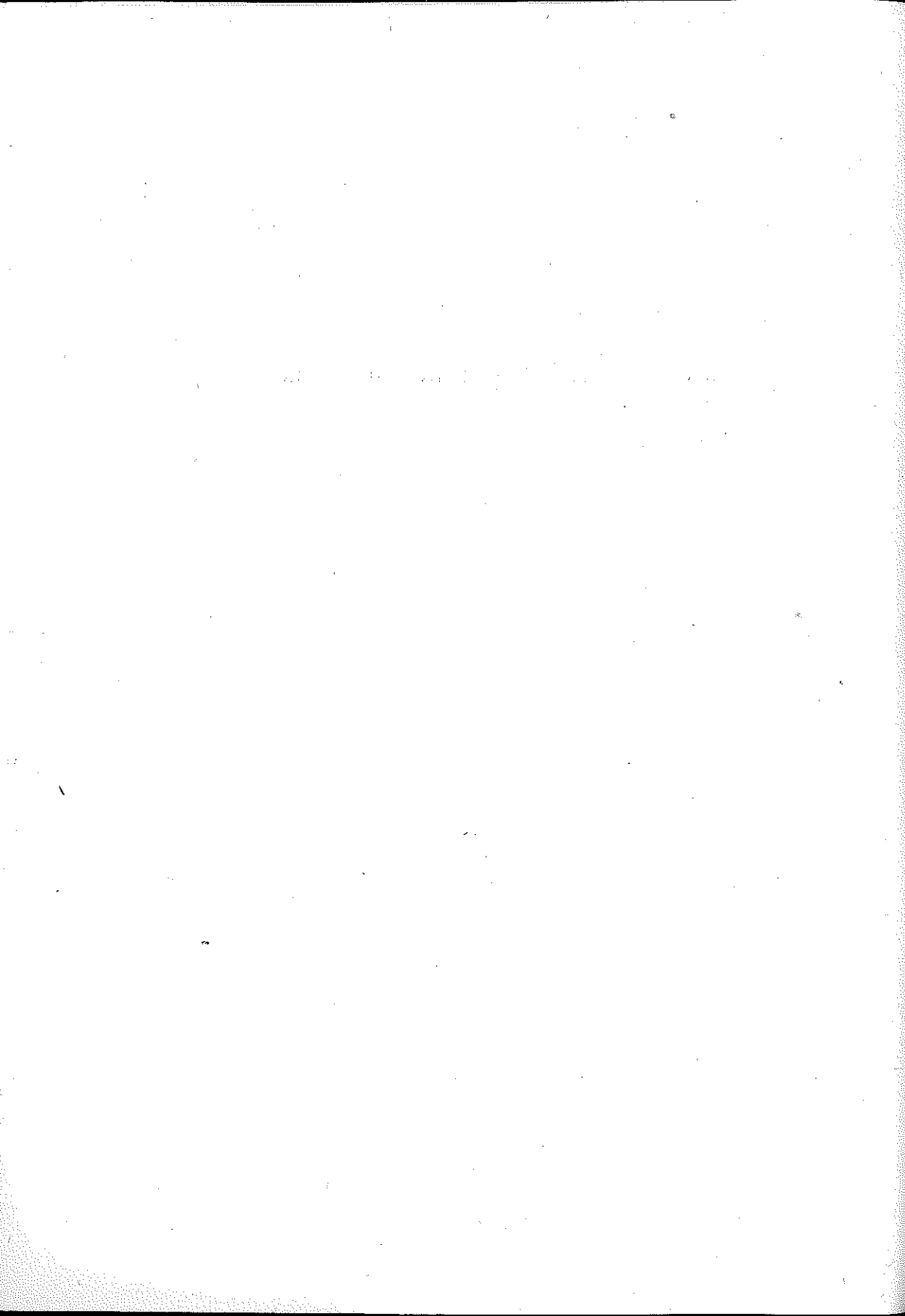


JANUSZ CZULAK

STATECZNOŚĆ RUSZTU KONOIDALNEGO

ROZPRAWY
INŻYNIERSKIE
LXVI



1. W innej pracy autora, [2], rozpatrzone zostało zagadnienie stateczności rusztu walcowego o parabolicznym przekroju poprzecznym. Obecnie podajemy przybliżone rozwiązanie zagadnienia stateczności rusztu przestrzennego o kształcie konoidy parabolicznej (rys. 1a).

Rozpatrywany układ jest złożony z jednego znajdującego się w płaszczyźnie pionowej dwuprzegubowego łuku parabolicznego ACB i z pewnej liczby $(n + 1)$ swobodnie podpartych płatwi ciągłych dwuprzęsłowych, połączonych z tym łukiem przegubami kulistymi, których środki znajdują się w punktach przecięcia się osi podłużnych płatwi z osią podłużną łuku (rys. 1b).

Łuk ACB połączony jest ze swymi podporami A i B zawiasowo, wobec czego cała konoidalna konstrukcja jest tu układem geometrycznie niezmiennym.

W odniesieniu do przyjętego na rys. 1b układu osi współrzędnych równanie osi podłużnej łuku ACB ma postać

$$(1.1) \quad y = 4f \left(\frac{x}{l} - \frac{x^2}{l^2} \right),$$

gdzie f oznacza strzałkę łuku, a l jego rozpiętość.

Sztywność łuku jest stała ($E_t J_t = \text{const}$).

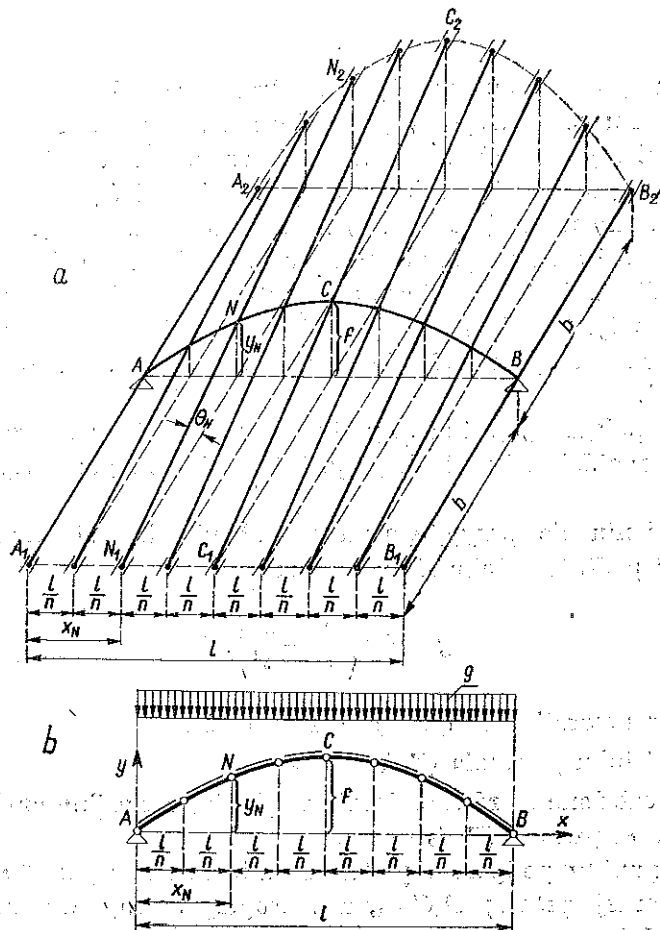
Płatwie rozłożone są równomiernie w planie; wszystkie one mają jednakową stałą sztywność ($E_p J_p = \text{const}$).

