

NOŚNOŚĆ GRANICZNA PŁYT W KSZTAŁCIE TRÓJKĄTA RÓWNORAMIENNEGO

MICHAŁ KLEIBER i MAREK KWIECIŃSKI (WARSZAWA)

Ważniejsze oznaczenia stosowane w pracy

- M_0 jednostkowy moment graniczny «dodatni»,
 M'_0 jednostkowy moment graniczny «ujemny»,
 $\mu_1 = M'_0/M_0$ współczynnik warstwowości struktury płyty,
 μ'_2, μ''_2 współczynniki utwierdzenia brzegów płyty,
 $\gamma_i, \varphi_i, \psi_i, \xi_i,$
 ζ_i, Φ, X parametry określające mechanizmy zniszczenia płyty,
 k parametr określający położenie siły (rys. 1),
 t parametr określający położenie siły (rys. 4),
 γ, β kąty rozpatrywanego trójkąta równoramiennego (rys. 1),
 h wysokość rozpatrywanego trójkąta równoramiennego (rys. 1),
 a promień okręgu wpisanego w trójkąt.

1. Wstęp

W pracy przedstawiono problem określania intensywności obciążenia granicznego dla płyt w kształcie trójkąta równoramiennego, obciążonych w sposób ciągły i skoncentrowany przy różnych warunkach podparcia.

Przeprowadzając analizę szeregu sztywno-plastycznych płyt izotropowych starano się usystematyzować i uzupełnić otrzymane dotychczas wyniki [1–8] w celu umożliwienia ich praktycznego wykorzystania. Jako metodę rozwiązywania przyjęto poszukiwanie intensywności obciążenia granicznego na drodze kinematycznej. Założono, że rozpatrywane płyty wykonane są z materiału uplastyczniającego się zgodnie z warunkiem największych momentów głównych. Należy zaznaczyć, że przyjęcie do rozważań płyty w kształcie trójkąta równoramiennego nie jest w zasadzie zawężeniem ogólności problemu znajdowania obciążeń granicznych dla płyt w kształcie dowolnego trójkąta, gdyż i tak zachodzi konieczność rozpatrzenia naroża o dowolnym kącie wierzchołkowym, obciążonego w ogólny sposób.

Wykorzystując wyniki otrzymane dla różnych naroży można metodą superpozycji szacować nośność graniczną dowolnych płyt trójkątnych.

2. Obciążenie siłą skupioną

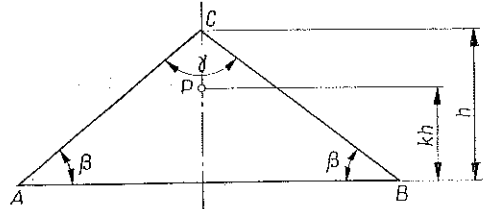
Zależnie od położenia siły, określonego parametrem k , kąta γ (rys. 1) oraz przyjętych warunków brzegowych, mogą się pojawiać różne mechanizmy zniszczenia.

2.1. Płyta swobodnie podparta na całym obwodzie. Dla siły w pobliżu brzegu AB (rys. 1) lokalny mechanizm zniszczenia płyty związany jest z obciążeniem granicznym [1]

$$(2.1) \quad P = M_0(3\pi + 2).$$

W tym przypadku położenie siły nie wpływa na nośność płyty, geometryczny zaś warunek możliwości powstania tego mechanizmu ma postać

$$(2.2) \quad k < \frac{\sin \gamma/2}{\sqrt{2 + \sin \gamma/2}}.$$



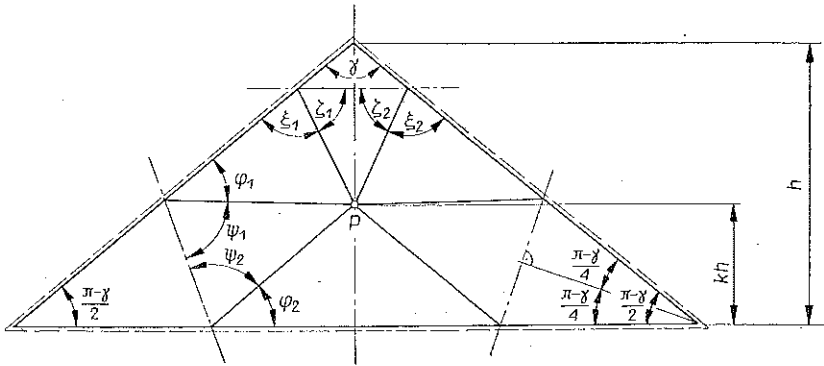
Rys. 1

Dla siły w pobliżu naroża C (rys. 1) lokalnemu mechanizmowi zniszczenia naroża odpowiada nośność graniczna płyty określona [1] za pomocą wzoru

$$(2.3) \quad P = 2M_0 \left(\frac{\pi}{2} + \gamma + 1 + 2 \operatorname{ctg} \frac{\pi + \gamma}{4} \right).$$

