

## BADANIA EKSPERYMENTALNE KUL GRUBOŚCIENNYCH OBCIĄŻONYCH HYDROSTATYCZNYM CIŚNIENIEM ZEWNĘTRZNYM

ZBIGNIEW WESOŁOWSKI (WARSZAWA)

Po ukazaniu się klasycznej dziś pracy R. ZOELLYEGO, [3], szereg eksperymentatorów podjęło doświadczalne opracowanie wzorów dotyczących krytycznego obciążenia cienkościennej powłoki kulistej. Dotychczas jednak, jak się zdaje, nie badano na drodze eksperymentalnej stateczności kul grubościennych. Ponieważ takie badania były potrzebne do weryfikacji pewnych wzorów otrzymanych na drodze teoretycznej, zdecydowano się na ich przeprowadzenie. Badania te nie miały na celu podania wzorów empirycznych, a tylko weryfikację wzorów już znanych i dlatego zostały przeprowadzone w ograniczonym zakresie. Wyniki badań zawiera niniejsza praca.

Eksperymenty przeprowadzono na trzech grupach kul gumowych różniących się jedynie wymiarami. Promień zewnętrzny  $\bar{d}$  był jednakowy we wszystkich trzech grupach równy 39,5 mm. Promień wewnętrzny był równy odpowiednio 31,7 mm, 34,3 mm oraz 36,4 mm.

Kule wykonane z gumy o następującym (wagowym) składzie chemicznym

kauczuk naturalny	1,00,		
kreda	1,00,	stearyna	0,040,
tlenek cynku	0,80,	przyśpieszcz Merkapto	0,040,
kaolin S. 113	0,30,	kalafonia	0,024,
litopon 60%	0,20,	siarka	0,024,
olej wrzecionowy	0,20,	antyutleniacz	0,010.

Temperatura wulkanizacji wynosiła 143 °C, ogólny czas wulkanizacji 30 minut.

Dużą trudność stanowiło opracowanie takiej technologii produkcji, która zapewniłaby dostateczną dokładność kształtu kul. Po szeregu wstępnych prób zdecydowano się na podzielenie wulkanizowania kul na dwa etapy. W etapie pierwszym w specjalnej formie następowało oddzielne wulkanizowanie dwu półkul w czasie około 20 minut. W etapie drugim po sklejeniu otrzymanych w ten sposób półkul następowało w innej formie wulkanizowanie ostateczne w czasie ok. 10 min. Jako kleju użyto wymienionej wyżej mieszanki rozpuszczonej w benzynie ekstrakcyjnej (gęstość 0,72 g/cm<sup>3</sup>) w stosunku 1:5 z dodatkiem 1 g przyśpieszacza Tiuran na 100 g roztworu.

Uzyskano w ten sposób kule, w których różnice grubości ścianki nie przekraczały 2%, a różnice średnic (w różnych kierunkach) nie przekraczały 0,5% średnicy nominalnej.

## 1. Wzory ogólne

Podamy tutaj pewne potrzebne w dalszych rozważaniach wzory dotyczące stanu naprężenia i odkształcenia kuli z materiału nieściśliwego. Wzory te zostały opracowane na podstawie pracy [1] i po nieznacznej zmianie oznaczeń przytoczone bez wprowadzenia.

Kula o promieniu zewnętrznym  $\hat{a}$  oraz promieniu wewnętrznym  $\hat{b} = \kappa \hat{a}$  ( $\kappa < 1$ ) odkształca się zmieniając promienie  $\hat{a}$  oraz  $\hat{b}$  odpowiednio na  $a$  oraz  $b$ , przy czym

$$(1.1) \quad a = \lambda \hat{a}, \quad b = \nu \hat{b},$$

gdzie  $\lambda$  oraz  $\nu$  są parametrami charakteryzującymi odkształcenie. Warunek nieściśliwości prowadzi do następującego związku między tymi parametrami:

$$(1.2) \quad \nu = \left[ 1 - \frac{1}{\kappa^3} (1 - \lambda^3) \right]^{1/3}, \quad \lambda \geq (1 - \kappa^3)^{1/3}.$$

Parametr  $\lambda$  łącznie z promieniem zewnętrznym  $\hat{a}$  oraz współczynnikiem grubości  $\kappa$  określa więc całkowicie wymiary charakteryzujące kulę przed i po odkształceniu.

