

WPLYW UJEMNEJ KRZYWIZNY WYKRESU $\sigma = \sigma(\varepsilon)$ NA PARAMETRY FALI NAPRĘŻENIA W GRUNCIE

EDWARD WŁODARCZYK (WARSZAWA)

1. WSTĘP

Fizyko-mechaniczne własności gruntów skruszonych w jednowymiarowych zagadnieniach dynamicznych w zakresie średnich technicznie ciśnień (10–20 kG/cm²) bardzo często aproksymuje się modelem Prandtla z liniowym wzmocnieniem i sprężystym lub sztywnym odciążeniem. Występujące w przyrodzie skruszone grunty suche charakteryzują się krzywoliniowymi wypukłymi charakterystykami $\sigma = \sigma(\varepsilon)$ [1]. Zatem aproksymacja funkcji $\sigma = \sigma(\varepsilon)$ linią łamaną (modelem Prandtla) jest pewnym uproszczeniem rzeczywistości, które prowadzi do jakościowej zmiany falowego obrazu rozwiązania. Wiadomo, że dla modelu Prandtla przy nagłym obciążeniu słupka gruntu propagują się dwa fronty fal silnych nieciągłości: sprężysty z prędkością a_0 i plastyczny z prędkością $a_1 < a_0$. Przestrzeń między frontami wypełniają fale niosące stałe naprężenie równe granicy plastyczności σ_s . Natomiast w rzeczywistych gruntach między tymi frontami propaguje się pęk fal Riemanna i naprężenie zmienia się tutaj w sposób ciągły od 0 do σ_s , co wielokrotnie potwierdzano badaniami eksperymentalnymi [2 i 3].

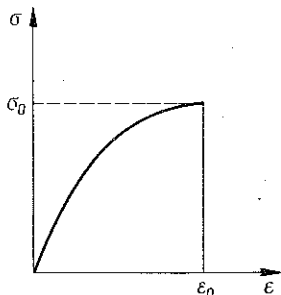
Poruszone wyżej zagadnienia mają zasadnicze znaczenie przy określaniu współczynnika dynamiczności obciążenia działającego na konstrukcje podziemne, narażone na działanie fali uderzeniowej wybuchu jądrowego. Dlatego w praktyce inżynierskiej dla uwzględnienia ciągłego układu fal Riemanna stosuje się liniową aproksymację zmiany naprężenia w czasie między frontami $x = a_0 t$ i $x = a_1 t$. Brak jest jednak w literaturze technicznej merytorycznego uzasadnienia takiej aproksymacji i oszacowania popełnionego przy tym błędu.

Celem niniejszej pracy jest skonstruowanie zamkniętego, analitycznego rozwiązania problemu propagacji płaskiej fali naprężenia w głąb gruntu, wywołanej ciśnieniem powietrznej fali uderzeniowej wybuchu jądrowego dla krzywoliniowej charakterystyki $\sigma = \sigma(\varepsilon)$ z ujemną krzywizną, tj. gdy

$$(1.1) \quad \frac{d^2\sigma}{d\varepsilon^2} < 0,$$

oraz ze sztywnym odciążeniem (rys. 1). Taka charakterystyka dobrze aproksymuje suche grunty skruszone w zakresie średnich technicznie ciśnień (10–20 kG/cm²)

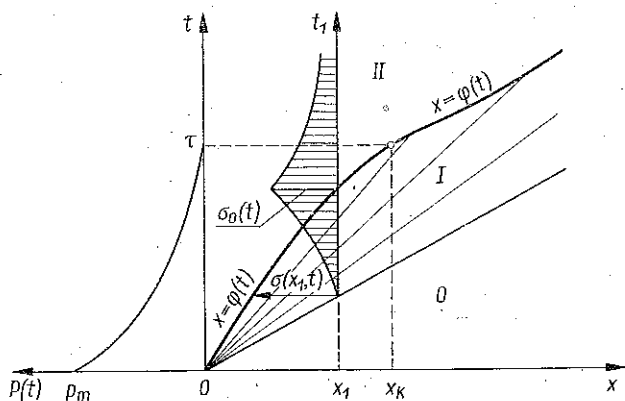
[1 i 5]. Na podstawie tego rozwiązania oszacujemy błędy wprowadzone przez wspomnianą wyżej linearyzację przebiegu pola naprężenia między frontami fal: sprężystej i plastycznej. Poza tym podamy sposób obliczeń inżynierskich z uwzględnieniem krzywizny wykresu $\sigma = \sigma(\varepsilon)$, który można stosować w tych przypadkach, kiedy liniowa aproksymacja wprowadza zbyt duże błędy.



Rys. 1

Rozpatrzmy ruch słupka gruntu umieszczonego w nieodkształcalnym cylindrze i obciążonego z góry ciśnieniem nagle przyłożonym i następnie monotonicznie malejącym do zera. Grunt opisujemy modelem pokazanym na rys. 1. Rozwiązanie konstruujemy we współrzędnych Lagrange'a x, t .

Dla wymienionych wyżej warunków obraz rozprzestrzeniania się fal naprężenia przyjmuje postać pokazaną na rys. 2. Analityczne rozwiązanie problemu kształtuje się następująco.



Rys. 2

Obszar I — strefa obciążenia. W obszarze I zachodzi proces obciążania ośrodka. Wypełnia go pęk charakterystyk (tzw. fale Riemanna) o następującym równaniu:

$$(2.1) \quad x = a(\sigma) t,$$

gdzie

$$(2.2) \quad a(\sigma) = 1 / \sqrt{\rho_0 \frac{d\varepsilon}{d\sigma}}$$

lub

$$(2.2') \quad a(\varepsilon) = \sqrt{\frac{1}{\rho_0} \frac{d\sigma}{d\varepsilon}}$$

Z (2.1) i (2.2) wynika, że o charakterze zmiany pola naprężenia w strefie obciążenia decyduje postać funkcji $\varepsilon = \varepsilon(\sigma)$. Jeżeli dana jest w sposób bezpośredni funkcja $\varepsilon = \varepsilon(\sigma)$, to ze wzorów (2.2) i (2.1) otrzymujemy w jawnej lub uwikłanej postaci pole naprężeń $\sigma_1 = \sigma_1(x, t)$ w obszarze I.

