

**PRZEMYSŁAW JASTRZĘBSKI**

**WPLYW DŁUGOŚCI ROZCIĄGANYCH OSIOWO  
PRĘTÓW STALOWYCH NA ICH WYTRZYMAŁOŚĆ**

**ROZPRAWY  
INŻYNIERSKIE  
CCIV**

**TOM IX • ZESZYT 4 • ROK 1961**

## SPIS TREŚCI

1. Wstęp. Zjawisko skali	537
2. Dane doświadczalne	542
2.1 Uwagi ogólne	542
2.2 Wyniki badań próbek grupy wstępnej	543
2.3 Podstawowe wyniki badań doświadczalnych	545
2.4. Ustalenie rzeczywistej długości próbek	547
2.5. Pośrednie rozszerzanie wyników doświadczeń	550
2.6. Opracowanie wyników badań doświadczalnych	551
2.7. Wybór zależności funkcyjnej	556
2.8. Wyznaczenie wartości liczbowych parametrów	560
2.9. Uzupełnienia	563
3. Podsumowanie i wnioski ogólne	571

## 1. Wstęp. Zjawisko skali

Weźmy pod uwagę dwa pręty o jednakowej średnicy, lecz różnej długości (rys. 1), rozciągane osiowo równymi siłami  $P$ . Jeśli pręty te są wykonane z jednakowego materiału, to znaczy sporządzone z jednakowego surowca, w tej samej wytwórni i w ściśle tych samych warunkach produkcji, to według klasycznych pojęć wytrzymałości materiałów zapas bezpieczeństwa  $n'$  obu tych prętów jest również jednaki, czyli  $n'_1 = n'_2$ , przy czym

$$n'_1 = \frac{R_1}{\sigma_1} \quad \text{oraz} \quad n'_2 = \frac{R_2}{\sigma_2},$$

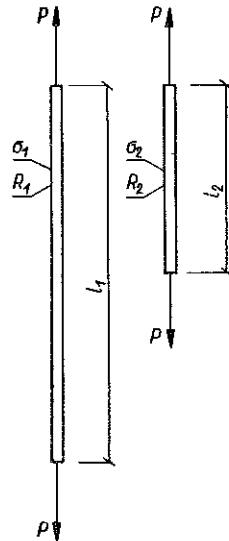
gdzie  $\sigma_1 = \sigma_2$  oznacza naprężenie normalne panujące w każdym z prętów oraz  $R_1 = R_2$  naprężenia na granicy wytrzymałości, odpowiadające jednakowemu materiałowi obu prętów.

Takie rozumowanie przeczy jednak doświadczeniu: na ogół pręt dłuższy ulega zerwaniu pod działaniem mniejszej siły niż pręt krótszy, czyli  $R_1 < R_2$  i  $n'_1 < n'_2$ . Wynika to przede wszystkim z niespełnienia się założenia dotyczącego jednorodności rozpatrywanego materiału.

Pręty wykonane z jednakowego materiału w sensie technicznym nie są w gruncie rzeczy identyczne, co więcej, również w obrębie każdego z prętów materiał nie jest identyczny. Inaczej mówiąc poszczególnym przekrojom pręta odpowiada materiał «słabszy» lub «mocniejszy», to znaczy materiał, któremu odpowiadają mniejsze lub większe naprężenia niszczące.

Jeśli więc wykonamy szereg na pozór jednakowych prób wytrzymałościowych, to otrzymamy jednak szereg różnych rezultatów. Rozrzut wyników świadczy o tym, że wytrzymałość materiału jak zresztą i inne jego cechy fizyczne należy rozpatrywać — jako pojęcie statystyczne — w kategoriach rachunku prawdopodobieństwa. Na istotny ten fakt zwrócił po raz pierwszy uwagę w r. 1936 W. WIERZBICKI w szeregu prac, np. [6]-[8], poświęconych przede wszystkim bezpieczeństwu budowli.

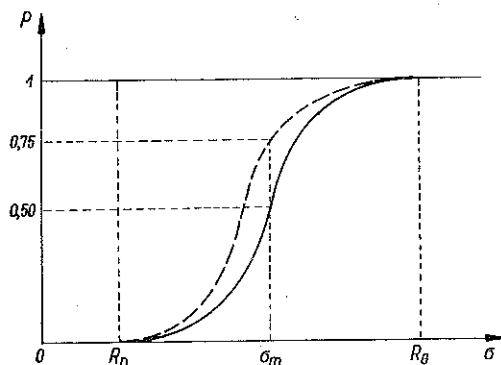
W świetle powyższych uwag staje się jasne, że w rozpatrywanym przypadku dwu prętów o różnej długości — zgodnie z zasadami statystyki matematycznej — w prę-



Rys. 1

cie dłuższym prawdopodobieństwo znalezienia się przekroju «słabszego» jest większe niż w przecie krótszym.

Fakt istnienia zależności pomiędzy długością pręta a jego wytrzymałością lub mówiąc ogólniej zależności pomiędzy naprężeniami na granicy wytrzymałości a objętością elementu konstrukcyjnego nosi nazwę *zjawiska skali* (*scale effect*). Znalazł on swe uzasadnienie teoretyczne po raz pierwszy w roku 1938 w pracach W. WEIBULLA, [4] i [5], a następnie J. FRENKLA i T. KONTOROWEJ [1]. Publikacje te dotyczą jednak przede wszystkim materiałów kruchych, w tym również wytrzymałości metali na rozerwanie kruche, [1], przy którym w odróżnieniu od rozerwania plastycznego nie powstaje przewężenie w miejscu zniszczenia. Brak uwzględnienia materiałów ciągliwych tłumaczy się tu głównie tym, że zjawisko skali ma właśnie dla materiałów kruchych stosunkowo największe znaczenie, po wtóre zaś tym, że w przypadku materiału ciągliwego napotykamy na trudności teoretyczne związane ze ścisłym określeniem rzeczywistego stanu naprężeń w okresie tworzenia się przewężenia i zniszczenia pręta, [4]. Trudności tych można uniknąć czyniąc powszechnie zresztą przyjęte założenie, że naprężeniami niszczącymi są naprężenia umowne, odniesione do pierwotnego przekroju pręta, a nie naprężenia rzeczywiście występujące w przewężeniu. W tym sensie zaproponowane przez W. WEIBULLA probabilistyczne uzasadnienie zjawiska skali można w pełni przystosować do przypadku rozciąganego osiowo pręta stalowego i warto tu je podać w skróceniu.



Rys. 2

Rozrzut wyników prób wytrzymałościowych nie pozwala przewidzieć ścisłej wartości naprężeń niszczących. Możliwe jest jednak określenie prawdopodobieństwa  $p$  zerwania pręta przy danym naprężeniu  $\sigma$ . Przypuśćmy, że istnieje funkcja  $p = F(\sigma)$ , o wykresie przedstawionym na rys. 2, przy czym oczywiście dla bardzo małych naprężeń  $p = 0$ , dla bardzo dużych zaś  $p = 1$ . Rozporządzając funkcją  $F$  możemy np. powiedzieć, że naprężeniu  $\sigma_m$  odpowiada prawdopodobieństwo zerwania pręta  $p_m = 0,5$ . Inaczej mówiąc, że 100 jednakowych prętów 50 ulega zerwaniu przy naprężeniu  $\sigma_m$ , pozostałe 50 zaś nie.

Weźmy dla przykładu dwa pręty o długości jednostkowej, połączone szeregowo (rys. 3), w których występują naprężenia  $\sigma$ . Odpowiadające temu naprężeniu prawdopodobieństwo zerwania każdego z nich jest równe  $p_1$ , a prawdopodobieństwo, że zerwanie nie nastąpi, czyli wskaźnik bezpieczeństwa, [8], pręta jednostkowego



Rys. 3

wynosi  $p'_1 = 1 - p_1$ . Zerwanie jednego pręta jest równoznaczne ze zniszczeniem układu obu połączonych prętów. W tych warunkach wobec niezależności prawdopodobieństw zerwania prętów jednostkowych, wskaźnik bezpieczeństwa pręta podwójnego jest równy

$$p'_2 = (1 - p_1)^2,$$

czyli

$$1 - p_2 = (1 - p_1)^2,$$

gdzie  $p_2$  jest prawdopodobieństwem zerwania pręta o długości dwu jednostek. Jeśli więc np. prawdopodobieństwo zerwania pręta jednostkowego wynosi  $p_1 = 0,5$ , to wskaźnik bezpieczeństwa pręta o długości podwójnej jest równy  $p'_2 = (1 - p_1)^2 = 0,25$ , a prawdopodobieństwo jego zerwania  $p_2 = 1 - p'_2 = 0,75$ .

Dla pręta o długości  $l$  jednostek analogicznie otrzymamy

$$(1.1) \quad 1 - p_l = (1 - p_1)^l$$

lub też

$$(1.2) \quad \ln(1 - p_l) = l \ln(1 - p_1).$$

Jeśli długość jednostkowa odpowiada objętości jednostkowej, to wyrażeniu (1.2) możemy nadać postać bardziej ogólną

$$\ln(1 - p_v) = v \ln(1 - p_1),$$

gdzie  $p_v$  oznacza prawdopodobieństwo zerwania odpowiadające objętości  $v$ .

Wprowadzając pojęcie «niebezpieczeństwa zerwania»  $B$ , przy czym

$$B = -\ln(1 - p_v)$$

można napisać

$$(1.3) \quad dB = -\ln(1 - p_1) dv.$$

Ponieważ wielkość  $\ln(1 - p_1)$  jest wyłącznie funkcją panującego w pręcie naprężenia  $\sigma$ , wyrażenie (1.3) możemy przedstawić w postaci

$$dB = \varphi(\sigma) dv,$$

czyli

$$B = \int \varphi(\sigma) dv.$$

W takim razie prawdopodobieństwo zerwania pręta o objętości  $v$  wyniesie

$$(1.4) \quad p_v = 1 - e^{-B} = 1 - e^{-\int \varphi(\sigma) dv}$$

Funkcja  $\varphi(\sigma)$  nazwana przez W. WEIBULLA «funkcją materiałową» (material function) charakteryzuje własności wytrzymałościowe materiału.

Rozporządzając wzorem (1.4) można otrzymać wartość naprężeń na granicy wytrzymałości  $R$  w zależności od objętości (długości) pręta.

Jeśli wykonamy  $N$  prób wytrzymałościowych, to prawdopodobieństwo, że dowolny, pojedynczy wynik próby będzie zawarty w granicach  $\sigma, \sigma + d\sigma$  wynosi  $(dp_v/d\sigma)d\sigma$ , natomiast  $N(dp_v/d\sigma)d\sigma$  jest prawdopodobieństwem, że  $N$  tych wyników będzie zawartych w tych samych granicach. Otrzymamy więc

$$RN = \int_0^{\infty} \sigma N \frac{d p_v}{d \sigma} d\sigma,$$

czyli naprężenie na granicy wytrzymałości

$$R = \int_0^{\infty} \sigma dp_v.$$

Wzorowi powyższemu w związku z zależnością (1.4) można nadać postać

$$(1.5) \quad R = \int_0^{\infty} e^{-\int \varphi(\sigma) dv} d\sigma$$

pod warunkiem, że dolną możliwą granicą naprężeń na granicy wytrzymałości jest  $R_D = 0$ , górną zaś  $R_G = \infty$ .

Przyjęcie górnej granicy wytrzymałości  $R_G = \infty$  jest tu o tyle teoretycznie uzasadnione, że np. dla elementów bardzo małych może być ona zbliżona do wytrzymałości molekularnej, a więc powinna być kilkaset razy większa od wytrzymałości technicznej, [1] i [4]. Jeśli natomiast dolna granica wytrzymałości materiału  $R_D \neq 0$ , to otrzymujemy

$$(1.6) \quad R = R_D + \int_{R_D}^{\infty} e^{-\int \varphi(\sigma) dv} d\sigma.$$

Aby otrzymać konkretny wzór, uzależniający wytrzymałość pręta od jego objętości (długości), konieczna jest znajomość postaci funkcji materiałowej. Na podstawie nielicznych dotychczas doświadczeń można np. przyjąć, że

$$\varphi(\sigma) = k\sigma^m$$

lub też

$$\varphi(\sigma) = (\sigma - R_D)^m,$$

gdzie  $k$  i  $m$  są stałymi charakteryzującymi własności danego materiału.

Ostatecznie W. WEIBULL przedstawia wzór na naprężenie na granicy wytrzymałości w postaci

$$(1.7) \quad R = \frac{k}{v^{1/m}}$$

lub też, jeśli  $R_D \neq 0$ ,

$$(1.8) \quad R = R_D + \frac{k}{v^{1/m}}.$$

Przedstawione wyżej probabilistyczne podstawy ujęcia zjawiska skali nie pozwalają na otrzymanie ostatecznej postaci wzoru (1.7) lub (1.8) na wytrzymałość drogą jedynie teoretycznego rozumowania. Użyta w trakcie wyprowadzenia postać funkcji materiałowej zależy bowiem wyłącznie od wyników badań doświadczalnych. Ponieważ funkcja materiałowa determinuje ostateczną formę zależności (1.7), z praktycznego punktu widzenia korzystniejsze jest bezpośrednio empiryczne ustalenie wzoru na wytrzymałość pręta jako funkcji jego długości, gdyż, jak widać, postać tego wzoru zależy również wyłącznie od wyników eksperymentu.

W przypadku badania izotropowych materiałów kruchych W. WEIBULL interpretuje wartość funkcji materiałowej jako liczbę «miejsc słabych» przypadających na jednostkę objętości i powodujących zniszczenie materiału przy naprężeniu  $\sigma \leq \sigma_1$ . Za «miejsca słabe» uważa się tu przy tym zwykle, [4], bardzo drobne pęknięcia lub szczeliny (GRIFFITH), na krawędziach których powstają miejsca koncentracji naprężeń («nadnaprężenia») zapoczątkowujące proces zniszczenia materiału.

Taka interpretacja dla stali jest trudna do przyjęcia, gdyż mamy tu do czynienia z materiałem niejednorodnym, dla którego pojęcie miejsca słabego ma charakter względny i jest niemożliwe do ścisłego zdefiniowania, choćby z uwagi na wieloraką możliwość przyczyn osłabienia pręta stalowego. Ponadto, w przypadku stali, sama funkcja materiałowa może być zmienna na długości pręta tak, że otrzymany ewentualnie na jej podstawie wzór (1.7) podlegać by musiał niezależnej weryfikacji doświadczalnej.

Jak już poprzednio wspomniano dotychczasowe nieliczne zresztą prace omawiające zjawisko skali zajmują się głównie materiałami kruchymi. Można tu odnotować dwie publikacje dotyczące w tym względzie stali jako materiału konstrukcyjnego, [3] i [2], z których pierwsza J. NOWIŃSKIEGO rejestruje jedynie fakt istnienia zjawiska, nie zawiera jednak próby otrzymania zależności typu (1.7), druga zaś T. NAWROTA i A. JASECKIEGO omawiająca zależność wytrzymałości prętów zbrojeniowych od ich średnic dotyczy tylko pośrednio samego zjawiska skali. Wszyscy zajmujący się tym zagadnieniem autorzy podkreślają konieczność dalszych badań doświadczalnych, które wzbogaciłyby niki dotychczas materiał statystyczny.

Głównym zadaniem niniejszej pracy jest próba empirycznego ustalenia zależności pomiędzy wytrzymałością a długością rozciąganych osiowo prętów wykonanych z niektórych gatunków stali.

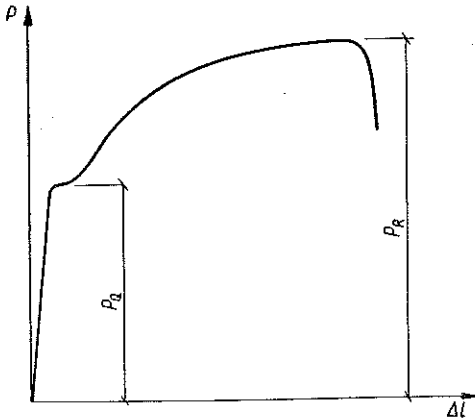
## 2. Dane doświadczalne

2.1. Uwagi ogólne. Aby otrzymać wyniki wzajemnie porównywalne, przy badaniu zależności pomiędzy długością pręta, a jego wytrzymałością, musimy rozporządzać materiałem jednakowym w sensie technicznym, tzn. jednakowym w sensie pochodzenia surowcowego i produkcyjnego.

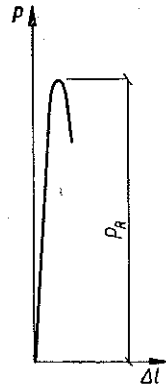
Warunki te będą na ogół zapewnione, jeśli do badań doświadczalnych użyjemy stali pochodzącej z jednego wytopu. Postulat ten z kolei będzie z całą pewnością spełniony, praktycznie rzecz biorąc, jedynie wówczas, gdy będziemy badać zespoły próbek pobrane z tych samych zwojów.