Stan naprężenia w odkształconej kuli określony jest dwiema tylko składowymi tensora naprężenia: naprężeniem promienionym  $\sigma_r$  oraz naprężeniem obwodowym  $\sigma_t$ . Naprężenia te wynoszą:

$$(1.3) \quad \sigma_r = -2 \int_Q^{1/\nu} [(Q^3 + 1) \Phi + (Q + 1/Q^2) \Psi] dQ,$$

$$\sigma_t = \sigma_r + (1/Q^2 - Q^4) \Phi + (1/Q^4 - Q^2) \Psi,$$

przy czym

$$(1.4) \quad Q = \left[ 1 + (1 - \lambda^3) \frac{\hat{a}^3}{r^3} \right]^{1/3},$$

$$(1.5) \quad \Phi = 2 \partial W / \partial I_1, \quad \Psi = 2 \partial W / \partial I_2,$$

gdzie  $W$  jest potencjałem sprężystości odniesionym do jednostki objętości materiału,  $I_1$  oraz  $I_2$  niezmiennikami stanu odkształcenia, a  $r$  współrzędną rozpatrywanego punktu.

Przyjmujemy, że materiałem, z którego wykonana jest kula, jest tzw. materiał Mooneya, dla którego potencjał sprężystości

$$(1.6) \quad W = C_1 (I_1 - 3) + C_2 (I_2 - 3),$$

przy czym  $C_1$  oraz  $C_2$  są stałymi materiałowymi.

Doświadczenia przeprowadzone przez wielu badaczy m.in. przez TRELOARA wykazały, że przy niezbyt dużych odkształceniach dla materiałów typu gumy potencjał sprężystości  $W$  można z powodzeniem aproksymować wzorem (1.6).

Korzystając z (1.6) naprężenia  $\sigma_r$  oraz  $\sigma_t$  można wyrazić w następujący sposób;

$$(1.7) \quad \begin{aligned} \sigma_r &= C_1 \left( Q^4 + 4Q - \frac{1}{\nu^4} - \frac{4}{\nu} \right) + 2C_2 \left( Q^4 - \frac{2}{Q} - \frac{1}{\nu^2} + 2\nu \right), \\ \sigma_t &= C_1 \left( -Q^4 + 4Q + \frac{2}{Q^2} - \frac{1}{\nu^4} - \frac{4}{\nu} \right) + 2C_2 \left( -\frac{2}{Q} + \frac{1}{Q^4} - \frac{1}{\nu^2} + 2\nu \right). \end{aligned}$$

Na powierzchni wewnętrznej kuli  $r = b$  naprężenie  $\sigma_r$  jest równe zeru, natomiast na powierzchni zewnętrznej co do bezwzględnej wartości jest ono równe ciśnieniu zewnętrznemu  $p$ , określone mu wzorem

$$(1.8) \quad \begin{aligned} p &= C_1 \varphi_1 + C_2 \varphi_2, \\ \varphi_1 &= \left( \frac{1}{\nu^4} + \frac{4}{\nu} - \frac{1}{\lambda^4} - \frac{4}{\lambda} \right), \quad \varphi_2 = 2 \left( \frac{1}{\nu^2} - 2\nu - \frac{1}{\lambda^2} + 2\lambda \right). \end{aligned}$$

