

OGÓLNE ZASADY MECHANICZNEJ INTERPRETACJI MACIERZOWEJ.
METODY OBLICZANIA SYSTEMÓW PRĘTOWYCH

K. K. PONOMARIEW (MOSKWA)

W pracy niniejszej sformułujemy najbardziej ogólne zasady obliczania systemów prętów i belek (poddanych działaniu podstawowych sił i obciążeń) przy użyciu metody macierzowej.

1. Macierzowa metoda obliczania systemów belek w przypadku zginania

Równania różniczkowe zginania, stateczności i drgań belek wieloprzęstowych są równaniami czwartego rzędu. W związku z tym zagadnienie sprowadza się do badania macierzy stopnia czwartego. Niech sztywność belki $EI_i = a_i$, jej gęstość μ_i , siła podłużna S_i oraz inne wielkości będą stałe w przęśle i -tym o długości l_i . Te dane pozwalają wyznaczyć rozwiązanie ogólne oraz odpowiednie macierze. Za składowe macierzy-kolumny $\{Y_i(x)\}$ w przęśle i -tym przyjmujemy następujące cztery wielkości: ugięcie $y_i(x)$, kąt nachylenia stycznej $y_i'(x)$, moment zginający — $a_i y_i''(x) = M_i(x)$ oraz siłę poprzeczną — $a_i y_i'''(x) = Q_i(x)$.

1.1. Macierz przęśla. Równanie różniczkowe zginania belki ma postać

$$(1.1) \quad y_i^{(IV)} = \frac{q_i(x)}{a_i},$$

gdzie $q_i(x)$ jest obciążeniem ciągłym liniowym (wyrażonym w kg cm^{-1}). Rozwiązanie ogólne równania jednorodnego odpowiadającego równaniu (1.1) ma (wraz z kolejnymi pochodnymi) postać:

$$\begin{aligned} y_i(x) &= 1 \cdot C_1 + (x - x_i) C_2 + (x - x_i)^2 C_3 + (x - x_i)^3 C_4, \\ y_i'(x) &= 0 \cdot C_1 + 1 \cdot C_2 + 2(x - x_i) C_3 + 3(x - x_i)^2 C_4, \\ -a' y_i''(x) &= 0 \cdot C_1 + 0 \cdot C_2 - 2a_i C_3 - 6a_i(x - x_i) C_4, \\ -a_i y_i'''(x) &= 0 \cdot C_1 + 0 \cdot C_2 + 0 \cdot C_3 - 6a_i C_4. \end{aligned}$$

Do macierzy utworzonej z funkcji występujących w tym układzie podstawimy wartość zmiennej niezależnej, odpowiadającą lewemu krańcowi belki $x = x_i$; otrzymujemy

$$[F_i(x_i)] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2a_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -6a_i \end{bmatrix},$$

zatem macierz odwrotna do danej ma postać

$$(1.2) \quad [F_i^{-1}(x_i)] = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2a_i} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{6a_i} \end{bmatrix}.$$

Stąd obliczamy macierz przesła, która jest równa

$$(1.3) \quad [F_i^*(x)] = [F_i(x_i)][F_i^{-1}(x_i)] = \begin{bmatrix} 1 & x-x_i & -\frac{(x-x_i)^2}{2a_i} & -\frac{(x-x_i)^3}{6a_i} \\ 0 & 1 & -\frac{x-x_i}{a_i} & -\frac{(x-x_i)^2}{2a_i} \\ 0 & 0 & 1 & x-x_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Dla skontrolowania wyniku podstawiamy $x = x_i$ (ponieważ musi być $[F_i^*(x_i)] = [E]$) i otrzymujemy macierz jednostkową.