Następnie za pomocą związku wzdłuż ujemnych charakterystyk obliczamy pole prędkości

$$(2.3) \quad v_1(x, t) = - \frac{1}{\rho_0} \int_0^{\sigma_1(x, t)} \frac{d\sigma}{a(\sigma)}.$$

Stąd po zróżniczkowaniu cząstkowym względem czasu otrzymujemy pole przyspieszeń

$$(2.4) \quad w_1(x, t) = \frac{\partial v_1}{\partial t} = - \frac{1}{\rho_0 a(\sigma_1)} \frac{\partial \sigma_1}{\partial t},$$

a po scałkowaniu — pole przemieszczeń

$$(2.5) \quad u_1(x, t) = \int_{t_0}^t v_1(x, \xi) d\xi,$$

gdzie

$$(2.6) \quad t_0 = \frac{x}{a_0}, \quad a_0 = a(0).$$

Obszar II — strefa odciążenia. W pierwszej kolejności określimy parametry ruchu na froncie fali odciążenia, który przed rozwiązaniem problemu jest nieznaną funkcją czasu $x = \varphi(t)$.

Wychodząc z faktu, że pęk charakterystyk z obszaru obciążenia musi przecinać front fali odciążenia, otrzymamy

$$(2.7) \quad x = \varphi(t) = a[\sigma_0(t)] t,$$

gdzie $\sigma_0(t)$ jest naprężeniem na froncie fali odciążenia.

W obszarze II (rys. 2), należącym do strefy odciążenia, ośrodek zachowuje się jako ciało doskonale sztywne. Wówczas zgodnie z teorią podaną w pracy [4] ruchem takiego ośrodka rządzą równania:

$$(2.8) \quad \sigma_2(x, t) = \begin{cases} \rho_0 v_0'(t)x - p(t), & \text{jeśli } t \leq \tau, \\ \rho_0 v_0'(t)x, & \text{jeśli } t \geq \tau, \end{cases}$$

gdzie $v_0(t)$ jest masową prędkością cząstek gruntu na froncie fali odciążenia, $p(t)$ ciśnieniem obciążającym próbkę gruntu (np. ciśnienie powietrznej fali uderzeniowej wybuchu jądrowego) oraz gdzie τ oznacza czas trwania dodatniej fazy obciążenia — nadciśnienia w powietrznej fali uderzeniowej.

Przyjmując w (2.8) $x = \varphi(t)$ otrzymamy

$$(2.9) \quad \sigma_0(t) = \begin{cases} \rho_0 v_0'(t)\varphi(t) - p(t), & \text{jeśli } t \leq \tau, \\ \rho_0 v_0'(t)\varphi(t), & \text{jeśli } t \geq \tau. \end{cases}$$

Z drugiej strony na podstawie (2.3) mamy

$$(2.10) \quad v_0(t) = -\frac{1}{\rho_0} \int_0^{\sigma_0(t)} \frac{d\sigma}{a(\sigma)},$$

stąd

$$(2.11) \quad w_0(t) = v_0'(t) = -\frac{1}{\rho_0 a[\sigma_0(t)]} \sigma_0'(t).$$

Podstawiając (2.11) i (2.7) do (2.9) po prostych przekształceniach otrzymujemy

$$(2.12) \quad \begin{aligned} \sigma_0'(t) + \frac{1}{t} \sigma_0(t) &= -\frac{1}{t} p(t), & \text{jeśli } t \leq \tau, \\ \sigma_0'(t) + \frac{1}{t} \sigma_0(t) &= 0, & \text{jeśli } t \geq \tau. \end{aligned}$$

Po rozwiązaniu i uwzględnieniu warunku ciągłości funkcji σ_0 dla $t = \tau$ z powyższych równań dostajemy

$$(2.13) \quad \sigma_0(t) = \begin{cases} -\frac{1}{t} \int_0^t p(\xi) d\xi, & \text{jeśli } t \leq \tau, \\ -\frac{1}{t} \int_0^\tau p(\xi) d\xi, & \text{jeśli } \tau \leq t. \end{cases}$$

Przemieszczenie na froncie fali odciążenia zgodnie ze wzorami (2.5) i (2.7) wynosi

$$(2.14) \quad u_0(t) = \int_{t_0}^t v_1[\varphi(t), \xi] d\xi.$$

Tym samym określiliśmy wszystkie parametry na froncie fali odciążenia.

W obszarze odciążenia położonym za frontem fali odciążenia na podstawie (2.8), (2.11) i (2.12) mamy

$$(2.15) \quad \sigma_2(x, t) = \begin{cases} \frac{x}{\varphi(t)} [\sigma_0(t) + p(t)] - p(t), & \text{jeśli } t \leq \tau, \\ \frac{x}{\varphi(t)} \sigma_0(t), & \text{jeśli } t \geq \tau. \end{cases}$$

Pozostałe parametry ze względu na sztywne odciążenie przyjmują postać

$$(2.16) \quad v_2(x, t) \equiv v_0(t) = -\frac{1}{\rho_0} \int_0^{\sigma_0(t)} \frac{d\sigma}{a(\sigma)};$$

$$(2.17) \quad w_2(x, t) = v_0'(t) = \begin{cases} \frac{1}{\rho_0 \varphi(t)} [\sigma_0(t) + p(t)], & \text{jeśli } t \leq \tau, \\ \frac{1}{\rho_0 \varphi(t)} \sigma_0(t), & \text{jeśli } t \geq \tau; \end{cases}$$

$$(2.18) \quad u_2(x, t) = u_0[\Psi(x)] + \int_{t=\Psi(x)}^t v_0(\xi) d\xi,$$

gdzie $\Psi(x)$ jest odwrotną funkcją funkcji $\varphi(t)$.

W ten sposób uzyskaliśmy pełne, zamknięte rozwiązanie problemu.