Podane wyżej wzory zamykają fizykalną stronę zagadnienia. W dalszych częściach pracy potrzebny będzie jeszcze wzór łączący parametr  $\lambda$  z różnicą objętości pustki wewnętrznej przed i po odkształceniu. Oznaczając tę różnicę objętości przez  $V$  i korzystając z faktu, że materiał jest nieściśliwy mamy

$$(1.9) \quad V = \frac{4}{3} \pi a^3 (1 - \lambda^3).$$

## 2. Opis urządzenia

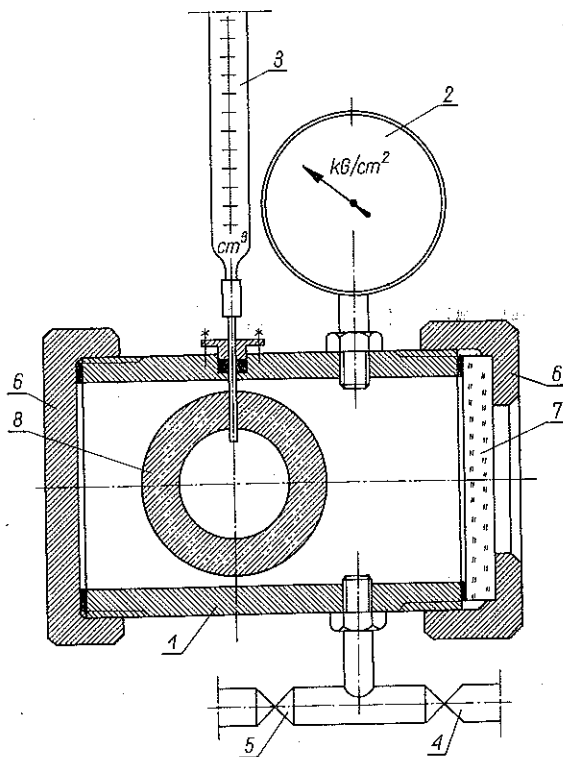
Urządzenie składa się z naczynia ciśnieniowego (1) rys. 1, manometru (2), biurety (3), oraz dwóch kranów: kranu (4) połączonego z atmosferą oraz kranu (5) połączonego ze zbiornikiem sprężonego powietrza. Naczynie ciśnieniowe zamykane jest pokrywą (6) zaopatrzoną w szybę (7) pozwalającą obserwować zachowanie się badanej kuli (8).

Odkształcenie kul mierzono pośrednio przez pomiar objętości wewnętrznej pustki w kuli. W tym celu w badanej kuli wiercono otwór o średnicy 1,1 mm, wypełniano pustkę wodą, a następnie wprowadzano przez wywiercony otwór cienkościenną rurkę metalową o średnicy zewnętrznej 1,2 mm połączoną z biuretą (3).

Otwarcie kranu (5) powoduje wzrost ciśnienia w naczyniu (1), co z kolei powoduje odkształcenie kuli i wypływ wody z wewnętrznej pustki do biurety (5). Po ustaleniu się ciśnienia i poziomu wody w biurecie odczytuje się ciśnienie i ilość wody. W celu uniknięcia błędów odczytu, spowodowanych efektami czasowymi, ciśnienie zwiększano bardzo powoli średnio nie więcej niż o 0,05 kG/cm<sup>2</sup> na minutę. W chwili utraty stateczności badana kula ulega pewnemu spłaszczeniu. Powoduje to gwałtowny wytrysk wody z wewnętrznej pustki do biurety (5) przy zmniejszającym się ciśnieniu w naczyniu (1). Efekt ten pozwala określić parametry odpowiadające utracie stateczności ze stosunkowo dużą dokładnością.

Obserwacje momentu utraty stateczności przez szybę (7) pozwoliły stwierdzić, że zmiana kształtu w chwili utraty stateczności nie jest zmianą miejscową, a obejmuje całą badaną kulę.