W celu uzyskania odpowiedniego materiału doświadczalnego autor przeprowadził 1010 prób rozciągania prętów stalowych o różnej długości, pochodzących z trzech różnych zwojów. Próby te można podzielić na cztery następujące zasadnicze grupy:

1. Grupa wstępna obejmuje 160 próbek pobranych ze zwoju drutu walcowanego o średnicy nominalnej  $d = 8$  mm.
2. Grupa IA, obejmuje 300 próbek pobranych ze zwoju drutu ciągnionego o średnicy nominalnej  $d = 4,5$  mm.
3. Grupa IB, obejmuje 150 próbek pobranych z tego samego zwoju, z którego pochodzą próbki grupy IA.



Rys. 4



Rys. 5

4. Grupa II, obejmuje 400 próbek pobranych ze zwoju drutu walcowanego o średnicy nominalnej  $d = 6$  mm.

Wszystkie pręty poddano badaniu w stanie naturalnym (surowym), to jest bez żadnej obróbki. Typowy wykres uzyskany przy rozciąganiu próbek grupy wstępnej i II przedstawiony jest na rys. 4, odpowiedni zaś wykres dla grupy IA i IB na rys. 5.

Warunki doświadczeń i ich szczegółowe wyniki zostaną przedstawione w dalszym ciągu niniejszej pracy.



**2.2. Wyniki badań próbek grupy wstępnej.** Próby grupy wstępnej posiadały charakter orientacyjny, a samo ich przeprowadzenie miało głównie na celu uzyskanie wskazań dotyczących kierunku i sposobu wykonywania dalszych badań. Chodziło tu więc przede wszystkim o odpowiedź na następujące pytania:

1. Czy rozmiary przewidywanej zależności pomiędzy długością a wytrzymałością pręta rozciąganego osiowo są dla stali dostatecznie duże, aby były bezpośrednio uchwytne w warunkach laboratoryjnych, tzn. przy badaniu próbek na zwykłej maszynie wytrzymałościowej.

2. Czy występuje zależność pomiędzy granicą plastyczności a długością pręta, inaczej mówiąc, czy zjawisko skali dotyczy również granicy plastyczności. Odpowiedź na to pytanie ma szczególnie istotne znaczenie, gdyż zależność ta dotychczas w ogóle nie była badana.

3. Jaka jest konieczna liczba prób, aby zjawisko skali było obserwowane jako określone prawo.

Jak już wspomniano, próbki grupy wstępnej zostały pobrane ze zwoju stali walcowanej zwykłej oznaczonej symbolem St37. Doświadczenia przeprowadzono na maszynie wytrzymałościowej Amslera o nośności 5 t. Zwój podzielono na odcinki pięciu różnych długości, odpowiadające następującym umownym długościom pomiarowym  $l_0$ , liczonemu w świetle uchwytów (rys. 6) maszyny: 5 cm, 10 cm, 20 cm, 40 cm i 60 cm.

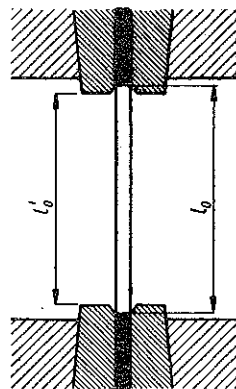
Najmniejsza długość próbki jest podyktowana możliwością prawidłowego jej umieszczenia w uchwytach, największa zaś — maksymalnym rozstawem szczęk przy uwzględnieniu wydłużenia pręta w czasie rozciągania.

Wstępną grupę prób można podzielić na dwie części. Pierwsza z nich obejmuje 60 prób (nr 1-60) i jest złożona z 10 serii po 6 próbek o umownych długościach pomiarowych odpowiednio równych: 5 cm, 10 cm, 20 cm, 60 cm. Podwójna w stosunku do innych liczba próbek o  $l_0 = 60$  cm tłumaczy się tym, że początkowo miały być badane również próbki o  $l_0 = 80$  cm, lecz bardzo znaczne wydłużenie rozpatrywanego gatunku stali spowodowało konieczność

ich skrócenia do 60 cm. Druga część grupy wstępnej obejmuje 100 prób (nry 61-160) w 20 seriach po 5 próbek o długościach: 5 cm, 10 cm, 20 cm i 60 cm.

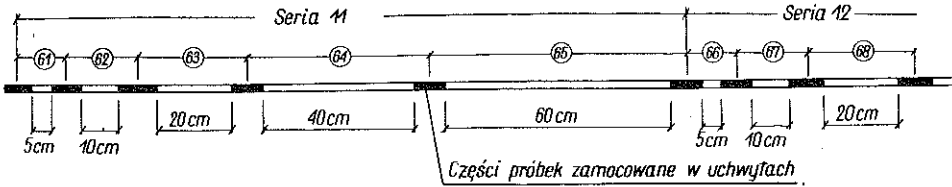
Warto tu podkreślić, że sposób pobierania próbek ze zwoju, zilustrowany przykładowo na rys. 7, polega na tym, że każda seria stanowi ciągły odcinek pręta, zawierający wszystkie rozpatrywane typy ułożone kolejno od najkrótszej do najdłuższej.

W ten sposób każdy typ długości zawiera próbki pochodzące ze wszystkich części badanego zwoju. Szczególnie istotne w tym przypadku znaczenie takiej metody przygotowania materiału doświadczalnego będzie jeszcze omówione w p. 2.9.



Rys. 6

Opracowanie materiału statystycznego podano w tabelicy 1. Zawiera ona wartości średnich arytmetycznych sił występujących na granicy plastyczności  $P_Q^0$  i wytrzymałości  $P_R^0$  i odpowiednich nominalnych naprężeń niszczących  $Q_n^0$ ,  $R_n^0$ , obliczone osobno dla 10 serii (nry próbek 1-60), 20 serii (nry próbek 61-160) oraz łącznie dla całej grupy złożonej z 30 serii (nry próbek 1-160). Przez  $n$  oznaczono w tabelicy odpowiednie liczby udanych prób, których łączna suma wynosi 158.



Rys. 7

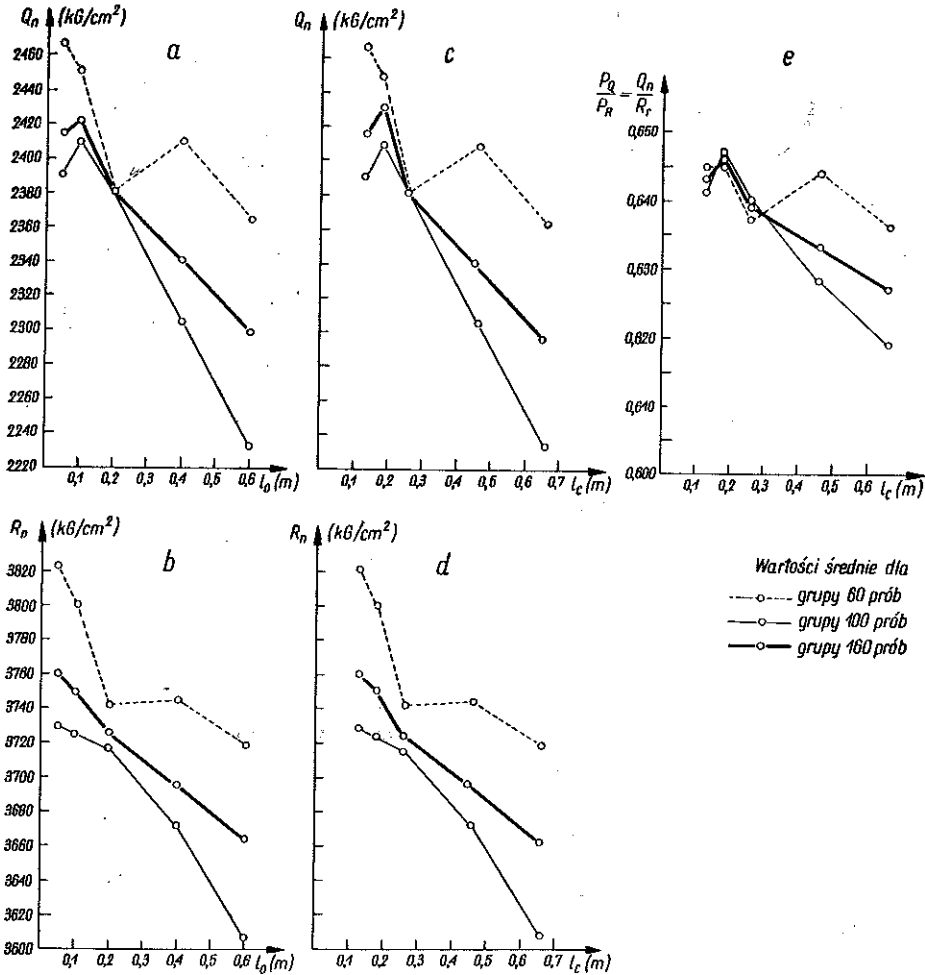
Graficzne opracowanie otrzymanych wyników podane jest na rys. 8a i 8b. Jak widać, zjawisko skali jest bezpośrednio obserwowalne już przy bezwzględnie niewielkim zakresie zmian długości badanych prętów, przy czym dotyczy to zarówno wytrzymałości jak i granicy plastyczności. Tak więc np. przy 30 seriach próbek średnia

Tabela 1. Wartości średnie sił i naprężeń niszczących w grupie wstępnej

L.p.	Numery próbek	$n$	$l_0$ (cm)	$P_Q^0$ (kG)	$P_R^0$ (kG)	$Q_n^0$ ( $\frac{kG}{cm^2}$ )	$R_n^0$ ( $\frac{kG}{cm^2}$ )	$\frac{P^0}{P_R^0} = \frac{Q_n^0}{R_n^0}$
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1-60	10	5	1233,5	1911	2467	3822	0,645
2	61-160	20		1196	1865	2391	3729,5	0,641
3	1-60	9		1225	1900	2450	3801	0,645
4	61-160	20		1205	1862	2410	3725	0,647
5	1-60	10		1191	1871	2382	3742	0,637
			20					
6	61-160	20	40	1189,5	1858	2379	3716	0,640
7	1-60	10		1205	1872,5	2410	3745	0,644
8	61-160	20	60	1153	1836	2306	3672	0,628
9	1-60	19		1182	1859	2365	3719	0,636
10	61-160	20		1117	8104	2234	3608	0,619
11	1-160	30	5	1208	1880	2416	3760	0,643
12	1-160	29	10	1211	1875	2423	3750	0,646
13	1-160	30	20	1190	1862	2380	3725	0,639
14	1-160	30	40	1170	1848	2341	3696	0,633
15	1-160	39	60	1149	1832	2298	3663	0,627

wytrzymałość próbki 60 centymetrowej stanowi 97,4% wytrzymałości próbki 5 cm; analogiczny stosunek naprężeń na granicy plastyczności wynosi 95,2%.

Analizując liczbę dokonanych prób spostrzegamy, że omawiana zależność pomimo pewnej nieregularności wyników jest już właściwie widoczna przy 10 seriach prób, przy 30 zaś seriach nabiera cech oczekiwanej prawidłowości. Warto tu ponadto



Rys. 8

zauważyć, że charakter prawidłowości posiada również zbadany stosunek wartości średnich  $Q_n^0/R_n^0$ . Jak to wynika z rys. 8e stosunek ten maleje wraz ze wzrostem długości pręta.

**2.3. Podstawowe wyniki badań doświadczalnych.** Wyniki badań próbek grupy wstępnej pozwoliły na przygotowanie programu badań podstawowych. Wszystkie pozostałe doświadczenia przeprowadzono na najbardziej precyzyjnej, spośród dostępnych, maszynie wytrzymałościowej Amslera o nośności 20 t. Zachowywano

tu przy tym zawsze warunek, aby szybkość rozciągania nie była zbyt wielka; ma to szczególne znaczenie przy badaniu granicy plastyczności, zabezpiecza bowiem przed sztucznym podwyższeniem otrzymywanych wyników prób. Starano się ponadto, aby przyrost wydłużenia jednostkowego  $\varepsilon$  w jednostce czasu był stały dla wszystkich rodzajów próbek, niezależnie od ich długości. Związany z tym przyrost naprężeń w jednostce czasu wynosił przeciętnie około  $0,3 \text{ kG/cm}^2$ , a więc nie przekraczał  $\frac{1}{3}$  wielkości dopuszczonej przez normę PN/H-04310.

W dalszym ciągu badań zrezygnowano z próbek o  $l_0 = 5 \text{ cm}$ , przyjmując jako najmniejszą umowną długość pomiarową  $l_0 = 10 \text{ cm}$ . Wynikło to z obawy przed ewentualnymi zakłóceniami, jakie w prawidłowości otrzymywanych rezultatów może powodować zbyt bliskie rozmieszczenie uchwytów.

Pierwszą część doświadczeń podstawowych obejmuje grupa IA. Próbki pochodzą ze zwoju drutu ciągniętego o średnicy nominalnej  $d = 4,5 \text{ mm}$ , sporządzonego ze stali nie posiadającej granicy plastyczności, o wytrzymałości przeciętnej równej  $6500 \text{ kG/cm}^2$ , a więc nieco wyższej od górnej normatywnej granicy wytrzymałości stali oznaczonej symbolem St52.

W związku z wynikami badań wstępnych uznano za dostateczną liczbę 300 próbek, obejmującą 60 kolejnych serii po 5 próbek o umownych długościach pomiarowych równych 10 cm, 20 cm, 30 cm, 40 cm i 60 cm. Obowiązywała tu przy tym taka sama jak w grupie wstępnej zasada dotycząca kolejności pobierania próbek ze zwoju. Średnice próbek mierzono w dwu wzajemnie prostopadłych kierunkach i w trzech miejscach: na końcach i w środku długości pomiarowej. Wartość średnią z trzech obliczonych na tej podstawie przekrojów uznano za przekrój rzeczywisty.

Niekiedy można spotkać się z twierdzeniem, że duża część próbek badanych w stanie naturalnym (bez obróbki) ulega zerwaniu wewnątrz szczęk. Tak np. J. NOWIŃSKI podaje w cytowanej już publikacji [3] na przykładzie próbek 5-centymetrowych liczbę względną takich przypadków równą 26%-30%. W związku z tym może powstać pytanie, czy do zerwania w szczękach przyczyniają się powierzchniowe uszkodzenia próbki przez uchwyty i czy ewentualnie fakt ten wpływa na obniżenie ich wytrzymałości.

Autor na podstawie przeprowadzonych obserwacji doszedł do wniosku, że cytowana powyżej duża liczba próbek zerwanych w szczękach jest wynikiem nieporozumienia, którego źródłem są rzeczywiste warunki zamocowania pręta w uchwytach. W rzeczywistości bowiem szczęki nie obejmują próbki na całej swojej długości, lecz na mniejszym odcinku, przy czym ich docisk jest tym słabszy, im bliższy swobodnej części pręta. Pochodzi to stąd, że płaszczyzny szczęk nie zaciskają się dokładnie równolegle, lecz posiadają zbieżność w kierunku końca próbki. Przypadek pozornego zerwania pręta w szczękach przedstawiono na rys. 9. Jak widać, miejsce zerwania oraz całe przewężenie powstaje tu na odcinku zupełnie wolnym od uchwytu szczęk. Mamy tu do czynienia jedynie z zerwaniem w pobliżu granicy zamocowania próbki, a więc z zerwaniem w gruncie rzeczy normalnym. Tego rodzaju przypadków w grupie IA zanotowano 62, a więc blisko 21%. Zaledwie 3 próbki (1%)

uległy zerwaniu wewnątrz szczęk w ten sposób, że powierzchniowe ślady uchwytów znajdowały się po obu stronach przewężenia. W omawianych przypadkach zerwania wyniki wytrzymałościowe nie różniły się w żaden widoczny sposób od pozostałych, co zresztą znajduje całkowite potwierdzenie również we wnioskach zawartych właśnie w publikacji [3]. Dlatego też nie chyba nie stoi na przeszkodzie uznaniu tych wyników za równoważnościowe z pozostałymi.

Obliczenia całkowitego wydłużenia trwałego dokonano na podstawie pomiarów przeprowadzonych na 10% wszystkich próbek. W tym celu wyskalowano wszystkie próbki każdej dziesiątej serii przy podziałce równej 5 cm. Całkowite wydłużenie trwałe mierzone na odcinku równym  $10d = 45$  mm, obliczone jako średnia z 45 próbek grupy IA i IB wyniosło  $a_{10} = 5,65\%$ .

Materiał prób grupy IB stanowiła dalsza, kolejna część tego samego zwoju, z którego pochodziły próbki grupy IA. Próbki grupy IB, w ogólnej liczbie 150 różnią się tym od poprzednich, że wszystkie posiadają tę samą umowną długość pomiarową  $l_0 = 20$  cm. O specjalnej roli tej części doświadczeń będzie mowa w dalszym ciągu niniejszej pracy.