3. ANALIZA NUMERYCZNA PARAMETRÓW RUCHU BADANEGO OŚRODKA

3.1. Strefa obciążenia — obszar I (rys. 2)

Dla przeprowadzenia analizy numerycznej rozpatrzonego w poprzednim punkcie problemu należy jawnie określić postać funkcji $\sigma = \sigma(\varepsilon)$ lub funkcji odwrotnej $\varepsilon = \varepsilon(\sigma)$. Dla przykładu przyjmiemy do rozważań parabolę drugiego stopnia w następującej formie:

$$(3.1) \quad \varepsilon_1 = b_1 \sigma_1 + b_2 \sigma_1^2.$$

Dla innego kształtu funkcji $\varepsilon(\sigma)$ sposób postępowania jest taki sam.

Będziemy badać pola naprężeń ściskających, tj. gdy $\sigma_1 < 0$. Towarzyszące im odkształcenia są również ujemne $\varepsilon_1 < 0$. Zatem znaki współczynników b_1 i b_2 są następujące;

$$(3.2) \quad b_1 > 0, \quad b_2 < 0.$$

Dobierając odpowiednio wartości współczynników b_1 i b_2 można powyższą parabolą aproksymować dość dokładnie szeroką gamę krzywych $\sigma = \sigma(\varepsilon)$ uzyskanych z doświadczenia. Aproksymacja ta dotyczy oczywiście gałęzi obciążenia na wykresie $\sigma = \sigma(\varepsilon)$. Dla przykładu na rys. 3 pokazujemy aproksymację gałęzi obciążenia krzywych doświadczalnych $\sigma = \sigma(\varepsilon)$ (wziętych z [1]) dla piasku o różnej wilgotności (0%, 3% i 6%) parabolami o następującej postaci:

Krzywa I — wilgotność 0%:

$$(3.3) \quad \varepsilon_1 = 1,676 \cdot 10^{-4} \sigma_1 - 0,2324 \cdot 10^{-4} \sigma_1^2.$$

Krzywa II — wilgotność 3%:

$$(3.4) \quad \varepsilon_1 = 1,167 \cdot 10^{-4} \sigma_1 - 0,167 \cdot 10^{-4} \sigma_1^2.$$

Krzywa III — wilgotność 6%:

$$(3.5) \quad \varepsilon_1 = 0,707 \cdot 10^{-4} \sigma_1 - 0,0899 \cdot 10^{-4} \sigma_1^2.$$

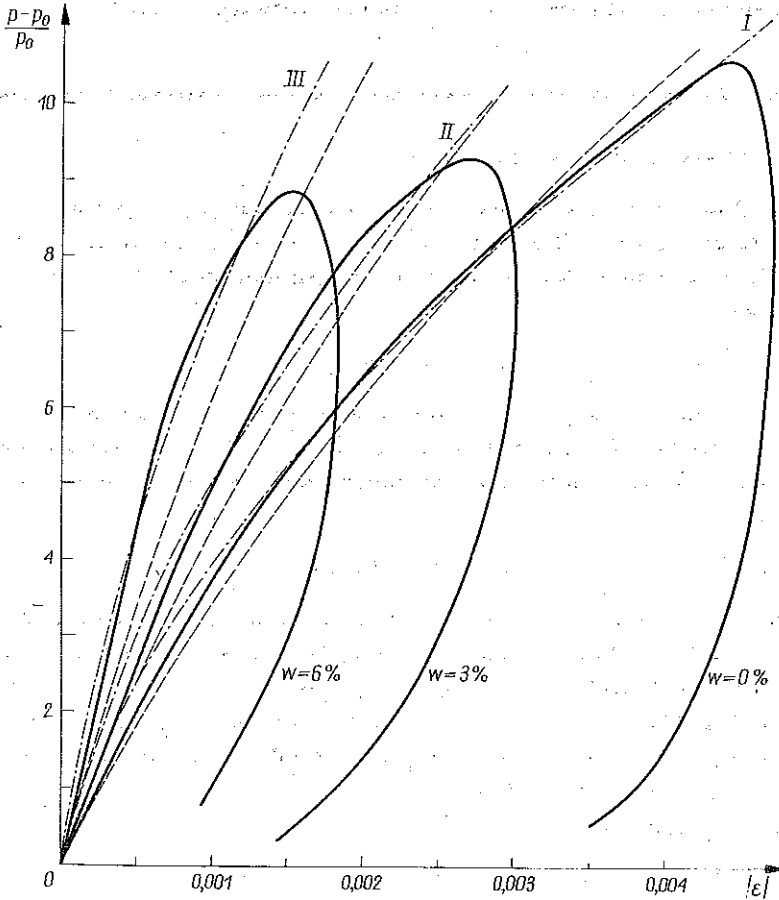
Przejdziemy obecnie do analizy parametrów ruchu gruntu w obszarze obciążenia (obszar I na rys. 2) dla funkcji (3.1).

W pierwszej kolejności określamy prędkość propagacji zaburzeń $a=a(\sigma)$. W tym celu różniczkujemy (3.1) względem ε_1 . Otrzymamy wówczas

$$(3.6) \quad \frac{d\sigma_1}{d\varepsilon_1} = \frac{1}{b_1 + 2b_2\sigma_1}$$

Zatem zgodnie z (2.2)

$$(3.7) \quad a(\sigma_1) = [\rho_0(b_1 + 2b_2\sigma_1)]^{-1/2}, \quad a_0 = \frac{1}{\sqrt{\rho_0 b_1}}$$



Rys. 3

Wykorzystując z kolei równanie charakterystyk (2.1) i związek (3.7) otrzymamy:

$$[\rho_0(b_1 + 2b_2\sigma_1)]^{-1/2} t = x,$$

stąd

$$(3.8) \quad \sigma_1(x, t) = \frac{1}{2b_2\rho_0} \left(\frac{t}{x}\right)^2 - \frac{b_1}{2b_2},$$

przy czym

$$(3.9) \quad t_0 \leq t \leq \Psi(x), \quad t_0 = \sqrt{\rho_0 b_1} x.$$

Prędkość $v_1(x, t)$ zgodnie z (2.3) i (3.7) wynosi

$$(3.10) \quad v_1(x, t) = -\frac{1}{\sqrt{\rho_0}} \int_0^{\sigma_1} \sqrt{b_1 + 2b_2 \sigma_1} d\sigma = \\ = -\frac{1}{3b_2 \sqrt{\rho_0}} [(b_1 + 2b_2 \sigma_1)^{3/2} - b_1^{3/2}].$$