Dodatkowe przemieszczenia posiadają przy tym oś symetrii przechodzącą przez środek kuli. Centrum odkształcenia odpowiadające punktowi, w którym dodatkowe przemieszczenie radialne osiąga maksimum, jak zaobserwowano przy kilkakrotnym



Rys. 1

powtarzaniu pomiaru na tej samej kuli, leżało w przybliżeniu w tym samym punkcie. Efekt ten spowodowany jest prawdopodobnie pewną niejednorodnością materiału, lub też błędami kształtu. Natomiast dla różnych kul nie stwierdzono jakiegokolwiek prawidłowości w umiejscowianiu się centrum odkształcenia czy to w pobliżu równika (miejsce klejenia), czy to w pobliżu nawiercenia. Oznacza to, że istnienie szwu, jak również rurka stalowa przebijająca badaną kulę miały na badane zjawisko wpływ nie większy, niż błędy wykonania samej kuli.

Ciśnienie  $p$  mierzono zasadniczo z dokładnością  $0,05 \text{ kg/cm}^2$ , a objętość  $V$  z dokładnością  $0,5 \text{ cm}^3$  (przy mniejszych objętościach z dokładnością  $0,25 \text{ cm}^3$ ).

### 3. Wyniki pomiarów

3.1. Pierwsza grupa próbek. W pierwszej grupie badano kule o średnicy zewnętrznej  $2a = 79 \text{ mm}$ , średnicy wewnętrznej  $2b = 63,4 \text{ mm}$ . Odchyłki grubości ścianki od grubości nominalnej nie przekraczały  $0,2 \text{ mm}$ , odchyłki średnicy zewnętrznej od średnicy nominalnej nie przekraczały  $0,4 \text{ mm}$ .

Wyniki pomiarów przedstawione są w pierwszych siedmiu kolumnach tablicy 1. Kolumny oznaczone cyframi 1 do 5 odnoszą się do pięciu różnych próbek. Kolumna ósma przedstawia średnie wartości objętości  $V$  w poszczególnych pomiarach przy założeniu, że dokładność wszystkich pomiarów była jednakowa. W kolumnach 9 do 11 podane są odpowiadające danym eksperymentalnym wielkości geometryczne  $\lambda$ ,  $\nu$ ,  $\varphi_1$  i  $\varphi_2$  wyznaczone kolejno ze wzorów (1.9), (1.2) oraz (1.8).

Tablica 1

L.p.	$p$	$V$						$\lambda$	$\nu$	$\varphi_1$	$\varphi_2$	$\tilde{v}$
		próbka 1	próbka 2	próbka 3	próbka 4	próbka 5	średnio					
1	0,32	5,25	5,25	5,5	5,5	5,2	5,32	0,9931	0,9865	0,0545	0,0406	-0,0595
2	0,54	9	9	9	9	8,75	8,95	0,9883	0,9771	0,0952	0,0920	-0,0849
3	0,74	13	12,5	12,5	13	12,5	12,70	0,9833	0,9671	0,1412	0,1347	-0,0650
4	0,94	16	15,75	15,5	16,25	16	15,90	0,9790	0,9584	0,1837	0,1731	-0,0618
5	1,14	19,5	19	19	19,5	18,5	19,10	0,9747	0,9498	0,2282	0,2114	-0,0490
6	1,34	22	22,25	22	22,5	22	22,15	0,9706	0,9413	0,2749	0,2514	-0,0258
7	1,55	25	25	24,75	25,5	25	25,05	0,9666	0,9331	0,3220	0,2905	-0,0107
8	1,75	28	28	29	28	28,5	28,30	0,9620	0,9237	0,3787	0,3362	-0,0603
9	1,95	31	30,75	30	31	31	30,75	0,9586	0,9165	0,4230	0,3730	0,0722
10	2,15	34	32,25		34							
11	2,35	34	34		37							