Zwój, z którego pobrano próbki grupy IA i IB, częściowo pokryty był powierzchniowym nalotem rdzy; nie różnił się on zresztą pod tym względem na niekorzyść od wszystkich innych, które autor miał do wyboru przed rozpoczęciem doświadczeń. Jak to wynika z analizy rezultatów badań, niewielka korozja powierzchni nie wywiera żadnego widocznego wpływu na wytrzymałość próbki, co jest także zresztą zgodne z obserwacjami zawartymi w wymienionej poprzednio pracy [3].

Ostatnią część doświadczeń podstawowych stanowi grupa II. Próbki pochodzą ze zwoju drutu walcowanego o średnicy nominalnej  $d = 6$  mm, sporządzonego ze stali o wytrzymałości przeciętnej równej  $4570$  kG/cm<sup>2</sup>. Materiał ten przedstawiał jeden z gatunków handlowych stali oznaczanej symbolem St37, przekraczał on jednak nieco, jak widać, górną normatywną granicę wytrzymałości, odpowiadającą temu rodzajowi stali. Ze względu na zwykły dla stali St37 większy rozrzut wyników liczbę prób powiększono tu do 400. Obejmuje ona 80 kolejnych serii po 5 próbek o umownych długościach pomiarowych równych 10 cm, 20 cm, 30 cm, 40 cm i 50 cm. Konieczność ograniczenia maksymalnej długości próbki do 50 cm została tu podyktowana znacznym wydłużeniem rozpatrywanego materiału. Całkowite wydłużenie trwałe mierzone na odcinku równym  $10d = 60$  mm, obliczone jako średnia z 40 prób, wynosi w tym przypadku  $a_{10} = 28,2\%$ .

**2.4. Ustalenie rzeczywistej długości próbek.** Omówione poprzednio warunki zamocowania pręta (rys. 9) w uchwytach mają znaczenie także z innego jeszcze ważnego powodu, rzeczywista długość próbki jest bowiem większa aniżeli długość umowna  $l_0$ . Określenie całkowitej długości rzeczywistej oznaczonej w dalszym ciągu przez  $l_c$ , jest przy tym niemożliwe na drodze bezpośredniego pomiaru. Można tu natomiast zaproponować ustalenie długości całkowitej pośrednio, mianowicie przez porównanie wydłużenia całej próbki i wydłużeń znajdujących się w granicach uchwytów swobodnych części pręta (rys. 10).

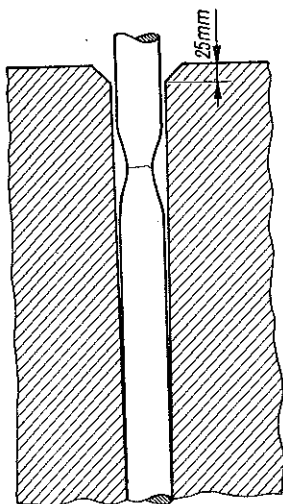
Oznaczamy przez  $l'_0$  odległość pomiędzy krańcowymi płaszczyznami uchwytów, przy czym  $l'_0 = l_0 - 0,5$  cm. Różnica pomiędzy wielkością  $l'_0$  i umowną długością pomiarową  $l_0$  wynika z istnienia na krawędziach szczęk ukośnych ścięć pokazanych na rys. 6, 9 i 10. Zakładając, że wydłużenie pręta przed utworzeniem się przewężenia jest, przeciętnie rzecz biorąc, równomierne, możemy napisać

$$\frac{l_c}{l'_0} = \frac{\Delta l_c}{\Delta l'_0},$$

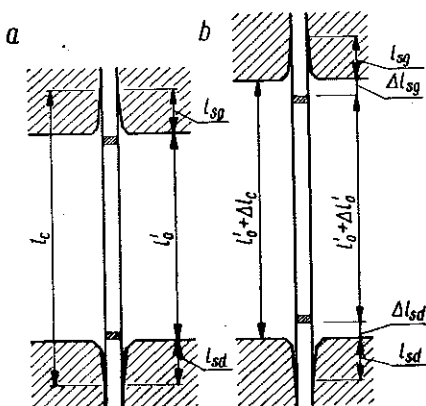
czyli

$$l_c = l'_0 \frac{\Delta l_c}{\Delta l'_0}.$$

Warunki techniczno-laboratoryjne ustalenia długości rzeczywistej  $l_c$  są następujące. Granice długości pomiarowej  $l'_0$  oznaczamy przez naklejanie na próbce dokładnie przyciętych pasków plastra, przy czym oznaczenie to wprowadzamy już po



Rys. 9



Rys. 10

zaciśnięciu się szczęk w celu wyeliminowania skutków ewentualnego poślizgu pręta w uchwytach. Po zmierzeniu długości  $l'_0$  za pomocą suwmiarki poddajemy pręt rozciąganiu aż do pojawienia się założonej wartości siły pomiarowej  $P_m$ . Wielkość siły  $P_m$  dobieramy przy tym tak, aby wydłużenie pręta wystąpiło już dostatecznie wyraźnie, ale jeszcze mogło być uważane za równomierne. Następnie dokonujemy pomiaru zwiększonego rozstawu szczęk ustalając w ten sposób wielkość  $l'_0 + \Delta l_c$ . Ponadto mierzymy jeszcze przesunięcia pasków plastra, czyli wielkość wydłużeń  $\Delta l_{sg}$  i  $\Delta l_{sd}$  swobodnych części próbki znajdujących się w granicach uchwytów i oznaczonych tu odpowiednio przez  $l_{sg}$  i  $l_{sd}$ . W dalszym ciągu obliczamy wielkość  $\Delta l_c$  oraz

$$\Delta l'_0 = \Delta l_c - (\Delta l_{sg} + \Delta l_{sd}) = \Delta l_c - \Delta l_x,$$

gdzie  $\Delta l_z = \Delta l_{sg} + \Delta l_{sd}$ , przy czym oczywiście  $l_z = l_{sg} + l_{sd}$ . Ustalenia rzeczywistej długości całkowitej  $l_c$  dokonano na podstawie pomiarów przeprowadzonych na tych samych 40 próbkach grupy II, które były przeznaczone do pomiarów wydłużenia. Jako podstawową wielkość siły pomiarowej przyjęto  $P_m = 1200$  kG, przy której dokonano odczytów dla wszystkich 40 próbek. Oprócz tego uzyskano 50 odczytów przy innych siłach pomiarowych, głównie przy  $P_m = 1100$  kG i  $P_m = 1300$  kG. Różna liczba odczytów przy poszczególnych próbkach oraz zmiany w przyjmowanych wartościach sił  $P_m$  tłumaczą się tu korygowaniem i uzupełnianiem zakresu doświadczeń w trakcie ich wykonywania.

Ostateczne rezultaty pomiarów przedstawia tablica 2. W pierwszej rubryce podano tu długości umowne  $l_0$ , w drugiej sumę długości całkowitych  $\Sigma l_c$  i odpowiednią liczbę odczytów  $n$ . Trzecia rubryka zawiera średnie wartości długości całkowitych obliczone na podstawie wszystkich 90 wykonanych pomiarów. Następne dwie rubryki zbudowane są analogicznie jak poprzednie, z tą jednak różnicą, że opierają się wyłącznie na 40 odczytach wykonanych przy jednakowej sile  $P_m = 1200$  kG. Pozostałe cztery rubryki dotyczą wielkości  $l_z$ .

Tablica 2

$l_0$ (cm)	$n$	$(l_c)_{sr}$ (mm)	$P_m = 1220$ kG		$n$	$(l_z)_{sr}$ (mm)	$P_m = 1200$ kG	
			$n$	$(l_c)_{sr}$ (mm)			$n$	$(l_z)_{sr}$ (mm)
10	20	182,3	8	184,8	20	86,9	8	89,4
20	20	260,5	8	261,55	20	65,0	8	66,1
30	22	360,8	8	364,1	20	65,8	8	69,1
40	20	457,8	8	455,6	20	62,3	8	60,0
50	8	559,2	8	559,2	8	63,35	8	63,35

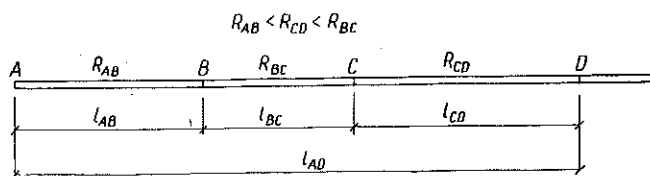
Ostatecznie do dalszych rozważań zdecydowano się przyjąć wartości  $l_c$  zaokrąglone do całkowitej liczby centymetrów, tak aby odchylenie od wartości obliczonych w tablicy 2 nie przekraczało 0,5 cm. W tych warunkach średnie długości całkowite ustalone na podstawie 90 odczytów przy różnych wartościach siły pomiarowej  $P_m$  będą identyczne z długościami wyznaczonymi z 40 odczytów przy stałej wartości  $P_m = 1200$  kG i wyniosą odpowiednio 18 cm, 26 cm, 36 cm, 46 cm i 56 cm. Warto tu jeszcze zwrócić uwagę, że wyjąwszy próbki najkrótsze długość rzeczywista różni się od umownej długości pomiarowej o wielkość stałą, mianowicie  $l_c = l_0 + 6$  cm (lub  $l_c = l_0 + 6,5$  cm). Jest to zrozumiałe, gdyż wielkości  $l_{sg}$  i  $l_{sd}$  nie powinny zależeć od długości  $l_0$ . Fakt, że przy  $l_0 = 10$  cm,  $l_c = l_0 + 8$  cm można wytłumaczyć tym, że krótkie próbki nie obrobione przy umieszczaniu w uchwytach trudniej dopasować do płaszczyzn szczęk. W sumie jednak ze względu na dużą zgodność wyników rezultaty doświadczeń należy uznać za zadowalające.

Jak już wspomniano, obserwacje przeprowadzono na próbkach grupy II, gdyż bardzo nisko wydłużenie prętów grupy IA i IB nie pozwala na zastosowanie tej

techniki pomiarów. Ponieważ wszystkie doświadczenia odbywały się w tych samych warunkach laboratoryjnych, długości rzeczywiste próbek grupy IA i IB przyjęto przez analogię, czyli wynoszą one 18 cm, 26 cm, 36 cm, 46 cm i 66 cm.

2.5. Pośrednie rozszerzenie wyników doświadczeń. Z praktycznego punktu widzenia głównym niedomaganiem zebranego materiału doświadczalnego jest podyktowany warunkami laboratoryjnymi wąski zakres zmian długości rozpatrywanych próbek. Bezpośrednią weryfikację doświadczalną zależności pomiędzy długością prętów rozciąganych osiowo a ich wytrzymałością można tu było bowiem przeprowadzić dla prętów o maksymalnej długości 66 cm w przypadku próbek grupy IA i IB oraz tylko 56 cm w przypadku próbek grupy II. W praktyce zaś interesują nas najczęściej również znacznie większe długości, dla których wydaje się możliwe uzyskanie danych doświadczalnych drogą pośrednią. Autor proponuje mianowicie następujący sposób postępowania.

Wyobraźmy sobie badane części zwojów jako łańcuchy  $ABCD\dots$  (rys. 11), których ogniwa stanowią poszczególne próbki  $AB, BC, CD\dots$ . W tym sensie np. próbki grupy II mogą być uważane na łańcuch złożony z 400 ogniw, przy czym każda



Rys. 11

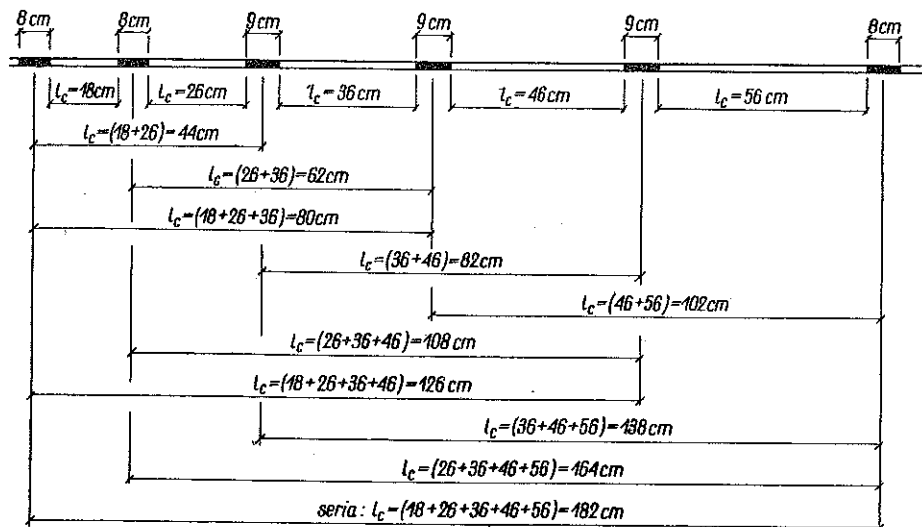
seria stanowi odcinek łańcucha o 5 ogniwach. Z drugiej strony wytrzymałość  $R_{AD}$  łańcucha  $ABCD$  mierzy się wytrzymałością  $R_{AB}$  jego najsłabszego ogniwa  $AB$ , czyli  $R_{AD} = R_{AB}$ ; tak więc np. wytrzymałość pręta o długości ogólnej 5 kolejnych próbek powinna być równa wytrzymałości najsłabszej próbki serii. Rozpatrując odcinki pręta (łańcucha) złożone z coraz to większej liczby kolejnych próbek (ogniw) i biorąc pod uwagę ich minimalne wytrzymałości otrzymujemy w ten sposób szereg wyników dotyczących prętów o odpowiedniej długości. Warto tu zauważyć, że takie ujęcie zagadnienia jest całkowicie zgodne z rozumowaniem przytoczonym w p. 1; pręt o dowolnej długości możemy bowiem uważać za równoważny układowi prętów połączonych szeregowo.

Zaproponowany sposób postępowania wyjaśnia bliżej rys. 12, który przedstawia przykładowo schemat dowolnej serii próbek grupy II. Łącząc za pomocą wszystkich możliwych kombinacji kolejne próbki w obrębie jednej serii otrzymujemy pośrednio 10 dodatkowych «prętów złożonych» o coraz większych długościach rzeczywistych  $l$ , mianowicie: 44 cm, 62 cm, 80 cm, 82 cm, 102 cm, 108 cm, 126 cm, 138 cm, 164 cm i 182 cm. Każdej z uzyskanych w ten sposób nowych długości prętów — tak jak w przypadku normalnych próbek — odpowiada 80 wyników (liczba serii), dotyczących odpowiadającej im wytrzymałości i granicy plastyczności. Rozumując



dalej w podobny sposób możemy otrzymać wyniki odpowiadające prętom o jeszcze większych długościach, złożonym z kilku lub kilkunastu serii. W tym przypadku jednak — i to jest niestety nieuniknione — liczba wyników maleje wraz z rosnącą długością «pręta złożonego».

Niewątpliwie ważną zaletą proponowanej metody jest możliwość rozszerzenia wyników prób na odcinki prętów o długościach rzędu kilkunastu lub nawet kilkadziesiąt metrów, inaczej mówiąc staje się możliwa pośrednia weryfikacja doświadczalna rozpatrywanej zależności w strefie jej stosowności. Wada tego sposobu jest natomiast następująca.



Rys. 12

Długość rzeczywistą prętów złożonych obliczamy jako sumę długości rzeczywistych  $l_c$  jego składników, a więc pomijamy tu wyłączone z doświadczenia (zacięniowane na rysunku) części próbek, zacięnięte w uchwytach. Rozpatrujemy w ten sposób pręt hipotetyczny, skrócony o odcinki wymykające się spod kontroli empirycznej i stanowiące średnio 19% badanej części zwoju. Używając przytoczonego poprzednio porównania, jest to odpowiednio krótszy łańcuch, z którego usunięto niektóre ogniwa. Proponowana metoda postępowania wymaga dodatkowo jednego tylko uzasadnionego zresztą założenia, że przeciętne własności wytrzymałościowe usuniętych odcinków (ogniw) są takie same, jak w pozostałej, badanej części pręta.