Główną macierz przesła $[L_i]$ otrzymujemy z poprzedniej dla $x = x_{i+1}$. Podstawiając $x_{i+1} - x_i = l_i$ otrzymamy

$$(1.4) \quad [L_i] = [F_i^*(x_{i+1})] = \begin{bmatrix} 1 & l_i & -\frac{l_i^2}{2a_i} & -\frac{l_i^3}{6a_i} \\ 0 & 1 & -\frac{l_i}{a_i} & -\frac{l_i^2}{2a_i} \\ \hline 0 & 0 & 1 & l_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [K_i] & [Q_i] \\ [0] & [K_i] \end{bmatrix}.$$

Przyjęliśmy tu dla macierzy drugiego stopnia tworzących bloki oznaczenia następujące:

$$(1.5) \quad [K_i] = \begin{bmatrix} 1 & l_i \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad [Q_i] = -\frac{l_i}{6a_i} \begin{bmatrix} 3l_i & l_i^2 \\ 6 & 3l_i \end{bmatrix}, \quad [0] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

1.2. Macierz połączenia. Rozpatrzmy teraz punkt, w którym łączą się przesła i oraz $i+1$, przy czym dla każdego z tych przesła dane jest równanie postaci (1.1). Wartości wektora $\{Y_i(x_{i+1})\}$ będą na ogół przy przejściu przez ten punkt zmieniać się skokowo o pewien wektor $\{S_{i+1}\}$, (rys. 1):

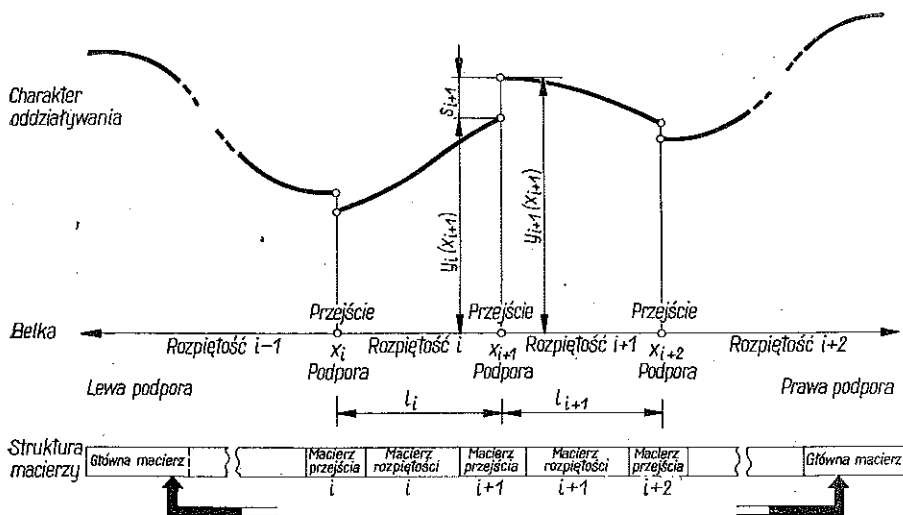
$$(1.6) \quad \{Y_{i+1}(x_{i+1})\} = \{Y_i(x_{i+1})\} + \{S_{i+1}\}.$$

Wektor skoku $\{S_{i+1}\}$ jest w tym przypadku liniową funkcją lewostronnej wartości wektora $\{Y_i(x_{i+1})\}$ w punkcie x_{i+1} :

$$(1.7) \quad \{S_{i+1}\} = [G_{i+1}] \{Y_i(x_{i+1})\} + \{k_{i+1}\},$$

gdzie $[G_{i+1}]$ jest pewną macierzą utworzoną ze stałych, a $\{k_{i+1}\}$ pewnym stałym wektorem. Korzystając z równań (1.6) i (1.7) oraz przyjmując dla uproszczenia $[E]+[G_{i+1}] = [A_{i+1}]$, otrzymujemy

$$(1.8) \quad \{Y_{i+1}(x_{i+1})\} = [A_{i+1}] [\{P_i(x_{i+1})\} + [L_i] (\{Y_i(x_i)\} - \{P_i(x_i)\}) + \{k_{i+1}\}.$$



