

WŁADYSŁAW BOGUSZ

DRGANIA FUNDAMENTÓW
W CZASIE ROZRUCHU SILNIKÓW WIRNIKOWYCH

ROZPRAWY
INŻYNIERSKIE
XCVII

Celem pracy jest omówienie metody rozwiązywania ważnego przypadku drgań sprężystych o zmiennej częstotliwości siły wymuszającej. Tego rodzaju drgania występują w czasie rozruchu silników wirnikowych ustawionych na fundamencie.

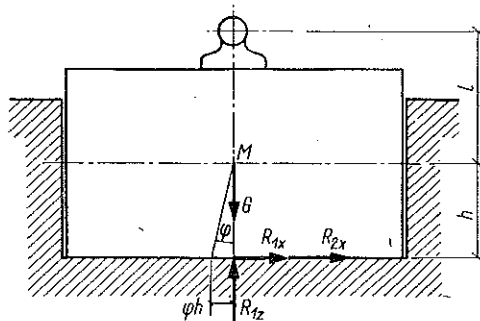
W pracy rozważany jest przypadek drgań fundamentu jako ciała sztywnego o trzech stopniach swobody, tj. rozważane są drgania w płaszczyźnie prostopadłej do osi wirnika silnika. Badanie tych drgań sprowadzone zostało do badania drgań układu o jednym stopniu swobody. W ogólnej analizie przyjęto dowolny przebieg prędkości kątowej ω zakładając jedynie ciągłość i różniczkowalność funkcji $\omega(t)$. Metoda opisana w pracy opiera się na przybliżonym rozwiązywaniu równań całkowych typu *V o l t e r a*. Oszacowanie błędu przy zastosowaniu tej metody nie nastęrcza większych trudności. Dla przykładu podamy rozwiązanie dla rozruchu w przypadku, gdy częstotliwość $\omega(t)$ jest funkcją liniową czasu.

Rozważymy drgania fundamentu, na którym ustawiony jest silnik wirnikowy (rys. 1).

W celu uproszczenia obliczeń założymy, że oś pionowa przechodzi przez środek masy fundamentu (punkt M) i przez oś silnika wirnika. Przy tym założeniu silnik wraz z fundamentem stanowi ciało sztywne o trzech stopniach swobody w płaszczyźnie xz . Przy wyprowadzaniu równań ruchu pominiemy tłumienie, które w czasie rozruchu silnika ma bardzo mały wpływ na drgania, oraz pominiemy sprężystość fundamentu i obudowy silnika; sprężystość ta w porównaniu ze sprężystością podłoża jest mała.

Przyjmijmy, że podeszwa fundamentu jest prostokątem o wymiarach $a \times b$ i środek ciężkości podeszwy leży na prostej przechodzącej przez środek masy całej bryły, tj. fundamentu i silnika.

W czasie rozruchu działają na fundament takie siły, jak reakcje podłoża, siła wymuszająca drgania pochodzące od wirnika i siła ciężkości. Przy przemieszczeniu fundamentu wzdłuż osi x powstaje reakcja R_{1x} propor-



Rys. 1

cyjonalna do przesunięcia x i do powierzchni podeszwy F . Współczynnik proporcjonalności oznaczmy przez C_x . Reakcja R_{1x} wynosi więc $R_{1x} = C_x Fx$, zaś moment jej względem osi y prostopadłej do płaszczyzny xz :

$$M_{1y} = R_{1x}h = C_x Fxh.$$

Przy przesunięciu fundamentu wzdłuż osi z otrzymamy reakcję R_{1z} , która jest również proporcjonalna do przesunięcia i do powierzchni podeszwy F :

$$R_{1z} = C_z Fz.$$

Moment reakcji względem osi y równa się zeru. Przy obrocie fundamentu naokoło osi y o pewien kąt φ otrzymamy następujące reakcje: przy przesunięciu podeszwy wzdłuż osi x oraz wzdłuż osi z , reakcje przy obrocie podeszwy naokoło osi przechodzącej przez środek ciężkości podeszwy i moment reakcji statycznej, powstały wskutek przesunięcia się prostej działania tej reakcji.

