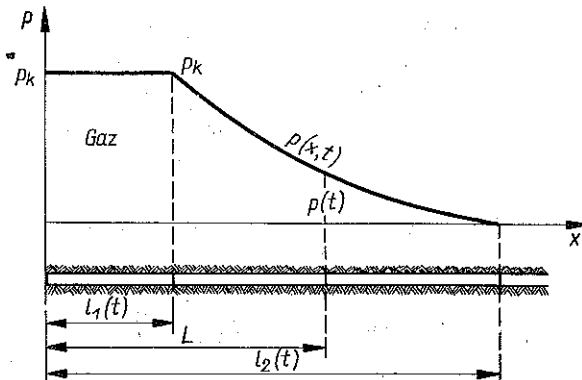


PRZYBLIŻONE METODY OBLICZANIA RUCHU KONTURU GAZ-CIECZ  
Z UWZGLĘDNIENIEM SPRĘŻYSTOŚCI CIECZY I ZŁOŻA

M. W. FILINOW, C. GRABARCZYK

Duża liczba zagadnień związanych z eksploatacją złóż roponośnych i gazowych a także z podziemnym magazynowaniem gazu sprowadza się do rozwiązywania nieustalonych przepływów w teorii filtracji z przemieszczającą się granicą rozdziálu dwóch płynów. Do rozwiązywania powyższych zagadnień można stosować następujące metody przybliżone z dużą dokładnością. Przede wszystkim może być użyta metoda kolejnych zmian stanów ustalonych [1] i jej dalsze uściślenie przedłożone przez A. M. PIRWIERDIANA [2] a także metoda chwilowych związków całkowych opracowana w zastosowaniu do równań teorii filtracji przez G. I. BARENBLATA [3]; metoda ta jest uogólnieniem dwóch poprzednich metod. Były one zastosowane w pracach [4 i 5] do zadania wypierania jednej cieczy sprężystej przez drugą również sprężystą lub przez gaz w ośrodku porowatym.



Rys. 1

W pracy naszej rozważane jest zadanie wypierania cieczy sprężystej przez gaz na podstawie metody podanej w pracy [3].

Rozpatrzmy złożo nieograniczone z jednej strony, początkowo wypełnione cieczą sprężystą o stałym ciśnieniu  $p_0$ ; w odległości  $L$  od przekroju początkowego złoża znajduje się rząd otworów eksploatacyjnych. W chwili  $t = 0$  rozpoczynamy wtłaczać do złoża gaz pod ciśnieniem stałym  $p_k$  w przekroju  $x = 0$  (rys. 1). Lepkości gazu nie uwzględniamy. Pobieranie ropy naftowej z otworów eksploatacyjnych rozpo-

czyną się dopiero od momentu, kiedy ciśnienie w otworach osiągnie pewną z góry daną wielkość  $p_c$  ( $p_0 < p_c < p_k$ ).

Należy określić charakter rozkładu ciśnienia w tej części złoża, która jest wypełniona ropą naftową (ciśnienie w strefie gazowej jest stałe, ponieważ pomijamy wpływ lepkości gazu), odległość do przemieszczającej się granicy gaz — ropa naftowa  $l_1(t)$  i całkowity czas do chwili wypełnienia gazem otworów eksploatacyjnych.

Tak postawione zadanie jednowymiarowego przepływu sprowadza się do znanego klasycznego zagadnienia Stefana [6].

Zgodnie z metodą pracy [3], którą będziemy się posługiwali, zakłada się, że przy wtlaczaniu gazu powstaje także przemieszczający obszar zakłóceń, którego odległość  $l_2(t)$  należy również wyznaczyć.

Dla rozwiązania zadania cały proces wypierania dzielimy na dwie fazy. Będziemy przyjmowali, że pierwsza faza trwa do tej pory, kiedy w otworach eksploatacyjnych ciśnienie osiągnie wartość  $p_c$ , po czym rozpoczyna się pobieranie cieczy i następuje druga faza procesu wypierania.

Dla części złoża wypełnionej cieczą w pierwszej fazie wypierania będziemy szukali rozkładu ciśnienia w następującej postaci:

$$(1) \quad p(x, t) = a_0(t) + a_1(t) \frac{x}{l_2} + a_2(t) \frac{x^2}{l_2^2}$$

przy następujących warunkach początkowych i granicznych:

$$(2) \quad \begin{aligned} l_1(t) = l_2(t) = 0, & \quad \text{gdy} \quad t = 0, \\ p(x, t) = p_0 & \quad x = l_2(t), \\ p(x, t) = p_k & \quad x = l_1(t), \\ \frac{\partial p}{\partial x} = 0 & \quad x = l_2(t). \end{aligned}$$

Wykorzystując warunki (2) dla określenia nieznanymi współczynników (1) otrzymujemy

$$(3) \quad p(x, t) = p_0 + (p_k - p_0) \left( \frac{l_2 - x}{l_2 - l_1} \right)^2$$

w przedziale  $l_1(t) < x < l_2(t)$ .