Po podstawieniu (3.8) do (3.10) otrzymamy wzór na prędkość w strefie obciążenia:

$$(3.11) \quad v_1(x, t) = -\frac{1}{3b_2 \rho_0^2} \left(\frac{t}{x}\right)^3 + \frac{b_1}{3b_2} \sqrt{\frac{b_1}{\rho_0}}.$$

Przyspieszenie i przemieszczenie zgodnie z (2.4), (2.5) i (3.11) odpowiednio wynoszą

$$(3.12) \quad w_1(x, t) = -\frac{1}{b_2 \rho_0^2} \frac{t^2}{x^3}, \\ u_1(x, t) = -\frac{1}{12b_2 \rho_0^2 x^3} (t^4 - t_0^4) + \frac{b_1}{3b_2} \sqrt{\frac{b_1}{\rho_0}} (t - t_0).$$

3.2. Strefa odciążenia — obszar II (rys. 2)

Równanie frontu fali odciążenia zgodnie z (2.7) i (3.7) przyjmuje postać

$$(3.13) \quad x = \varphi(t) = [\rho_0 (b_1 + 2b_2 \sigma_0(t))]^{-1/2} t.$$

Dalej przyjmując obciążenie w postaci

$$p(t) = \begin{cases} p_m \left(1 - \frac{t}{\tau}\right)^n, & \text{jeśli } 0 \leq t \leq \tau, \\ 0, & \text{jeśli } t \geq \tau, \end{cases}$$

otrzymamy, że

$$(3.14) \quad \sigma_0(t) = \begin{cases} -\frac{p_m}{n+1} \frac{\tau}{t} \left[1 - \left(1 - \frac{t}{\tau}\right)^{n+1}\right], & \text{jeśli } t \leq \tau, \\ -\frac{p_m}{n+1} \frac{\tau}{t}, & \text{jeśli } t \geq \tau. \end{cases}$$

Pozostałe parametry ruchu na froncie fali odciążenia wynoszą

$$(3.15) \quad v_0(t) = -\frac{1}{3b_2 \sqrt{\rho_0}} [(b_1 + 2b_2 \sigma_0(t))^{3/2} - b_1^{3/2}], \\ w_{01}(t) = -\frac{1}{b_2 \sqrt{\rho_0}} [b_1 + 2b_2 \sigma_0(t)]^{3/2} \frac{1}{t},$$

$$(3.15) \quad w_{02}(t) = \begin{cases} \frac{1}{\rho_0 a [\sigma_0(t)] t} [\sigma_0(t) + p(t)], & t \leq \tau, \\ \frac{1}{\rho_0 a [\sigma_0(t)] t} \sigma_0(t), & t \geq \tau, \end{cases}$$

[c.d.]

$$u_0(t) = -\frac{1}{12b_2 \sqrt{\rho_0}} [b_1 + 2b_2 \sigma_0(t)]^{3/2} t \left[1 - \left(\frac{t_0}{t} \right)^4 \right] + \frac{b_1 \sqrt{b_1}}{3b_2 \sqrt{\rho_0}} (t - t_0),$$

gdzie

$$(3.16) \quad t_0 = \sqrt{\frac{b_1}{b_1 + 2b_2 \sigma_0(t)}} t.$$

Jak widać z powyższych wzorów przyspieszenie $w_0(t)$ na fali odciążenia posiada nieciągłość.

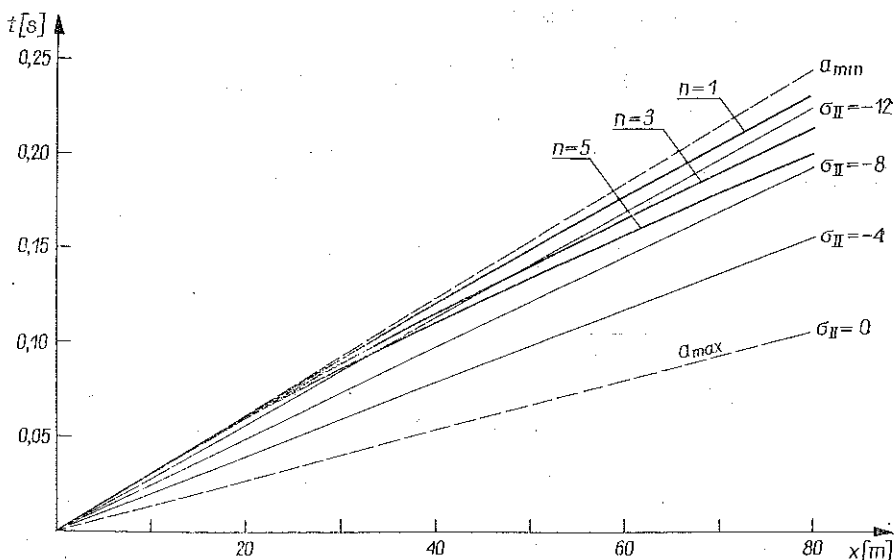
Parametry ruchu wewnątrz strefy odciążenia określamy za pomocą wzorów (2.15)–(2.18).