Również w tym przypadku położenie siły nie wpływa na nośność płyty, a geometryczny warunek możliwości powstania tego mechanizmu przybiera postać

$$(2.4) \quad k > \frac{\sqrt{2} \sin \gamma/2}{1 + \sqrt{2} \sin \gamma/2}.$$



Rys. 2

W przypadku siły położonej w środkowej części płyty należy rozpatrzyć mechanizm zniszczenia pokazany na rys. 2. Zgodnie z [2], wykorzystując związki określone geometrycznym kształtem płyty, otrzymano

$$\xi_1 = \xi_2 = \zeta_1 = \zeta_2 = \frac{\pi + \gamma}{4}, \quad \varphi_1 = \varphi_2, \quad \psi_1 = \varphi_2,$$

$$\operatorname{ctg} \varphi_1 = \frac{\operatorname{ctg} \frac{3\pi - \gamma}{4} \left(\cos \frac{3\pi - \gamma}{4} + \sqrt{\frac{1-k}{k}} \sin \frac{\gamma}{2} \right) + \sin \frac{3\pi - \gamma}{4}}{\sqrt{\frac{1-k}{k}} \sin \frac{\gamma}{2}},$$

$$\operatorname{ctg} \varphi_2 = \frac{\cos \frac{3\pi - \gamma}{4} + \sqrt{\frac{1-k}{k}} \sin \frac{\gamma}{2}}{\sin \frac{3\pi - \gamma}{4}}.$$

Nośność płyty w tym przypadku wynosi

$$(2.5) \quad P = 4M_0 (\operatorname{ctg} \varphi_1 + \operatorname{ctg} \varphi_2 + \operatorname{ctg} \xi_1) = 4M_0 \times$$

$$\times \left(\sqrt{\frac{1-k}{k}} \frac{\sqrt{\sin \frac{\gamma}{2}}}{\sin \frac{3\pi - \gamma}{4}} + \sqrt{\frac{k}{1-k}} \frac{1}{\sin \frac{3\pi - \gamma}{4} \sqrt{\sin \frac{\gamma}{2}}} + \operatorname{ctg} \frac{3\pi - \gamma}{4} \right).$$

Wzór (2.5) uzależnia wartość obciążenia granicznego od parametru określającego położenie siły P przy założeniu zrealizowania się danego mechanizmu. Zbadajmy, dla jakiego położenia siły obciążenie graniczne jest minimalne. Żądając aby $\partial P / \partial k = 0$, otrzymano

$$(2.6) \quad \frac{1-k}{k} \sin \frac{\gamma}{2} = 1.$$

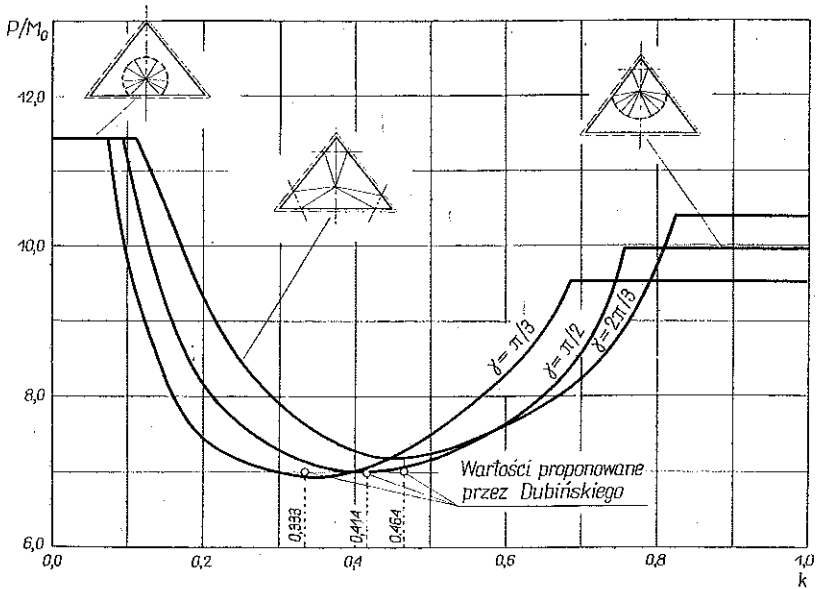
Równość (2.6) zachodzi, gdy siła położona jest na dwusiecznej kąta bocznego naroża, a więc w środku okręgu wpisanego w kontur płyty. Po określeniu przedziałów, do których odnoszą się odpowiednie mechanizmy zniszczenia, wykresy zależności nośności granicznej od położenia siły dla różnych wartości kąta γ przedstawiono na rys. 3.