Przesunięcie podeszwy wzdłuż osi x wynosi $h\varphi$ i powstała reakcja

$$R_{2x} = C_x Fh\varphi.$$

Jej moment względem osi y

$$M_{2y} = R_{2x}h = C_x Fh^2\varphi.$$

Przesunięcie podeszwy wzdłuż osi z jest rzędu φ^2 i jako małe zostanie pominięte. Moment oporu przy obrocie podeszwy o kąt φ wynosi

$$M_{3y} = C_\varphi I\varphi,$$

gdzie C_φ oznacza współczynnik proporcjonalności, I moment bezwładności podeszwy względem osi przechodzącej przez środek ciężkości podeszwy i równoległej do osi y .

Moment reakcji statycznej G względem osi y wynosi

$$M_G = - Gh\varphi.$$

Współczynniki C_x , C_z i C_φ zależą od wymiarów podeszwy oraz od podłoża. Wartościami liczbowymi nie będziemy się zajmowali. Układ równań drgań własnych fundamentu jest przy uwzględnieniu powyższych sił i momentów następujący:

$$M\ddot{x} + C_x Fx + C_x Fh\varphi = 0,$$

$$M\ddot{y} + C_z Fz = 0,$$

$$I_y\ddot{\varphi} + C_\varphi I\varphi + C_x Fh^2\varphi - Gh\varphi + C_x Fxh = 0,$$

gdzie M jest masą fundamentu wraz z silnikiem, a I_y momentem bezwładności całej bryły względem osi y . Są to równania liniowe, z których po rozwiązaniu otrzymujemy trzy częstości własne drgań fundamentu.

Rozważmy drgania wymuszone w czasie rozruchu silnika wirnikowego. Oznaczamy masę wirnika przez m , zaś przez e mały mimośród pochodzący od niewyważenia wirnika.

W czasie rozruchu otrzymamy siły działające na wirnik

$$F_1 = m\omega^2 \quad \text{i} \quad F_2 = me \frac{d\omega}{dt},$$

gdzie ω jest prędkością kątową wirnika.

Siły F_1 i F_2 zredukowane do środka masy M dają rzuty: na oś x

$$W_x = F_1 \cos \alpha - F_2 \sin \alpha,$$

na oś y

$$W_y = F_1 \sin \alpha + F_2 \cos \alpha$$

oraz moment względem osi y

$$M_y = -F_1 l \cos \alpha + F_2 (e + l \sin \alpha),$$

gdzie

$$\alpha = \int_0^t \omega dt,$$

zaś l jest odległością środka masy M od osi wirnika.

Układ równań drgań wymuszonych jest następujący:

$$(1) \quad \begin{cases} M\ddot{x} + C_x Fx + C_x Fh\varphi = m\omega^2 \cos \alpha - me \frac{d\omega}{dt} \sin \alpha, \\ M\ddot{z} + C_z Fz = m\omega^2 \sin \alpha + me \frac{d\omega}{dt} \cos \alpha, \\ I_y \ddot{\varphi} + \varphi(C_\varphi I + C_x Fh^2 - Gh) + C_x Fhx = \\ = -mel\omega^2 \cos \alpha + me \frac{d\omega}{dt} (e + l \sin \alpha). \end{cases}$$

Układ równań (1) można napisać w postaci

$$(2) \quad \begin{cases} \ddot{x} + a_1 x + b_1 \varphi = A \left(\omega^2 \cos \alpha - \frac{d\omega}{dt} \sin \alpha \right), \\ \ddot{\varphi} + a_2 \varphi + b_2 x = B \left(\frac{d\omega}{dt} \sin \alpha - \omega^2 \cos \alpha \right) + B_1 \frac{d\omega}{dt}, \\ \ddot{z} + cz = A \left(\omega^2 \sin \alpha + \frac{d\omega}{dt} \cos \alpha \right), \end{cases}$$

gdzie

$$(3) \quad \begin{cases} a_1 = \frac{FC_x}{M}, & b_1 = \frac{FhC_x}{M}, & c = \frac{FC_z}{M}, \\ a_2 = \frac{C_\varphi I + C_x Fh^2 - Gh}{I_y}, & b_2 = \frac{C_x Fh}{I_y}, \\ A = \frac{me}{M}, & B = \frac{mel}{I_y}, & B_1 = \frac{me^2}{I_y}. \end{cases}$$

Dwa pierwsze równania układu (2) są powiązane, a doprowadzamy je do postaci rozłącznej przez podstawienie

$$(4) \quad x = \frac{b_1}{p_1^2 - a_1} u + \frac{b_1}{p_2^2 - a_1} v, \quad \varphi = u + v,$$

gdzie p_1^2 i p_2^2 są pierwiastkami równania

$$(5) \quad \begin{vmatrix} a_1 - p^2 & b_1 \\ b_2 & a_2 - p^2 \end{vmatrix} = 0.$$

Przy naszych założeniach równanie (5) posiada zawsze dwa pierwiastki na p^2 dodatnie.