2.6. Opracowanie wyników badań doświadczalnych. Tablica 5 zawiera wartości średnich arytmetycznych sił na granicy plastyczności  $P_Q^0$  i wytrzymałości  $P_R^0$  oraz odpowiadające im naprężenia niszczące, nominalne  $Q_n^0$  i  $R_n^0$  lub rzeczywiste  $Q_r^0$  i  $R_r^0$ . Tablica 3 dotyczy grupy IA, tablica 4 — grupy IB, wreszcie tablica 5 grupy II. W przypadku grupy IA i IB ograniczono się do opracowania jedynie naprężeń nominalnych  $R_n^0$  rezygnując z naprężeń rzeczywistych, gdyż jak stwierdzono, wystę-

**Tablica 3. Wartości średnie sił i naprężeń niszczących w grupie IA**

Nr	<i>n</i>	<i>l</i> <sub>0</sub> (cm)	<i>l</i> <sub>c</sub> (cm)	<i>P</i> <sub>R</sub> <sup>0</sup> (kG)	<i>R</i> <sub>n</sub> <sup>0</sup> $\left(\frac{\text{kG}}{\text{cm}^2}\right)$
1	60	10	18	1038,5	6528
2	60	20	26	1041,0	6546
3	60	30	36	1036,0	6514
4	59	40	46	1032,5	6493
5	59	60	66	1028,0	6463
6	60	30=10+20	44	1032,5	6492
7	60	50=20+30	62	1031,0	6483
8	60	60=10+20+30	80	1025,5	6449
9	60	70=30+40	82	1025,5	6449
10	60	90=20+30+40	108	1023,5	6435
11	60	100=40+60	112	1023,0	6433
12	60	100=10+20+30+40	126	1019,5	6411
13	60	130=30+40+60	148	1019,5	6410
14	60	150=20+30+40+60	174	1017,5	6398
15	60	160 (seria)	192	1015,0	6381
16	30	220 (seria)	272	1009,0	6344
17	30	320 (2 serie)	384	1006,5	6327
18	20	480 (3 serie)	576	1002,0	6302
19	15	640 (4 serie)	768	998,0	6276
20	12	800 (5 serii)	960	996,5	6265
21	10	960 (6 serii)	1152	991,5	6235
22	6	1600 (10 serii)	1920	989,5	6221
23	5	1920 (12 serii)	2304	982,5	6178
24	4	2400 (15 serii)	2880	969,5	6096
25	3	3200 (20 serii)	3840	971,5	6107
26	2	4800 (30 serii)	5760	952,5	5989
27	1	9600 (60 serii)	11520	950,0	5973

**Tablica 4. Wartości średnie sił i naprężeń niszczących w grupie IB**

Nr	<i>n</i>	<i>l</i> <sub>0</sub> (cm)	<i>l</i> <sub>c</sub> (cm)	<i>P</i> <sub>R</sub> <sup>0</sup> (kG)	<i>R</i> <sub>n</sub> <sup>0</sup> $\left(\frac{\text{kG}}{\text{cm}^2}\right)$
1	150	20	26	1025,0	6444
2	75	40=2·20	52	1017,0	6395
3	50	60=3·20	78	1012,5	6365
4	37	80=4·20	104	1009,0	6343
5	30	100=5·20	130	1004,5	6317
6	25	120=6·20	156	1004,0	6314
7	15	200=10·20	260	998,0	6276
8	10	300=15·20	390	994,5	6253
9	7	400=20·20	520	993,5	6247
10	6	500=25·20	650	992,5	6242
11	5	600=30·20	780	990,0	6226
12	3	1000=50·20	1300	985,5	6198
13	2	1500=75·20	1950	987,0	6206
14	1	3000=150·20	3900	982,0	6174

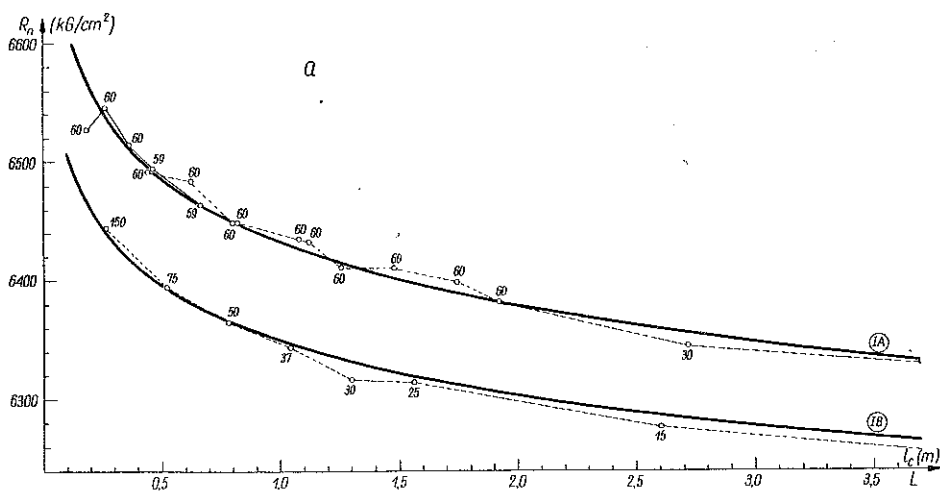
Tablica 5. Wartości średnie sił i naprężeń niszczących w grupie II

Nr	n	$l_0$ (cm)	$l_c$ (cm)	$P_Q^0$ (kG)	$P_R^0$ (kG)	$Q_n^0$ ( $\frac{\text{kG}}{\text{cm}^2}$ )	$R_n^0$ ( $\frac{\text{kG}}{\text{cm}^2}$ )	$Q_n^p$ ( $\frac{\text{kG}}{\text{cm}^2}$ )	$R_n^p$ ( $\frac{\text{kG}}{\text{cm}^2}$ )	$\frac{P_Q^0}{P_R^0} = \frac{Q_n^0}{R_n^0}$	$\frac{Q_n^p}{R_n^p}$
1	80	10	18	833	1346	2946	4761	2865	4632	0,619	0,619
2	80	20	26	826	1337	2918	4729	2840	4600	0,618	0,617
3	80	30	36	824	1336	2915	4727	2831	4593	0,617	0,617
4	80	40	46	809	1313	2861	4643	2774	4505	0,616	0,616
5	80	50	56	801	1311	2832	4637	2751	4505	0,611	0,611
6	80	30=10+20	44	812	1324	2873	4683	2792	4555	0,613	0,613
7	80	50=20+30	62	811	1322	2868	4676	2785	4543	0,613	0,613
8	80	60=10+20+30	80	800	1312	2828	4642	2748	4513	0,609	0,609
9	80	70=30+40	82	796	1302	2816	4605	2734	4474	0,611	0,611
10	80	90=40+50	102	785	1292	2776	4570	2694	4438	0,607	0,607
11	80	90=20+30+40	108	789,5	1295	2792	4582	2709	4450	0,609	0,609
12	80	100=10+20+30+40	126	784	1291	2774	4565	2693	4437	0,608	0,607
13	80	120=30+40+50	138	781	1287	2761	4552	2680	4424	0,607	0,606
14	80	140=20+30+40+50	164	779	1285	2755	4545	2674	4418	0,606	0,605
15	80	150 (seria)	182	777	1284	2747	4542	2667	4416	0,605	0,604
16	40	210 (seria+10+20+30)	262	770	1278	2725	4520	2646	4401	0,603	0,601
17	40	300 (2 serie)	364	767	1275	2714	4510	2636	4389	0,602	0,601
18	26	450 (3 serie)	546	761	1270	2690	4491	2612	4379	0,596	0,598
19	20	600 (4 serie)	728	759	1268	2686	4485	2603	4363	0,599	0,597
20	16	750 (5 serii)	910	759	1264	2683	4469	2594	4354	0,600	0,596
21	10	1200 (8 serii)	1456	754	1261	2666	4460	2583	4341	0,598	0,595
22	8	1500 (10 serii)	1820	752	1252,5	2660	4430	2575	4331	0,600	0,595
23	5	2400 (16 serii)	2912	745	1246	2635	4407	2552	4316	0,598	0,591
24	4	3000 (20 serii)	3640	738	1244	2610	4401	2525	4302	0,593	0,587
25	2	6000 (40 serii)	7280	721	1235	2550	4368	2505	4247	0,584	0,590
26	1	1200 (80 serii)	14560	690	1212	2440	4287	2350	4191	0,569	0,561

pujący lokalnie na tych prętach powierzchniowy nalot rdzy (por. p. 2.3.) powodował pewne zniekształcenie wyników przy pomiarach średnich próbek.

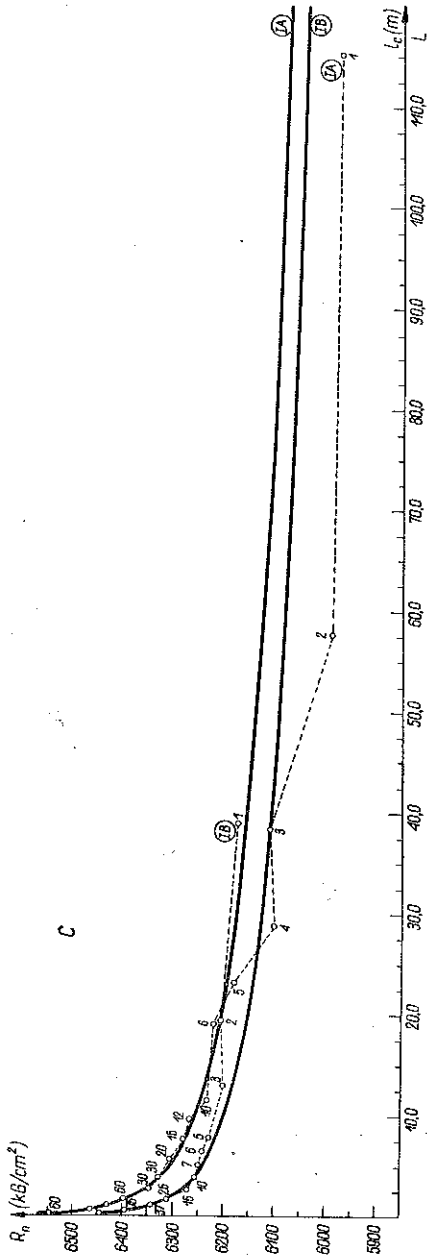
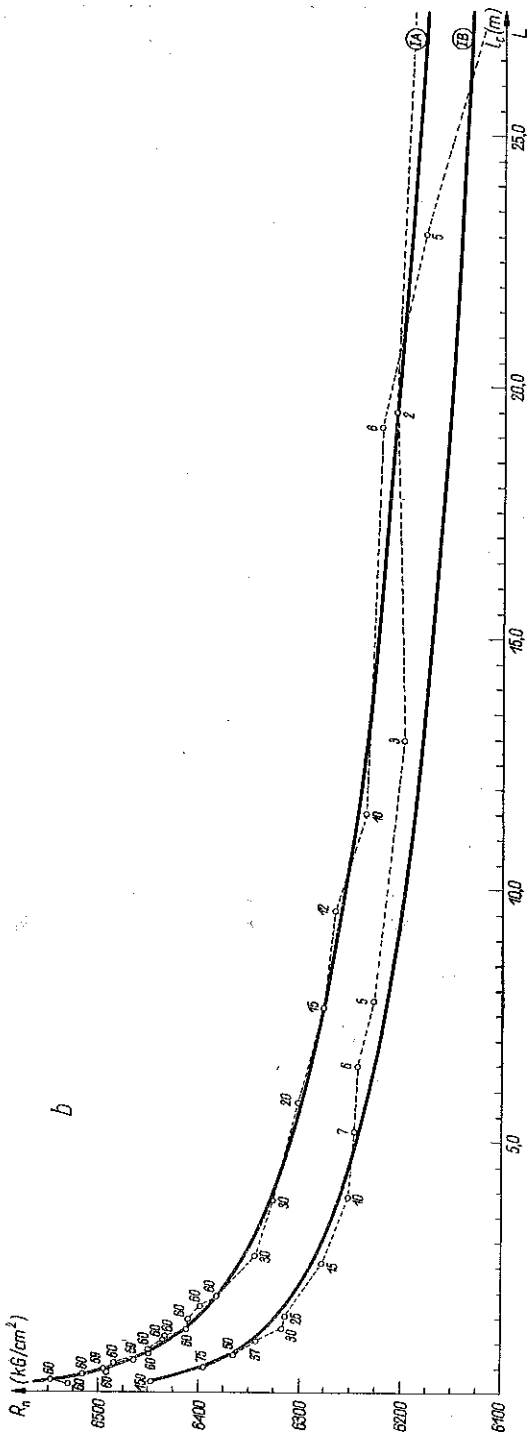
W tablicach podano zarówno wartości otrzymane i obliczone bezpośrednio na podstawie doświadczenia, jak i wyniki uzyskane drogą pośrednią dla prętów złożonych. Trzecia rubryka tablicy 5, która podaje umowne długości pomiarowe, wyjaśnia również sposób tworzenia prętów złożonych, w drugiej rubryce zawarte są ponadto odpowiednie liczby prób  $n$ .

Jak już poprzednio wspomniano, grupa IB składa się z próbek o jednakowej długości  $l_c = 26$  cm. Tak więc wszystkie wyniki objęte tablicą 4 z wyjątkiem zawartych w pierwszym wierszu, uzyskano drogą pośrednią. Głównym celem tej grupy doświadczeń było zorientowanie się w efektach i ewentualne potwierdzenie słuszności wybranej metody pośredniej weryfikacji zależności pomiędzy długością i wytrzymałością pręta. Ponieważ grupa IB stanowi niejako przedłużenie przeprowadzonych dla tego samego materiału prób grupy IA, w obu przypadkach wyniki doświadczeń powinny mieć charakter podobny.



Rys. 13

Graficzne opracowanie otrzymanych wyników przedstawiają wykresy na rys. 13-15. Rysunek 13 sporządzono na podstawie wyników prób grupy IA i IB. Rysunki 13a i 13b przedstawiają przy tym w różnej skali początkowe fragmenty wykresu, w których jest zgromadzona stosunkowo największa liczba wyników, wykres 13c daje natomiast pojęcie o całości materiału doświadczalnego. Poszczególne wyniki (wytrzymałości średnie  $R_n^0$ ) oznaczono kółkami, przy których podane są odpowiadające im liczby prób. Połączenie kółek linią łamaną obrazuje nam przybliżony, orientacyjny charakter poszukiwanej zależności. Linia cienka ciągła łączy w danym przypadku wyniki uzyskane bezpośrednio z doświadczenia, przerywana zaś obejmuje zakres weryfikacji pośredniej omawianej zależności.



W przypadku doświadczeń grupy IA obie części wykresu uzupełniają się wzajemnie i — tak jak być powinno — jedna jest przedłużeniem drugiej.

