

HENRYK WALDEN

WZORY DO OBLICZEŃ PRZEPLYWU GAZU  
W NACHYLONYCH GAZOCIĄGACH

ROZPRAWY  
INŻYNIERSKIE  
CCVII

TOM IX • ZESZYT 4 • ROK 1961

## SPIS TREŚCI

1. Wstęp	601
2. Hydrauliczne obliczenie nachylonych gazociągów	601
3. Uwzględnienie współczynnika oporów liniowych w uogólnionym wzorze dla nachylonych gazociągów	603
4. Uwagi ogólne	607

## 1. Wstęp

Przesyłany na duże odległości gaz ziemny przepływa początkowo przez pionowy odwiert gazowy a następnie w poziomych lub nachylonych odcinkach gazociągu dalekosiężnego. W związku z tym w projektowaniu i eksploatacji odwiertów gazowych i gazociągów magistralnych zachodzi konieczność rozwiązywania szeregu zadań związanych z przepływem gazu w poziomych, nachylonych i pionowych gazociągach.

W pracy tej rozważany jest ogólny przypadek przepływu gazu w przewodach nachylonych pod dowolnym kątem  $0 \leq \alpha \leq 90^\circ$ .

Wyprowadzono uogólnione wzory do obliczeń przepływu gazu w nachylonych gazociągach z uwzględnieniem współczynnika oporów liniowych  $\lambda$  w zakresie przepływu burzliwego.

## 2. Hydrauliczne obliczenie nachylonych gazociągów

W pracy [1] otrzymano następujący wzór do obliczeń poziomych gazociągów dalekosiężnych w warunkach izotermicznego przepływu gazu:

$$(1) \quad Q = 0,3772 \left[ \frac{(P_1^2 - P_2^2) D^5}{\lambda Z_{sr} \bar{\gamma} L T} \right]^{0,5}$$

gdzie  $Q$  oznacza wydatek objętościowy gazu w warunkach normalnych ( $P_0 = 10^4$  kG/m<sup>2</sup> i  $T_0 = 293^\circ\text{K}$ ) w m<sup>3</sup>/sek,  $P_1$  i  $P_2$  początkowe i końcowe ciśnienie gazu w kG/m<sup>2</sup>,  $D$  wewnętrzną średnicę gazociągu w m,  $L$  długość gazociągu w m,  $T = \text{const}$  bezwzględną temperaturę gazu w  $^\circ\text{K}$ ,  $\bar{\gamma} = \gamma/\gamma_p$  stosunek ciężarów właściwych gazu do powietrza,  $\lambda$  współczynnik oporów liniowych oraz  $Z_{sr}$  średnią wartość współczynnika ściśliwości gazów rzeczywistych.

Przyjmując

$$(2) \quad K = 0,3772 \left( \frac{D^5}{\lambda Z_{sr} \bar{\gamma} T} \right)^{0,5}$$

przekształcimy równanie (1) uwzględniając jednocześnie (2) do postaci

$$(3) \quad P_1^2 - P_2^2 = \frac{Q^2 L}{K^2}$$

lub do postaci różniczkowej

$$(4) \quad dP_\lambda = -\frac{Q^2}{2K^2} \frac{dL}{P},$$

gdzie  $dP_\lambda$  oznacza stratę ciśnienia na opory liniowe.

Rozpatrując przepływ w przewodach nachylonych pod kątem  $\alpha$  należy uwzględnić dodatkowy przyrost ciśnienia równoważący ciężar gazu:

$$(5) \quad dP_c = -\gamma dz = -\gamma \sin \alpha dL.$$

We wzorze tym ciężar właściwy gazu

$$(6) \quad \gamma = \bar{\gamma} \gamma_v,$$

a ciężar właściwy powietrza

$$(7) \quad \gamma_v = \gamma_{ov} \frac{P Z_0 T_0}{P_0 Z T},$$

gdzie  $\gamma_{ov} = 1,2 \text{ kG/m}^3$  przy  $P_0 = 10^4 \text{ kG/m}^2$   $T_0 = 293^\circ\text{K}$  oraz  $Z_0 = 1$ .