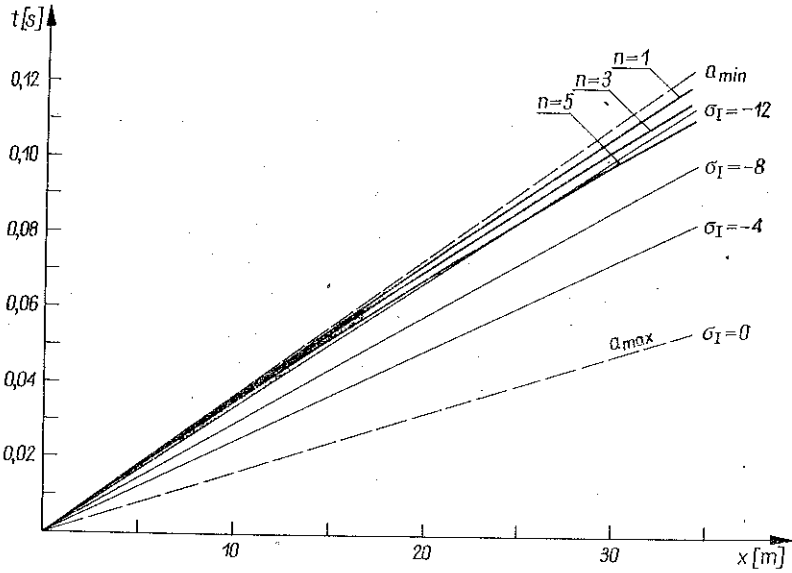
Przejdziemy obecnie do ilościowej analizy problemu. W tym celu obok aproksymacji (3.3)–(3.5) przyjmujemy następujące dane liczbowe:

$$(3.17) \quad \begin{aligned} p_m &= 15 \text{ [kg/cm}^2\text{]}, & \tau &= 1 \text{ s}, & n &= 1, 3, 5; \\ \rho_0 &= 1,53 \cdot 10^{-6} \text{ [kg s}^2\text{/cm}^4\text{]}. \end{aligned}$$

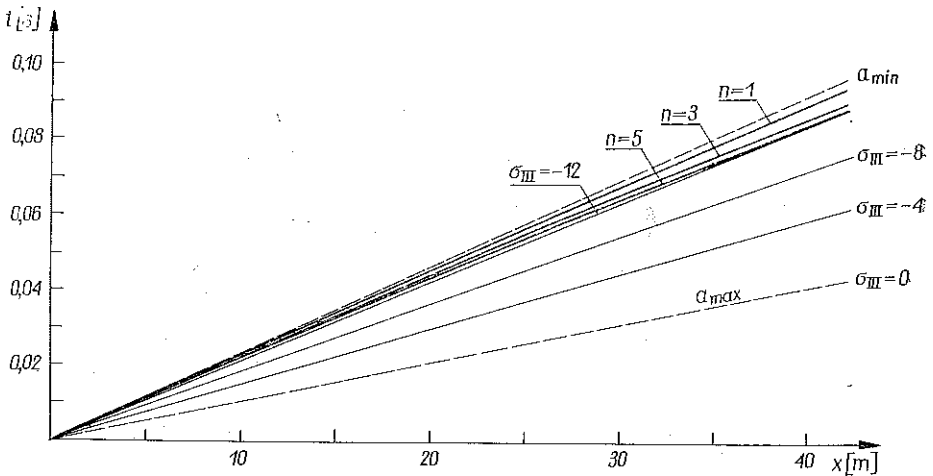
Postacie frontów fal odciążenia obliczone wg wzoru (3.13) dla danych (3.3)–(3.5) i (3.17) pokazujemy na rysunkach (4a–4c). Z uzyskanych wykresów wynika, że odchyłki w położeniu frontu fali odciążenia od charakterystyki

$$(3.18) \quad x = a_{\min} t,$$





4b



4c

gdzie

$$(3.19) \quad a_{\min} = a(-p_m) = a_1 = [\rho_0(b_1 - 2b_2 p_m)]^{-1/2},$$

rosną wraz ze wzrostem głębokości x i wykładnika n . Dla małych głębokości (20–50 m) można przyjąć, że front fali odciążenia praktycznie pokrywa się z charakterystyką (3.18) dla każdego wykładnika n .

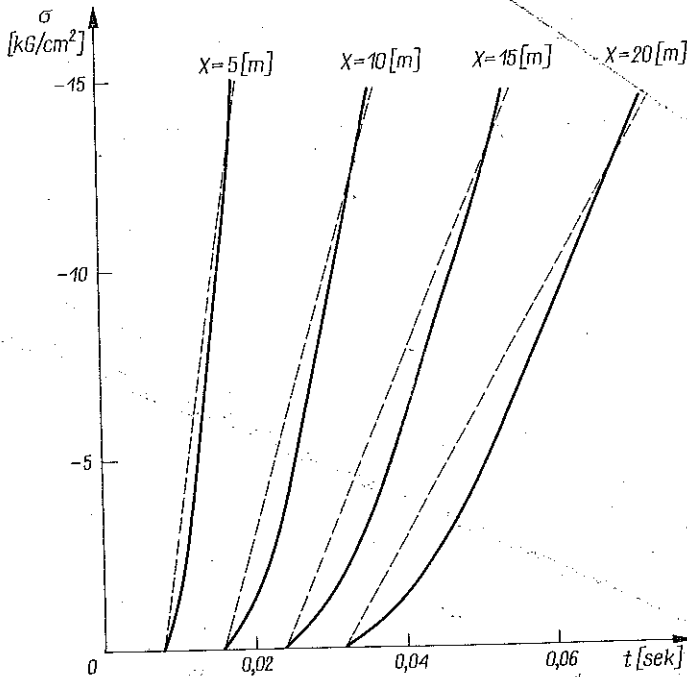
Ponieważ ze wzrostem głębokości rośnie (w przybliżeniu liniowo) granica plastyczności, z jednej strony, i maleje maksymalne naprężenie na froncie fali odciążenia, z drugiej, przeto dla technicznie średnich ciśnień $p_m = 10\text{--}20 \text{ kG/cm}^2$ wymienione zjawiska prowadzą do szybkiego zaniku fali odciążenia. W tym przy-

padku fala odciążenia w całym zakresie może być aproksymowana linią prostą o następującym równaniu

$$(3.20) \quad x = a_1 t,$$

gdzie a_1 jest prędkością propagacji fal plastycznych w danym gruncie. Dla dużych głębokości ($x > 50$ m) należy stosować podany w niniejszej pracy wzór (3.13).