W celu wyznaczenia stałych materiałowych  $C_1$  i  $C_2$  rozpatrywano kolumny  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$  i  $p$  jako wektory 9 wymiarowej przestrzeni wektorowej i wyznaczono iloczyny skalarowe tych wektorów. Odpowiednie wartości wynoszą:

$$(3.1) \quad \begin{aligned} (\varphi_1, \varphi_1) &= 0,6194, & (\varphi_1, \varphi_2) &= 0,5573, & (\varphi_2, \varphi_2) &= 0,5020, \\ (\varphi_1, p) &= 2,961 & (\varphi_2, p) &= 2,669. \end{aligned}$$

Zgodnie z ogólnie znanymi wzorami podanymi np. w [2] najlepsze przybliżenia wielkości  $C_1$  i  $C_2$  spełniają równanie

$$(3.2) \quad \begin{bmatrix} 0,6194 & 0,5573 \\ 0,5573 & 0,5020 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2,961 \\ 2,669 \end{bmatrix}$$

lub po przekształceniu

$$(3.3) \quad \begin{aligned} C_1 + 0,8998 C_2 &= 4,780, \\ C_1 + 0,9008 C_2 &= 4,789. \end{aligned}$$

Stosunek wyznacznika charakterystycznego tego układu do normy macierzy współczynników jest tutaj mniejszy niż 0,001. Rozwiązanie układu (3.3) byłoby więc obciążone błędem wielokrotnie większym niż błąd współczynników tego układu. Stąd wniosek, że przeprowadzony eksperyment nie pozwala na wyznaczenie stałych  $C_1$  oraz  $C_2$ . Spowodowane to jest tym, że funkcje  $\varphi_1(\lambda)$  oraz  $\varphi_2(\lambda)$  mają podobny charakter, co pozwala otrzymane dane eksperymentalne aproksymować różnymi kombinacjami liniowymi funkcji  $\varphi_1(\lambda)$  oraz  $\varphi_2(\lambda)$ .

Korzystając z tego faktu będziemy aproksymować dane doświadczalne samą tylko funkcją  $\varphi_1(\lambda)$ . W naszym przypadku równoważne to jest przyjęciu, że mamy do czynienia z neochokeanem. Materiał ten jest szczególnym przypadkiem materiału Mooneya ( $C_2 = 0$ ). Oznaczając dla wygody stałą  $C_1$  przez  $C$  mamy:

$$(3.4) \quad C = (\varphi_1, \varphi_1)^{-1}(\varphi_1, p),$$

$$(3.5) \quad C = 4,780 \text{ kG/cm}^2.$$

Przejdziemy obecnie do wyznaczenia przedziału ufności dla stałej materiałowej  $C$ . W ostatniej kolumnie tablicy 1 wyznaczono współrzędne wektora błędu  $v = p - C\varphi_1$ . Ilość stopni swobody tego wektora  $N - n = 8$ , a jego moduł  $|v| = 0,175 \text{ kG/cm}^2$ . Zgodnie ze wzorami podanymi np. w [2] wartość oczekiwaną błędu średniego wielkości  $C$  jest

$$(3.6) \quad S_c = |v| \frac{1}{\sqrt{(N-n)(\varphi_1, \varphi_1)}} = 0,079 \text{ kG/cm}^2.$$

Istnieje prawdopodobieństwo  $z$ , że rzeczywista wartość stałej  $C$  zawarta jest w przedziale  $[C - \gamma S_c, C + \gamma S_c]$ , gdzie  $\gamma$  określone jest przez  $t$  — rozkład Studenta.

Przyjmując poziom ufności  $z = 0,95$  dla  $N - n = 8$  mamy  $\gamma = 2,306$  (por. [2]), skąd wynika

$$(3.7) \quad 4,696 < C < 4,964 \text{ kG/cm}^2.$$

Pozostaje wyznaczenie krytycznej wartości parametru  $\lambda$  oraz krytycznej wartości ciśnienia  $p$ . W tablicy 2 podano otrzymane na drodze eksperymentalnej krytyczne wartości  $p_{kr}^{(i)}$ ,  $V_{kr}^{(i)}$ ,  $\bar{p}$  oraz  $\bar{V}$  dla próbek pierwszej serii.