Równania na u i v mają postać

$$(6) \quad \begin{cases} \ddot{u} + p_1^2 u = \frac{A}{m_1} \left(\omega^2 \cos \alpha - \frac{d\omega}{dt} \sin \alpha \right) + \\ \quad + \frac{q_2}{m_1} \left[B \left(\frac{d\omega}{dt} \sin \alpha - \omega^2 \cos \alpha \right) + B_1 \frac{d\omega}{dt} \right], \\ \ddot{v} + p_2^2 v = -\frac{A}{m_1} \left(\omega^2 \cos \alpha - \frac{d\omega}{dt} \sin \alpha \right) - \\ \quad - \frac{q_1}{m_1} \left[B \left(\frac{d\omega}{dt} \sin \alpha - \omega^2 \cos \alpha \right) + B_1 \frac{d\omega}{dt} \right], \end{cases}$$

gdzie

$$(7) \quad q_1 = -\frac{b_1}{p_1^2 - a_1}, \quad q_2 = -\frac{b_1}{p_2^2 - a_1}, \quad m_1 = \frac{b_1(p_2^2 - p_1^2)}{(p_1^2 - a_1)(p_2^2 - a_1)}.$$

Równania (6) są tego samego typu, a mianowicie

$$(8) \quad \ddot{w} + k^2 w = K \left(\omega^2 \cos \alpha - \frac{d\omega}{dt} \sin \alpha \right) + N \frac{d\omega}{dt}.$$

Trzecie równanie układu (2) jest również tego samego typu. Z tego wyciągamy wniosek, że badanie drgań fundamentu przy przyjętych założeniach można sprowadzić do badania drgań układu o jednym stopniu swobody. Równanie drgań ma postać (8) i rozwiązania układu (2) otrzymamy po rozwiązaniu tego równania.

Ograniczmy się do badania równania (8).

Równania (6) oraz trzecie równanie układu (2) należy rozwiązać przy następujących warunkach początkowych:

$$t_0 = 0, \quad u = \dot{u} = 0, \quad v = \dot{v} = 0, \quad z = \dot{z} = 0.$$

Przy tych warunkach rozwiązaniem równania (8) jest funkcja

$$w = \frac{1}{k} \int_0^t \sin k(t-\tau) \left[K \left(\omega^2 \cos a - \frac{d\omega}{d\tau} \sin a \right) + N \frac{d\omega}{d\tau} \right] d\tau.$$

Obliczanie całki po prawej stronie, gdy ω jest zmienne w czasie, jest trudne. Przy szczególnej postaci ω , np. $\omega = \varepsilon t$, gdzie $\varepsilon = \text{const}$, całka po prawej stronie sprowadza się do całki Fresnela. Przypadek $\omega = \varepsilon t$ jest często stosowany w praktyce. Jest to rozruch jednostajnie przyspieszony. W czasie, gdy ω przyjmuje wartość częstości własnej, następuje wzrost amplitudy. Jest to przejście przez rezonans.

W ogólnym przypadku, tj. przy dowolnej funkcji $\omega(t)$, można stosować metody przybliżone, obarczając rozwiązanie większym lub mniejszym błędem. Oszacowanie tego błędu wymaga często większego wkładu pracy niż samo rozwiązanie.

Omówimy metodę pozwalającą na otrzymanie rozwiązania w postaci przybliżonej z błędem dowolnie małym i łatwym do oszacowania.

Rozwiązanie równania (8) szukamy w postaci

$$(9) \quad w = x \cos a + y \sin a + w_0.$$

Po obliczeniu pierwszej i drugiej pochodnej i wstawieniu wyników do równania (8) otrzymamy równanie

$$(10) \quad \begin{aligned} \ddot{x} \cos a - 2 \dot{x} \dot{a} \sin a - x \ddot{a} \sin a - x \dot{a}^2 \cos a + \ddot{y} \sin a + 2 \dot{y} \dot{a} \cos a + \\ + y \ddot{a} \cos a - y \dot{a}^2 \sin a + \ddot{w}_0 + k^2 x \cos a + k^2 y \sin a + k^2 w_0 = \\ = K \left(\omega^2 \cos a - \frac{d\omega}{dt} \sin a \right) + N \frac{d\omega}{dt}. \end{aligned}$$