Przejdziemy obecnie do analizy zmiany parametrów ruchu w czasie na ustalonych głębokościach. W pierwszej kolejności zbadamy strefę obciążenia wypełnioną układem fal Riemanna. O charakterze zmiany naprężenia w strefie obciążenia decyduje kształt gałęzi obciążenia funkcji $\sigma = \sigma(\varepsilon)$. Tak dla paraboli typu (3.1) wykresy $\sigma = \varepsilon(x, t)$ dla $x = \text{const}$ jako funkcji t są wklęsłe [wypukłością są skierowane w kierunku osi t ; dodatnia krzywizna (por. rysunki 5a-5c)]. Aproksymacja takich wy-



5a

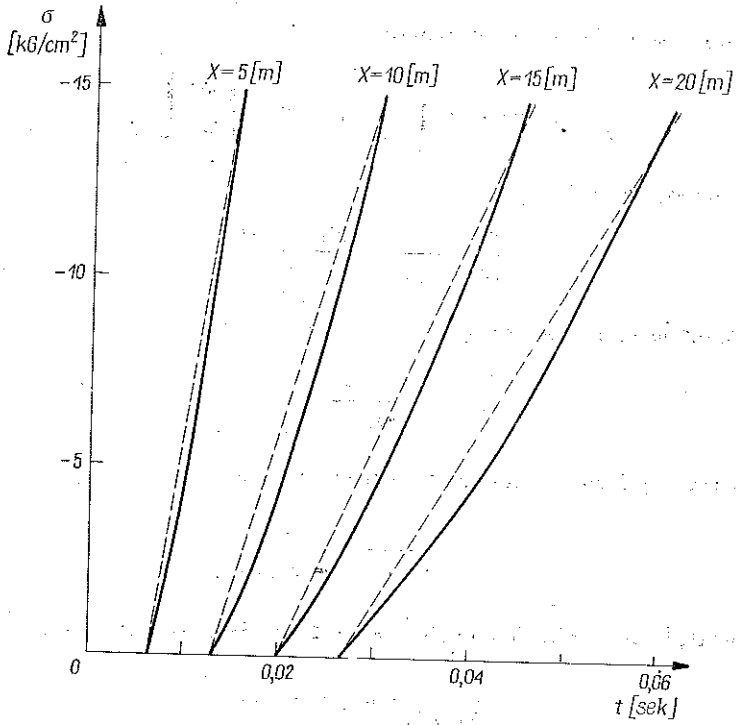
kresów linią prostą z uwzględnieniem aproksymacji (3.20) prowadzi do powiększenia impulsu naprężenia — zwiększa współczynnik bezpieczeństwa obliczeń.

Jak już stwierdziliśmy wyżej, charakter zmiany naprężenia w czasie zależy od funkcji $\sigma = \sigma(\varepsilon)$. Powstaje zatem pytanie, czy istnieje funkcja $\sigma = \sigma(\varepsilon)$ o ujemnej krzywiznie (1.1), która generuje liniową zmianę naprężenia w czasie.

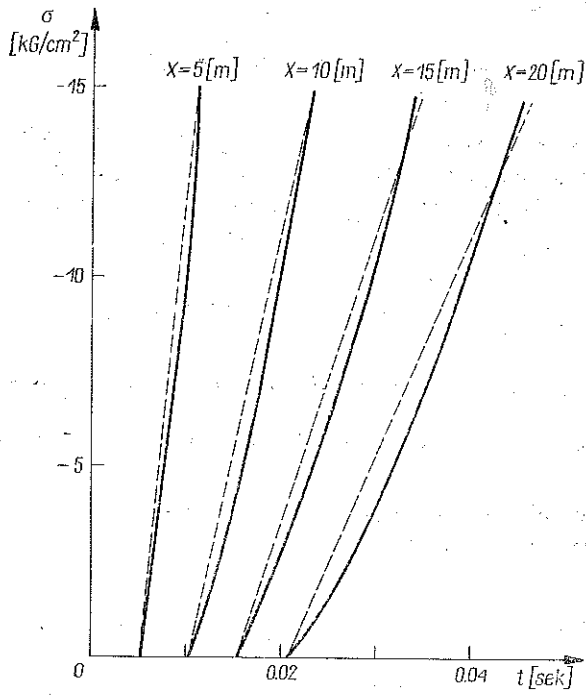
Z (2.1) wynika, że liniowy rozkład naprężenia w czasie na danej głębokości uzyskamy, gdy

$$(3.21) \quad a(\sigma) = \frac{1}{c_1 \sigma + c_2},$$

gdzie c_1 i c_2 stałe dowolne.



5b



5c

Przyjmując w (3.21) $\sigma=0$ otrzymamy

$$(3.22) \quad \frac{1}{c_2} = a(0) = a_0 = \sqrt{\frac{E_0}{\rho_0}}, \quad E_0 = \left[\frac{d\sigma}{d\varepsilon} \right]_{\varepsilon=0}.$$

Z drugiej strony mamy

$$\frac{d\varepsilon}{d\sigma} = \frac{1}{\rho_0 a^2} = \frac{(c_1 \sigma + c_2)^2}{\rho_0}.$$

Stąd po scałkowaniu znajdziemy

$$(3.23) \quad \varepsilon(\sigma) = \frac{(c_1 \sigma + c_2)^3}{3\rho_0 c_1} + c_3.$$

Ponieważ dla $\sigma=0$ musi zachodzić $\varepsilon(0)=0$, przeto

$$(3.24) \quad c_3 = -\frac{c_2^3}{3\rho_0 c_1} = -\frac{1}{3\rho_0 a_0^3 c_1}.$$

Po uwzględnieniu (3.22) i (3.24) związek (3.23) przyjmuje ostatecznie postać

$$(3.25) \quad \varepsilon = \frac{1}{3\rho_0 a_0^3 c_1} [(a_0 c_1 \sigma + 1)^3 - 1]$$

lub w postaci odwrotnej

$$(3.26) \quad \sigma = \frac{1}{a_0 c_1} \left[\sqrt[3]{3\rho_0 a_0^3 c_1 \varepsilon + 1} - 1 \right].$$

Jak widać, w tym przypadku mamy do dyspozycji tylko jeden dowolny parametr c_1 . Stąd też aproksymacja gałęzi obciążenia krzywych doświadczalnych $\sigma = \sigma(\varepsilon)$ za pomocą związku (3.25) lub (3.26) jest mało elastyczna. Na rys. 3 pokazujemy liniami przerywanymi wykresy krzywych (3.26) dla

$$(3.27) \quad \frac{1}{a_0 c_1} = \frac{3}{2} \sigma_m, \quad \sigma_m = -15 \text{ kG/cm}^2,$$

$$E_{0I} = 2,5 \cdot 10^4 \text{ kG/cm}^2, \quad E_{0II} = 1,875 \cdot 10^4 \text{ kG/cm}^2, \quad E_{0III} = 1,25 \cdot 10^4 \text{ kG/cm}^2.$$

Moduły E_{0I} , E_{0II} i E_{0III} określono zgodnie z (3.22) za pomocą krzywych doświadczalnych.