Rys. 1

Jeśli w szczególności zarówno równanie różniczkowe jak i warunek połączenia są jednorodny, to w równaniu (1.7) mamy $\{k_{i+1}\} = 0$. Ze związku (1.8) otrzymamy wtedy

$$(1.9) \quad \{Y_{i+1}(x_{i+1})\} = [A_{i+1}] [L_i] \{Y_i(x_i)\}.$$

Iloczyn macierzy $[A_{i+1}] [L_i]$ stanowi macierz połączenia. Dla przypadku n przęseł z równania (1.9) otrzymamy

$$(1.10) \quad \{Y_n(x_{n+1})\} = [L_n] [A_n] \dots [L_2] [A_2] [L_1] \{Y_1(x_1)\}.$$

Podobny wzór otrzymamy z równania (1.8), jeśli albo jedno, albo wszystkie równania różniczkowe i warunki połączenia są niejednorodny. W ten sposób dowiedliśmy, że wartości $y, y', y'', \dots, y^{(m-1)}$ na prawym końcu n -tego przęsła wyrażają się liniowo za pomocą odpowiednich wartości na lewym końcu pierwszego przęsła.

1.3. Warunki brzegowe. Weźmy pod uwagę $m = l+r$ liniowo niezależnych warunków brzegowych, z tego l na lewym końcu pierwszego przęsła oraz r na prawym końcu n -tego przęsła, tzn. w lewym (resp. prawym) końcu belki określone jest l (resp. r) spośród wartości funkcji $y, y', y'', \dots, y^{(m-1)}$ w punkcie x_1 (x_{n+1}).

Przy pomocy l warunków na lewym końcu belki można wyznaczyć l spośród stałych całkowania (ponieważ $\{y_1(x_1), \dots, y_1^{(m-1)}(x_1)\} = \{Y_1(x_1)\}$), albo też l ich kombinacji liniowych. Pozostałe r stałych całkowania wchodzi do rachunku wraz z wektorem $\{Y_1(x_1)\}$ [wzór (1.8)]. Wyznacza się je na końcu przy pomocy r warun-

ków brzegowych danych na krańcu n -tego przęsła. W przypadku, gdy równania różniczkowe, warunki połączenia oraz warunki brzegowe są jednorodnie uzyskuje się jedynie rozwiązanie trywialne $y_i(x) \equiv 0$. Jeśli wewnątrz przęsła na lewo od podpory x_{i+1} oprócz danych już tam m warunków połączenia dane jest jeszcze $s \leq r$ niezależnych wartości na $\{Y_i(x_{i+1})\}$ lub $\{Y_{i+1}(x_{i+1})\}$, lub też ich liniowych kombinacji, to pozwoli to na wyznaczenie s spośród r nie wyznaczonych do tego miejsca stałych całkowania.

2. Obliczania stateczności i drgań

2.1. Równanie stateczności belki ma postać

$$(2.1) \quad y_i^{(IV)} + \lambda_i^2 y_i'' = r_i(x), \quad \lambda_i^2 = \frac{S_i}{a_i} [\text{cm}^{-2}].$$

Dla równania tego wyznacza się rozwiązanie ogólne

$$y_i(x) = 1 \cdot C_1 + (x - x_i) C_2 + \cos \lambda_i (x - x_i) C_3 + \sin \lambda_i (x - x_i) C_4$$

i oblicza się funkcje y_i' , $-a_i y_i''$ oraz $-a_i y_i'''$. Przeprowadzając rachunki analogiczne do przeprowadzonych poprzednio w p. 1.1, otrzymujemy następującą macierz przęsła

$$(2.2) \quad [F_i^*(x)] = \begin{bmatrix} 1 & x - x_i & \frac{\cos \lambda_i (x - x_i) - 1}{S_i} & \frac{\sin \lambda_i (x - x_i)}{\lambda_i S_i} & \frac{x - x_i}{S_i} \\ 0 & 1 & \frac{\lambda_i \sin \lambda_i (x - x_i)}{S_i} & \frac{\cos \lambda_i (x - x_i) - 1}{S_i} & \\ 0 & 0 & \cos \lambda_i (x - x_i) & \sqrt{\frac{a_i}{S_i}} \sin \lambda_i (x - x_i) & \\ 0 & 0 & \sqrt{\frac{S_i}{a_i}} \sin \lambda_i (x - x_i) & \cos \lambda_i (x - x_i) & \end{bmatrix}$$