Tablica 2

Wielkości krytyczne	Nr próbki					średnio
	1	2	3	4	5	
$p$	2,15	2,16	2,05	2,35	2,10	2,16
$V$	34	34	31,5	37	33,5	34,0
$\lambda$	0,9540	0,9540	0,9576	0,9497	0,9547	0,95404

Wyznaczając dla każdej z próbek zgodnie z (1.9) wielkość  $\lambda_{kr}^{(i)}$ , a następnie obliczając średnią mamy

$$(3.8) \quad p_{kr} = 2,16 \text{ kG/cm}^2, \quad \lambda_{kr} = 0,9540.$$

Wektor błędu  $v$  ma moduł

$$(3.9) \quad |v| = 0,0062.$$

Stąd przy  $z = 0,95$ ,  $N - n = 4$  mamy  $\gamma = 2,78$  i przedział ufności jest następujący;

$$(3.10) \quad 0,9502 < \lambda_{kr} < 0,9578.$$

3.2. Druga grupa próbek. W drugiej grupie próbek znajdowały się kule o średnicy zewnętrznej  $2\hat{a} = 79$  mm i wewnętrznej  $2\hat{b} = 68,6$  mm. Odchyłki grubości ścianki od grubości nominalnej nie przekraczały 0,1 mm, odchyłki średnicy zewnętrznej od średnicy nominalnej nie przekraczały 0,4 mm.

Tablica 3

L.p.	$p$	$V$						$\lambda$	$\nu$	$\varphi_1$	$\varphi_2$	$\tilde{v}$
		próbka 6	próbka 7	próbka 8	próbka 9	próbka 10	średnio					
1	0,12	4,5	4	4	3,5	4,5	4,10	0,9947	0,9918	0,0236	0,0234	-0,0013
2	0,32	10	10	10	9,5	10,5	10,00	0,9869	0,9798	0,0600	0,0583	-0,0183
3	0,54	16,5	16	16,5	16	17	16,40	0,9784	0,9665	0,1047	0,0993	-0,0135
4	0,74	22	22	22,5	22	23	22,30	0,9703	0,9539	0,1505	0,1393	0,0169

Wyniki pomiarów przedstawione są w pierwszych sześciu kolumnach tablicy 3. W pozostałych kolumnach wyniki te zostały opracowane wg. schematu opisanego wyżej.

Ostatecznie otrzymano układ równań:

$$(3.11) \quad \begin{aligned} 0,03777 C_1 + 0,03541 C_2 &= 0,1899, \\ 0,03541 C_1 + 0,03321 C_2 &= 0,1782, \end{aligned}$$

którego rozwiązywanie podobnie jak rozwiązywanie układu (3.2) jest niedopuszczalne ze względu na możliwość powstania dużych błędów. Z tego względu przyjmujemy  $C_2 = 0$ ,  $C_1 = C$ , co prowadzi do

$$(3.12) \quad C = 5,029 \text{ kG/cm}^2.$$

Moduł wektora błędu jest teraz  $|v| = 0,028$ , a ilość stopni swobody  $N - n = 3$ . Wyznaczony analogicznie jak wyżej błąd średni jest ostatecznie

$$(3.13) \quad S_e = 0,083 \text{ kG/cm}^2.$$

Przy poziomie ufności  $z = 0,95$  dla  $N - n$  mamy  $\gamma = 3,18$ , skąd wynika następujący przedział ufności dla stałej  $C$

$$(3.14) \quad 4,77 < C < 5,29 \text{ kG/cm}^2.$$

Technologia wykonania próbek pozwala przypuszczać, że stała  $C$  w pierwszej grupie próbek jest mniejsza niż w grupie drugiej. W pierwszej grupie próbek grubość ścianki jest bowiem większa, co przy jednakowych czasach wulkanizacji i jednakowych temperaturach na powierzchni próbek powinno spowodować stosunkowo słabsze średnie zwulkanizowanie próbek grupy pierwszej. Jak widać z (3.7) i (3.14) różnice te nie są duże.