Dla określenia nieznanymi odległości  $l_1(t)$  i  $l_2(t)$  potrzebne są jeszcze dwa równania. Jedno z nich otrzymujemy z bilansu masowego, a mianowicie

$$(4) \quad (m\gamma)_0 l_2 = \int_{l_1}^{l_2} (m\gamma) dx,$$

przy czym na ogół przyjmuje się, że iloczyn  $m\gamma$  w sposób liniowy zależy od ciśnienia  $p$ :

$$(5) \quad m\gamma = (m\gamma)_0 \left( 1 + \frac{p - p_0}{K} \right).$$

Całkując (4) z uwzględnieniem (3) i (5) otrzymujemy

$$(6) \quad l_1 = \frac{\Delta p}{3K} (l_2 - l_1).$$

We wzorach powyższych wprowadziliśmy następujące oznaczenia:  $\Delta p = p_k - p_0$  depresja,  $K$  moduł sprężystości uwzględniający sprężystość ośrodka porowatego i cieczy oraz  $m$  współczynnik porowatości.

Drugie równanie dla określenia funkcji  $l_1(t)$  i  $l_2(t)$  otrzymamy na podstawie metody Barenblata [3] drogą bezpośredniego całkowania równania dla sprężystego obszaru wypełnionego cieczą. W ten sposób otrzymujemy następujący związek całkowy:

$$(7) \quad \frac{d}{dt} \int_{l_1}^{l_2} p(x, t) dx = \kappa^2 \left( \frac{\partial p}{\partial x} \right)_{l_2} - \kappa^2 \left( \frac{\partial p}{\partial x} \right)_{l_1} + p(l_2, t) \frac{dl_2}{dt} - p(l_1, t) \frac{dl_1}{dt}.$$

Uwzględniając warunki (2) możemy przedstawić równanie (7) w następującej postaci:

$$(8) \quad \frac{d}{dt} \int_{l_1}^{l_2} p(x, t) dx = -\kappa^2 \left( \frac{\partial p}{\partial x} \right)_{l_1} + p_0 \frac{dl_2}{dt} - p_k \frac{dl_1}{dt}.$$

Podstawiając do (8) funkcję  $p(x, t)$  i  $\partial p/\partial x$  ze wzoru (3), otrzymujemy

$$(9) \quad \left( p_0 + \frac{1}{3} \Delta p \right) \frac{d}{dt} (l_2 - l_1) = \kappa^2 \frac{2\Delta p}{l_2 - l_1} + p_0 \frac{dl_2}{dt} - p_k \frac{dl_1}{dt}.$$

W ten sposób otrzymaliśmy dwa równania (6) i (9) dla wyznaczenia nieznanych długości  $l_1(t)$  i  $l_2(t)$ . Rugując z tych równań  $l_2$  otrzymujemy dla  $l_1$  następujące równanie różniczkowe:

$$(10) \quad 3K \left( 1 + \frac{K}{\Delta p} \right) l_1 \frac{dl_1}{dt} = 2\kappa^2 \Delta p,$$

gdzie  $\kappa^2$  oznacza współczynnik «piezoprzewodności»,  $\kappa^2 = kK/m\mu$ , a  $k$  współczynnik filtracji oraz  $\mu$  współczynnik lepkości.

Całkując równanie (10) w przedziałach od 0 do  $l_1$  i od 0 do  $t$  otrzymujemy

$$l_1 = \sqrt{2a} \sqrt{t},$$

gdzie

$$(11) \quad a = \frac{2\kappa^2 \Delta p}{3K \left( 1 + \frac{K}{\Delta p} \right)}.$$

Znając  $l_1$  możemy z (6) określić  $l_2$  i z równania (3) znaleźć rozkład ciśnień  $p(x, t)$  w dowolnym punkcie złoża, w dowolnym momencie czasu.