Minimalne wartości obciążenia granicznego wynoszą przykładowo:

$$\text{dla } \gamma = \frac{\pi}{3} \quad \frac{P}{M_0} = 6,91,$$

$$\text{dla } \gamma = \frac{\pi}{2} \quad \frac{P}{M_0} = 7,00,$$

$$\text{dla } \gamma = \frac{2\pi}{3} \quad \frac{P}{M_0} = 7,20.$$



Rys. 3

W pracy [3] zaleca się, aby dla dowolnych płyt trójkątnych, obciążonych siłą skupioną w środku okręgu wpisanego, przyjmować w przybliżeniu $P/M_0 = 7,00$.

Jak widać, dla wymienionych wartości kąta γ błąd wynikający z przyjęcia wartości przybliżonej nie przekracza 3%, a i dla innych płyt trójkątnych też nie jest większy [3].

2.2. Płyta podparta na całym obwodzie bez możliwości unoszenia się naroży. Dla znalezienia nośności granicznej płyty należy rozpatrzyć zniszczenie naroża (rys. 4).

Z równania pracy przygotowanej otrzymujemy

$$(2.7) \quad P = M_0 \left[(1 + \mu'_2) \operatorname{ctg} \psi_1 + (1 + \mu''_2) \operatorname{ctg} \psi_2 + (1 + \mu_1) (\psi_1 + \psi_2 - \beta) + \frac{1 + \mu_1}{\psi_1 + \psi_2 - \beta} \ln^2 \frac{t \sin \psi_1}{\sin \psi_2} \right].$$

Wyrażenie to poddajemy minimalizacji ze względu na kąty ψ_1 i ψ_2 . Z otrzymanych dwu równań eliminujemy t i otrzymujemy

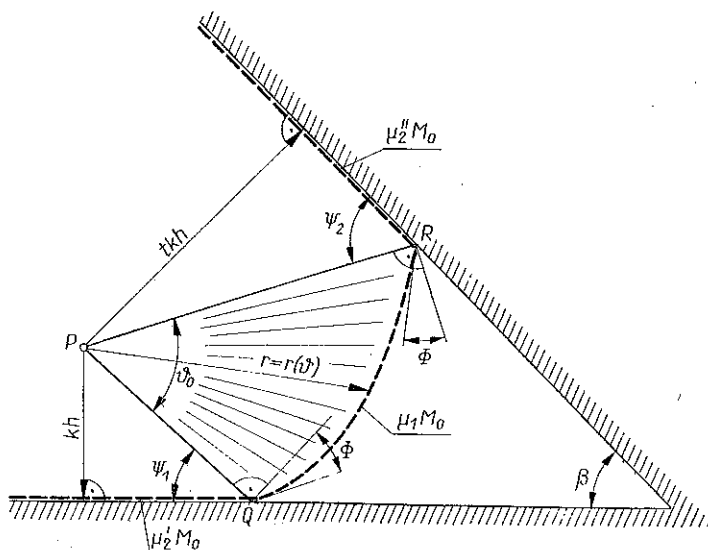
$$(2.8) \quad 4 \left[1 + \frac{\operatorname{ctg} \psi_1 \operatorname{ctg} \psi_2}{\operatorname{ctg} \psi_1 + \operatorname{ctg} \psi_2} \left(-\frac{1 + \mu'_2}{1 + \mu_1} \frac{1 + \operatorname{ctg}^2 \psi_1}{\operatorname{ctg} \psi_1} - \frac{1 + \mu''_2}{1 + \mu_1} \frac{1 + \operatorname{ctg}^2 \psi_2}{\operatorname{ctg} \psi_2} \right) \right] - \frac{\left[\frac{1 + \mu'_2}{1 + \mu_1} (1 + \operatorname{ctg}^2 \psi_1) - \frac{1 + \mu''_2}{1 + \mu_1} (1 + \operatorname{ctg}^2 \psi_2) \right]^2}{(\operatorname{ctg} \psi_1 + \operatorname{ctg} \psi_2)^2} = 0.$$

Jest to równanie, które musi być spełnione przez kąty ψ_1 i ψ_2 , aby przy danych (za pomocą parametrów μ'_2 i μ''_2) warunkach brzegowych obciążenie graniczne

było minimalne. W równaniu tym nie występują: parametr określający położenie siły i kąt β (co nie znaczy, że mechanizm zniszczenia jest niezależny od tych wielkości). Wpływ ich staje się widoczny w toku dalszego postępowania, które jest następujące:

- 1) obieramy wartości parametrów μ_1 , μ_2' i μ_2'' ,
- 2) obieramy wartość kąta ψ_1 ,
- 3) z (2.8) określamy wartość kąta ψ_2 .