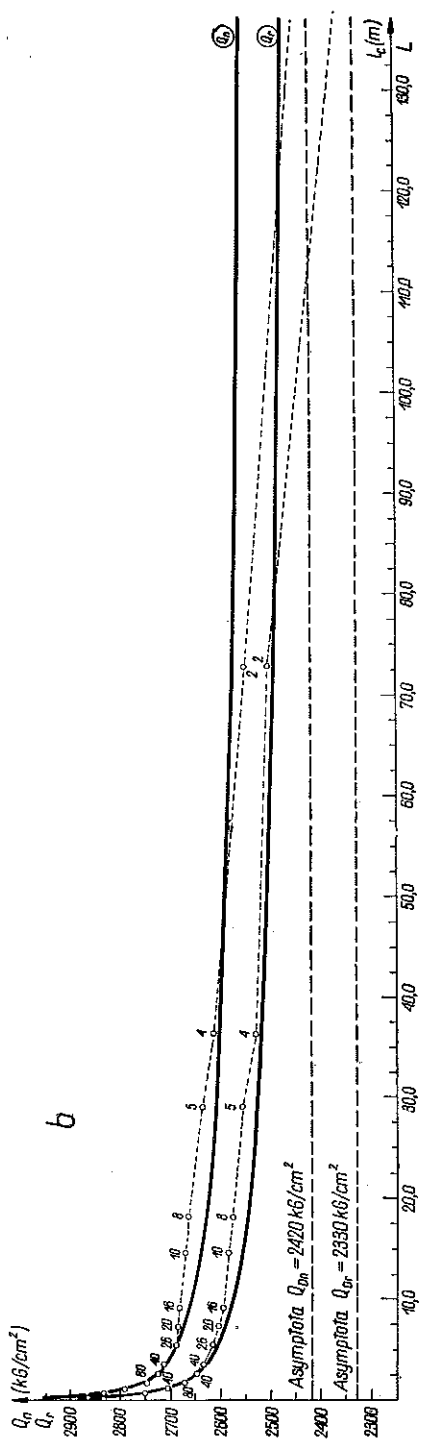
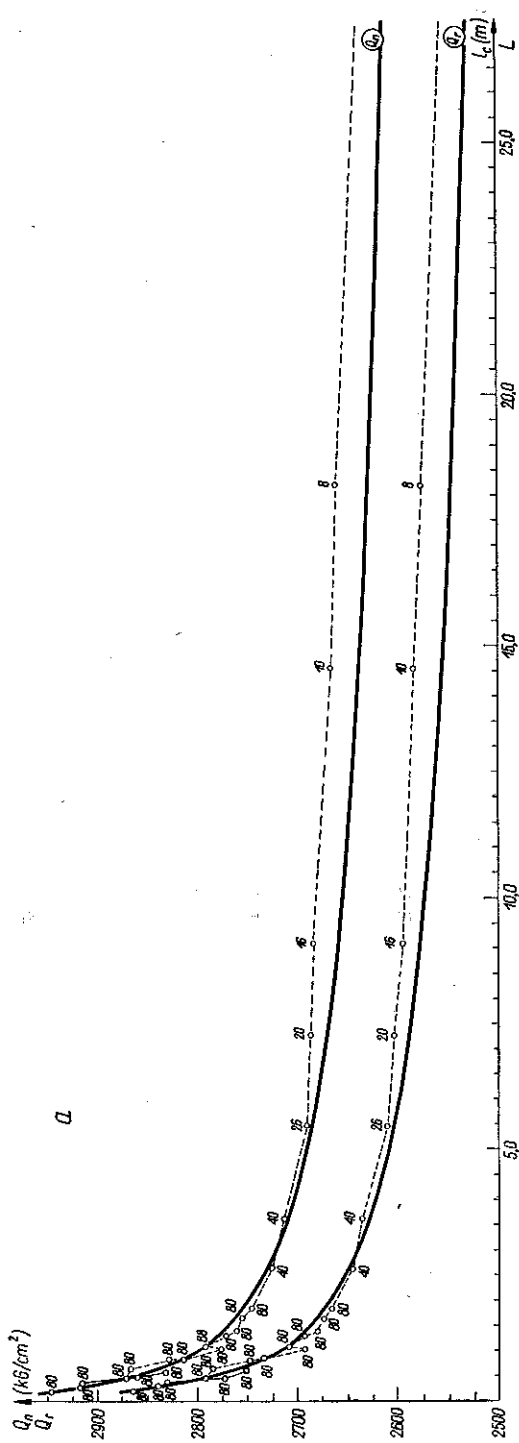
Za pewne dodatkowe potwierdzenie słuszności obranej metody może też być uznany fakt, że punkty odpowiadające wartościom  $R_n^0$  dla zbliżonych długości prętów leżą na ogół stosunkowo blisko siebie. Tak np. dla długości  $l_c = 46$  cm otrzymujemy bezpośrednio z doświadczenia  $R_n^0 = 6493$  kG/cm<sup>2</sup>, a dla długości  $l_c = 44$  cm, — drogą pośrednią dostajemy  $R_n^0 = 6492$  kG/cm<sup>2</sup>. Podobnie wytrzymałości prętów złożonych o długościach  $l_c = 80$  cm i  $l_c = 82$  cm, a także o  $l_c = 108$  cm i  $l_c = 112$  cm, otrzymanych pośrednio przez kombinację różnych składników, są do siebie odpowiednio bardzo zbliżone. Porównując ze sobą wykresy odpowiadające grupie IA (górną łamaną) i IB (dolną łamaną) widzimy, że posiadają one analogiczny charakter, lecz są wzajemnie przesunięte. Przesunięcie to można wytłumaczyć tym, że średnie własności wytrzymałościowe części zwoju, z których pobrano próbki grupy IA i IB, różnią się nieco od siebie (por. p. 2.9). Poza tym należy zwrócić uwagę, że materiały statystyczne nie są w obu przypadkach jednako obszerne: długość badanego odcinka zwoju wynosi bowiem w przypadku grupy IA 115,2 m, a w przypadku grupy IB 39 m. Jasne jest więc, że obie łamane są bardziej do siebie podobne w tych częściach, którym odpowiadają większe liczby prób. Można więc powiedzieć, że doświadczenia grupy IB, których rolą było uzupełnienie materiału grupy IA, spełniły na ogół swoje zadanie.

Wykres na rys. 14, opracowany w podobny sposób jak wykres na rys. 13, przedstawia zależność pomiędzy długością pręta a naprężeniami na granicy plastyczności, nominalnymi  $Q_n$  (górną łamaną) i rzeczywistymi  $Q_r$  (dolną łamaną). Analogiczny wykres na rys. 15 dotyczy naprężeń na granicy wytrzymałości, nominalnych  $R_n$  (górną łamaną) i rzeczywistych  $R_r$  (dolną łamaną).

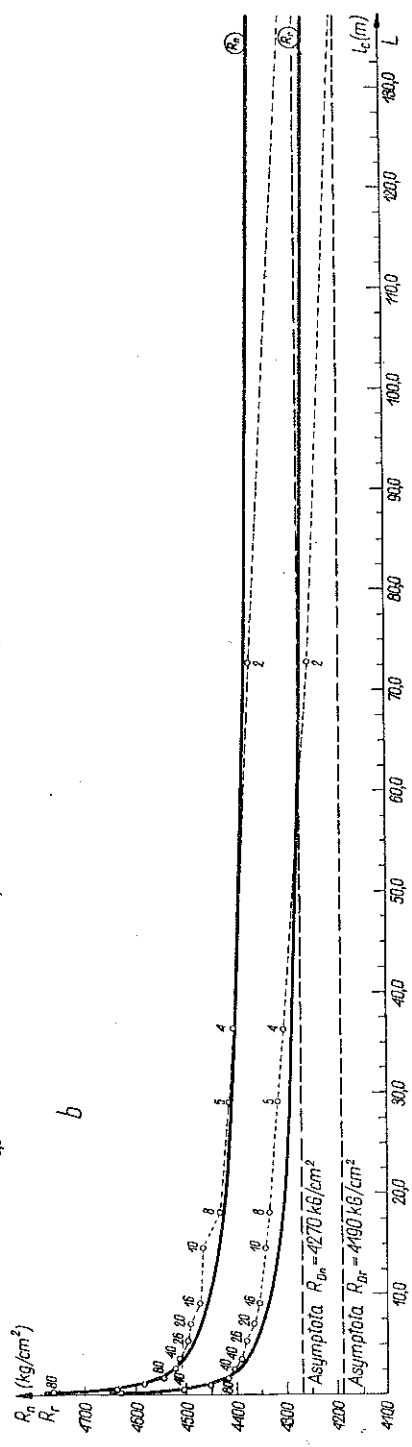
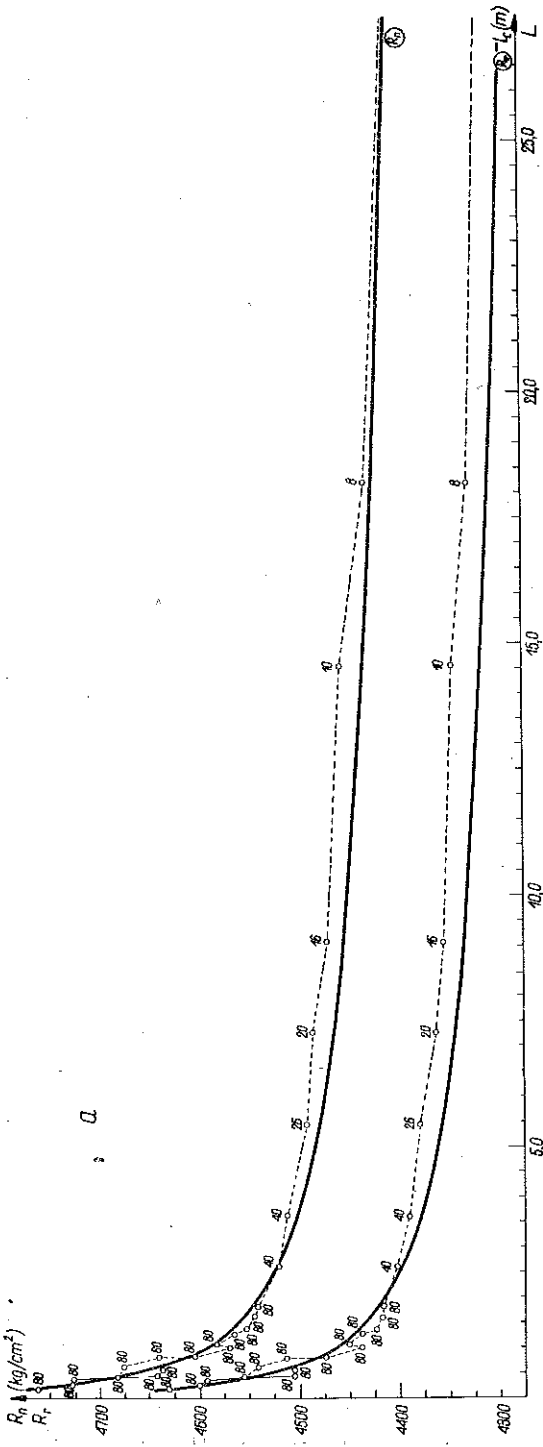
**2.7. Wybór zależności funkcyjnej.** Wszystkie ugrupowania wyników doświadczeń przedstawione na rysunkach 13-15 posiadają wspólne cechy, wszystkie linie łamane w orientacyjny sposób ilustrujące poszukiwane zależności funkcyjne  $R = f(l_c)$  między długością  $l_c$  a wytrzymałością  $R$  prętów rozciąganych osiowo są do siebie podobne i mogą być uważane za przybliżenia krzywych tego samego typu. Wybór odpowiedniej funkcji nie powinien więc przedstawiać większych trudności tym bardziej, że istnieją przesłanki pomagające w znalezieniu właściwej krzywej.

Po pierwsze, wytrzymałość elementów bardzo małych, a więc prętów bardzo krótkich powinna być zbliżona do «wytrzymałości molekularnej», a więc powinna być kilkaset razy większa od wytrzymałości technicznej, [1], [4]. Praktycznie rzecz biorąc, oś rzędnych  $R$  może być więc uważana za pionową asymptotę poszukiwanej krzywej (rys. 16).

Z drugiej strony, każdemu materiałowi powinna odpowiadać pewna minimalna wartość naprężeń na granicy wytrzymałości, oznaczona poprzednio (por. p. 1) przez  $R_D$ , przy czym  $R_D \geq 0$ . Prawdopodobieństwo wystąpienia przekroju «słabego» jest tym większe, im pręt jest dłuższy; istnieje pewność, że teoretyczny pręt nieskoń-



Rys. 14





czenie długi posiada przekrój o wytrzymałości minimalnej  $R_D$ . Tak więc prosta pozioma  $R = R_D$  może być uważana za drugą asymptotę omawianej krzywej.

Opisane warunki spełnia np. gałąź hiperboli równoramiennej. Taką też postać funkcji podaje np. J. FRENKEL przy omawianiu zależności wytrzymałości włókien szklanych od ich średnic, [1]. Wydaje się jednak, że byłoby to duże uproszczenie, nie ma bowiem argumentów przemawiających za tym, że omawiana zależność przedstawia krzywą równoramienną. Dlatego też można zaproponować następującą funkcję, zgodną zresztą z postacią wyrażenia (1.8)

$$(2.1) \quad R = R_D + \frac{k}{\left(\frac{l_c}{l_1}\right)^c},$$

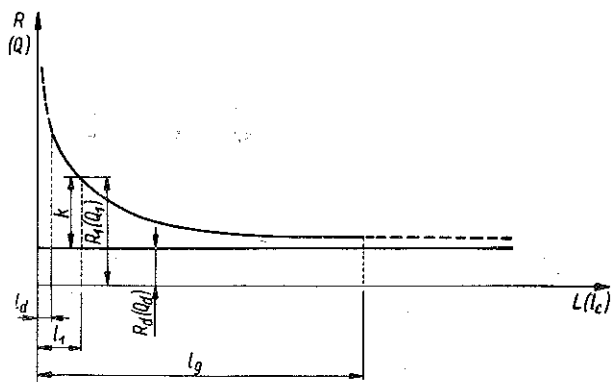
gdzie:  $l_1$  oznacza przyjętą długość jednostkową pręta,  $c$  parametr właściwy dla rozpatrywanego materiału,  $k$  parametr wyrażający różnicę pomiędzy wytrzymałością  $R_1$  pręta o długości jednostkowej a wytrzymałością minimalną  $R_D$ , czyli

$$k = R_1 - R_D.$$

Zależność (2.1) można też przedstawić w postaci

$$(2.2) \quad R = R_D + \frac{k}{L^c},$$

gdzie  $L$  jest długością względną pręta (wielkość niemianowana, liczona w porównaniu z długością jednostkową  $l_1$  jako miarą).



Rys. 16

Aby wyrazić zależność pomiędzy naprężeniami na granicy plastyczności a długością pręta, ponieważ wyniki doświadczeń mają w tym przypadku bardzo podobny charakter, przyjmujemy tę samą postać funkcji

$$(2.3) \quad Q = Q_D + \frac{k}{L^c},$$

gdzie  $Q_D$  oznacza minimalne wartości naprężeń na granicy plastyczności. Parametry  $k$  i  $c$  charakteryzujące materiał pręta mają tu naturalnie analogiczne znaczenie fizyczne, lecz odpowiednio inne wartości liczbowe, przy czym oczywiście w danym przypadku.

$$k = Q_1 - Q_D,$$

gdzie  $Q_1$  jest granicą plastyczności odpowiadającą długości jednostkowej.

Należy tu jeszcze zwrócić uwagę na to, że skrajne części wykresu, oznaczone na rys. 16 linią przerywaną, mają znaczenie jedynie formalno-teoretyczne. Nie może być oczywiście mowy ani o prętach nieskończenie krótkich, ani nieskończenie długich i nie o to tutaj zresztą chodzi. Wydaje się, że — w sensie zależności (2.2) i (2.3) — dolną granicę długości  $l_d$  pręta rozciąganego osiowo wyznacza spełnienie się zasady *Saint-Venanta*, dotyczącej naprężeń miejscowych, górną  $l_g$ , zaś określają długości prętów w rzeczywistości używanych. Z punktu widzenia konstrukcyjno-budowlanego obszar praktycznych zastosowań równości (2.2) i (2.3) — oznaczony na rys. 16 linią nieprzerywaną ( $l_d \leq l_c \leq l_g$ ) — rozciągać się może od kilku centymetrów,  $l_d$ , do kilkudziesięciu metrów,  $l_g$ . Trudno tu zresztą podać zasadę generalną, zakres praktycznej stosowalności wzorów (2.2) i (2.3) należy bowiem rozpatrywać indywidualnie w zależności od takich np. czynników, jak materiał, średnica pręta oraz jego przeznaczenie.

**2.8. Wyznaczenie wartości liczbowych parametrów.** Aby nadać konkretną postać wzorowi (2.2) lub (2.3) należy określić wartości liczbowe trzech parametrów  $R_D$  ( $Q_D$ ),  $k$  i  $c$  charakteryzujących materiał pręta. Parametry te mogą być wyznaczone jedynie w sposób empiryczny, przy czym rozporządzając odpowiednim materiałem doświadczalnym, najwygodniej posłużyć się metodą najmniejszych kwadratów.

Weźmy pod uwagę wyrażenie

$$(2.4) \quad S = \sum_{i=1}^m n_i (R_i^0 - R_i)^2,$$

gdzie  $R_i^0$  są to podane w tablicach 2-4 otrzymane z doświadczenia wartości średnie naprężeń na granicy wytrzymałości nominalnych  $R_m^0$  lub rzeczywistych  $R_{ri}^0$ ,  $R_i$  poszukiwane wartości funkcji (2.2) odpowiadające tym samym długościom pręta  $L_i$ , dla których wyznaczono  $R_i^0$ ,  $n_i$  liczby prób odpowiadające poszczególnym wartościom  $R_i^0$  oraz  $m$  liczba wartości  $R_i^0$ .