Otrzymane rozwiązanie jest przybliżone zarówno ze względu na upraszczające założenie (pominięcie lepkości gazu), jak i z powodu metody rozwiązania. W pracy [7]

pokazano, że pominięcie wpływu lepkości nie wprowadza istotnych rozbieżności w charakterze rozkładu ciśnienia. Dlatego też należy dokonać oceny błędu samej metody rozwiązania. Można to zrobić [5] dla pierwszej fazy przepływu, porównując współczynniki przy  $\sqrt{t}$  we wzorach (11) i w ścisłym rozwiązaniu, otrzymanym w pracach [6 i 8]. Zestawienie wyników otrzymanych z rozwiązania ścisłego [8]

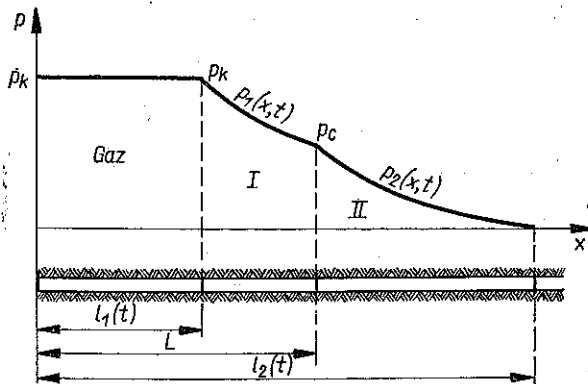
Tablica 1

Parametry	$m$	0,3	0,25	0,2
	$k$ [darcy]	2,0	10	0,6
	$\alpha$	2,85	2,18	1,75
	$\mu$ $\left[\frac{\text{Gsek}}{\text{cm}^2}\right]$	$10^{-5}$	$10^{-5}$	$10^{-5}$
Rozwiązania				
Ściste		1,91	1,57	1,40
Przybliżone	$\sqrt{2a}$	2,19	1,80	1,60

i ze wzoru (11) dla różnych fizycznych parametrów złoża i cieczy (ropy naftowej) pokazano w tablicy 1.

Rozpatrzmy drugą fazę wypierania (rys. 2). W tym przypadku rozkład ciśnienia w strefie I ma postać

$$(12) \quad p_1(x, t) = b_0(t) + b_1(t) \left(1 - \frac{x}{L - l_1}\right)^2$$



Rys. 2

w przedziale  $l_1 \leq x \leq L$  przy następujących warunkach granicznych:

$$(13) \quad p = p_c \text{ dla } x = L \text{ oraz } p = p_k \text{ dla } x = l_1,$$

gdzie  $L$  oznacza odległość do rzędu otworów eksploatacyjnych.

Rozkład ciśnienia w strefie II będzie dokładnie taki sam jak w pierwszej fazie wypierania, tzn. wyraża się formułami (1) i (3) ze zmianą  $p_k$  na  $p_c$ :

$$(14) \quad p_2(x, t) = p_0 + (p_c - p_0) \frac{(l_2 - x)^2}{(l_2 - L)^2}$$

w przedziale  $L \leq x \leq l_2$ .

Podstawiając (13) w (12) znajdujemy

$$(15) \quad p_1(x, t) = p_c + (p_k - p_c) \frac{(L + l_1 - x)^2 - l_1^2}{L^2 - l_1^2}$$

w przedziale  $l_1 \leq x \leq L$ .

Nieznane funkcje  $l_1(t)$  i  $l_2(t)$  wyznaczamy analogicznie do tego, jak to robiliśmy dla pierwszej fazy. W tym przypadku zależność całkową przedstawimy w postaci

$$(16) \quad \frac{d}{dt} \int_L^{l_2} p_2(x, t) dx = \kappa^2 \left( \frac{\partial p}{\partial x} \right)_{l_2} - \kappa^2 \left( \frac{\partial p}{\partial x} \right)_L + p_0 \frac{dl_2}{dt} - p_c \frac{dL}{dt}.$$

Wykorzystując warunki graniczne (13) i wyznaczając z funkcji (14) całkę wchodzącą w (16) otrzymujemy dla  $l_2$  następujące równanie różniczkowe:

$$(17) \quad (l_2 - L) \frac{dl_2}{dt} = 6\kappa^2.$$

Przedziały całkowania określamy dla momentu zakończenia pierwszej fazy procesu, kiedy ciśnienie w otworach eksploatacyjnych osiągnie daną wielkość  $p_c$ ; przyjmując w tym momencie  $t = t^*$ ,  $l_1 = l_1^*$ ,  $l_2 = l_2^*$ , otrzymujemy całkę równania (17) w postaci

$$(18) \quad l_2^2 - l_2^{*2} - 2L(l_2 - l_2^*) = 12\kappa(t - t^*).$$

Dla określenia  $l_1(t)$  wykorzystamy następującą kinematyczną zależność na granicy gaz-ciecz:

$$(19) \quad m \frac{dl_1}{dt} = \left( -\frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right)_{l_1}.$$