Skrajne punkty podparcia płatwi rozmieszczone są z jednej strony wzdłuż poziomej prostej $A_1 C_1 B_1$, a z drugiej strony wzdłuż paraboli $A_2 C_2 B_2$ (rys. 1a), przy czym zarówno prosta $A_1 C_1 B_1$ jak i płaszczyzna paraboli $A_2 C_2 B_2$ są równoległe do płaszczyzny osi podłużnej łuku ACB . Podpory płatwi są tu przesuwne w kierunku poziomym, równoległym do płaszczyzny symetrii rusztu.

Przedstawione niżej obliczenia ograniczają się do przypadku obciążenia płatwi rusztu pokryciem znajdującym się pod działaniem pionowego obciążenia ciągłego, równomiernego w odniesieniu do pola $A_1 A_2 B_2 B_1$ rzutu powierzchni pokrycia na płaszczyznę poziomą i rozłożonego na całej tej powierzchni (rys. 1).

Obciążenie przypadające na jednostkę kwadratową rzutu powierzchni pokrycia na płaszczyznę poziomą oznaczamy przez g .

Obciążenie pokrycia przekazują płatwie ciągłe na swe podpory. Pomijając istniejące w stanie równowagi statecznej rusztu niewielkie odkształcenia łuku ACB odpowiadające rozłożonym symetrycznie względem środka C zwornika łuku siłom oddziaływania płatwi na łuk, przyj-



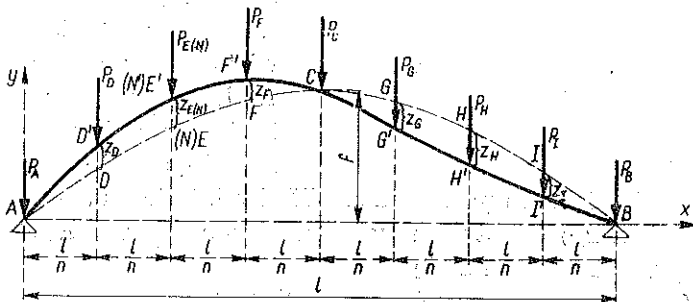
Rys. 1

mujemy tutaj (stosownie do uprzednio określonego sposobu podparcia płatwi i ich obciążenia), że łuk ACB znajduje się pod działaniem samych tylko pionowych sił skupionych, zaczepionych w punktach $A, \dots, N, \dots, C, \dots, B$ osi podłużnej łuku.

W tej sytuacji, jak wynika z obliczeń niżej przytoczonych, siły nacisku wszystkich płatwi pośrednich na łuk są jednakowe, a więc łuk obciążony jest wzdłuż swojej rozpiętości równomiernie.

W chwili, gdy obciążenie g pokrycia rusztu osiąga krytyczną wartość g_k , ruszt ulega wyboczeniu, które spowodowane jest wybočeniami się łuku ACB. Niniejsze rozważania obejmują jedynie przypadek sprężystego wyboczenia łuku ACB w płaszczyźnie jego osi podłużnej.

2. Przyjmujemy zgodnie z doświadczeniem, że w przypadku płaskiej postaci wyboczenia dwuprzegubowego symetrycznego łuku parabolicznego oś podłużna łuku wygina się antysymetrycznie względem nie zmieniającego swego położenia środka C zwornika łuku; zakładamy przy tym, iż przesunięcia z poszczególnych punktów osi podłużnej łuku mają kierunek pionowy (rys. 2).



Rys. 2

W takich warunkach, z chwilą wyboczenia się łuku, środkowe punkty podparcia płatwi pośrednich — z wyjątkiem płatwi zwornikowej C_1CC_2 — przesuwały się pionowo, przy czym (gdy np. $n = 8$)

$$(2.1) \quad z_D = -z_I = z', \quad z_E = -z_H = z'', \quad z_F = -z_G = z'''.$$

Punkty podparcia płatwi zwornikowej C_1CC_2 oraz płatwi skrajnych A_1AA_2 i B_1BB_2 położenia swego nie zmieniają.

Przechodząc do ustalenia wartości sił oddziaływania poszczególnych płatwi na łuk przy jego wyboczeniu (rys. 2) bierzemy przede wszystkim pod uwagę ciągłe i równomierne obciążenie pionowe płatwi.

Każdej z płatwi pośrednich odpowiada obciążenie, którego wartość w odniesieniu do jednostki długości rzutu płatwi na płaszczyźnie poziomej jest równa

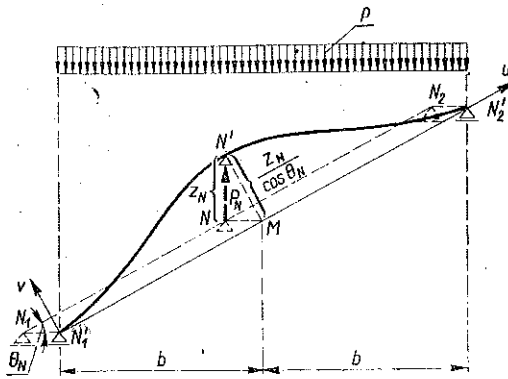
$$(2.2) \quad p = \frac{g_k l}{n},$$

a każdej z płatwi skrajnych obciążenie jednostkowe o wartości równej

$$(2.3) \quad p' = \frac{p}{2} = \frac{g_k l}{2n}.$$

Przez g_k oznaczona jest w tych wzorach wartość krytyczna obciążenia g pokrycia rusztu.