Następnie graficznie sprawdzamy trafność doboru wartości kąta ψ_1 . Wrysowując w kontur naroża mechanizm zniszczenia (określony przyjętą wartością kąta ψ_1) otrzymujemy kąt ψ_2 , który powinien mieć wartość równą wyliczonej z (2.8). Jeśli tak nie jest, powtarzamy proces przy innej wartości kąta ψ_1 .



Rys. 4

Z równania (2.8) można otrzymać szereg szczególnych przypadków postawionego zagadnienia. Załóżmy, że bezwzględne wartości momentów granicznych (ujemnego i dodatniego) są równe $\mu_1 = 1$. Dla naroża o jednakowych warunkach brzegowych na obu krawędziach $\mu_2' = \mu_2'' = \mu_2$ otrzymujemy

$$(2.9) \quad \operatorname{ctg}^2 \psi_1 + 2 \operatorname{ctg} \psi_1 \operatorname{ctg} \psi_2 \left(\frac{4}{1 + \mu_2} - 1 \right) + \operatorname{ctg}^2 \psi_2 = 8 \left[\frac{2}{(1 + \mu_2)^2} - \frac{1}{1 + \mu_2} \right].$$

Dla naroża o brzegach przegubowo podpartych, $\mu_2 = 0$, otrzymujemy (podobnie jak w pracy [1])

$$(2.10) \quad \operatorname{ctg}^2 \psi_1 + 6 \operatorname{ctg} \psi_1 \operatorname{ctg} \psi_2 + \operatorname{ctg}^2 \psi_2 = 8.$$

Dla naroża utwierdzonego na obu krawędziach, $\mu_2 = 1$, otrzymujemy (podobnie jak w [1])

$$(2.11) \quad \operatorname{ctg} \psi_1 + \operatorname{ctg} \psi_2 = 0.$$

Rozpatrzmy teraz szczegółowo dwa przypadki podparcia płyty.

A. Płyta przegubowo podparta na obwodzie. Dla siły w pobliżu brzegu AB (rys. 1) zagadnienie jest identyczne z omówionym przy rozważaniu podparcia swobodnego.

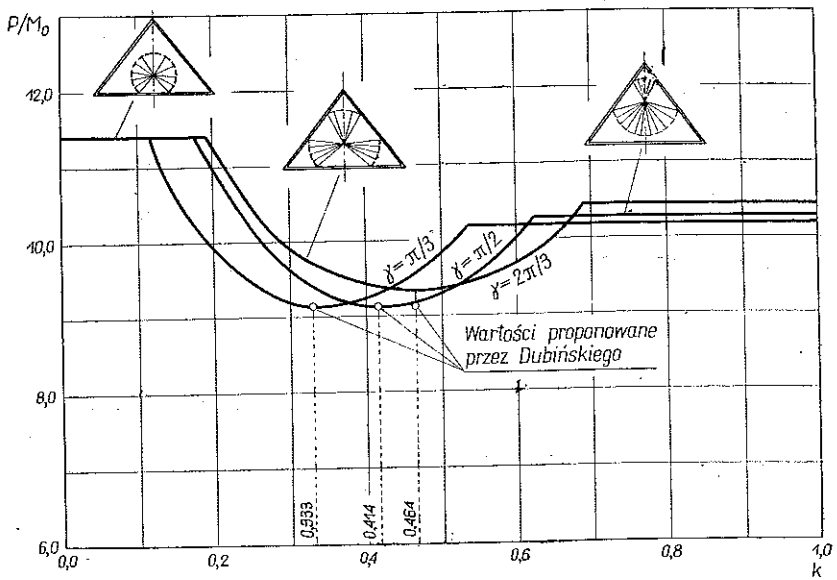
Dla siły w pobliżu naroża C (rys. 1) mechanizm zniszczenia zależy od wielkości kąta γ [1]. Wartości obciążenia granicznego wynoszą

$$(2.12) \quad \text{dla } \frac{\pi}{2} \leq \gamma < \pi \quad P = 2M_0 \left(\frac{\pi}{2} + \gamma + 1 + \text{ctg } \frac{\gamma}{2} \right)$$

oraz

$$(2.13) \quad \text{dla } 0 < \gamma \leq \frac{\pi}{2} \quad P = 2M_0(2 + \pi).$$