Wyrażeniu (2.4) możemy nadać postać

$$(2.5) \quad S = \sum_{i=1}^m n_i \left( R_i^0 - R_D - \frac{k}{L_i^c} \right)^2.$$

Ponieważ wielkość  $S$  musi czynić zadość warunkowi minimum, to dla wyznaczenia trzech parametrów otrzymujemy następujący układ równań:

$$\frac{\partial S}{\partial R_D} = -2 \sum_{i=1}^m n_i \left( R_i^0 - R_D - \frac{k}{L_i^c} \right) = 0,$$

$$\frac{\partial S}{\partial k} = -2 \sum_{i=1}^m n_i \left( R_i^0 - R_D - \frac{k}{L_i^c} \right) \frac{1}{L_i^c} = 0,$$

$$\frac{\partial S}{\partial c} = -2 \sum_{i=1}^m n_i \left( R_i^0 - R_D - \frac{k}{L_i^c} \right) \left( -\frac{k}{L_i^{2c}} \ln L_i \right) = 0,$$

czyli po uproszczeniu

$$(2.6) \quad \begin{cases} \sum_{i=1}^m n_i R_i^0 - R_D \sum_{i=1}^m n_i - k \sum_{i=1}^m n_i \frac{1}{L_i^c} = 0, \\ \sum_{i=1}^m n_i R_i^0 \frac{1}{L_i^c} - R_D \sum_{i=1}^m n_i \frac{1}{L_i^c} - k \sum_{i=1}^m n_i \frac{1}{L_i^{2c}} = 0, \\ \sum_{i=1}^m n_i R_i^0 \frac{\lg L_i}{L_i^c} - R_D \sum_{i=1}^m n_i \frac{\lg L_i}{L_i^c} - k \sum_{i=1}^m n_i \frac{\lg L_i}{L_i^{2c}} = 0. \end{cases}$$

Rozwiązanie powyższego układu równań przestępnych jest bardzo uciążliwe i może być dokonane jedynie drogą prób. Można tu zaproponować następujący sposób postępowania. Obieramy dowolną, przybliżoną wartość  $R_D = R'_D$  i wprowadzamy oznaczenie

$$\bar{R} = R - R'_D.$$

Wobec tego wzór (2.2) przybiera postać

$$\bar{R} = \frac{k}{L^c},$$

czyli

$$\lg \bar{R} = \lg k - c \lg L.$$

W związku z tym wzór (2.5) można przedstawić następująco:

$$\bar{S} = \sum_{i=1}^m n_i (\lg R_i^0 - \lg k + c \lg L_i)^2.$$

Stąd

$$\frac{\partial \bar{S}}{\partial k} = -2 \sum_{i=1}^m n_i (\lg \bar{R}_i^0 - \lg k + c \lg L_i) \frac{1}{k \ln 10} = 0,$$

$$\frac{\partial \bar{S}}{\partial c} = 2 \sum_{i=1}^m n_i (\lg \bar{R}_i^0 - \lg k + c \lg L_i) \lg L_i = 0,$$

to znaczy po uproszczeniu

$$(2.7) \quad \begin{cases} \sum_{i=1}^m n_i \lg \bar{R}_i^0 - \lg k \sum_{i=1}^m n_i + c \sum_{i=1}^m n_i \lg L_i = 0, \\ \sum_{i=1}^m n_i \lg \bar{R}_i^0 \lg L_i - \lg k \sum_{i=1}^m n_i \lg L_i + c \sum_{i=1}^m n_i \lg L_i^2 = 0. \end{cases}$$

Po wyznaczeniu z równań (2.7) parametrów  $k$  i  $c$  podstawiamy je do równania (2.6)<sub>b</sub>, z którego otrzymujemy nową wartość  $R_D$ , wskazującą nam, w jaki sposób należy skorygować obraną poprzednio wielkość  $R'_D$ , aby zbliżyć się do wyniku ścisłego. Przyjmując w drugim przybliżeniu nową wartość  $R''_D$  powtarzamy obliczenie według poprzedniego schematu i postępujemy w ten sposób dotąd, aż wyznaczymy poszukiwane wartości parametrów  $R_D$ ,  $k$  i  $c$  z żadaną ścisłością. Warto tu jeszcze zwrócić uwagę, że pozostałe dwa równania (2.6)<sub>1</sub> i (2.6)<sub>a</sub> mogą służyć jako sprawdzian poprawności rozwiązania.

Jest rzeczą zupełnie zrozumiałą, że przytoczone rozumowanie odnosi się w równym stopniu do zależności pomiędzy długością pręta a jego wytrzymałością (2.2) jak i granicą plastyczności (2.3).

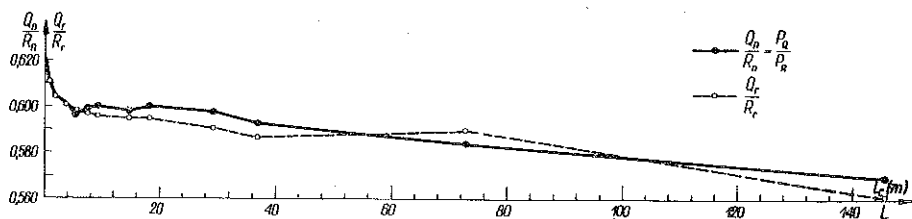
Wartości liczbowe parametrów wyznaczono sześciokrotnie: dla naprężeń nominalnych  $R_n$  w prętach grupy IA i IB dla naprężeń nominalnych  $R_n$  i  $Q_n$  oraz rzeczywistych  $R_r$  i  $Q_r$  w prętach II grupy doświadczeń. Za jednostkę długości przyjęto wszędzie  $l_1 = 1$  m. Wyniki obliczeń ujęte są w tablicy 6. Graficzne przedsta-

Tablica 6

Para- metr	Grupa doświad- czeń	IA ( $R_n$ )	IB ( $R_n$ )	II ( $Q_n$ )	II ( $Q_r$ )	II ( $R_n$ )	II ( $R_r$ )
		$R_D(Q_D)$ kG/cm <sup>2</sup>	przyjęto	przyjęto	0	2420	2330
$k$	kG/cm <sup>2</sup>	6432	6350	378	387	324	275
$c$		0,012	0,011	0,208	0,202	0,260	0,294

wienie poszukiwanych funkcji (2.2) i (2.3) pokazane jest na rysunkach 13-15. Na wykresie 13 *a-c* górne krzywe dotyczą grupy IA, dolne zaś grupy IB. Na rysunkach 14*a* i 14*b*, 15*a* i 15*b* górne krzywe dotyczą naprężeń nominalnych, dolne zaś naprężeń rzeczywistych na granicy plastyczności lub wytrzymałości. Jak widać, omawiane zależności występują we wszystkich grupach doświadczeń bardzo wyraźnie oraz posiadają wszystkie ten sam charakter (wytrzymałość lub granica plastyczności w podobny sposób maleje wraz z długością pręta), przy czym zgodność z doświadczeniem jest wszędzie duża.

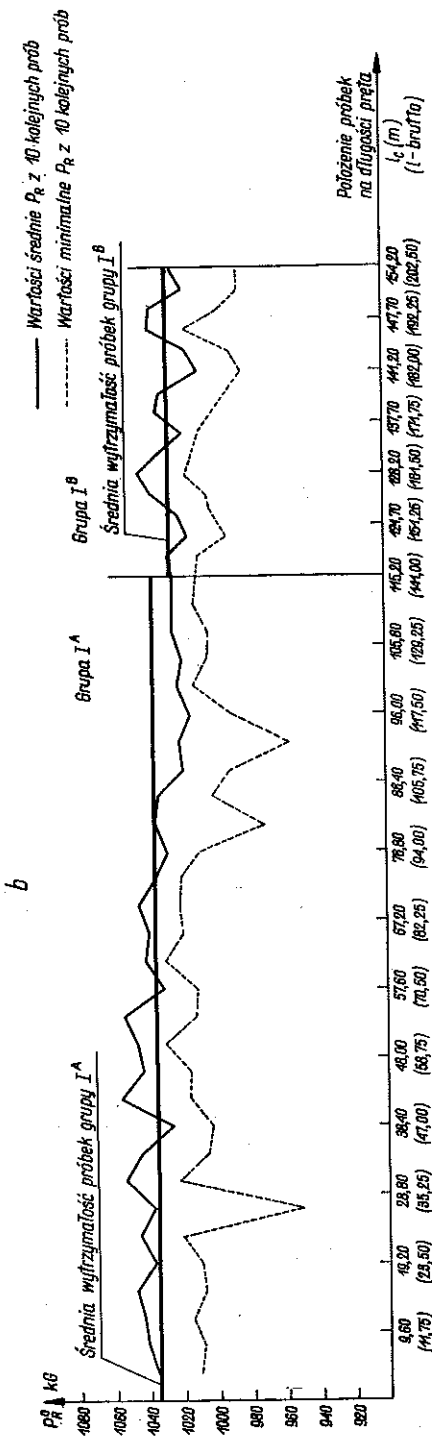
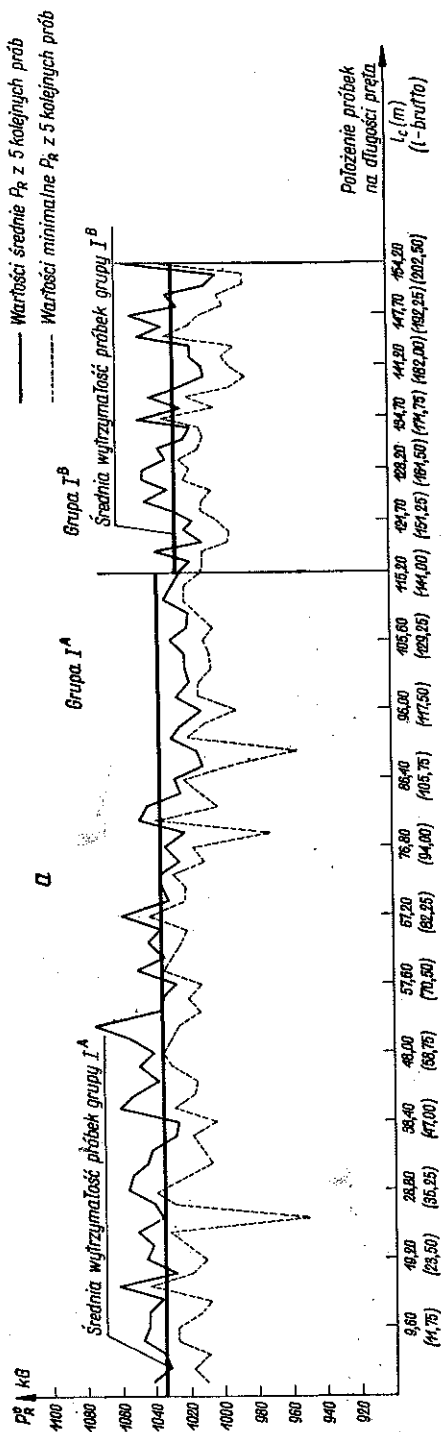
2.9 Uzupelnienia. Badanie stosunku  $Q^0/R^0$ . Jak stwierdzono przy badaniach próbek grupy wstępnej, stosunek wartości średnich naprężeń na granicy plastyczności do naprężeń na granicy wytrzymałości nie jest stały i maleje wraz ze wzrostem długości pręta (rys. 8e). Potwierdzenie tych obserwacji uzyskano na podstawie doświadczeń grupy II, graficzne opracowanie otrzymanych wyników pokazano na rysunku 17. Linie ciągłe dotyczą tu stosunku naprężeń nominalnych



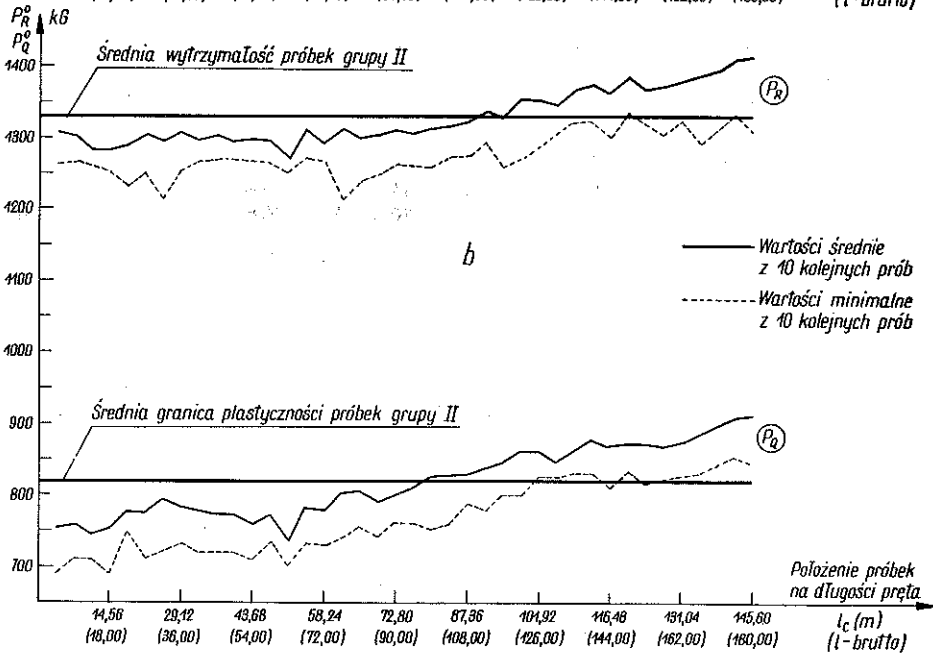
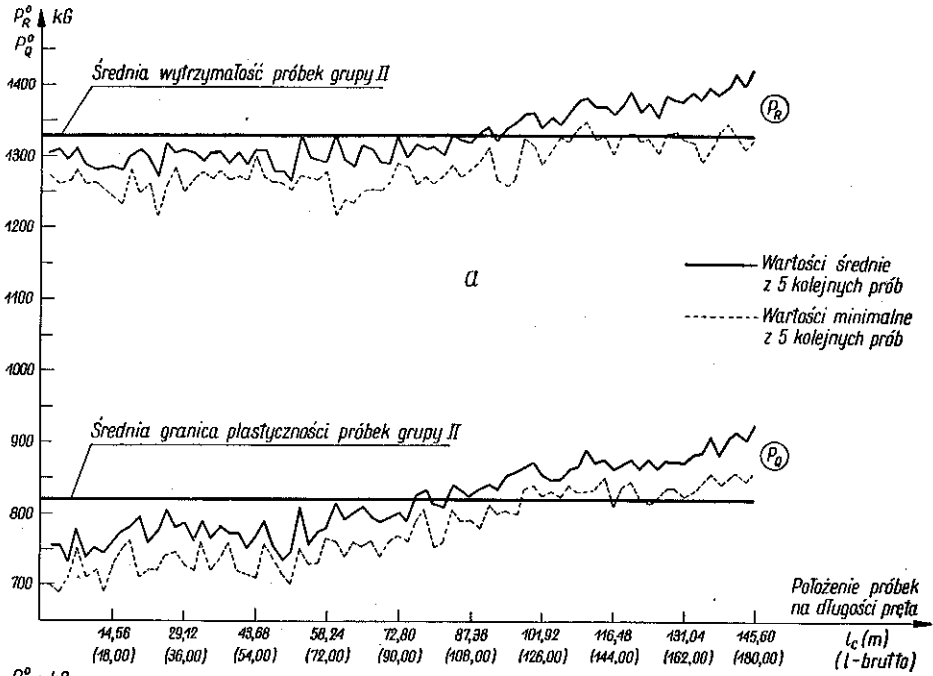
Rys. 17

$Q_n^0/R_n^0$ , przerywane zaś — stosunku naprężeń rzeczywistych  $Q_r^0/R_r^0$ . Dla niewielkich długości pręta ( $l_c \leq 1,08$  m) linie te pokrywają się ze sobą. Omówione wyżej rezultaty zdają się świadczyć, że zależność pomiędzy stosunkiem  $Q/R$  a długością pręta posiada charakter prawidłowości, brak jednak wystarczających przesłanek, aby temu związkowi przypisać bardziej ogólne znaczenie.

Zmienność własności wytrzymałościowych na długości pręta. Zarówno wytrzymałość jak i granica plastyczności sąsiadujących ze sobą próbek różnią się od siebie i to niekiedy dość znacznie; powstaje w ten sposób rozrzut otrzymywanych wyników. Obok tych miejscowych zmian dotyczących położonych blisko siebie odcinków pręta stwierdzono jednak także regularną zmienność średnich własności wytrzymałościowych występującą na dużych długościach badanej części zwoju. W celu zilustrowania omawianego faktu sporządzono rysunki 18 i 19. Rysunek 18 dotyczy grup IA i IB; pokazano tu zmienność proporcjonalnych do naprężeń nominalnych średnich wartości sił niszczących  $P_R^0$  na długości zbadanej części zwoju. Długość ta wynosi 154,2 m, jeśli obliczyć ją jako sumę długości rzeczywistych  $l_c$  swobodnych części próbek oraz 202,5 m, jeśli uwzględnić «martwe» części próbek, zaciśnięte w szczękach. Poszczególne rzędne wykresu 18a obrazują wartości średnie  $P_R^0$  (linie ciągłe) oraz wartości minimalne (linie przerywane) otrzymane z 5 kolejnych prób. Wykres 18b sporządzony w podobny sposób dotyczy wartości średnich  $P_R^0$  i minimalnych  $P_R$  uzyskanych z 10 kolejnych prób. Inaczej mówiąc, rzędne wykresów charakteryzują przeciętne własności wytrzymałościowe materiału pręta w pewnym przedziale, obejmującym odpowiednio jedną lub dwie serie próbek. Jak widać, własności te zmieniają się na długości pręta: pierwszej połowie badanej części zwoju odpowiadają wyższe wytrzymałości aniżeli drugiej. Dlatego też średnia wytrzymałość próbek grupy IB, pobranych z ostatniej części zwoju jest nieco mniejsza niż średnia wytrzymałość



Rys. 18



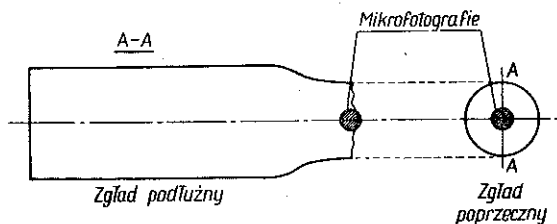
Rys. 19

próbek grupy IA. Fakt ten dobrze tłumaczy wzajemne przesunięcie odpowiednich krzywych na wykresie 13a-13c.