Uwzględniając wzory (6) i (7) znajdziemy

$$(8) \quad \gamma = \bar{\gamma} \gamma_{ov} \frac{P T_0}{Z P_0 T} = 0,035 \bar{\gamma} \frac{P}{Z T}.$$

Po podstawieniu (8) do równania (5) otrzymamy

$$(9) \quad dP_c = -0,035 \bar{\gamma} \sin \alpha \frac{P}{Z T} dL.$$

Łączne straty ciśnienia na odcinku  $dL$  wynoszą

$$(10) \quad dP = dP_\lambda + dP_c = -\left( \frac{Q^2}{2K^2 P} + \frac{0,035 \bar{\gamma} \sin \alpha P}{Z T} \right) dL$$

lub

$$(11) \quad dP = -\frac{0,07 \bar{\gamma} \sin \alpha}{Z T} \left( \frac{Z T Q^2}{0,07 \bar{\gamma} \sin \alpha K^2} + P^2 \right) \frac{dL}{2P}.$$

Po rozdzieleniu zmiennych mamy

$$(12) \quad dL = -\frac{14,285 Z T}{\bar{\gamma} \sin \alpha} \frac{2P dP}{\frac{14,285 Z T Q^2}{\bar{\gamma} \sin \alpha K^2} + P^2}.$$

Całkując  $L$  w granicach od 0 do  $L$  i  $P$  od  $P_1$  do  $P_2$  otrzymamy

$$(13) \quad L = \frac{14,285 Z_s T}{\bar{\gamma} \sin \alpha} \ln \frac{P_1^2 + \frac{14,285 Z_s T Q^2}{\bar{\gamma} \sin \alpha K^2}}{P_2^2 + \frac{14,285 Z_s T Q^2}{\bar{\gamma} \sin \alpha K^2}}.$$

Stąd

$$(14) \quad \frac{\bar{\gamma} \sin \alpha L}{14,285 Z_{sr} T} = \ln \frac{\bar{\gamma} \sin \alpha K^2 P_1^2 + 14,285 Z_{sr} T Q^2}{\bar{\gamma} \sin \alpha K^2 P_2^2 + 14,285 Z_{sr} T Q^2}$$

lub

$$(15) \quad e^\beta = \frac{\bar{\gamma} \sin \alpha K^2 P_1^2 + 14,285 Z_{sr} T Q^2}{\bar{\gamma} \sin \alpha K^2 P_2^2 + 14,285 Z_{sr} T Q^2},$$

gdzie

$$(16) \quad \beta = \frac{\bar{\gamma} \sin \alpha L}{14,285 Z_{sr} T}.$$

Po przekształceniu równanie (15) przyjmie postać

$$(17) \quad P_1^2 - P_2^2 e^\beta = \frac{Q^2 L}{K^2} \frac{e^\beta - 1}{\beta}.$$

Uwzględniając w powyższym równaniu (2) otrzymamy uogólniony wzór do obliczeń gazociągów nachylonych pod kątem  $0 \leq \alpha \leq 90^\circ$ :

$$(18) \quad Q = 0,3772 \left[ \frac{(P_1^2 - P_2^2 e^\beta) D^5}{\lambda Z_{sr} \bar{\gamma} L T} \frac{\beta}{e^\beta - 1} \right]^{0,5}.$$

Rozpatrzmy graniczne przypadki. Gdy  $\alpha = 0$  wskaźnik  $\beta$  według zależności (16) jest równy zeru,  $e^\beta = 1$  i nieokreślone wyrażenie

$$\frac{\beta}{e^\beta - 1} \rightarrow 1.$$

Wzór (18) sprowadza się więc do wzoru (1) dla gazociągów poziomych.