Po porównaniu współczynników przy $\cos a$ i $\sin a$ otrzymamy trzy równania

$$(11) \quad \begin{cases} \ddot{x} + k^2 x - \dot{a}^2 x + 2 \dot{y} \dot{a} + y \ddot{a} = K \omega^2, \\ \ddot{y} + k^2 y - \dot{a}^2 y - 2 \dot{x} \dot{a} - x \ddot{a} = -K \frac{d\omega}{dt}, \\ \ddot{w}_0 + k^2 w_0 = N \frac{d\omega}{dt}. \end{cases}$$

Układ (11) należy rozwiązać przy następujących warunkach początkowych dla $t = 0$: $x = \dot{x} = y = \dot{y} = w_0 = \dot{w}_0 = 0$. Przy tych warunkach początkowych trzecie równanie ma rozwiązanie

$$(12) \quad w_0 = N \int_0^t \omega \cos k(t-\tau) d\tau.$$

Dwa pierwsze równania można napisać w postaci jednego równania wprowadzając funkcje zmiennej zespolonej.

Pomnóżmy drugie równanie przez $i = \sqrt{-1}$ i dodajmy je do równania pierwszego:

$$\ddot{x} + i\ddot{y} - \dot{a}^2(x + iy) - 2\dot{a}(\dot{x}i - \dot{y}) - \ddot{a}(xi - y) + k^2(x + iy) = K\omega^2 - iK \frac{d\omega}{dt}.$$

Po podstawieniu $z = x + iy$ i $\dot{a} = \omega$ otrzymamy jedno równanie

$$(13) \quad \ddot{z} - 2\omega i \dot{z} + z \left(k^2 - \omega^2 - i \frac{d\omega}{dt} \right) = K \left(\omega^2 - i \frac{d\omega}{dt} \right).$$

Równanie (13) jest równaniem liniowym o współczynnikach ciągłych. Rozwiązanie tego równania razem z rozwiązaniem (12) daje rozwiązanie równania (8).

Równanie (13) jest równoważne równaniu całkowemu

$$(14) \quad z(t) + \int_0^t z \left[(t-s) \left(k^2 - \omega^2 + i \frac{d\omega}{ds} \right) - 2i\omega \right] ds = \int_0^t K[\omega^2(t-s) - i\omega] ds.$$

Jest to równanie typu Voltera. Ogólna postać równania tego typu jest następująca:

$$(15) \quad z(t) + \lambda \int_0^t K(t,s) z(s) ds = f(t).$$

W naszym przypadku $\lambda = 1$ i mamy

$$(16) \quad \begin{cases} K(t,s) = (t-s) \left(k^2 - \omega^2 - i \frac{d\omega}{ds} \right) - 2i\omega, \\ f(t) = \int_0^t K[\omega^2(t-s) - i\omega] ds. \end{cases}$$

Oznaczmy przez ω_0 i $\dot{\omega}_0$ maksymalne wartości ω i $\dot{\omega}$ w przedziale $[0, T]$. Jądro $K(t,s)$ oraz wyraz swobodny $f(t)$ są ograniczone i po oszacowaniu otrzymamy

$$(17) \quad \begin{cases} |K(t,s)| \leq T\omega_0^2 \sqrt{1 + 4 \frac{\dot{\omega}_0^2}{\omega_0^4}} & \text{dla } \omega_0^2 \geq k^2, \\ |K(t,s)| \leq Tk^2 \sqrt{1 + 4 \frac{\dot{\omega}_0^2}{k^2}} & \text{dla } \omega_0^2 \leq k^2, \\ |f(t)| \leq K\omega_0 T \sqrt{1 + \frac{\omega_0^2 T^2}{4}}. \end{cases}$$

Oznaczmy kres górny funkcji $|K(t,s)|$ w rozważanym przedziale przez M , zaś kres dolny $|f(t)|$ przez m . Nierówności (17) określają M i m .