W podobny sposób opracowano wyniki doświadczeń grupy II; ilustrują to rys. 19a i 19b. Tutaj zmienność własności wytrzymałościowych występuje jeszcze znacznie wyraźniej: seriom próbek położonych w drugiej połowie badanej części zwoju odpowiadają regularnie większe wartości sił na granicy plastyczności  $P_Q^0$ , jak i na granicy wytrzymałości  $P_R^0$ .

Na tle tego zjawiska staje się jasne, że sposób pobierania próbek omówiony poprzednio w p. 2.2, a polegający na tym, że każdy typ długości próbek jest reprezentowany we wszystkich partiach badanego zwoju, ma tutaj bardzo duże znaczenie. Gdybyśmy bowiem obrali inną drogę przygotowania materiału doświadczalnego, to znaczy np. gdyby z początkowego odcinka zwoju pobrane zostały wszystkie próbki najkrótsze, a następnie kolejno coraz dłuższe lub na odwrót, wówczas otrzymane wyniki uległyby zasadniczemu zniekształceniu.

**Analiza metalograficzna.** Za główną przyczynę otrzymywanego rozrzutu wyników prób wytrzymałościowych uważać można niejednorodność materiału, czyli zmienność jego struktury. Aby tę zmienność przykładowo zobrażować, posłużono się analizą metalograficzną obu rozpatrywanych rodzajów stali. W tym celu wybrano 10 próbek z grupy IA i IB oraz 10 próbek z grupy II, wykazujących różne własności wytrzymałościowe i pobranych z różnych części obu zwojów. Na próbkach tych wykonano następnie w miejscu zerwania zglądy metalograficzne (por. rys. 20) podłużne (równoległe do osi pręta, czyli do kierunku jego obróbki



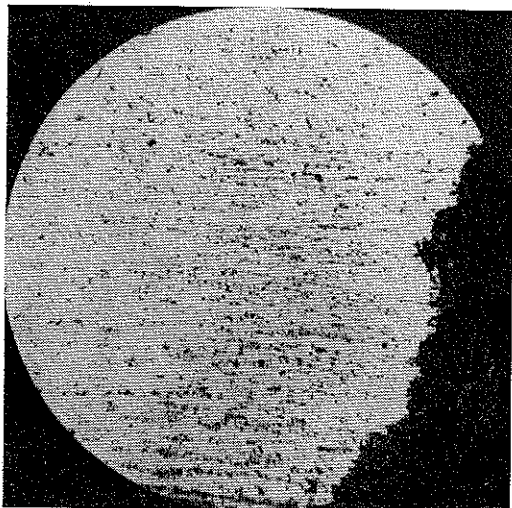
Rys. 20

łutniczej) oraz poprzeczne (prostopadłe od osi pręta). Próbki zostały następnie wytrawione 4% roztworem alkoholowym kwasu azotowego i poddane obserwacjom mikroskopowym, przy czym wykonano odpowiednie mikrofotografie każdego zglądu przy 100-krotnym powiększeniu wymiarów liniowych. Zamieszczone dla przykładu fotografie przedstawiają przekroje podłużne 4 próbek grupy IA i IB (rys. 21-24) i 8 próbek grupy II (rys. 27-34) oraz przekroje poprzeczne 2 próbek grupy IA (rys. 25-26) i 2 próbek grupy II (rys. 35-36), przy czym wszędzie pokazano fragmenty materiału położone na osi pręta w bezpośrednim sąsiedztwie miejsca zerwania (nieregularne krawędzie na mikrofotografiach zglądów podłużnych).

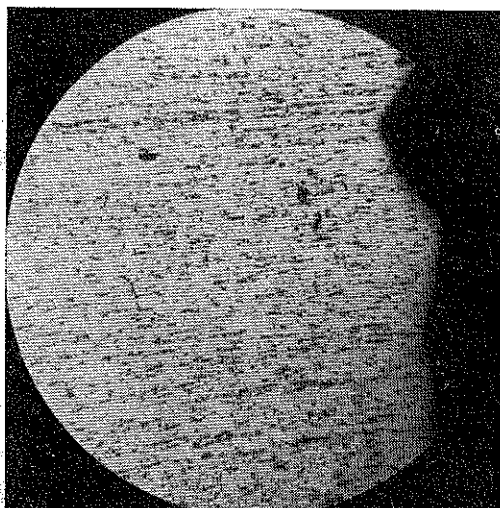
Obserwacje mikroskopowe dokonane na zglądach podłużnych, obejmujących odcinki pręta o długości około 3 cm, wykazały bardzo nieznaczne różnice struktury



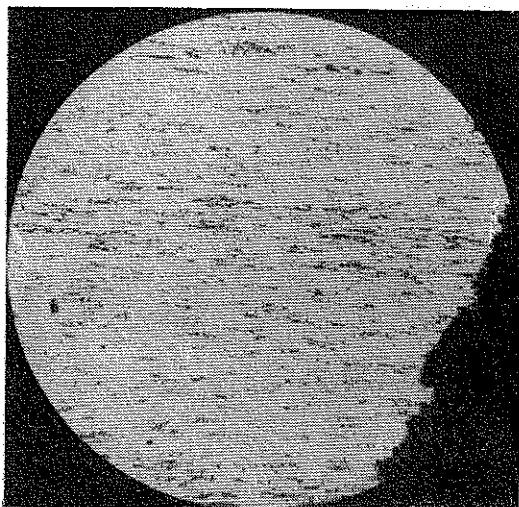
ralne pomiędzy materiałem położonym przy krawędzi zerwania, a materiałem znajdującym się poza obrębem przewężenia. Stąd wniosek, że struktura materiału odpowiadająca miejscu zerwania posiada taki sam charakter na przestrzeni co



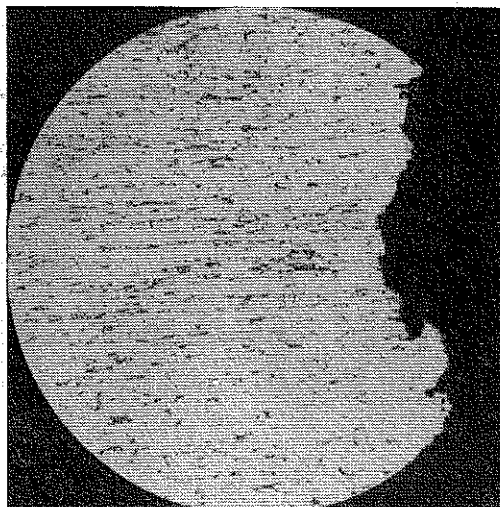
Rys. 21



Rys. 22



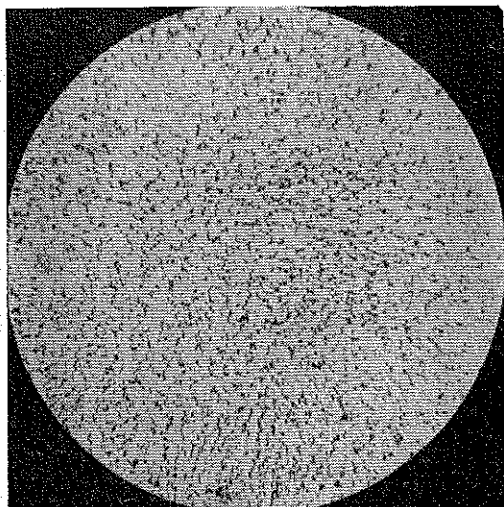
Rys. 23



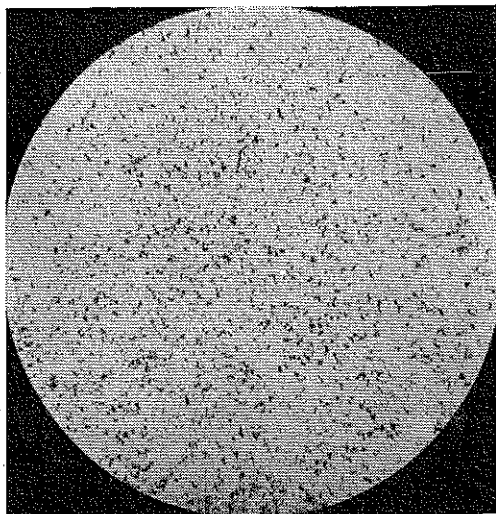
Rys. 24

najmniej kilku cm. Prawie wszystkie wykonane zglądy wykazały nieliczne zanieczyszczenia typu niemetalicznego. Stwierdzono ponadto częściowe odwęglenie skrajnych włókien niektórych prętów do głębokości 0,2-0,5 mm.

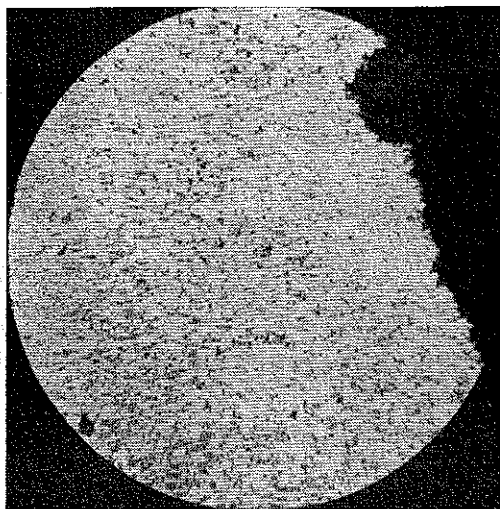
Wszystkie badane próbki wykazują strukturę ferrytyczno-perlityczną, na ogół drobnoziarnistą. Próbki grupy IA i IB różnią się od próbek grupy II znacznie drobniejszym uziarnieniem perlitu i bardziej równomiernym jego rozmieszczeniem,



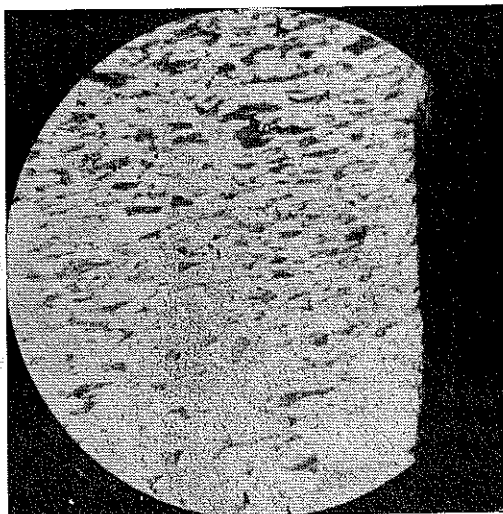
Rys. 25



Rys. 26



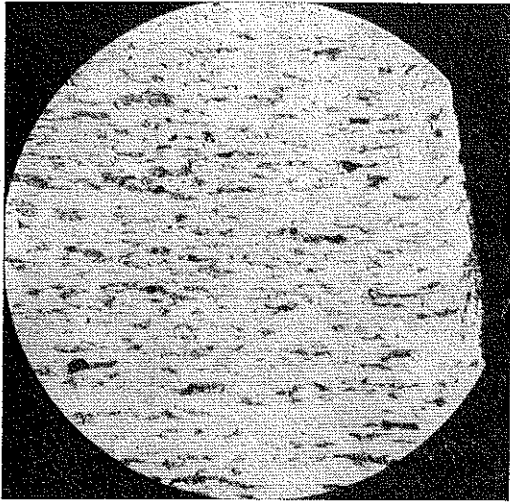
Rys. 27



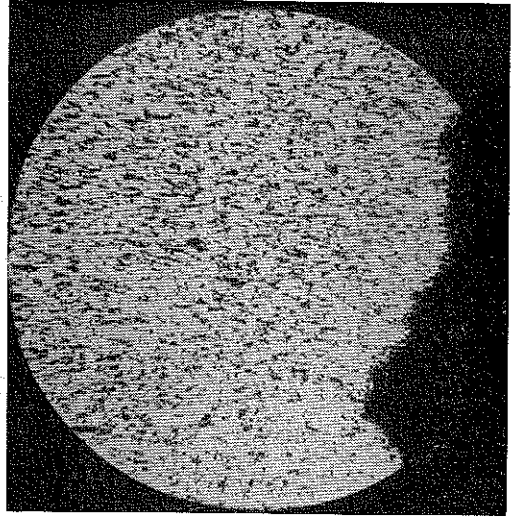
Rys. 28

to znaczy większą regularnością budowy. Ponadto struktura pasmowa perlitu wyraźnie występująca w materiale grupy IA i IB, jest o wiele słabiej zaznaczona lub nawet w ogóle niewidoczna w materiale grupy II.

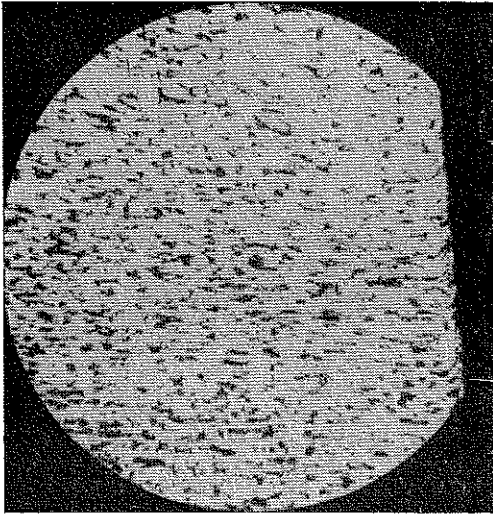
Wykonane obserwacje wykazują, że różnice w budowie wewnętrznej mają wyraźny wpływ na wytrzymałość odpowiednich próbek. Można tu ogólnie stwierdzić, że im struktura perlitu jest bardziej drobnoziarnista, im bardziej jest on równo-



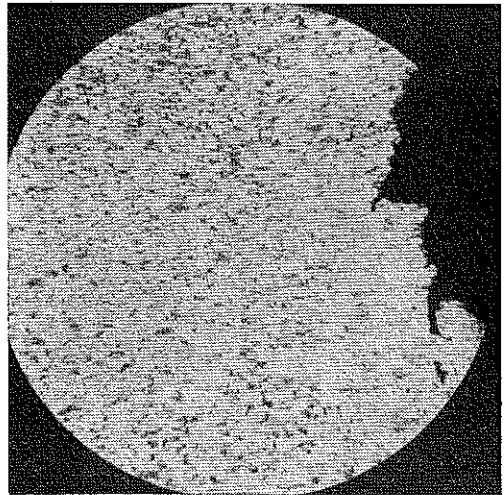
Rys. 29



Rys. 30



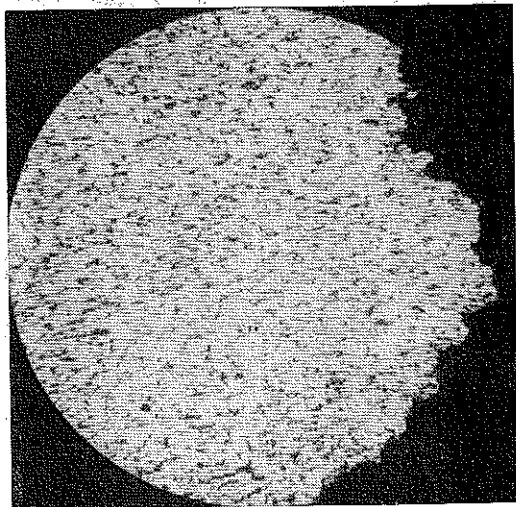
Rys. 31



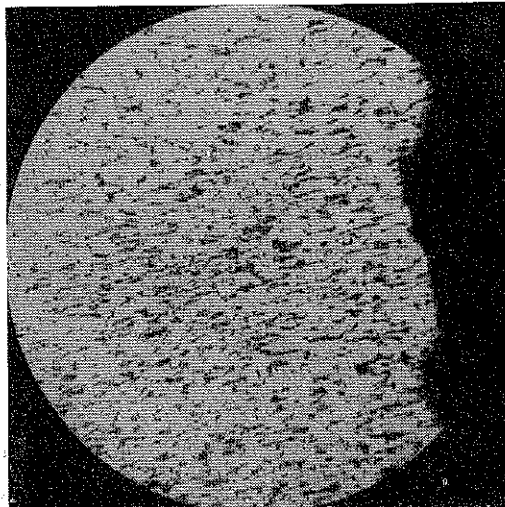
Rys. 32

miernie rozłożony w masie ferrytu oraz im jego zawartość jest większa, tym wyższa jest wytrzymałość stali. Jako przykład może tu służyć porównanie próbek IA/157 i IA/259 (rys. 22 i 23). Widoczne jest to również na zglądach poprzecznych: próbka