Gdy  $\alpha = 90^\circ$ , wskaźnik  $\beta = \bar{\gamma} L / 14,285 Z_{sr} T$ . W tym przypadku równanie (17) po uwzględnieniu zależności (2) przyjmie postać

$$(19) \quad P_1^2 - P_2^2 e^{\frac{\bar{\gamma} L}{14,285 Z_{sr} T}} = \frac{100,6 \lambda Z_{sr} T^2 Q^2}{D^5} (e^{\frac{\bar{\gamma} L}{14,285 Z_{sr} T}} - 1).$$

Równanie to jest zbliżone do wzoru (20) Adamowa, [2], odnoszącego się do obliczeń przepływu gazu w przewodach pionowych:

$$(20) \quad P_1^2 - P_2^2 e^{\frac{\bar{\gamma} L}{14,285 Z_{sr} T}} = \frac{137,7 \lambda Z_{sr} T^2 Q^2}{D^5} (e^{\frac{\bar{\gamma} L}{14,285 Z_{sr} T}} - 1).$$

### 3. Uwzględnienie współczynnika oporów liniowych w uogólnionym wzorze dla nachylonych gazociągów

Wzór (18) można przedstawić w postaci

$$(21) \quad P_1^2 - P_2^2 e^\beta = \frac{7,04 \lambda Z_{sr} \bar{\gamma} L T Q^2}{D^5} \frac{e^\beta - 1}{\beta},$$

gdzie

$$\beta = \frac{\bar{\gamma} \sin \alpha L}{14,285 Z_{sr} T}.$$

Dokładność otrzymanych wzorów uzależniona jest głównie od prawidłowego wyboru współczynnika oporów liniowych  $\lambda$ .

W ogólnym przypadku współczynnik  $\lambda$  jest funkcją liczby Re i względnej chropowatości wewnętrznej powierzchni gazociągu  $\varepsilon$ . Liczba  $Re = \rho w D / \mu = w D / \nu$  jest wielkością stałą wzdłuż całego przewodu w warunkach ustalonego i izotermicznego przepływu gazu. Wynika to stąd, że w przepływie ustalonym iloczyn gęstości i prędkości w myśl prawa ciągłości jest wielkością stałą w każdym przekroju gazociągu,  $\rho w = \text{const}$ . Współczynnik lepkości dynamicznej  $\mu = \text{const}$  przy założeniu stałej temperatury wzdłuż gazociągu,  $T = \text{const}$ . Przyjmujemy również niezależną od długości gazociągu wielkość współczynnika względnej chropowatości.

Krzywe zależności  $\lambda = f(Re, \varepsilon)$  według doświadczeń Moody'ego, [3], podane są na rys. 1 dla rur technicznych o niejednorodnej chropowatości wewnętrznej.

Na wykresie linia 1 wyraża wzór Hagen-Poiseuille'a dla przepływu laminarnego w strefie I,

$$(22) \quad \lambda = \frac{64}{Re}.$$

Krzywa 2 przedstawia zależność Konakowa dla rur gładkich,

$$(23) \quad \frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 1,83 \log Re - 1,53.$$

Krzywa kreskowana 3 oddziela strefę przejściową III przepływu burzliwego od strefy IV kwadratowej zależności oporów.

Znane w hydraulice krzywe Nikuradsego dla jednorodnej chropowatości charakteryzują się tym, że współczynnik osiąga minimum w przejściowej strefie. Natomiast według wykresów Moody'ego począwszy od wartości  $Re > 4 \cdot 10^4$  wartości współczynników  $\lambda$  maleją ze wzrostem liczby Re, osiągając minimum w strefie kwadratowej zależności oporów. W strefie tej współczynnik oporów  $\lambda$  nie zależy od liczby Re, zachowując stałą wartość przy danej chropowatości względnej  $\varepsilon$  według wzoru Nikuradsego

$$(24) \quad \frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \log \frac{7,4}{\varepsilon}.$$