oraz główną macierz przęsła

$$(2.3) \quad [L_i] = \begin{bmatrix} 1 & l_i & \frac{\cos \lambda_i l_i - 1}{S_i} & \frac{\sin \lambda_i l_i}{\lambda_i S_i} & \frac{l_i}{S_i} \\ 0 & 1 & \frac{\lambda_i \sin \lambda_i l_i}{S_i} & \frac{\cos \lambda_i l_i - 1}{S_i} & \\ 0 & 0 & \cos \lambda_i l_i & \sqrt{\frac{a_i}{S_i}} \sin \lambda_i l_i & \\ 0 & 0 & \sqrt{\frac{S_i}{a_i}} \sin \lambda_i l_i & \cos \lambda_i l_i & \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [K_i] & \frac{[\bar{K}_i] - [\bar{K}_i]}{S_i} \\ [0] & [\bar{K}_i] \end{bmatrix}.$$

Jeśli przyjąć następujące oznaczenia

$$(2.4) \quad \cos \lambda_i l_i = c_{ii}, \quad \sin \lambda_i l_i = s_{ii},$$

to wyróżnione w głównej macierzy przęśła bloki będą miały postać

$$(2.5) \quad [K_i] = \begin{bmatrix} 1 & l_i \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad [\bar{K}_i] = \begin{bmatrix} c_{ii} & \frac{s_{ii}}{\lambda_i} \\ -\lambda_i s_{ii} & c_{ii} \end{bmatrix}, \quad [0] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

2.2. Równanie różniczkowe drgań ma postać

$$(2.6) \quad y_i^{(IV)} - k_i^4 y_i = r_i(x), \quad k_i^4 = \frac{\mu_i \omega^2}{\alpha_i} [\text{cm}^{-4}].$$

Metodą analogiczną jak w p. (1.1) i (2.1) obliczamy macierz przęśła (oraz główną macierz przęśła):

$$(2.7) \quad [F_i^*(x)] = [L_i] = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} [A_i] & [B_i] \\ \alpha_i^2 k_i^4 [B_i] & [A_i] \end{bmatrix},$$

gdzie

$$(2.8) \quad [A_i] = \begin{bmatrix} C_{ii} + c_{ii} & \frac{S_{ii} + s_{ii}}{k_i} \\ k_i (S_{ii} - s_{ii}) & C_{ii} + c_{ii} \end{bmatrix},$$

$$|[A_i]| = 2(1 - C_{ii} c_{ii});$$

$$(2.9) \quad [B_i] = \begin{bmatrix} \frac{(c_{ii} - C_{ii})}{\alpha_i k_i^2} & \frac{s_{ii} - S_{ii}}{\alpha_i k_i^3} \\ \frac{s_{ii} + S_{ii}}{\alpha_i k_i} & \frac{c_{ii} - C_{ii}}{\alpha_i k_i^2} \end{bmatrix},$$

$$|[B_i]| = \frac{2(1 + C_{ii} c_{ii})}{\alpha_i^2 k_i^4}.$$

Przyjęto tu następujące skrócone oznaczenia:

$$(2.10) \quad c_{ii} = \cos k_i l_i, \quad s_{ii} = \sin k_i l_i, \quad C_{ii} = \text{ch } k_i l_i, \quad S_{ii} = \text{sh } k_i l_i.$$

Analogicznie wyznacza się macierze przęśła w wielu innych zagadnieniach mechaniki, które sprowadzają się do liniowych równań różniczkowych o stałych współczynnikach.