Dla siły w środkowej części płyty (zakładając odpowiednie typy mechanizmów zniszczenia, również zależne od wielkości kąta, oraz wykorzystując wyżej podany algorytm postępowania) znaleziono na drodze graficznej wartości parametrów ψ_1 i ψ_2 , co uwzględniając wzór (2.7) pozwoliło na określenie obciążeń granicznych



Rys. 5

odpowiadających tym mechanizmom. Uwzględniając możliwości powstania innych omówionych wyżej lokalnych mechanizmów zniszczenia płyty, przedstawiono na rys. 5 wykres zależności nośności granicznej od położenia siły dla różnych wartości kąta γ . Ze względu na to, że dla niektórych położeni siły P stosowano graficzny sposób wyznaczania mechanizmów zniszczenia, a następnie korzystano z uzyskanych na tej drodze wyników dla obliczenia nośności granicznej płyty, należy liczyć

się z faktem popełnienia błędu w ostatecznej wartości obciążenia granicznego. Przyjmując

$$\Delta P \approx \frac{\partial P}{\partial \psi_1} \Delta \psi_1, \quad \Delta \psi_1 = 1^\circ = 0,0175$$

i wykonując obliczenia wartości $\Delta P/M_0$ dla różnych kątów ψ_1 można przekonać się, że błąd względny maleje szybko wraz ze zbliżaniem się kąta ψ_1 do 45° , co odpowiada położeniu siły w środkowej części płyty. Jednocześnie wartość błędu względne rzadko tylko przekracza 1%.

Taką dokładność otrzymanych wyników można uznać za wystarczającą. Minimalne wartości obciążenia granicznego dla sił położonych w środku okręgu wpisanego w kontur danej płyty wynoszą przykładowo:

$$\text{dla } \gamma = \frac{\pi}{3} \quad \frac{P}{M_0} = 9,18,$$

$$\text{dla } \gamma = \frac{\pi}{2} \quad \frac{P}{M_0} = 9,25,$$

$$\text{dla } \gamma = \frac{2\pi}{3} \quad \frac{P}{M_0} = 9,37.$$

W pracy [3] zaleca się, aby dla dowolnych płyt trójkątnych obciążonych siłą skupioną w środku okręgu wpisanego, podpartych przegubowo, przyjmować w przybliżeniu $P/M_0 = 9,30$. Błąd wynikający z przyjęcia wartości przybliżonej nie przekracza 1,5% [3].

B. Płyta utwierdzona na całym obwodzie. Dla zniszczenia lokalnego, w którym linia załomu «ujemnego» jest okręgiem, mamy [1]

$$(2.14) \quad P = 4\pi M_0.$$

Aby uzyskać nośność graniczną całej płyty w przypadku zniszczenia w postaci «wachlarzy» w narożach, należy stosować zasadę superpozycji dla wyników otrzymanych z rozważań nad poszczególnymi narożami. Otrzymano tym sposobem

$$(2.15) \quad P = 4M_0 \left(\frac{2 \ln^2 \frac{1-k}{k} \sin \frac{\gamma}{2}}{\pi + \gamma} + \pi \right).$$

Widać, że określona przez (2.15) nośność jest zawsze większa od $4\pi M_0$, zatem mechanizm ten nigdy nie powstanie ($4\pi M_0$ jest bowiem wartością obciążenia granicznego przy zniszczeniu lokalnym). A więc płyta trójkątna utwierdzona na obwodzie, obciążona siłą skupioną, ulegnie zawsze tylko lokalnemu zniszczeniu. Nośność graniczna takiej płyty nie zależy od położenia siły i jest równa $4\pi M_0$. Zgodnie z pracą [2] załom «ujemny» pokryje się z okręgiem wpisanym w kontur płyty.

Znajdźmy minimum wyrażenia (2.15) ze względu na wartość parametru k , co może być przydatne przy rozwiązywaniu płyty obciążonej równomiernie na całej powierzchni.