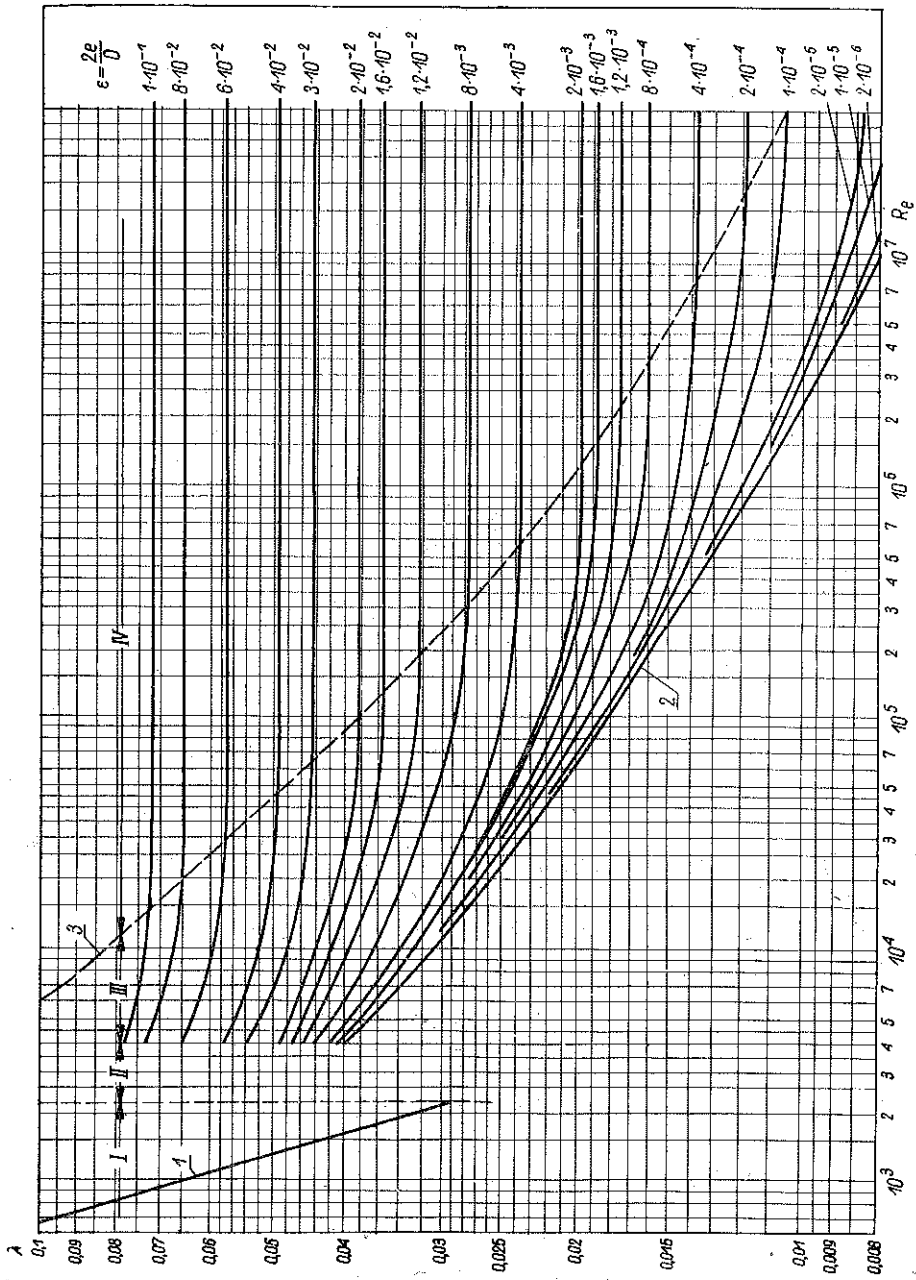
W obu strefach III i IV przepływu burzliwego  $\lambda$  rośnie ze wzrostem współczynnika względnej chropowatości wewnętrznej przewodów.

W gazociągach dalekosiężnych istnieje szeroki zakres przepływu burzliwego od rur gładkich do kwadratowej zależności oporów hydraulicznych.