2.3. Macierz połączenia. Wyznamy teraz macierze połączenia dla dwu praktycznie ważnych przypadków:

- 1) belka poddana obciążeniu pionowemu (zginanie i drgania),
- 2) belka obciążona siłą osiową (stateczność).

Przypadek 1. Macierz połączenia przy obliczaniu zginania i drgań. Na rysunku 2 pokazany jest przykład połączenia przęśła w punkcie podparcia belki sprężysto obracającą się podporą drgającą jednocześnie pod wpływem masy skupionej, której siła bezwładności wynosi

$$T_{i+1} = y_i m_{i+1} \omega^2.$$

Ugięcie i nachylenie stycznej są w punkcie takiego połączenia ciągłe, a więc w punkcie x_{i+1} mamy

$$(2.11) \quad \begin{aligned} y_{i+1} &= y_i, & y'_{i+1} &= y'_i, \\ M_{i+1} &= M_i - \tilde{M}_{i+1} = M_i - \mu_{i+1} y'_i, \\ Q_{i+1} &= Q_i + F_{i+1} - T_{i+1} = Q_i + (c_{i+1} - m_{i+1} \omega^2) y_i. \end{aligned}$$

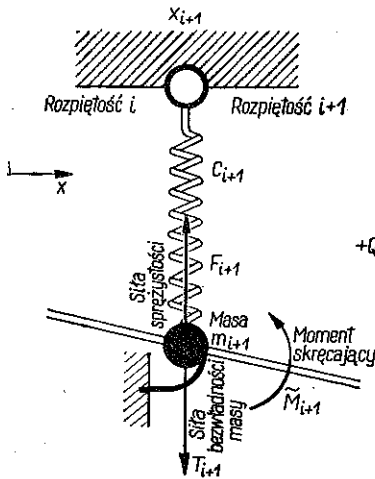
Wobec tego macierz połączenia $[A_{i+1}] = [E] + [G_{i+1}]$ jest postaci

$$(2.12) \quad [A_{i+1}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -c_{i+1} & 1 & 0 \\ \beta_{i+1} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

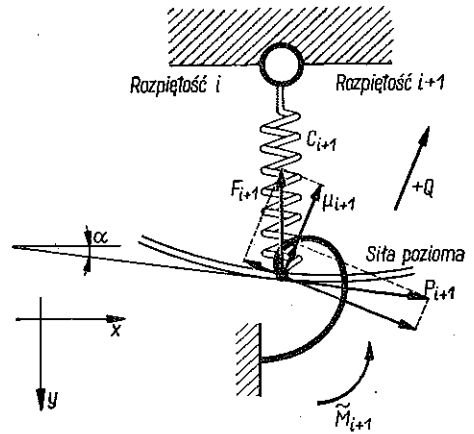
gdzie

$$\beta_{i+1} = c_{i+1} - m_{i+1} \omega^2 \quad \text{przy } \omega^2 = 0.$$

Przypadek 2. Macierz połączenia przy obliczaniu stateczności. Jeśli przęśła belki łączą się na podporze sprężystej (rys. 3) i belka jest obciążona w tym punkcie skupioną siłą osiową P_{i+1} , to siły F_{i+1} i P_{i+1} rozkładają się w kierunkach normal-



Rys. 2



Rys. 3

nym i stycznym, przy czym należy przyjmować $\cos a \approx 1$, $\sin a \approx \operatorname{tg} a = y'_i$. Składowa styczna siły sprężystości $c_{i+1} y_i$ y'_i zostaje odrzucona jako mała wyższego rzędu. Wobec tego otrzymujemy następujące cztery warunki

$$(2.13) \quad \begin{aligned} y_{i+1} &= y_i, & y'_{i+1} &= y'_i, \\ M_{i+1} &= M_i - \tilde{M}_{i+1} = M_i - \mu_{i+1} y'_i, \\ Q_{i+1} &= Q_i + F_{i+1} + P_{i+1} y'_i = Q_i + c_{i+1} y + P_{i+1} y'_i. \end{aligned}$$