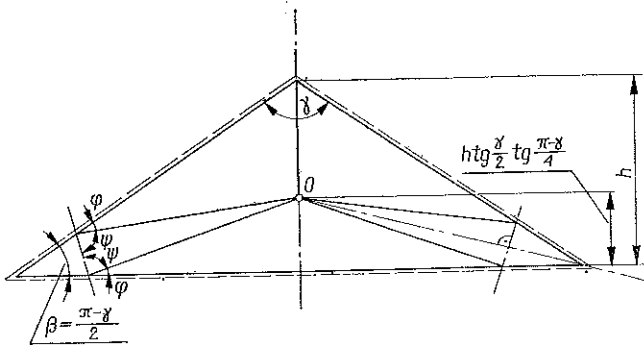
Żądając aby $\partial P/\partial k = 0$, otrzymujemy

$$\frac{1-k}{k} \sin \frac{\gamma}{2} = 1,$$

co odpowiada przyłożeniu siły w środku okręgu wpisanego w kontur płyty.

3. Obciążenie ciągle równomiernie rozłożone na całej powierzchni płyty

3.1. Płyta swobodnie podparta na obwodzie. Analizę tego przypadku przeprowadzono metodą parametryzacji siatki linii załomów i minimalizacji wartości obciążenia granicznego względem wszystkich parametrów. Najogólniej określoną siatkę zniszczenia charakteryzuje osiem parametrów. Jednakże przy tak ogólnie określonym mechanizmie zniszczenia samo napisanie równania prac przygotowanych jest bardzo uciążliwe, a efektywne przeprowadzenie minimalizacji jest praktycznie niemożliwe. Dlatego wprowadzono do tak sformułowanego zagadnienia szereg uproszczeń polegających na zmniejszeniu liczby parametrów. Można to osiągnąć przez przyjęcie uproszczonego mechanizmu zniszczenia przenosząc pewne własności siatek linii załomów otrzymanych w podobnych do tego zagadnieniach, jak np. w zagadnieniu identycznej płyty obciążonej siłą skupioną. Spośród wielu możliwych uproszczeń postawionego zagadnienia wybrano mechanizm pokazany na rys. 6 (dla $\gamma \geq \pi/2$).



Rys. 6

Równanie prac przygotowanych dla tego przypadku przybiera postać

$$(3.1) \quad \frac{ph^2 \operatorname{tg}^2 \frac{\gamma}{2} \operatorname{tg}^2 \frac{\pi - \gamma}{4}}{3M_0} = \frac{4 \frac{x^2 + 1}{x - \operatorname{ctg} \alpha} + 2 \operatorname{ctg} \frac{\gamma}{2}}{2x + \left(\operatorname{ctg} \frac{\pi - \gamma}{4} - x \right) \left[1 - 2 \left(\cos \frac{\pi - \gamma}{4} - x \sin \frac{\pi - \gamma}{4} \right) \right]},$$

gdzie $x = \operatorname{ctg} \varphi$, $\alpha = (3\pi - \gamma)/4$.

Przeprowadzając minimalizację (3.1) ze względu na parametr x otrzymano

$$(3.2) \quad \text{dla } \gamma = \frac{2\pi}{3} \quad \text{ctg } \varphi = 3,0214, \quad \varphi \approx 18^\circ 19', \quad \frac{ph^2}{6M_0} = 3,94;$$

$$(3.3) \quad \text{dla } \gamma = \frac{\pi}{2} \quad \text{ctg } \varphi = 2,1659, \quad \varphi \approx 24^\circ 47', \quad \frac{ph^2}{6M_0} = 5,13.$$

Dla $\gamma = \pi/3$, czyli dla płyty w kształcie trójkąta równobocznego, zagadnienie znacznie się upraszcza, bowiem wystarczy rozpatrzyć tylko jedno naroże o kącie równym $\pi/3$. Równanie prac przygotowanych dla tego przypadku ma postać

$$(3.4) \quad \frac{ph^2}{6M_0} = \frac{18\sqrt{3}(x^2+1)}{-3x^3+5\sqrt{3}x^2+3x-\sqrt{3}}.$$

Z warunku na minimum p otrzymano

$$(3.5) \quad \text{ctg } \varphi = 1,3280, \quad \varphi \approx 37^\circ 01', \quad \frac{ph^2}{6M_0} = 8,23.$$

W pracy [3], zakładając że siatka zniszczenia jest określona dwoma parametrami, a więc rozważając zagadnienie bardziej ogólnie, dla $\gamma = \pi/3$ otrzymano $ph^2/6M_0 = 7,60$. Jest to lepsze przybliżenie rzeczywistej wartości obciążenia granicznego prawie o 8,3% w stosunku do wartości (3.5).