Mając na widoku rys. 3 i 4 możemy stwierdzić, że pionowe przesunięcie z_N środkowego punktu podparcia N pewnej płatwi N_1NN_2 powoduje poziome przesunięcia jej krańcowych punktów podparcia (punkty N_1, N_2). Z prostych rozważań geometrycznych wynika



Rys. 3

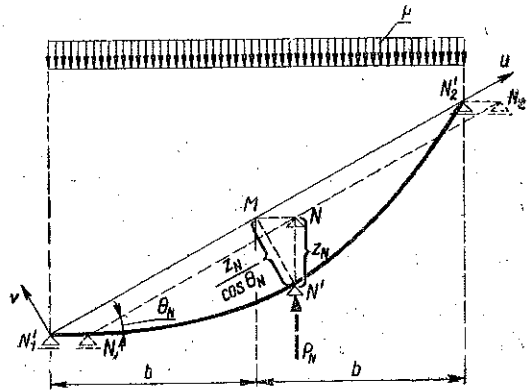
dalej, że przy niewielkich wartościach przesunięcia z_N oraz przy pominięciu zmiany odległości między krańcowymi punktami N_1 i N_2 osi płatwi i siłami podłużnymi, cięciwa $N_1'N_2'$ łącząca te punkty po odkształceniu się płatwi jest równoległa do nieodkształconej osi

płatwi w jej pierwotnym położeniu N_1NN_2 . Podniesieniu się punktu N (dodatniej wartości z_N) odpowiada tutaj położenie cięciwy $N_1'N_2'$ przedstawione na rys. 3, a obniżeniu się punktu N (ujemnej wartości z_N) położenie przedstawione na rys. 4.

Na podstawie równania

$$(2.4) \quad v_N = \frac{z_N}{\cos \theta_N},$$

którego lewa strona oznacza odpowiadające przyjętemu na rys. 3 i 4 układowi osi współrzędnych (u, v) będące funkcją wielkości p i P_N ugięcie płatwi w punkcie N' , prawa zaś wyraża odległość $N'M$ punktu N' od osi u , znajdujemy następujący przybliżony wzór ogólny określający wartość siły P_N oddziaływania płatwi N_1NN_2 na łuk ACB przy jego wyboczeniu:



Rys. 4

$$(2.5) \quad P_N = \frac{5}{4} pb + 6 E_p J_p \frac{z_N}{b^3} \cos \theta_N.$$

Zgodnie z oznaczeniami przyjętymi na rys. 1 wartość $\cos \theta_N$ możemy określić wzorem

$$(2.6) \quad \cos \theta_N = \frac{b}{\sqrt{b^2 + y_N^2}}.$$

Uwzględniając oznaczenia przyjęte na rys. 2 oraz symetrię rozpatrywanego rusztu możemy odpowiednio do wzorów (2.1) napisać, że

$$(2.7) \quad \Theta_D = \Theta_I = \Theta', \quad \Theta_E = \Theta_H = \Theta'', \quad \Theta_F = \Theta_G = \Theta'''.$$

Z kolei bierzemy pod uwagę rys. 2 oraz zależności (2.1) i (2.7) i ustalamy według wzoru (2.5) odnośne wyrażenia dla wartości sił oddziaływania poszczególnych płatwi na łuk:

$$(2.8) \quad \begin{cases} P_D = \frac{5}{4} pb + 6 E_p J_p \frac{z'}{b^3} \cos \Theta', & P_I = \frac{5}{4} pb - 6 E_p J_p \frac{z'}{b^3} \cos \Theta', \\ P_E = \frac{5}{4} pb + 6 E_p J_p \frac{z''}{b^3} \cos \Theta'', & P_H = \frac{5}{4} pb - 6 E_p J_p \frac{z''}{b^3} \cos \Theta'', \\ P_F = \frac{5}{4} pb + 6 E_p J_p \frac{z'''}{b^3} \cos \Theta''', & P_G = \frac{5}{4} pb - 6 E_p J_p \frac{z'''}{b^3} \cos \Theta''', \\ P_A = P_B = \frac{5}{4} p'b = \frac{5}{8} pb, & P_C = \frac{5}{4} pb. \end{cases}$$

Wprowadzając tutaj oznaczenia

$$(2.9) \quad \begin{cases} \frac{5}{4} pb = P, \\ 6 E_p J_p \frac{z'}{b^3} \cos \Theta' = P'_w, & 6 E_p J_p \frac{z''}{b^3} \cos \Theta'' = P''_w, \\ 6 E_p J_p \frac{z'''}{b^3} \cos \Theta''' = P'''_w, \end{cases}$$

nadajemy wzorom (2.8) postać następującą:

$$(2.10) \quad \begin{cases} P_D = P + P'_w, & P_I = P - P'_w, & P_A = \frac{P}{2}, \\ P_E = P + P''_w, & P_H = P - P''_w, & P_B = \frac{P}{2}, \\ P_F = P + P'''_w, & P_G = P - P'''_w, & P_C = P. \end{cases}$$

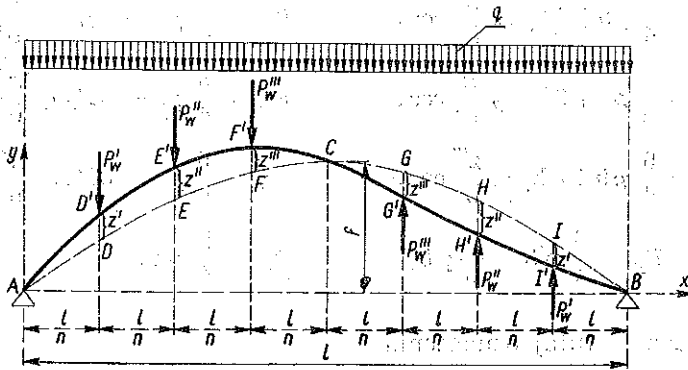
W związku z tymi wzorami możemy traktować siły P_D, P_E, \dots, P_I jako wypadkowe odpowiednich sił P i P_w .

W dalszych rozważaniach przyjmujemy, że obciążenie łuku składowymi siłami skupionymi P , działającymi w punktach D, E, F, C, G, H i I , oraz siłami $P/2$, działającymi w punktach A i B , równoważne jest jego pio-

nowemu obciążeniu ciągłemu, równomiernie rozłożonemu wzdłuż całej rozpiętości łuku i równemu

$$(2.11) \quad q = \frac{1}{l} \left[(n-1)P + 2 \frac{P}{2} \right] = \frac{nP}{l} = \frac{5}{4} g_k b.$$

W tych warunkach możemy więc uważać, że na rozpatrywany łuk paraboliczny działa w chwili jego wyboczenia obciążenie ciągłe i równomierne q oraz szereg par sił P_w o jednakowym zwrocie (rys. 5).