W tablicy 4 podano krytyczne wartości  $p_{kr}^{(i)}$  oraz  $V_{kr}^{(i)}$  ciśnienia  $p$  i objętości  $V$  dla każdej z próbek. Wyznaczając wydłużenia  $\lambda_{kr}^{(i)}$  i obliczając średnie otrzymujemy ostatecznie

$$(3.15) \quad p_{kr} = 0,85 \text{ kG/cm}^2, \quad \lambda_{kr} = 0,9660.$$

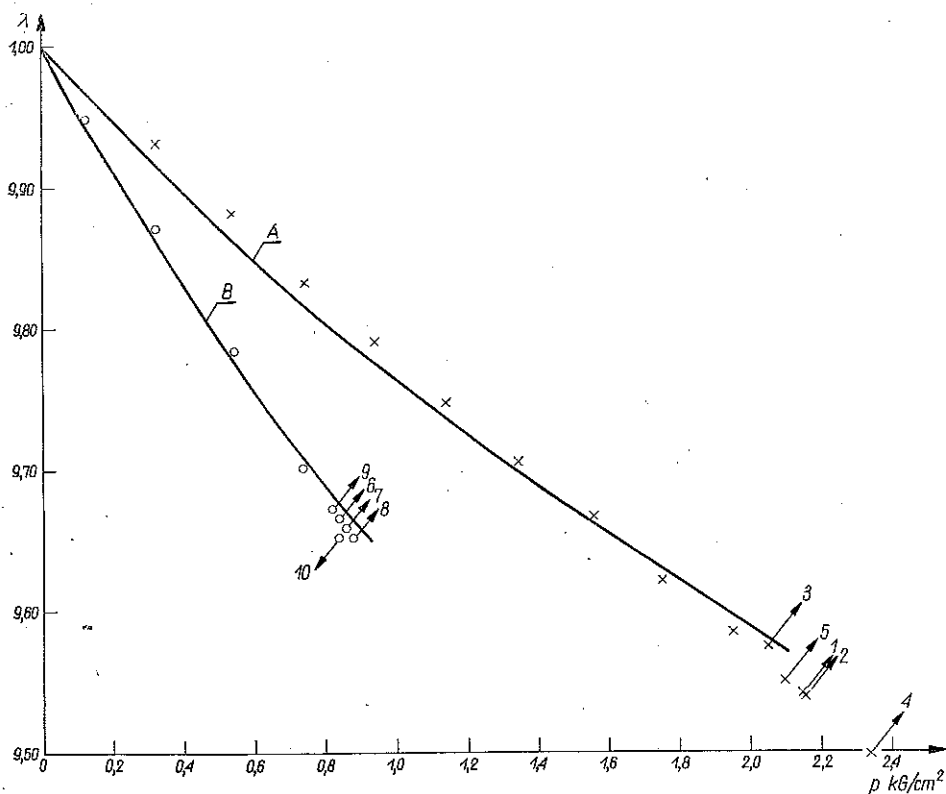
Tablica 4

Wielkości krytyczne	Nr próbki					
	6	7	8	9	10	średnio
$p$	0,84	0,86	0,88	0,82	0,84	0,848
$V$	25	25,5	26	24,5	26	25,4
$\lambda$	0,9666	0,9659	0,9652	0,9673	0,9652	0,96604

Moduł wektora błędu jest teraz 0,0018. Wyznaczony analogicznie jak dla pierwszej grupy próbek przedział ufności dla  $\lambda_{kr}$  przy  $z = 0,95$  wynosi

$$(3.16) \quad 0,9649 < \lambda_{kr} < 0,9671.$$

Otrzymane dla pierwszej i drugiej grupy próbek dane doświadczalne pokazane są na rys. 2. Linie ciągłe przedstawiają zależność  $\lambda = \lambda(p)$  przy  $C_1 = C$ , a krzyżyki



Rys. 2

i kółeczka dane doświadczalne. Strzałkami oznaczono punkty odpowiadające utracie stateczności kolejnych próbek.