W pracy [4] wyprowadzono a następnie sprawdzono doświadczalnie uogólniony wzór do obliczeń współczynnika oporów dla całego zakresu przepływu burzliwego:

$$(25) \quad \frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left( \frac{6,1}{Re^{0,915}} + 0,134 \varepsilon \right).$$

Wzór ten sprowadza się do wzoru Konakowa (23) dla rur gładkich, gdy  $\varepsilon = 0$ , oraz do wzoru Nikuradsego (24) dla rur chropowatych, gdy  $Re \rightarrow \infty$ .



Rys. 1

Na podstawie własnych badań przepływu w gazociągach dalekosiężnych otrzymano w zakresie liczb  $10^5 < Re < 10^7$  wzór empiryczny, [1],

$$(26) \quad \lambda = 0,1777 Re^{-0,17}.$$

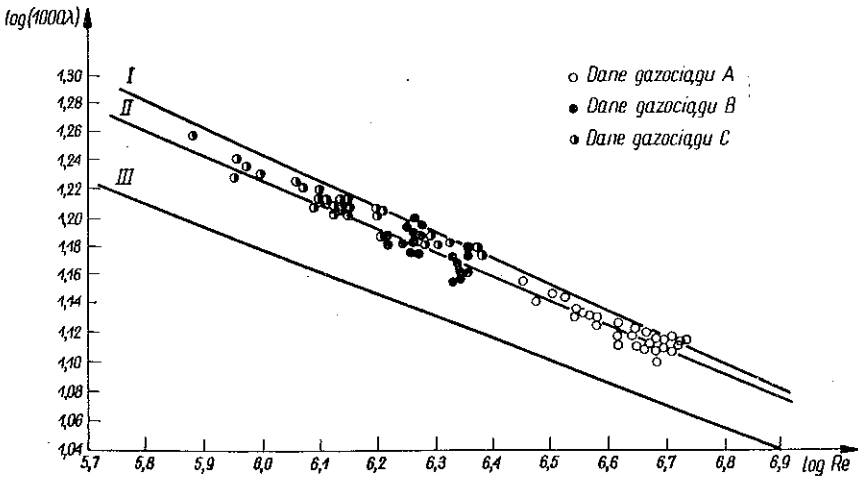
Dla porównania podajemy analogiczne wzory innych autorów:

1. wzór Chodanowicza, [5],

$$(27) \quad \lambda = 0,224 Re^{-0,185};$$

2. wzór Drew i Genereaux, [6],

$$(28) \quad \lambda = 0,1206 Re^{-0,1505}.$$



Rys. 2

Wzór (26) przedstawiony na rys. 2 w układzie logarytmicznym jako linia prosta II zawarty jest między krzywą (27) (linia I) a krzywą (28) (linia III).

Po podstawieniu (26) w głównym równaniu przepływu gazu (21) otrzymamy dla zakresu  $10^5 < Re < 10^7$  wzór

$$(29) \quad P_1^2 - P_2^2 e^{\beta} = \frac{1,196 Z_{sr} \bar{\gamma} L T Q^{1,83} \nu^{0,17}}{D^{4,83}} \frac{e^{\beta} - 1}{\beta}.$$

Symbol  $\nu$  oznacza współczynnik lepkości kinematycznej gazu.

W zakresie kwadratowej zależności oporów dla liczb  $Re > 10^7$  można przyjąć zbliżoną do wzoru Nikuradsego (24) zależność otrzymaną w pracy [1]:

$$(30) \quad \lambda = 0,0587 e^{0,1858}.$$

Wartości chropowatości względnej  $\varepsilon = 2c/D$  wyznaczmy na podstawie opracowanej przez nas tablicy 1 chropowatości bezwzględnej  $c$  dla gazociągów dalekosiężnych, [7].