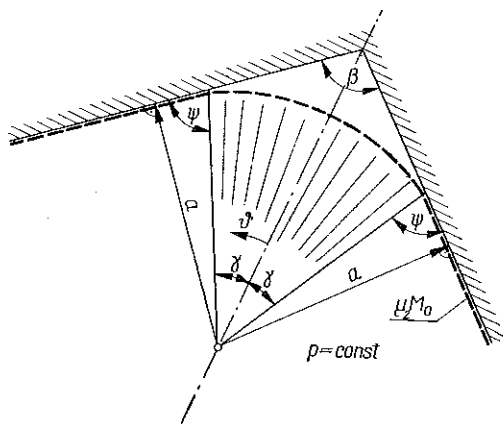
3.2. Płyta podparta na obwodzie bez możliwości unoszenia się naroży. W celu znalezienia wartości obciążenia granicznego skorzystano z rozwiązania zagadnienia wariacyjnego dla naroża obciążonego równomiernie i podanego w pracy [4]. Zagadnienie takie (dla konkretnego naroża) polega na określeniu mechanizmu zniszczenia rozważanego obszaru płyty. Mechanizm ten określony jest wartością kąta ψ (rys. 7), a odpowiadające mu obciążenie graniczne określa wzór

$$(3.6) \quad \frac{pa^2}{M_0} = \frac{12\omega^2 \sin^2 \psi}{\text{ch}^2 \left[\omega \left(\psi - \frac{\beta}{2} \right) \right]},$$

gdzie

$$\omega = \left[\frac{\sqrt{8(1-\mu_2)} \sin \psi}{\sin 2\psi - 2\psi + \beta} - 1 \right]^{1/2}.$$

Minimalizacja (3.6) względem kąta ψ prowadzi do nader skomplikowanego wzoru, z którego nie udaje się praktycznie skorzystać.



Rys. 7

Dużo prostszą drogą jest przeprowadzenie obliczeń numerycznych na podstawie wzoru (3.6) dla różnych wartości kąta ψ , a następnie wybranie kąta odpowiadającego minimalnej wartości p . Błąd popełniony przy takim obliczaniu wartości p_{\min} jest łatwy do oszacowania.

Rozpatrzmy płytę utwardzoną na obwodzie o współczynniku utwardzenia brzegów $\mu_2 = 1$. Aby (3.6) miało wtedy sens, musi być spełniony warunek

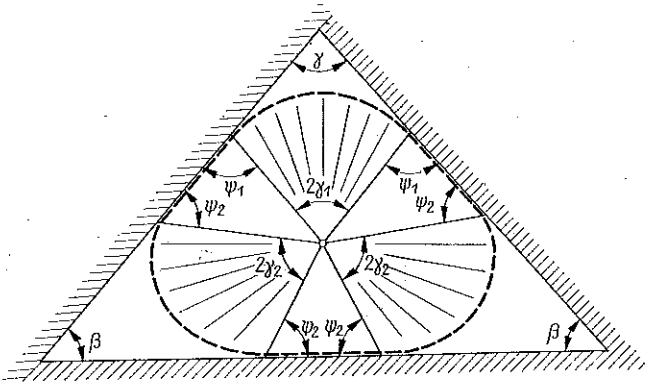
$$(3.7) \quad \sin 2\psi - 2\psi + \beta = 0.$$

Wartości wyznaczone ze wzoru (3.7) i wartości pa^2/M_0 ze wzoru (3.6), określone dla różnych naroży utwardzonych, podano w tablicy 1.

Tablica 1. Wartości obciążeń granicznych naroży o współczynniku utwardzenia brzegów μM_0

β	$\mu = 0$		$\mu = 0,5$		$\mu = 1,0$	
	ψ	$\frac{pa^2}{M_0}$	ψ	$\frac{pa^2}{M_0}$	ψ	$\frac{pa^2}{M_0}$
30°	26°	4,75	32°	6,59	43,5°	8,28
45°	31,5°	5,27	37,5°	7,29	50,5°	8,95
60°	37°	5,66	43°	7,87	56,5°	9,65
90°	45°	6,00	52°	8,68	66°	10,72
120°	60°	6,00	60°	9,00	74,5°	11,59

Otrzymane wartości obciążenia granicznego dla naroży wykorzystano następnie do oszacowania nośności płyt trójkątnych. Ustalając niezależnie od siebie mechanizmy zniszczenia poszczególnych naroży płyty trójkątnej, następnie zaś zakładając,



Rys. 8

że właśnie takie mechanizmy są zrealizowane w procesie zniszczenia całej płyty, możemy znaleźć obciążenie graniczne, odpowiadające tak określonej siatce linii załomów.