3.3. Trzecia grupa próbek. W trzeciej grupie próbek znajdowały się kule o średnicy zewnętrznej  $2\bar{a} = 79$  mm i grubości ścianki średnio 3,1 mm. Odchyłki grubości ścianki od grubości nominalnej nie przekraczały 0,05 mm, odchyłki średnicy zewnętrznej od średnicy nominalnej nie przekraczały 0,4 mm.

Ograniczymy się tutaj tylko do podania pomierzonych krytycznych wartości ciśnienia i objętości (tablica 5). Dane dla próbki 14 znacznie odbiegają od danych

Tablica 5

Wielkości krytyczne	Nr próbki					
	11	12	13	14	15	średnio
$p$	0,32	0,35	0,32	0,15	0,33	0,33
$V$	7	8,25	6,0	3,25	6,75	7,00
$\lambda$	0,9906	0,9893	0,9921	0,9957	0,9912	0,9909

dla pozostałych próbek. Po przekrojeniu tej próbki okazało się, że została ona wadliwie sklejona. Z tego powodu pomiarów dokonanych na próbce 14 nie wzięto pod uwagę przy dalszych obliczeniach. Ostatecznie krytyczne wartości są

$$(3.17) \quad p_{kr} = 0,33 \text{ kG/cm}^2, \quad \lambda_{kr} = 0,9909.$$

Dla poziomu ufności  $z = 0,95$  oraz  $N - n = 3$  mamy  $\gamma = 3,18$ . Moduł wektora  $v$  jest w tym przypadku  $|v| = 0,00202$  stąd wynika

$$(3.18) \quad 0,9891 < \lambda_{kr} < 0,9927.$$

Literatura cytowana w tekście

[1] A. E. GREEN, W. ZERNA, *Theoretical Elasticity*, Oxford 1954.  
 [2] J. W. LINNIK, *Metoda najmniejszych kwadratów i teoria opracowywania obserwacji*, Warszawa 1962.  
 [3] R. ZOELLY, *Über ein Knickungsproblem an der Kugelschale*, Promotionsarbeit, Zurich 1915.

Резюме

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТОЛСТОСТЕННЫХ ШАРОВ  
 НАХОДЯЩИХСЯ ПОД ВЛИЯНИЕМ ВНЕШНЕГО ГИДРОСТАТИЧЕСКОГО  
 ДАВЛЕНИЯ

Приводятся результаты исследований устойчивости толстостенных шаров, находящихся под влиянием внешнего давления. Измерения проводились на шарах, радиусом 39,5 мм до 7,8 мм, изготовленных из мягкой резины,

Основываясь на полученных экспериментальных данных для трех разных толщин стенки дается критическое давление и критическая деформация, а также определяются интервалы уверенности для этих параметров.

## Summary

## STABILITY TESTS OF THICK-WALLED SPHERES UNDER EXTERNAL PRESSURE

This paper presents the results of stability tests of thick-walled spheres loaded by external pressure. The measurements have been performed using spheres with outer radius 39.5 mm and wall thickness up to 7.8 mm made of soft rubber.

On the basis of the experimental data obtained, the critical pressure and strain is obtained for three different wall-thicknesses as well as for these quantities.

ZAKŁAD MECHANIKI OŚRODKÓW CIĄGLYCH

IPPT PAN

*Praca została złożona w Redakcji dnia 16 maja 1963 r.*

---