Zmiana naprężenia jako funkcji czasu t i głębokości x w obszarze obciążenia dla związku (3.25) jest następująca:

$$(3.28) \quad \sigma_1(x, t) = \frac{1}{a_0 c_1} \left(\frac{a_0 t}{x} - 1 \right) = \frac{3}{2} \sigma_m \left(\frac{a_0 t}{x} - 1 \right), \quad a_0 t \geq x.$$

Można również wskazać funkcję $\sigma = \sigma(\varepsilon)$ spełniającą warunek (1.1), dla której naprężenie będzie narastać w czasie wolniej niż liniowo. Z równania charakterystyk

(2.1) wynika, że taki przypadek będzie miał miejsce, jeżeli prędkość propagacji zaburzeń $a(\sigma)$ będzie zmieniać się, np. wg następującego prawa:

$$(3.29) \quad a(\sigma) = (c_1 \sigma - c_2)^{-m},$$

gdzie $m > 1$ i całkowite.

Prędkość propagacji $a(\sigma)$ typu (3.29) generowana jest przez następujący związek:

$$(3.30) \quad \varepsilon = \frac{1}{(2m+1)\rho_0 c_1} [(c_1 \sigma + c_2)^{2m+1} - c_2^{2m+1}],$$

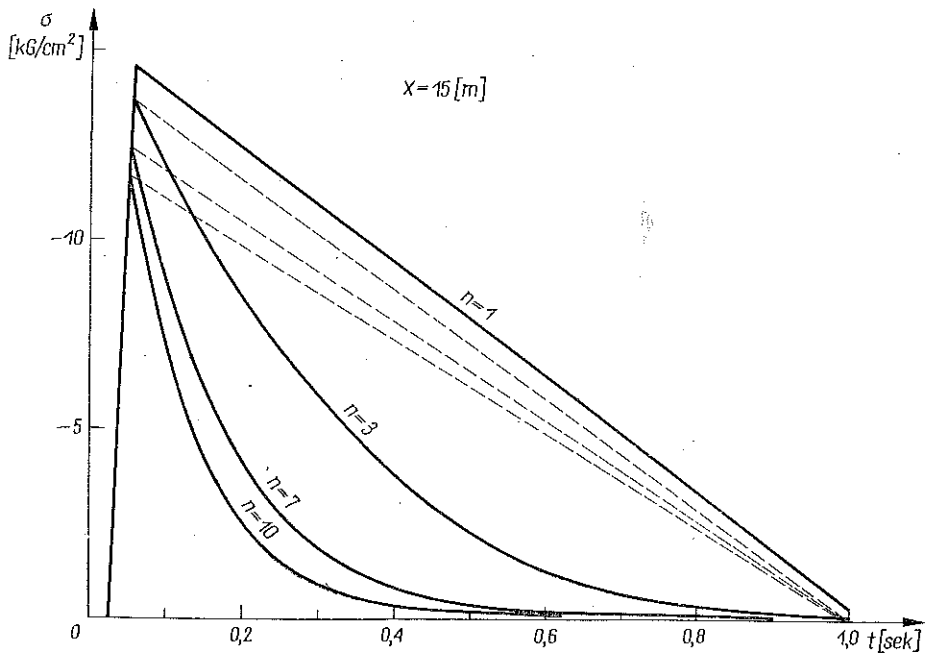
gdzie

$$c_2 = 1/\sqrt[m]{a_0}.$$

Dla tego związku naprężenie w obszarze obciążenia zmienia się wg prawa

$$(3.31) \quad \sigma_1(x, t) = \frac{1}{c_1} (\sqrt[m]{t/x} - c_2).$$

Przejdziemy obecnie do analizy zmiany naprężenia w strefie odciążenia. Zmianę tę charakteryzują wzory (2.15). Na rys. 6a-6c pokazujemy pełne wykresy naprężenia