Macierz przejścia

$$[A_{i+1}] = [E] + [G_{i+1}]$$

przyjmuje postać

$$(2.14) \quad [A_{i+1}] = \left[\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \hline 0 & -\mu_{i+1} & 1 & 0 \\ -c_{i+1} & P_{i+1} & 0 & 1 \end{array} \right]$$

Równania (2.12) i (2.14) zapisać można prościej przez wprowadzenie macierzy blokowych. Otrzymamy

$$(2.15) \quad [A_{i+1}] = \begin{bmatrix} [E] & [0] \\ [V_{i+1}] & [E] \end{bmatrix}$$

Wszystkie wielkości mechaniczne występują tu w jednym tylko bloku-macierzy $[V_{i+1}]$.

2.4. Warunki brzegowe. Na końcach belki przyjmuje się zawsze warunki, w których $l = r = 2$. Często przyjmuje się od samego początku, że dwie spośród wielkości y, y', M i Q są zerami, na przykład: $y = 0, y' = 0$ (utwierdzenie sztywne); $y = 0, M = 0$ (przegub); $y = 0, Q = 0$ (utwierdzenie przesuwne w kierunku pionowym); $M = 0, Q = 0$ (koniec swobodny).

W przypadku gdy na końcach belki znajdują się podpory sprężyste, lub (przy zginaniu podłużnym) poziome siły skupione, to przy pomocy odpowiednich macierzy połączenia można wprowadzić przęsto o numerze 0 lub $n+1$ i przyjąć dodatkowy warunek tak, żeby było $M = 0$ i $Q = 0$. Wobec tego w każdym przypadku dwie spośród stałych całkowania są od początku równe zeru i do rachunków wchodzi tylko dwie pozostałe. Jeśli prócz tego dane są wewnętrzne warunki brzegowe to rozróżniamy dwa przypadki:

1) Na wewnętrznym końcu przęsta dane są dwa warunki, na przykład $y = 0, y' = 0$ (sztywne utwierdzenie) lub $y = 0, M = 0$ (sztywny przegub). Wtedy można w to miejsce wstawić dwie dotychczas nie wykorzystane całe. Rachunek przerywa się; oznacza to, że linie ugięcia na prawo i na lewo od tego miejsca są od siebie niezależne.

2) Na pewnym wewnętrznym krańcu przęsta nałożony jest tylko jeden warunek, na przykład $y = 0$ (sztywny przegub) albo $y' = 0$ (utwierdzenie przemieszczające się). W tym przypadku jedną z dwu dotychczas nie wykorzystanych stałych całkowania można wyrazić w postaci liniowej kombinacji pozostałych.

3. Omówienie metody

Ogromny rozwój współczesnych maszyn liczących w wyraźny sposób wyprzedza obecnie rozwój nowych, odpowiadających współczesnemu poziomowi techniki rachunkowej metod mechaniki budowli. Pomiedzy współczesną techniką rachunkową a mechaniką budowli wytworzyła się duża dysproporcja na niekorzyść tej ostatniej.

Konieczne jest wszechstronne i szerokie opracowanie metod obliczania układów statycznie niewyznaczalnych i układów o charakterze plastycznym, metod opiera-

jących się na rachunku macierzy, ponieważ zastosowanie macierzy pozwala najłatwiej i najprościej zastosować osiągnięcia elektroniki w praktyce mechaniki budowli.

Takie postawienie zagadnienia jest tym bardziej aktualne, że zastosowanie rachunku macierzy w zagadnieniach mechaniki budowli niesie ze sobą cały szereg poważnych korzyści, a mianowicie osiąga się pełną automatyzację pracochłonnych procesów obliczeniowych, możliwość uzyskiwania szerokiego wachlarza rozwiązań inżyniersko-technicznych, przeprowadzanie obliczeń przez personel o niskich kwalifikacjach oraz rozwiązywanie systemów o wysokim stopniu niewyznaczalności statycznej, co z kolei daje istotne efekty techniczno-ekonomiczne.