Rozwiązanie równania (15) wyznaczamy w postaci szeregu

$$(18) \quad z(t) = z_0(t) + \lambda z_1(t) + \lambda^2 z_2(t) + \dots$$

Wstawimy szereg (18) do równania (15) i porównamy współczynniki przy tych samych potęgach λ . Otrzymamy wzory określające poszczególne funkcje z_0, z_1, z_2, \dots

$$(19) \quad \begin{cases} z_0(t) = f(t), \\ z_1(t) = - \int_0^t z_0(s) K(t, s) ds, \\ z_2(t) = - \int_0^t z_1(s) K(t, s) ds, \\ \dots \\ z_n(t) = - \int_0^t z_{n-1}(s) K(t, s) ds. \end{cases}$$

Dowolny wyraz szeregu (18) można oszacować korzystając z nierówności (17):

$$(20) \quad |z_n(t)| \leq m \frac{M^n t^n}{n!}.$$

Jeżeli w szeregu (18) opuścimy wyrazy o wskaźnikach wyższych od n , to suma opuszczonych wyrazów jest ograniczona i spełnia nierówność:

$$(21) \quad \left| \sum_{v=n+1}^{\infty} \lambda^v z_v(t) \right| \leq \left| m \sum_{v=n+1}^{\infty} \frac{(M\lambda t)^v}{v!} \right|.$$

Szereg występujący po prawej stronie nierówności (21) jest częścią rozwinięcia funkcji $me^{M\lambda t}$ na szereg potęgowy *Maclaurina*. Porównując resztę tego szeregu z szeregiem (21) otrzymamy nierówność:

$$(22) \quad \left| m \sum_{v=n+1}^{\infty} \frac{(M\lambda t)^v}{v!} \right| \leq m \frac{(M\lambda t)^{n+1}}{(n+1)!} e^{\Theta M\lambda t} \quad (0 < \Theta < 1).$$

Nierówność (22) pozwala na oszacowanie błędu przy uwzględnieniu n wyrazów w szeregu (18). Błąd ten zależy od liczb ω_0, K, T i ω_0 . Otrzymane rozwiązanie (18) należy rozbić na część rzeczywistą i część urojoną i podstawić do wzoru (9), który podaje rozwiązanie równania (8).

Zastosujemy opisaną metodę przyjmując funkcję $\omega(t)$ w postaci $\omega(t) = \varepsilon t$, gdzie $\varepsilon = \text{const}$.

Jądro $K(t, s)$ i funkcja $f(t)$ na podstawie wzorów (16) wynoszą odpowiednio

$$(23) \quad \begin{cases} K(t, s) = (t-s)(k^2 - \varepsilon^2 s^2 - i\varepsilon) - 2i\varepsilon s, \\ f(t) = \int_0^t K[\varepsilon^2 s^2(t-s) - i\varepsilon s] ds. \end{cases}$$

Kres górny $|f(t)|$ w rozpatrywanym przedziale wynosi

$$m = K\varepsilon t^2 \sqrt{1 + \frac{\varepsilon^2 t^4}{4}},$$

zaś kres górny $|K(t, s)|$ wynosi

$$M = t^2 \varepsilon^2 \sqrt{1 + \frac{4}{\varepsilon^2 t^2}}.$$

Suma wyrazów o wskaźnikach większych niż n wynosi

$$(24) \quad \left| \sum_{v=n+1}^{\infty} z_v(t) \right| \leq K\varepsilon t^2 \sqrt{1 + \frac{\varepsilon^2 t^4}{4}} \frac{\left(t^4 \varepsilon^2 \sqrt{1 + \frac{4}{\varepsilon^2 t^4}} \right)^{n+1}}{(n+1)!} e^{\Theta t^4 \varepsilon^2 \sqrt{1 + \frac{4}{\varepsilon^2 t^4}}}$$

Przypuśćmy, że obliczamy amplitudę w chwili przejścia przez rezonans, tj. w czasie, gdy $\omega(t) = k$. W naszym przypadku $\varepsilon t = k$, czyli $t = k/\varepsilon$. Po wstawieniu do (24) otrzymamy

$$(25) \quad \left| \sum_{v=n+1}^{\infty} z_v \right| \leq K \frac{k^2}{\varepsilon} \sqrt{1 + \frac{k^4}{4\varepsilon^2}} \frac{\left(\frac{k^4}{\varepsilon^2} \sqrt{1 + \frac{4\varepsilon^2}{k^4}} \right)^{n+1}}{(n+1)!} e^{\Theta \frac{k^4}{\varepsilon^2} \sqrt{1 + \frac{\varepsilon^2}{k^4}}}$$