Rys. 5

Ponieważ ugięcia z osi podłużnej łuku, odpowiadające krytycznej wartości g_k obciążenia g pokrycia rusztu są bardzo małe, przeto możemy przyjąć, że parcie poziome łuku wyboczonego, obciążonego w sposób przedstawiony na rys. 5, ma tu wartość taką samą, jak przy ściśle parabolicznym kształcie osi podłużnej łuku, a więc że

$$(2.12) \quad H = \frac{gt}{8\zeta},$$

gdzie

$$(2.13) \quad \zeta = \frac{f}{l}.$$

3. Podstawą do obliczenia krytycznej wartości g_k obciążenia g pokrycia rozważanego rusztu konoidalnego jest przybliżone równanie

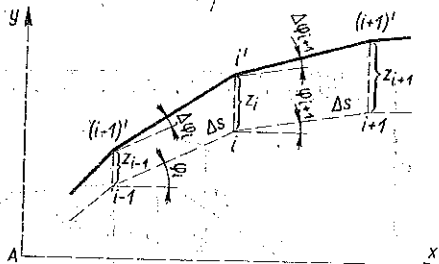
$$(3.1) \quad \frac{\Delta d\varphi}{ds} = - \frac{M_\alpha}{E_t J_t},$$

wyrażające zależność między przyrostem krzywizny w danym punkcie osi podłużnej łuku a odpowiadającym temu punktowi momentem zginającym. W równaniu tym $\Delta d\varphi$ oznacza zmianę kąta $d\varphi$ nachylenia wzglę-

dem siebie dwóch przekrojów poprzecznych łuku, ograniczających nieskończenie mały odcinek ds osi podłużnej łuku, a M_α moment zginający w łuku.

Ze względu na trudności związane z całkowaniem powyższego równania różniczkowego zamierzone obliczenie przeprowadzamy tu w sposób przybliżony w drodze przekształcenia tego równania w odpowiednie równanie różnicowe.

Oś podłużną łuku dzielimy na pewną liczbę odcinków o równych cięciwach (rys. 6) i przyjmujemy w równaniu (3.1) zamiast różniczki łuku ds długość Δs takiej cięciwy, a zamiast zmiany kątowej $\Delta d\varphi$ różnicę odpowiednich kątów. Tym sposobem dochodzimy do równania¹



Rys. 6

$$(3.2) \quad \frac{\Delta\varphi_i - \Delta\varphi_{i+1}}{\Delta s} = -\frac{M_i'}{E_i J_i},$$

w którym przez i oznaczony jest numer punktu podziału osi podłużnej łuku.

Biorąc pod uwagę rys. 6 nadajemy równaniu (3.2) następującą postać:

$$(3.3) \quad \frac{z_i (\cos \varphi_i + \cos \varphi_{i+1}) - z_{i-1} \cos \varphi_i - z_{i+1} \cos \varphi_{i+1}}{\Delta s^2} = -\frac{M_i'}{E_i J_i}.$$

Równanie (3.3) układamy kolejno dla każdego z punktów podziału osi odkształconej łuku ACB, przy czym wobec antysymetrii odkształcenia rozpatrujemy tu tylko połowę łuku, np. jego część AC. W ten sposób otrzymujemy pewien układ równań liniowych jednorodnych względem z . Ponieważ układ tych równań spełniają wartości z nierówne zero, więc zależny od g_k wyznacznik charakterystyczny układu równa się zero. Najmniejsza z wartości g_k odpowiadających zerowej wartości wyznacznika jest wartością krytyczną obciążenia g pokrycia rusztu.

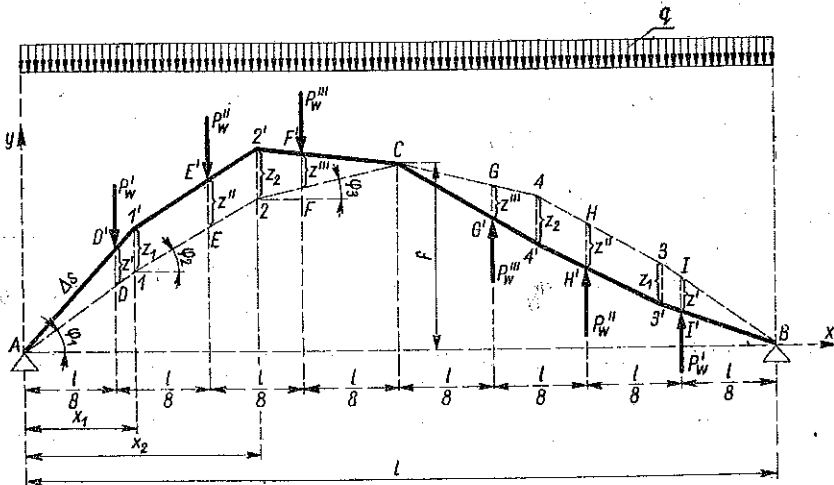
4. Podajemy obecnie szczegółowe obliczenie krytycznej wartości g_k obciążenia g działającego na pokrycie konoidalnego parabolicznego rusztu jednołukowego o dziewięciu płatwiach ciągłych i o średniej wyniosłości $\zeta = 0,150$ (a więc o wyniosłości największej $\zeta_{max} = 2\zeta = 0,300$).

Obliczenie niniejsze tak jak i odnośne obliczenie przedstawione w pracy [2] przeprowadzamy drogą podziału osi podłużnej łuku ACB na 6 odcinków (rys. 7).

¹ Por. [1].