Nośność naroża może być napisana [4] w postaci

$$(3.8) \quad \frac{p}{12M_0} = \frac{\operatorname{ctg} \psi + \int_{-\gamma}^0 \left(1 + \frac{r'^2}{r^2}\right) dv}{a^2 \operatorname{ctg} \psi + \int_{-\gamma}^0 r^2 dv}$$

Stosując oznaczenia z rys. 8 nośność graniczna płyty trójkątnej wyrazi się wzorem

$$(3.9) \quad \frac{P}{12M_0} = \frac{2\text{ctg } \psi_1 + \text{ctg } \psi_2 + 2 \int_{-\gamma_1}^0 \left(1 + \frac{r_1'^2}{r_1^2}\right) dv + \int_{-\gamma_2}^0 \left(1 + \frac{r_2'^2}{r_2^2}\right) dv}{a^2 (\text{ctg } \psi_2 + 2\text{ctg } \psi_1) + 2 \int_{-\gamma_1}^0 r_1^2 dv + \int_{-\gamma_2}^0 r_2^2 dv}$$

Dla poszczególnych wartości kąta γ otrzymano wyniki podane w wierszu 3 tabelicy 2.

W pracy [5] podano uzyskane na innej drodze wartości obciążenia granicznego dla $\gamma = \pi/3$ i $\gamma = \pi/2$, które pokrywają się z dokładnością obliczeń numerycznych z podanymi w tabelicy 2.

Tablica 2. Nośność graniczna płyt trójkątnych. Obciążenie ciągłe. Wartości $ph^2/6M_0$

Rodzaj podparcia \ γ	60°	90°	120°
	8,23	5,13	3,94
	8,50	5,25	3,99
	14,47	9,02	6,68

Przeprowadzając analogiczne obliczenia dla płyty przegubowo podpartej na obwodzie otrzymujemy wartości obciążenia granicznego dla naroży podane w tabelicy 1. Następnie na takiej samej drodze jak poprzednio określamy nośność graniczną płyt trójkątnych. Wyniki zamieszczono w wierszu 2 tabelicy 2.

Literatura cytowana w tekście

1. A. SAWCZUK, T. H. JAEGER, *Grenztragfähigkeits, Theorie der Platten*, Springer Verlag, Berlin 1963.
2. A. P. РЖАНИЦЫН, *Расчет конструкции с учетом пластических свойств материалов*, Стройиздат, Москва 1954.
3. А. М. ДУБИНСКИЙ, *Расчет несущей способности железобетонных плит*, Госстройиздат, Киев 1961.
4. E. H. MANSFIELD, *Studies in collapse analysis of rigid plastic plates with a square yield diagram*, Proc. Roy. Soc. A. 241 (1957).
5. T. VAN LANGENDONCK, *Charneiras plasticas em lajes quadrangulares de edificios*, Associacao Brasileira de Cimento Portland, Sao Paulo 1966.
6. M. P. NIELSEN, *Exact solutions in the plastic plate theory*, Bygningstatiske Meddelelser, 3, 34 (1963).
7. DALLES, *Structures planes (travaux preliminaires en vue d'une annexe aux recommandations pratiques)*, Comité Europeen du Beton, 11 Session pléniere, Bruxelles, Octobre 1966.
8. K. W. JOHANSEN, *Yield-Line Theory*, Cem. Concr. Ass., London 1962.

Резюме

НЕСУЩАЯ СПОСОБНОСТЬ РАВНОСТОРОННЕЙ ТРЕУГОЛЬНОЙ ПЛАСТИНКИ

В работе проводится анализ задачи, касающейся несущей способности пластинок в виде равностороннего треугольника, подверженного сплошной и концентрической нагрузке.

Получено значения предельных нагрузок для пластинок со следующими краевыми условиями: свободное опирание, шарнирное опирание и защемление.

Указывается возможность получения значения предельных нагрузок для пластинок с другими краевыми условиями.

Полученные кинематические условия являются верхней оценкой действительных предельных нагрузок.

Summary

LIMIT LOAD OF AN EQUILATERAL TRIANGULAR PLATE

In the paper a kinematic analysis has been conducted of the problem of limit load of plates in the shape of equilateral triangles, loaded in a continuous and concentrated way. Hitherto known solutions have been systemized and completed. The values of the limit loads have been given for plates with the following boundary conditions: free edge, simple support, built-in edge. The obtained results are an upper bound to the exact limit loads.

POLITECHNIKA WARSZAWSKA

Praca została złożona w Redakcji dnia 21 stycznia 1969 r.