Tablica 1

L.p.	Rodzaje rurociągów	Wartości $c$ w mm				Autor
		MAURIN	IDELCZYK	HALA- WIKS	MOODY	
1	Nowe rury stalowe	0,02-0,06	0,035-0,07	—	0,045	0,02-0,07
2	Rurociągi w eksploatacji	0,1-0,2	0,115	0,04	—	0,04-0,1
3	Stare rurociągi	1,0	—	—	—	0,4-1,4

W tablicy 1 podano zestawienie porównawcze wyników badań chropowatości wewnętrznej gazociągów. Otrzymane przez nas zakresy chropowatości zawierają wyniki innych autorów. Wzór (21) po uwzględnieniu zależności (30) przyjmie postać

$$(31) \quad P_1^2 - P_2^2 e^\beta = \frac{0,413 \varepsilon^{0,1858} Z_s \bar{\gamma} L T Q^2 e^\beta - 1}{D^5 \beta}$$

#### 4. Uwagi ogólne

Uogólniony wzór (18) lub (19) nadaje się do obliczenia przepływu gazu w przewodach poziomych, nachylonych i pionowych.

Wzór ten dla kąta  $\alpha = 0$  sprowadza się do równania (1) dla gazociągów poziomych, a w przypadku  $\alpha = 90^\circ$  zbliżony jest do równania (20) Adamowa dla przewodów pionowych.

W ogólnym równaniu przepływu (21) uwzględniono własne wzory empiryczne dla współczynnika oporów hydraulicznych. W związku z tym otrzymano dla różnych zakresów liczb Re wzory (29) i (31) służące do obliczenia przepływu gazu w przewodach nachylonych pod kątem  $0 \leq \alpha \leq 90^\circ$ .

#### Literatura cytowana w tekście

[1] H. WALDEN, *Nowe wzory do obliczeń gazociągów dalekosiężnych*, Gaz, Woda i Technika Sanitarna, 3, 1954.

[2] Г. АДАМОВ, *Движение реальных газов по вертикальным трубам при высоких давлениях*, ВНИИ, Вопросы добычи, транспорта и переработки природных газов, Гостоптехиздат, Москва-Ленинград 1951.

[3] L. MOODY, *Friction Factors for Pipe Flow*, Trans. of the A.S.M.E. Nov, 1944.

[4] H. WALDEN, *Badanie współczynnika oporów hydraulicznych w ruchach technicznych w zakresie przepływu burzliwego*. Zeszyty Naukowe P.W., Budownictwo, 14, 1960.

[5] И. ХОДАНОВИЧ, *О численных значениях коэффициентов сопротивления в магистральных газопроводах*, ВНИИ, Вопросы добычи, транспорта и переработки природных газов, Гос-топтехиздат, Москва-Ленинград 1951.

[6] T. DREW, R. GENEREAUX, *Transaction of Amer. Inst. Chem. Eng.*, 32, 17 (1936).

[7] H. WALDEN, *Badanie przepływu gazu w chropowatych gazociągach dalekosiężnych*, Gaz, Woda i Technika Sanitarna, 4, 1954.

## Резюме

### ФОРМУЛЫ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ГАЗА В НАКЛОНЕННЫХ ГАЗОПРОВОДАХ

Рассматривается общий случай потока газа в наклоненных газопроводах с учетом коэффициента линейных сопротивлений в области турбулентного течения.

Выведенные формулы применимы к расчету не только наклонных и горизонтальных газопроводов, но также вертикальных газовых скважин.

В общем случае течения газа учитываются собственные эмпирические формулы для коэффициента гидравлических сопротивлений в зависимости от числа Рейнольдса и внутренней шероховатости трубы.

## Summary

### EQUATIONS FOR THE COMPUTATION OF GAS FLOW IN INCLINED PIPES

The general case of flow is considered, the coefficient of linear resistance being accounted for in the range of turbulent flow.

The equations obtained may be applied not only to the computation of inclined and horizontal pipes but also to vertical gas.

In the general equation of flow the author's empirical formulae are taken into account for the coefficient of hydraulic resistance, in function of the Reynold's number and the roughness of the pipe.

ZAKŁAD MECHANIKI CIECZY I GAZÓW  
IPPT PAN

*Praca została złożona w Redakcji dnia 31 marca 1961 r.*

---