Mając na widoku rys. 7 określamy przede wszystkim momenty zginające w punktach 1' i 2' łuku. Przy uwzględnieniu równania (1.1) oraz wzoru (2.12) możemy w danym razie napisać, że

$$(4.1) \quad \begin{cases} M_{1'} = P'_w \left(\frac{l}{8} - \frac{x_1}{4} \right) + P''_w \frac{x_1}{2} + P'''_w \frac{x_1}{4} - \frac{ql}{8\zeta} z_1, \\ M_{2'} = P'_w \left(\frac{l}{8} - \frac{x_2}{4} \right) + P''_w \left(\frac{l}{4} - \frac{x_2}{2} \right) + P'''_w \frac{x_2}{4} - \frac{ql}{8\zeta} z_2. \end{cases}$$



Rys. 7

Ponieważ między przesunięciami z istnieją zależności

$$(4.2) \quad z' = az_1, \quad z'' = (1 - \gamma)z_1 + \gamma z_2, \quad z''' = \delta z_2,$$

gdzie

$$(4.3) \quad a = \frac{l}{8x_1}, \quad \gamma = \frac{\frac{l}{4} - x_1}{x_2 - x_1}, \quad \delta = \frac{\frac{l}{8}}{\frac{l}{2} - x_2},$$

to wzorom określającym wartości sił P_w możemy nadać postać

$$(4.4) \quad \begin{cases} P'_w = 6 E_p J_p \frac{a \cos \Theta'}{b^3} z_1, \\ P''_w = 6 E_p J_p \frac{(1 - \gamma) \cos \Theta''}{b^3} z_1 + 6 E_p J_p \frac{\gamma \cos \Theta''}{b^3} z_2, \\ P'''_w = 6 E_p J_p \frac{\delta \cos \Theta'''}{b^3} z_2. \end{cases}$$

Uwzględniając we wzorach (4.1) wzory (4.4) dochodzimy ostatecznie do wzorów następujących:

$$(4.5) \quad \begin{cases} M_{1'} = \frac{6 E_p J_p l}{b^3} \left\{ \left[\left(\frac{1}{8} - \frac{\xi_1}{4} \right) a \cos \Theta' + (1 - \gamma) \frac{\xi_1}{2} \cos \Theta'' \right] z_1 + \right. \\ \left. + \left(\frac{\gamma}{2} \cos \Theta'' + \frac{\delta}{4} \cos \Theta''' \right) \xi_1 z_2 \right\} - \frac{q l}{8 \zeta} z_1, \\ M_{2'} = \frac{6 E_p J_p l}{b^3} \left\{ [a \cos \Theta' + 2(1 - \gamma) \cos \Theta''] \left(\frac{1}{8} - \frac{\xi_2}{4} \right) z_1 + \right. \\ \left. + \left[\left(\frac{1}{4} - \frac{\xi_2}{2} \right) \gamma \cos \Theta'' + \delta \frac{\xi_2}{4} \cos \Theta''' \right] z_2 \right\} - \frac{q l}{8 \zeta} z_2. \end{cases}$$

Tutaj

$$(4.6) \quad \xi_1 = \frac{x_1}{l}, \quad \xi_2 = \frac{x_2}{l}.$$

Z kolei układamy dla punktów 1' i 2' rozpatrywanego łuku równanie (3.3); w ten sposób otrzymujemy następujący układ dwóch równań:

$$(4.7) \quad \begin{cases} z_1 (\cos \varphi_1 + \cos \varphi_2 + w k_1 - r) + z_2 (-\cos \varphi_2 + w k_2) = 0, \\ z_1 (-\cos \varphi_2 + w m_1) + z_2 (\cos \varphi_2 + \cos \varphi_3 + w m_2 - r) = 0, \end{cases}$$

w których

$$(4.8) \quad \begin{cases} k_1 = \left(\frac{1}{8} - \frac{\xi_1}{4} \right) a \cos \Theta' + (1 - \gamma) \frac{\xi_1}{2} \cos \Theta'', \\ k_2 = \left(\frac{\gamma}{2} \cos \Theta'' + \frac{\delta}{4} \cos \Theta''' \right) \xi_1, \\ m_1 = [a \cos \Theta' + 2(1 - \gamma) \cos \Theta''] \left(\frac{1}{8} - \frac{\xi_2}{4} \right), \\ m_2 = \left(\frac{1}{4} - \frac{\xi_2}{2} \right) \gamma \cos \Theta'' + \delta \frac{\xi_2}{4} \cos \Theta''', \\ w = \frac{6 E_p J_p l \Delta s^2}{E_t J_t b^3}, \\ r = \frac{q l \Delta s^2}{8 \zeta E_t J_t}. \end{cases}$$

Przyrównując do zera wyznacznik charakterystyczny układu równań (4.7) dochodzimy do równania kwadratowego względem r :

$$(4.9) \quad r^2 - r(a_1 + c_2) + (a_1 c_2 - a_2 c_1) = 0,$$

gdzie

$$(4.10) \quad \begin{cases} a_1 = \cos \varphi_1 + \cos \varphi_2 + wk_1, \\ a_2 = -\cos \varphi_2 + wk_2, \\ c_1 = -\cos \varphi_2 + wm_1, \\ c_2 = \cos \varphi_2 + \cos \varphi_3 + wm_2. \end{cases}$$

Mniejszy pierwiastek równania (4.9) wyraża się wzorem

$$(4.11) \quad r = r_{min} = \frac{a_1 + c_2 - \sqrt{(a_1 + c_2)^2 - 4(a_1 c_2 - a_2 c_1)}}{2}$$

Pierwiastek ten odpowiada krytycznej wartości g_k jednostkowego obciążenia pokrycia rusztu.

Mając znalezione $r = r_{min}$ możemy już bezpośrednio według wzoru

$$(4.12) \quad g_k = \frac{32 \zeta E_t J_t r_{min}}{5 b l A s^2}$$

obliczyć krytyczną wartość g_k dla rozpatrywanej tu konstrukcji konoidalnej.

Wartości liczbowe odnośnych wielkości geometrycznych parabolicznej osi łuku o wyniosłości $\zeta_k = 0,150$ są następujące:

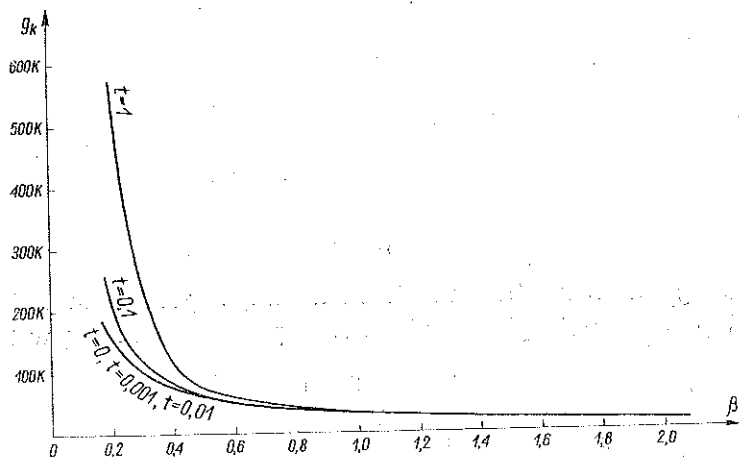
$$\begin{aligned} A s &= 0,1760 l, & x_1 &= 0,1570 l, & x_2 &= 0,3250 l, \\ \cos \varphi_1 &= 0,8920, & \cos \varphi_2 &= 0,9545, & \cos \varphi_3 &= 0,9943, \end{aligned}$$

wartości zaś poszczególnych funkcji $\cos \Theta_N$, odpowiadające — przy $\zeta = 0,150$ — rozmaitym wartościom b , określamy według wzoru (2.6).