W związku z powyższymi faktami w artykule wyłożona została mechaniczna interpretacja metody macierzowej dla układów belek przy obliczaniu zginania, stateczności oraz drgań.

Literatura cytowana w tekście

- [1] И. А. Биргер, *Некоторые математические методы решения инженерных задач*, Москва 1956.
- [2] Ф. Р. Гантмахер, *Теория матриц*, Москва 1954.
- [3] А. Н. Крылов, *О некоторых дифференциальных уравнениях математической физики имеющих приложения в технических вопросах*, Ленинград 1932.
- [4] А. И. Мальцев, *Основы линейной алгебры*, Москва 1956.
- [5] А. Р. Ржаницын, *Устойчивость равновесия упругих систем*, Москва 1955.
- [6] А. Ф. Смирнов, *Статическая и динамическая устойчивость сооружений*, Москва 1947.
- [7] Д. К. Фадеев, В. Н. Фадеева, *Вычислительные методы линейной алгебры*, Москва 1960.
- [8] Р. Фрезер, В. Дункан, А. Коллар, *Теория матриц и ее приложения*, Москва 1950.
- [9] T. BANACHIEWICZ, *Méthode de résolutions numériques des équations lineaires, du calcul des déterminants et des inverses et de réduction des formes quadratiques*, Bull. Acad. de Scie. Pologne, Ser. A, 1938.
- [10] T. BANACHIEWICZ, *Rachunek krakowianowy*, Warszawa 1959.
- [11] W. I. DUNCAN, A. R. COLLAR, *A methode for the solution of oscillation problems by matrices*, The London Philosophical Magazine and J. of Sciences, 115, 17 (1934).
- [12] S. FALK, *Ein Übersichtliches Schema für die Matrizenmultiplikation*, ZAMM, 4/5, 31 (1951).
- [13] S. FALK, *Neue Verfahren zur direkten Lösung des allgemeinen Matrizenwertproblems*, ZAMM, 8/9, 34 (1954).
- [14] S. FALK, *Die Berechnung des beliebig gestützten Durchlaufträgers nach dem Reduktionsverfahren*, Ingenieur-Archiv, 3, 24 (1956).
- [15] H. FUHRKE, *Bestimmung von Balkenschwingungen mit Hilfe des Matrizenkalküls*, Ingenieur-Archiv, 5, 23 (1955).
- [16] P. B. MORICE, *Linear Structural Analysis*, London 1959.
- [17] A. OKUMURA, *On a method for vibration problems of branch-type systems*, Proceedings of the 2-nd Japan National Congress for Applied Mechanics 1952, Tokyo 1953.
- [18] W. T. THOMSON, *Matrix solution for the vibration of nonuniform beams*, J. of Appl. Mech., 3, 17 (1950).
- [19] R. ZURMÜHL, *Matrizen*, 3. Auflage. 1961.
- [20] K. K. PONOMARIEW, *W sprawie uogólnienia obliczania belek ciągłych metodą macierzową*, Inżyn. Budown., 1, 2, 17 (1960).
- [21] K. K. PONOMARIEW, *W sprawie uogólnienia obliczania belek ciągłych metodą macierzową*, Inżyn. Budown., 9, 17 (1960).

Резюме

ОБЩИЕ ПРИНЦИПЫ МЕХАНИЧЕСКОЙ ИНТЕРПРЕТАЦИИ
МАТРИЧНОГО МЕТОДА РАСЧЕТА СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ

В работе формулируются общие принципы расчета стержневых систем и балок при использовании матричного метода. Рассматривается изгиб, устойчивость и колебания системы.

Приближенный метод дает возможность применения современных методов расчета для использования электронных счетных машин.

Summary

GENERAL PRINCIPLES OF MECHANICAL MATRIX INTERPOLATION
BY THE METHOD OF BAR SYSTEMS

This paper contains general principles of computation of systems composed of bars and beams by means of the matrix method. The problems discussed are those of bending, stability and vibration of a system.

The method proposed enables the application of modern computation methods and electronic computers.