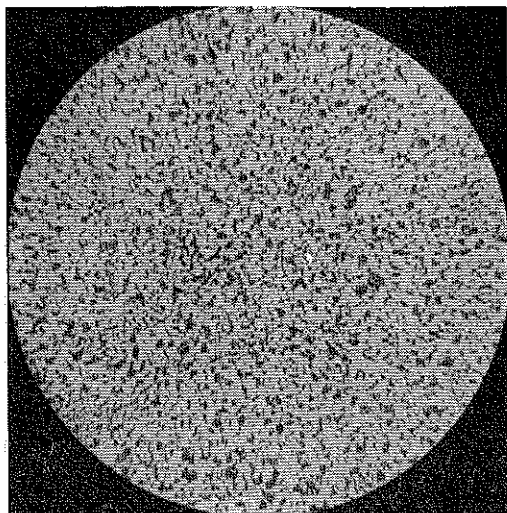
nr IA/96 o regularnej budowie (rys. 25) ma wyższą wytrzymałość niż próbka nr IA/259 (rys. 26), w której perlit jest mniej równomiernie rozłożony i, jak się zdaje, występuje w mniejszej ilości. Jeszcze bardziej jaskrawe różnice występują w budowie



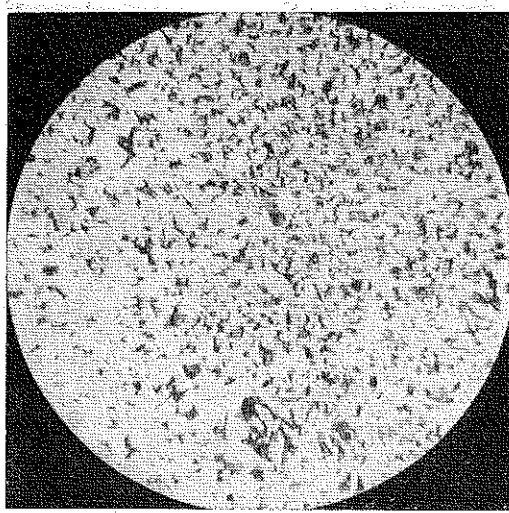
Rys. 33



Rys. 34



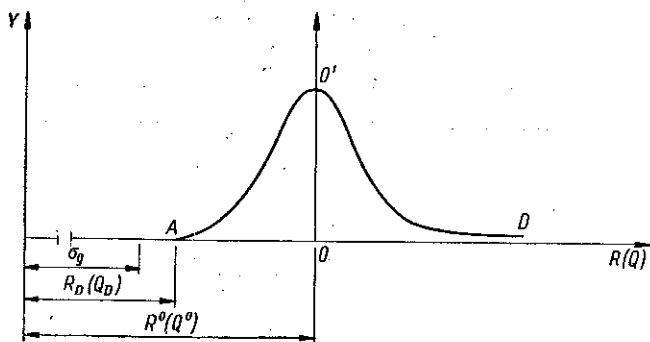
Rys. 35



Rys. 36

próbek grupy II. Tak np. próbka nr II/96 przedstawiona na rys. 27 (zgląd podłużny) i na rys. 35 (zgląd poprzeczny) ma perlit znacznie bardziej drobnoziarnisty i bardziej równomiernie rozłożony w całym przekroju aniżeli próbka nr II/99 (rys. 28 — zgląd

podłużny i rys. 36 — zgląd poprzeczny). Należy tu ponadto zwrócić uwagę na to, że obie tak znacznie różniące się pod względem strukturalnym próbki są stosunkowo bardzo blisko siebie położone: odległość ich środków wynosi bowiem zaledwie 1,2 m. Wynika stąd wniosek, że zbadanie próbki pobranej z pręta konstrukcyjnego pozwala w ograniczonym tylko stopniu wnioskować o jego cechach strukturalnych i wytrzymałościowych.



Rys. 37

Warto tu jeszcze przytoczyć jako dodatkowy przykład fakt, że zaobserwowanemu średniemu wzrostowi wytrzymałości i granicy plastyczności, występującemu na końcowych odcinkach zwoju II (por. rys. 19), towarzyszy również wzrost regularności budowy wewnętrznej materiału. Świadczyć o tym może porównanie ostatnich próbek grupy II (rys. 30-34) z próbkami pobranymi z początkowych części zwoju (rys. 27-29).

### 3. Podsumowanie i wnioski ogólne

Przedstawione wyniki badań w pełni potwierdzają istnienie zjawiska skali w przypadku rozciąganych osiowo prętów stalowych w sensie występowania zależności pomiędzy ich długością a wytrzymałością i granicą plastyczności. W odniesieniu do granicy plastyczności można zresztą nawet mówić o wykryciu omawianej zależności. Rozmiary zjawiska skali są różne, przy czym zależą od gatunku materiału. Można ogólnie powiedzieć, że im gatunek stali jest wyższy, w sensie większej jej jednorodności, tym rozmiary zjawiska są mniejsze. Obliczając np. stosunek naprężeń nominalnych na granicy wytrzymałości odpowiadających prętom o długościach  $l_c = 0,1$  m i  $l_c = 25$  m, sporządzonych ze stali zwoju I, otrzymamy wartość równą 0,935. Stosunek wytrzymałości analogicznych prętów wykonanych ze zwoju II (stal St37) wyniesie 0,907, zaś stosunek naprężeń na granicy plastyczności 0,862. Wynika stąd dodatkowo, że granica plastyczności w silniejszym jeszcze stopniu podlega zjawisku skali niż wytrzymałość; znalazło to zresztą pośrednie potwierdzenie przy badaniu zmian stosunku  $Q/R$  w zależności od długości pręta (por. p. 2.9, rys. 15).

Jeśli chodzi o metodykę badań, to na tle otrzymanych wyników wydaje się słuszne przyjęcie zaproponowanego sposobu weryfikacji pośredniej wytrzymałości prętów o dużych długościach. Na korzyść tego sposobu przemawia również wielkie podobieństwo otrzymanych na różnej drodze krzywych IA i IB (p. 2.8, rys. 13).

Wyjaśnienie zjawiska skali powinno mieć również znaczenie przy normalizacji wymiarów próbek wytrzymałościowych, [9]. Niesposób tu także pominąć faktu, że długość rzeczywista dopuszczonych przez normy próbek nieobrobionych nie jest równa umownej długości pomiarowej liczonej w świetle pomiędzy uchwytami (por. p. 2.4).

Za główną przyczynę zjawiska skali należy uznać szeroko pojętą niejednorodność materiału. W przypadku stali złożą się tu takie czynniki losowe, jak różnice struktury zasadniczej, zmiany składu chemicznego, zanieczyszczenia niemetaliczne, pęcherzyki powietrzne, korozja powierzchni itp. O wpływie tego ostatniego czynnika była już mowa w p. 2.3, gdzie stwierdzono, że niewielka korozja nie ma widocznego wpływu na wytrzymałość próbki. Zresztą korozja, która może być określona jako niejednorodność warstwy powierzchniowej pręta, jest również jednym z naturalnych czynników losowych, z jakimi należy liczyć się w praktyce.

Niektóre publikacje, [1] i [4], przedstawiają zjawisko skali jako wynik działania sumy «defektów». Jak już wspomniano w p. 1 taka interpretacja jest dla stali nieco sztuczna, gdyż defekty są w gruncie rzeczy niewymierne, to znaczy trudno sklasyfikować ich stopień, rodzaj oraz podać liczbę, skoro praktycznie niepodobna określić, które fragmenty rozpatrywanego materiału można uważać za normalne. Wydaje się, że znacznie prostsze jest uznanie niejednorodności za naturalny stan materiału, przy czym jej charakterystykę może stanowić występujący w zależnościach (2.2) i (2.3) zespół parametrów  $R_D$  ( $Q_D$ ),  $k$  i  $c$ .

Warto jeszcze pokrótce omówić znaczenie parametrów  $R_D$  i  $Q_D$ , to jest minimalnej wytrzymałości lub minimalnej granicy plastyczności. Wielkości  $R_D$  i  $Q_D$  są oczywiście zawsze mniejsze od minimalnych wyników uzyskanych z doświadczenia. Wyznaczając z układu równań (2.6) wielkości  $R_D$  i  $Q_D$  mamy prawo oczekiwać, że niższych naprężeń niszczących w danym materiale nie napotkamy, inaczej mówiąc zawsze będzie  $R \geq R_D$  i  $Q \geq Q_D$ .

Budując dla danego materiału odpowiednią krzywą (rys. 37) rozkładu prawdopodobieństwa (np. krzywą Pearsona), możemy uznać za początek tej krzywej punkt  $A$  o odciętej  $R_D$  ( $Q_D$ ). W takim razie, [8], jeśli w wykonanym z tego materiału osiowo rozciągającym pręcie konstrukcyjnym panuje naprężenie graniczne  $\sigma = \sigma_g$ , to (jeśli chcemy, aby wskaźnik bezpieczeństwa dla tego pręta  $p' = 1$ ) musi być  $\sigma_g < R_D$  lub  $\sigma_g < Q_D$ , przy czym tutaj

$$\sigma_g = \sigma_0 (1 + \sum a_i),$$

gdzie  $\sigma_0$  oznacza naprężenie obliczone przy założeniu spełnienia się hipotez wytrzymałościowych, w tym przypadku  $\sigma = P/A$ ,  $a_i$  współczynnik wyrażający względny przyrost naprężeń, wywołany niespełnieniem się jednej z hipotez wytrzymałościowych.

wych. Tak np. w przypadku pręta wykonanego ze zwoju II musi być  $\sigma_g < Q_D = 2330$  [kG/cm<sup>2</sup>], jeśli za naprężenia niszczące uznamy naprężenia rzeczywiste na granicy plastyczności.

Z otrzymanych poprzednio (p. 2.8) sześciu wartości  $Q_D$  i  $R_D$  zastrzeżenia budzą wielkości uzyskane dla grupy IA i IB, co można przypisać zbytnej jeszcze szczupłości materiału statystycznego.

W praktyce inżynierskiej napotykamy często długie pręty rozciągane osiowo, jak np. wieszaki, ściągi, liny nośne itp., a więc elementy o długości rzędu kilkudziesięciu lub nawet kilkuset metrów (np. przewody linii wysokiego napięcia). O wytrzymałości materiału tych elementów orzekamy jednak na podstawie badań przeprowadzonych na próbkach laboratoryjnych, a więc prętach bardzo krótkich. Jest rzeczą jasną, że istnienie zjawiska skali zmniejsza w takim razie faktyczny współczynnik bezpieczeństwa tego rodzaju konstrukcji. Aby zbliżyć się do stanu obiektywnego możemy tu także zastosować metodę tradycyjną, mianowicie wprowadzić współczynnik redukujący naprężenia dopuszczalne, równy

$$\gamma = \frac{R_t}{R_p} \quad \text{lub} \quad \gamma = \frac{Q_t}{Q_p},$$

gdzie  $R_t(Q_t)$  są to naprężenia niszczące, odpowiadające prętowi o długości  $l$  ustalonej na podstawie wzoru (2.2) lub (2-3),  $R_p(Q_p)$  naprężenia niszczące, określone laboratoryjnie drogą badania próbek o długości  $l_p$ . Biorąc przykład przytoczony na początku tego rozdziału, tj. pręt o długości  $l = 25$  m i próbki o  $l_p = 0,1$  m, otrzymamy dla I rodzaju stali  $\gamma = 0,935$ , dla II zaś rodzaju  $\gamma = 0,907$ , jeśli współczynnik bezpieczeństwa jest liczony w stosunku do wytrzymałości materiału, lub odpowiednio  $\gamma = 0,862$ , jeśli naprężenia dopuszczalne odnosimy do granicy plastyczności. Opisany sposób jest oczywiście równoznaczny z powiększeniem normatywnego współczynnika bezpieczeństwa w stosunku  $1/\gamma$ .

Jak widać, zjawisko skali może wpłynąć na obniżenie rzeczywistego współczynnika bezpieczeństwa o wielkość rzędu 7-15%. Przy współczesnych dążeniach do uściślenia obliczeń nie są to wielkości małe. Dlatego też stałe uzupełnianie materiału statystycznego pod kątem widzenia zależności pomiędzy naprężeniami dopuszczalnymi a wymiarami elementów konstrukcyjnych należy uważać za bardzo pożądane.

#### Literatura cytowana w tekście

- [1] J. FRENKEL, *Wstęp do teorii metali*, PWN Warszawa 1955.
- [2] T. NAWROT i A. JASECKI, *Badanie spawanych połączeń zbrojenia do żelbetu*, B i A, Warszawa 1957.
- [3] J. NOWIŃSKI, *Pewna seria doświadczeń nad efektem skali przy rozrywaniu drutów stalowych*, Rozpr. Inż., 4, 4 (1956).
- [4] W. WEIBULL, *A Statistical Theory of the Strength of Materials*, IVA. Handlingar nr 151, Stockholm 1939.
- [5] W. WEIBULL, *The Phenomenon of Rupture in Solids*, IVA, Handlingar nr 153, Stockholm 1939.
- [6] W. WIERZBICKI, *Bezpieczeństwo budowli jako zagadnienie prawdopodobieństwa*, Sprawozdanie z odczytu w Akademii Nauk Technicznych w dniu 14.II.1936, Przegl. Techn., 1936.

- [7] W. WIERZBIŃSKI, *Wytrzymałość materiału ze statystycznego punktu widzenia*, Przegł. Techn., 1945.  
[8] W. WIERZBIŃSKI, *Rola przypadku w zagadnieniach wytrzymałości materiałów*, Gdańsk 1950.  
[9] A. KRUPKOWSKI, Z. LECH i J. WOŹNIAKSI, *Zagadnienie normalizacji próbek odlewanych pod ciśnieniem w świetle danych statystycznych*, Arch. Gór. Hut., 3 (1955).

### Резюме

## ВЛИЯНИЕ ДЛИНЫ СТАЛЬНЫХ СТЕРЖНЕЙ, РАСТЯГИВАЕМЫХ В ОСЕВОМ НАПРАВЛЕНИИ, НА ИХ ПРОЧНОСТЬ

Явление масштаба теоретически обосновывается в первых работах В. ВЕЙБУЛЛА, [4] и [5], а затем в работах И. ФРЕНКЕЛЯ и Р. КОНТАРОВОЙ, [1]. Эти публикации касаются однако хрупких материалов (в том числе также прочности металлов на хрупкий разрыв), для которых явление масштаба имеет относительно наибольшее значение.

Главная цель настоящей работы состоит в эмпирическом установлении функциональной зависимости между длиной  $L$  и прочностью  $R$ , или пределом пластичности  $Q$ , стержней, растягиваемых в осевом направлении. Основываясь на лично проведенных лабораторных исследованиях, автор предлагает для этого случая формулы (2.2) и (2.3), представленные (для примера) в форме диаграмм 2-4. Численные значения, содержащиеся в этих формулах параметров, определяются для некоторых сортов сталей, даются на таблице 6. Кроме того, предлагается метод посредственного расширения результатов лабораторных исследований (образцы длиной нескольких десятков сантиметров) на интересующие нас на практике более длинные стержни, порядка нескольких десятков метров.

Длинный стержень рассматривается как цепь (рис. 11), главными звеньями которой являются отдельные образцы. Проводится металлографический анализ (ср. фотоснимок). Подтверждает мнение, что главной причиной явления масштаба является естественная неоднородность материалов. В заключение предлагается способ редукции, допускаемых напряжений в зависимости от длины стержня.

### Summary

## THE INFLUENCE OF THE LENGTH OF STEEL BARS SUBJECT TO TENSION ON THEIR STRENGTH

The scale effect found its theoretical explanation first in the works of W. WEIBULL, [4], [5], and then in those of J. FRENKEL and T. KONTOROVA, [1]. These publications concern, however brittle materials (including the phenomenon of brittle rupture of metals) for which the scale effect is of greatest importance.

The main object of the present paper is to determine experimentally the functional relation between the length  $L$  and the strength  $R$  or the yield point  $Q$  of steel bars subject to axial tension. The author proposes, on the basis of the laboratory tests carried out by himself, the use of the Eqs. (2.2) and (2.3) represented graphically (as an example) by Figs. 2-4. The numerical values of the parameters, for some steel types, are contained in Table 6. A method is proposed for generalizing the test results (concerning test pieces of some  $1/2$  m) to practically important cases of bars of greater length (of some tens of meters). The long bar is treated as a chain (Fig. 11) of which the links are the test pieces. A metallographic analysis confirms the statement that the principal cause of the scale effect is the non-homogeneity of materials. In conclusion, a method for reducing the admissible stress is given, depending on the length of the bar.

POLITECHNIKA WARSZAWSKA

*Praca została złożona w Redakcji dnia 8 grudnia 1960 r.*