Tablica 1 (g_k)

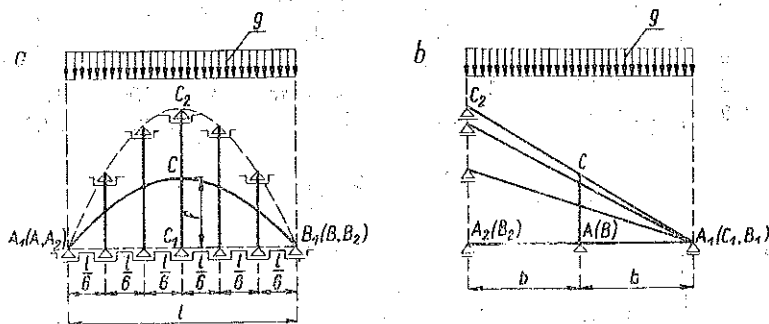
$\beta \backslash t$	0	0,001	0,01	0,1	1
0,2	145,92 K	146,48 K	151,56 K	202,30 K	545,54 K
0,4	72,96 K	73,00 K	73,34 K	76,82 K	111,49 K
0,6	48,64 K	48,65 K	48,72 K	49,42 K	56,40 K
0,8	36,48 K	36,48 K	36,51 K	36,73 K	38,95 K
1,0	29,18 K	29,18 K	29,19 K	29,29 K	30,20 K
1,2	24,32 K	24,32 K	24,33 K	24,37 K	24,82 K
1,4	20,85 K	20,85 K	20,85 K	20,87 K	21,11 K
1,6	18,24 K	18,24 K	18,24 K	18,25 K	18,39 K
1,8	16,21 K	16,21 K	16,21 K	16,22 K	16,31 K
2,0	14,59 K	14,59 K	14,59 K	14,60 K	14,66 K

Wszystkie te wartości uwzględniamy odpowiednio we wzorach (4.3), (4.6), (4.8) i (4.10), po czym na podstawie wzorów (4.11) i (4.12) znajdujemy liczbowe wartości g_k , odpowiadające różnym wartościom stosunku $t = E_p J_p / E_t J_t$ oraz stosunku $\beta = b/l$. Ostateczne wyniki tych obliczeń podane są w tablicy 1; literą K oznaczona jest tutaj wielkość $E_t J_t / l^4$.



Rys. 8

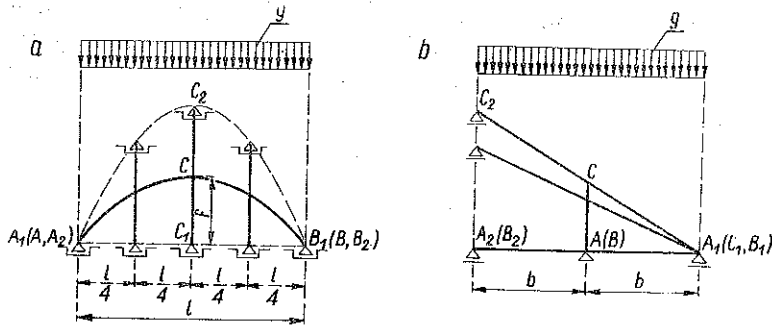
Zależności zachodzące między wartościami g_k i β , przy rozmaitych wartościach t , możemy przedstawić także i za pomocą krzywych uwidocznionych na rys. 8.



Rys. 9

5. Obliczenia podobne do obliczeń powyższych zostały wykonane także dla rusztu konoidalnego złożonego z jednego łuku parabolicznego i siedmiu płatwi ciągłych (rys. 9) oraz dla rusztu konoidalnego złożonego z jednego łuku parabolicznego i pięciu płatwi ciągłych (rys. 10). W obu tych przypadkach tak jak i w przypadku rusztu konoidalnego złożonego z jed-

nego łuku parabolicznego i dziewięciu płatków ciągłych wartości liczbowe g_k wyznaczone zostały dla konstrukcji o średniej wyniosłości $\zeta = 0,150$.



Rys. 10

Wartości g_k dla rusztu siedmiopłatkowego podane są w tabelicy 2, a wartości g_k dla rusztu pięciopłatkowego przedstawione są w tabelicy 3.

Tablica 2 (g_k)

$\beta \backslash t$	0	0,001	0,01	0,1	1
0,2	145,92 K	146,42 K	150,93 K	195,94 K	590,35 K
0,4	72,96 K	73,00 K	73,30 K	76,39 K	107,21 K
0,6	48,64 K	48,64 K	48,71 K	49,33 K	55,54 K
0,8	36,48 K	36,48 K	36,50 K	36,70 K	38,68 K
1,0	29,18 K	29,18 K	29,19 K	29,27 K	30,09 K
1,2	24,32 K	24,32 K	24,33 K	24,37 K	24,76 K
1,4	20,85 K	20,85 K	20,85 K	20,87 K	21,08 K
1,6	18,24 K	18,24 K	18,24 K	18,25 K	18,38 K
1,8	16,21 K	16,21 K	16,21 K	16,22 K	16,30 K
2,0	14,59 K	14,59 K	14,59 K	14,60 K	14,65 K

Tablica 5 (g_k)

$\beta \backslash t$	0	0,001	0,01	0,1	1
0,2	145,92 K	146,18 K	148,51 K	171,81 K	391,41 K
0,4	72,96 K	72,98 K	73,14 K	74,75 K	90,82 K
0,6	48,64 K	48,64 K	48,68 K	49,00 K	52,25 K
0,8	36,48 K	36,48 K	36,49 K	36,60 K	37,63 K
1,0	29,18 K	29,18 K	29,19 K	29,23 K	29,66 K
1,2	24,32 K	24,32 K	24,32 K	24,34 K	24,55 K
1,4	20,85 K	20,85 K	20,85 K	20,86 K	20,97 K
1,6	18,24 K	18,24 K	18,24 K	18,25 K	18,31 K
1,8	16,21 K	16,21 K	16,21 K	16,22 K	16,26 K
2,0	14,59 K	14,59 K	14,59 K	14,60 K	14,62 K

Wykresy zależności między wartościami g_k i β , przy różnych wartościach t , są tutaj podobne do wykresów przedstawionych na rys. 8.