Obliczmy kolejno wyrazy szeregu (18):

$$(26) \quad \begin{cases} z_0 = K \frac{\varepsilon t^2}{2} \left(\frac{\varepsilon t^2}{6} - i \right), \\ z_1 = K \frac{\varepsilon t^2}{2} \left[\frac{\varepsilon^3 t^6}{336} - \frac{\varepsilon t^4 (k^2 - 5i\varepsilon)}{180} - \frac{t^2 (7i\varepsilon - k^2)}{12} \right], \\ z_2 = K \frac{\varepsilon t^2}{2} \left[\frac{\varepsilon^5 t^{10}}{336 \cdot 132} + \frac{\varepsilon^3 t^8 (425i\varepsilon - 43k^2)}{45 \cdot 24 \cdot 28 \cdot 15} + \frac{\varepsilon t^6 (k^4 + 30\varepsilon^2 - 5i\varepsilon k^2)}{28 \cdot 24 \cdot 15} + \right. \\ \left. + \frac{t^4 (77i\varepsilon^2 - 18k^2\varepsilon - k^4 i)}{24 \cdot 30} \right], \\ z_3 = K \frac{\varepsilon t^2}{2} \left[\frac{\varepsilon^7 t^{14}}{10,6 \cdot 10^6} + \frac{\varepsilon^5 t^{12} (27i\varepsilon - k^2)}{91 (4,42 \cdot 10^4)} + \frac{1}{4,5 \cdot 10^5} \right] + \\ + \frac{\varepsilon^3 t^{10} (23i\varepsilon - k^2)}{60 (4,5 \cdot 10^5 + 10^4)} + \frac{\varepsilon t^8 (19i\varepsilon - k^2)}{45 (10^5 + 7,2 \cdot 10^3)} + \frac{t^6 (15i\varepsilon - k^2)}{2 \cdot 10^3} \end{cases}$$

Бłąд jaki popełnimy opuszczając wyrazy o wskaźnikach wyższych zależy będzie od wartości ε i k^2 . Przyjmiemy

$$\varepsilon = 100 \frac{1}{\text{sek}^2}, \quad k^2 = 80 \frac{1}{\text{sek}^2}.$$

Wstawiając te wartości do (25) otrzymamy

$$\left| \sum_{v=4}^{\infty} z_v \right| \leq K \cdot 0,08.$$

Funkcje z_0, z_1, z_2 i z_3 dla tych wartości ε i k^2 wynoszą

$$\begin{aligned} z_0 &= K(0,055 - 0,405 i), & z_1 &= K(0,214 - 0,19 i), \\ z_2 &= K(-0,014 + 0,00284 i), & z_3 &= K(-0,00106 + 0,000135 i). \end{aligned}$$

Приближена wartość amplitudy wynosi

$$|z(t)| = |z_0 + z_1 + z_2 + z_3| = K \cdot 0,84.$$

Бłąд wynosi $0,08/0,84 = 0,095$, a w procentach 9,5%.

Literatura cytowana w tekście

- [1] N. O. Myklestad, *Vibration Analysis*, New York 1944.
- [2] A. M. Кац, *Вынужденные колебания при прохождении через резонанс*, Инжен. сборн., т. 3, 1947.
- [3] Б. В. Булгаков, *Колебания*, Moskwa 1949.
- [4] Н. Н. Боголюбов и А. Митропольский, *Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний*, Moskwa 1955.
- [5] Р. Курант и Д. Гильберт, *Методы математической физики*, т. 1 и 2, Moskwa 1951.
- [6] Г. Г. Михлин, *Интегральные уравнения*, Moskwa 1949.
- [7] А. Н. Крылов, *О некоторых дифференциальных уравнениях математической физики*, Moskwa 1950.
- [8] А. Н. Крылов, *Лекции о приближенных вычислениях*, Moskwa 1954.

Резюме

КОЛЕБАНИЯ ФУНДАМЕНТОВ ВО ВРЕМЯ ЗАПУСКА РОТАТИВНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

В работе дается метод решения важного случая упругих колебаний, колебаний переменной частоты, вынуждающей силы.

Метод основывается на интегральных уравнениях в применении к комплексной переменной функции. Автор сводит колебания фундаментов при запуске ротативных двигателей к колебаниям системы с одной степенью свободы и применяет обсуждаемый метод в двух случаях запуска.

Summary

VIBRATION OF TURBINE FOUNDATIONS DURING THE PROCESS OF TURBINE STARTING

A method proposed for the solution of an important case of elastic vibration with varying frequency of the vibration exciting force. This method is based on integral equations for functions of the complex variable. The vibration of the foundation during the process of starting a turbine is reduced to that of a system of one degree of freedom. The method described is used for two different cases of starting a turbine.

Praca została złożona w Redakcji dnia 5 kwietnia 1957 r.