Z (19) po uwzględnieniu (15) znajdujemy

$$(L^2 - l_1^2) \frac{dl_1}{dt} = aL,$$

gdzie

$$(20) \quad a = \frac{2k(p_k - p_c)}{m\mu}.$$

Całkując wyrażenie (20) od  $t^*$  do  $t$  i od  $l_1^*$  do  $l_1$  otrzymujemy

$$(21) \quad L^2(l_1 - l_1^*) - \frac{1}{3}(l_1^3 - l_1^{*3}) = aL(t - t^*).$$

Час nagazowania otworów eksploatacyjnych  $T_1$  w drugiej fazie można określić z (21); przyjmując  $l_1 = L$  otrzymamy

$$(22) \quad L^2(L - l_1^*) - \frac{1}{3}(L^3 - l_1^{*3}) = aL(T_1 - t^*).$$

Całkowity czas nagazowania otworów od początku procesu wypierania równa się<sup>1</sup>

$$(23) \quad T = T_1 + t^*.$$

#### Literatura cytowana w tekście

1. И. А. Чарный, *Подземная гидромеханика*, Москва 1948.
2. А. М. Пирьердяв, *Нефтяная подземная гидравлика*, Баку 1956.
3. Г. И. Баренблат, *О некоторых приближенных методах в теории одномерной неустановившейся фильтрации жидкости при упругом режиме*, Изв. АН СССР, ОТН, 9, (1954).
4. М. В. Филинов, И. А. Чарный, *Приближенный метод расчета нагнетания газа в водоносный пласт и его сравнение с некоторыми точными решениями*, Изв. АН СССР, ОТН, Энерг. и авт., 1, 1959.
5. М. В. Филинов, *К задаче о неустановившейся фильтрации жидкости при упругом режиме*, Изв. АН СССР, ОТН, Мех. и машин., 4 (1962).
6. Н. Н. Веригин, *Нагнетание вязких растворов в горные породы в целях повышения прочности и водонепроницаемости оснований гидротехнических сооружений*, Изв. АН СССР, ОТН., Мех. и машиностр., 5 (1952).
7. М. В. Филинов, *О нагнетании газа в водоносный пласт*, Изв. АН СССР, ОТН., Мех. и машиностр., 4 (1960).
8. K. SALWA i H. WALDEN, *Wypieranie wody przez gaz wtaczany do wielowarstwowego pokladu*, Róznr. Inżyn., 2, 12 (1964).

#### Резюме

### ПРИБЛИЖЕННЫЕ МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ КОНТУРА ГАЗ-ЖИДКОСТЬ С УЧЕТОМ УПРУГОСТИ ЖИДКОСТИ И МЕСТОРОЖДЕНИЯ

В работе приводятся приближенные методы расчета по вытеснению нефти газом в пористой среде, при предположении сжимаемости жидкости, невязкости газа и упругости основания.

Процесс вытеснения жидкости газом разделяется на две фазы:

- 1) до достижения требуемого давления газом в эксплуатационных скважинах,
- 2) добыча жидкости из эксплуатационной скважины нефти при постоянном давлении полученным в конце первой фазы.

Основываясь на приближенной методе Баренблата, определяется распределение давлений в части месторождения, наполненного жидкостью, перемещения границы газ-нефть и полного времени, необходимого для заполнения газом нефтяных скважин.

Из сравнения приближенного решения с точным решением вытекают допускаемые разногласия касающиеся вопросов фильтрации.

<sup>1</sup> Autorzy wyrażają gorące podziękowanie doc. dr H. WALDENOWI za cenne rady i wskazówki w toku wykonywania niniejszej pracy.

## Summary

APPROXIMATE COMPUTATION METHODS OF THE MOTION LIQUID GAS  
INTERFACE WHEN THE LIQUID AND THE STRATA ARE ELASTIC

Some simplified methods are proposed for computing the process of oil repulsion by a gas in a porous medium the assumptions being that the liquid is compressible, the gas inviscid and the strata elastic.

The repulsion forces is divided into two stages.

1. Until the required pressure is reached at the extraction opening,
2. The stage of liquid extraction at constant pressure as reached at the end of the first stage.

Making use of the Barenblat approximate method some solutions are obtained thus determining the pressure distribution in the liquid region, the displacement of the gas-oil interface and the total time required for the gas to fill the boreholes.

Confrontation of the approximate and accurate solution shows admissible discrepancies in filtration problems.

*Praca została złożona w Redakcji dnia 15 kwietnia 1964 r.*

---