6. Wartości g_k podane w tablicach 1, 2, 3 odnoszą się, jak już uprzednio zaznaczyliśmy, do konoidalnych parabolicznych rusztów jednołukowych o średniej wyniosłości $\zeta = 0,150$, a więc o wyniosłości największej $\zeta_{max} = 0,300$. Z porównania tych wartości g_k z odpowiednimi wartościami g_k wyznaczonymi dla walcowych parabolicznych rusztów jednołukowych o wyniosłości $\zeta = 0,300$ wynika (por. [2]), że układy walcowe są stateczniejsze niż układy konoidalne.

W tablicy 4 przedstawione są wartości ilorazu κ utworzonego z odpowiednich wartości obciążeń g_k pokrycia rusztu konoidalnego dziewięciopłatwiowego i pokrycia rusztu walcowego dziewięciopłatwiowego. W tablicy 5 podane są wartości κ odnoszące się do odpowiednich konstrukcji

Tablica 4 (κ)

$\beta \backslash t$	0	0,001	0,01	0,1	1
0,2	0,74	0,74	0,72	0,62	0,64
0,4	0,74	0,74	0,74	0,72	0,62
0,6	0,74	0,74	0,74	0,73	0,69
0,8	0,74	0,74	0,74	0,74	0,71
1,0	0,74	0,74	0,74	0,74	0,73
1,2	0,74	0,74	0,74	0,74	0,73
1,4	0,74	0,74	0,74	0,74	0,73
1,6	0,74	0,74	0,74	0,74	0,73
1,8	0,74	0,74	0,74	0,74	0,74
2,0	0,74	0,74	0,74	0,74	0,74

W tablicy 5 podane są wartości κ odnoszące się do odpowiednich konstrukcji

Tablica 5 (κ)

$\beta \backslash t$	0	0,001	0,01	0,1	1
0,2	0,74	0,74	0,73	0,66	0,73
0,4	0,74	0,74	0,74	0,73	0,66
0,6	0,74	0,74	0,74	0,73	0,71
0,8	0,74	0,74	0,74	0,74	0,72
1,0	0,74	0,74	0,74	0,74	0,73
1,2	0,74	0,74	0,74	0,74	0,73
1,4	0,74	0,74	0,74	0,74	0,74
1,6	0,74	0,74	0,74	0,74	0,74
1,8	0,74	0,74	0,74	0,74	0,74
2,0	0,74	0,74	0,74	0,74	0,74

siedmiopłatwowych, a w tablicy 6 przedstawione są wartości κ dotyczące konstrukcji pięciopłatwowych³.

Tablica 6 (κ)

$\beta \backslash t$	0	0,001	0,01	0,1	1
0,2	0,74	0,74	0,73	0,68	0,75
0,4	0,74	0,74	0,74	0,73	0,68
0,6	0,74	0,74	0,74	0,74	0,72
0,8	0,74	0,74	0,74	0,74	0,73
1,0	0,74	0,74	0,74	0,74	0,73
1,2	0,74	0,74	0,74	0,74	0,74
1,4	0,74	0,74	0,74	0,74	0,74
1,6	0,74	0,74	0,74	0,74	0,74
1,8	0,74	0,74	0,74	0,74	0,74
2,0	0,74	0,74	0,74	0,74	0,74

7. Oprócz przytoczonych w tablicach 1, 2 i 3 wartości liczbowych g_h dla jednołukowych wielopłatwowych rusztów konoidalnych o średniej wyniosłości $\zeta = 0,150$, zostały wyznaczone liczbowe wartości g_h także i dla jednołukowego pięciopłatwowego rusztu konoidalnego o średniej wyniosłości $\zeta = 0,300$ ($\zeta_{max} = 0,600$). Wartości te⁴ przedstawione są w tablicy 7.

Tablica 7 (g_h)

$\beta \backslash t$	0	0,001	0,01	0,1	1
0,2	197,74 K	198,12 K	201,54 K	235,31 K	481,37 K
0,4	98,87 K	98,90 K	99,18 K	101,98 K	129,42 K
0,6	65,91 K	65,92 K	65,98 K	66,57 K	72,49 K
0,8	49,44 K	49,44 K	49,46 K	49,65 K	51,55 K
1,0	39,55 K	39,55 K	39,56 K	39,64 K	40,44 K
1,2	32,96 K	32,96 K	32,96 K	33,00 K	33,39 K
1,4	28,25 K	28,25 K	28,25 K	28,27 K	28,48 K
1,6	24,72 K	24,72 K	24,72 K	24,73 K	24,86 K
1,8	21,97 K	21,97 K	21,97 K	21,98 K	22,05 K
2,0	19,77 K	19,77 K	19,77 K	19,78 K	19,83 K

Biorąc pod uwagę wartości g_h z tablicy 7 oraz wartości g_h obliczone dla odpowiedniego układu walcowego o wyniosłości $\zeta = 0,300$ (por. [2], tablica 3), możemy się przekonać, że — także i wtedy gdy średnia wynio-

³ Wszystkie wartości liczbowe g_h i κ podane w tablicach 1-6 wyznaczył S. Czerwiński.

⁴ Wyznaczył je F. Kraska.

śłość układu konoidalnego jest równa wyniosłości odpowiadającego mu układu walcowego — układ walcowy jest bardziej stateczny niż układ konoidalny. Należy tu jednak zaznaczyć, że wyraźne różnice między odpowiadającymi sobie wartościami g_k dla obu tych układów istnieją tylko dla dużych wartości t przy małych zarazem wartościach β ; dla mniejszych wartości t przy większych wartościach β różnice te zanikają.

8. Wszystkie przytoczone wyżej rozważania porównawcze doprowadzają do wniosku, że — dla warunków określonych w toku tych rozważań — ruszty walcowe są układami stateczniejszymi niż odpowiednie ruszty konoidalne. Różnice między odnośnymi wartościami g_k dla obu rodzajów rusztów są znaczne zwłaszcza w tym przypadku, gdy największa wyniosłość rusztu konoidalnego jest równa wyniosłości rusztu walcowego.

Literatura cytowana w tekście

[1] W. Wierzbicki, *Arithmétisation des problèmes de flambage*, Arch. Mech. Stos., t. 1, 1949.

[2] J. Czulak, *Stateczność rusztu walcowego*, Arch. Mech. Stos., t. 6, 1954.

Резюме

УСТОЙЧИВОСТЬ КОНОИДНОГО РОСТВЕРКА

Темой работы является приближенное решение вопроса устойчивости пространственного ростверка в форме параболического коноида, состоящего из одной двушарнирной арки и некоторого числа $(n+1)$ неразрезных двушарнирных свободно опертых прогонов (рис. 1), соединенных с аркой шаровыми шарнирами. Расчеты, представленные в статье, относятся к случаю нагрузки ростверка, посредством обшивки, на всей поверхности которой распределена вертикальная, непрерывная и равномерная нагрузка g .

В момент достижения нагрузкой обшивки критического значения, ростверк подвергается выпучиванию, вследствие продольного изгиба арки. Проводимые здесь рассуждения охватывают лишь случай упругого продольного изгиба арки в плоскости ее продольной оси. Соответствующие расчеты проведены при предположении, что при продольном изгибе арки, ее ось изгибается антисимметрически по отношению к центру замка, а перемещения отдельных точек продольной оси — вертикальны (рис. 2).

Установив общие формулы для значения сил действия прогонов на арку при выпучивании ростверка (рис. 3 и 4), для такого состояния принимается расчетная система нагрузки арки (рис. 5).

Основой определения критического значения нагрузки обшивки является приближенное дифференциальное уравнение (3.1) деформиро-

ванной оси арки, которое, ввиду трудности его интегрирования, преобразовано в уравнение конечных разностей (3.2), а затем последнее — в уравнение (3.3), (ср. рис. 6).

В качестве примера приводится подробное определение критического значения g_k единичной непрерывной нагрузки, действующей на обшивку коноидного однопролетного ростверка с неразрезными прогонами и средним подъемом $\zeta = f/l = 0,150$ (рис. 7). На основании составленных формул определяются числовые значения критической нагрузки, соответствующие различным значениям отношения $t = E_p J_p / E_t J_t$ и отношения $\beta = b/l$ (таблица 1). Графики зависимости между критическим значением g_k нагрузки системы и значением отношения β , при различных значениях отношения t , представлены на рис. 8.

В таблице 2 приведены критические значения нагрузки обшивки коноидного ростверка с 7 прогонами (рис. 9), а в таблице 3 — те же значения для обшивки коноидного ростверка с 5 прогонами (рис. 10). Цифры в таблицах 2 и 3, подобно цифрам в таблице 1, относятся к значению $\zeta = 0,150$.

Из сравнения приводимых в таблицах 1, 2 и 3 значений g_k для коноидных ростверков с соответственными значениями g_k , определенными для соответственных цилиндрических ростверков следует, что — в случае, когда максимальный подъем коноидной системы равен подъему цилиндрической системы — цилиндрическая система является более устойчивой, чем коноидная. В таблицах 4, 5 и 6 приводятся значения частного κ , образованного из соответствующих значений нагрузки g_k обшивки коноидного ростверка и обшивки цилиндрического ростверка, причем числа в таблице 4 относятся к системам с 9 прогонами, числа в таблице 5 — к системам с 7 прогонами, а числа в таблице 6 — к системам с 5 прогонами.

Определяются также и числовые значения g_k для коноидного ростверка с 5 прогонами и средним подъемом $\zeta = 0,300$ (таблица 7). Из сопоставления этих значений g_k с соответствующими значениями g_k , вычисленными для цилиндрического ростверка с 5 прогонами и с подъемом $\zeta = 0,300$, следует, что — также и тогда, когда средний подъем коноидной системы равен подъему соответствующей цилиндрической системы — эта последняя устойчивее коноидной.

Summary

THE STABILITY OF A CONOIDAL GRIDWORK

This paper concerns an approximate solution of the problem of stability of a space gridwork having the form of a parabolic conoid and composed of one doubly hinged arch, and of $(n + 1)$ continuous two-span

simply supported beams (Fig. 1) fastened to the arch by spherical joints. The calculations presented in this paper concern the case of a load acting on the skin, the whole surface of which is subjected to a uniform vertical load g .

At the moment in which the load reaches its critical value, the gridwork suffers buckling initiated by the buckling of the arch. The considerations of this paper concern only the case of elastic buckling of the arch in the plane of its axis. The calculations are made under the assumption that the buckling form of the arch axis is skew-symmetric about the centre of its key and the displacements of every point of the arch are vertical (Fig. 2).

After establishing general equations for the forces between the beams and the arch in the state of buckling (Figs. 3 and 4) an arch load is assumed for that state (Fig. 5).

The computation of the critical load of gridwork skin is performed on the basis of the approximate differential equation (3.1) for the deflection curve of the arch, and that, in view of the integration difficulties, is transformed into the finite differences equation (3.2). The Eq. (3.2) is transformed into (3.3), see Fig. 6.

As an example, a detailed computation is given of the critical value g_k of the continuous load per unit area, acting on the skin of the conoidal one-arch gridwork with 9 continuous beams and of mean rise-to-span ratio $\zeta = f/l = 0,150$ (Fig. 7). On the basis of the equations obtained, numerical values are determined for the critical load corresponding to various values of the ratio $t = E_p J_p / E_t J_t$ and the ratio $\beta = b/l$ (Table 1). The diagrams of the relations between the critical value g_k of the load and the value of the ratio β for various values of t are represented at Fig. 8.

In Table 2, critical values of the load acting on the skin of a conoidal gridwork with 7 beams (Fig. 9) are gathered, and in Table 3 — the same values for a gridwork with 5 beams (Fig. 10). The values in Table 2 and 3 are obtained for $\zeta = 0,150$ as is the case with the values in Table 1.

Comparing the values of g_k from Tables 1, 2 and 3, for conoidal gridworks, with the corresponding values for cylindrical gridworks, it is seen that when the maximum rise in the conoidal system is equal to that in the cylindrical system, the cylindrical system is the more stable. In Tables 4, 5 and 6 are assembled values of the ratio α of the values g_k for a conoidal gridwork to the same values for a cylindrical gridwork; the values in Tables 4, 5 and 6 concern the systems with 9, 7 and 5 beams, respectively.

Also determined are numerical values of g_R for a conoidal gridwork with 5 beams of mean rise-to-span ratio $\zeta = 300$ (Table 7). From the comparison of these values with the corresponding values for a 5 beam cylindrical gridwork of rise-to-span ratio $\zeta = 0,300$, it follows that the cylindrical system is also more stable when the mean rise-to-span ratio of the conoidal gridwork is equal to that of the corresponding cylindrical system.

ZAKŁAD MECHANIKI OŚRODKÓW CIĄGŁYCH
IPPT PAN

Praca została złożona w Redakcji dnia 29 sierpnia 1956 r.