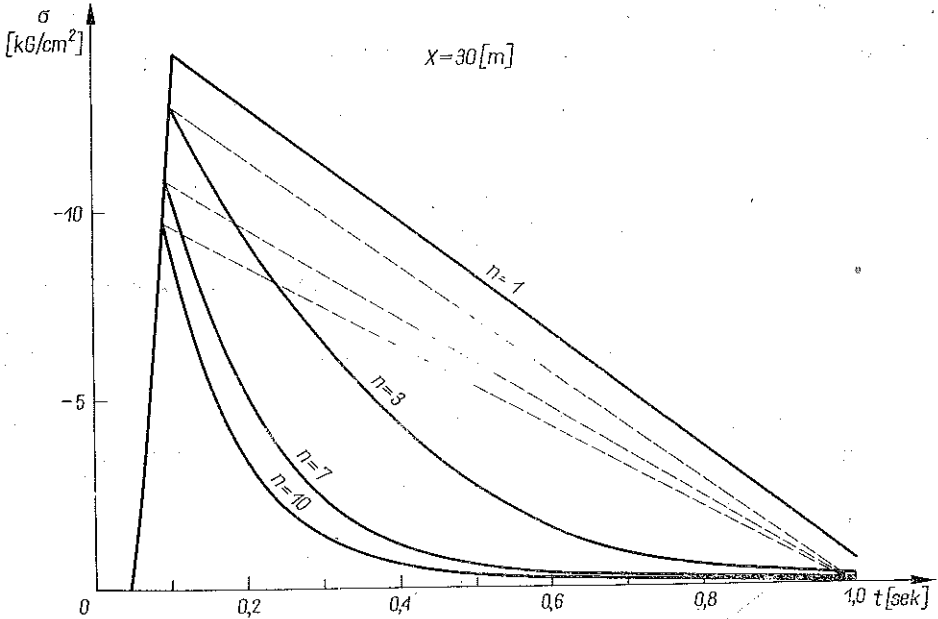


Rys. 6a

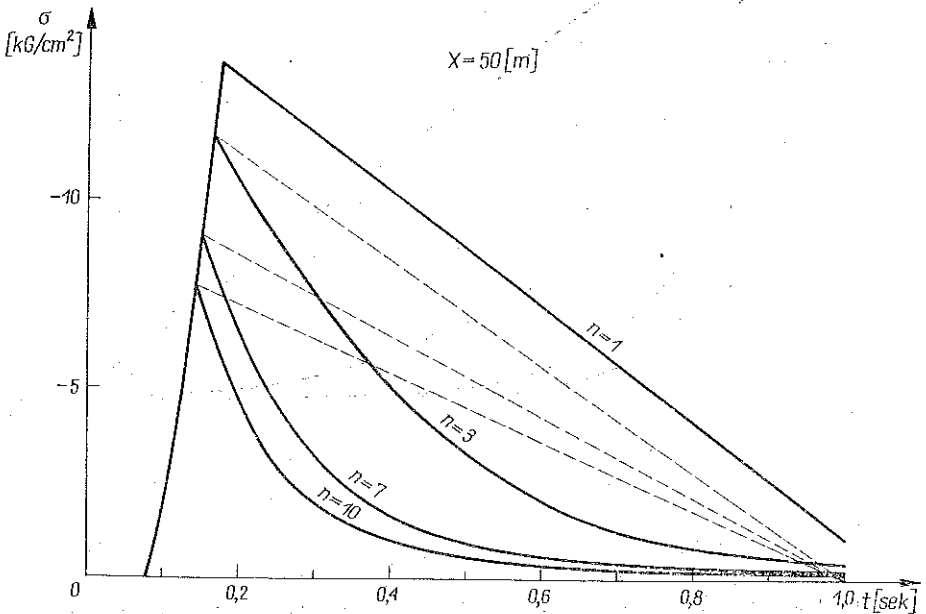
w czasie na głębokościach $x=15, 30$ i 50 m dla krzywej I (na rys. 3) i danych (3.17) z tym, że dla n przyjęto tutaj wartości $n=1, 3, 7$ i 10 .

Z uzyskanych wykresów widać, że dla $n=1$ zmiany są liniowe, natomiast ze wzrostem n wykresy dość znacznie odbiegają od liniowych. W tym przypadku

aproxymacja liniowa, łącząca punkt maksymalnego naprężenia $\sigma_{\max} = \sigma_0$ z punktem $t = \tau$ (por. linie przerywane na rys. 6a-6c) prowadzi do mało dokładnych przybliżeń i może być stosowana tylko w obliczeniach szacunkowych.



Rys. 6c

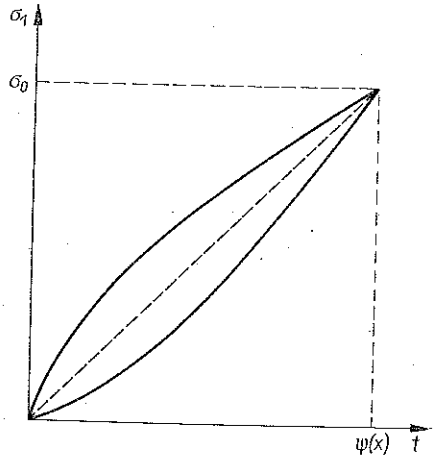


Rys. 6c

4. WNIOSKI KOŃCOWE

Reasumując powyższe rozważania stwierdzamy, co następuje. Funkcja $\sigma = \sigma(\varepsilon)$ z ujemną krzywizną (1.1) może generować w obszarze obciążenia pole naprężeń o różnym przebiegu w czasie (wkłęsły, liniowy i wypukły; por. rys. 7). Wynika stąd wniosek, że dla dokładnego określenia pola naprężeń w strefie obciążenia należy dysponować *dokładną charakterystyką gruntu* $\sigma = \sigma(\varepsilon)$ i *stosować podaną w niniejszym opracowaniu drogę obliczeń*. W tym celu należałoby przeprowadzić precyzyjne dynamiczne badania gruntu w miejscu lokalizacji obiektu jako funkcji głębokości w stanie niezruszonym. Zadanie to praktycznie jest niewykonalne. Najczęściej dysponujemy prędkościami propagacji fal sprężystych a_0 i plastycznych a_1 , rzadziej wykresami $\sigma = \sigma(\varepsilon)$ wykonanymi w warunkach laboratoryjnych. Zatem *aproksymacja liniowa przebiegu ciśnienia w czasie w strefie obciążenia* jest w pełni uzasadniona, tym bardziej że dla większości gruntów spotykanych w naszych warunkach geologicznych charakterystyki $\sigma = \sigma(\varepsilon)$ są zbliżone do zależności (3.1) i (3.25). Dla takich związków aproksymacja liniowa prowadzi do wyników bezpieczniejszych dla danej konstrukcji (zwiększa impuls działania ciśnienia na dany element konstrukcji).

W strefie odciążenia liniowa aproksymacja ciśnienia dla $n \neq 1$ może być stosowana tylko dla mało dokładnych szacunkowych obliczeń (błędy dochodzą do 100%). *W dokładnych obliczeniach projektowych należy stosować wzory ściśle podane w niniejszym opracowaniu.*



Rys. 7

LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. Н. А. Алексеев, *Метод определения динамических характеристик грунтов при больших давлениях*, Динамика грунтов, сборник № 44, Москва 1961.
2. Г. М. Ляхов, *Основы динамики взрыва в грунтах и осидких средах*, Изд. „Недра”, Москва 1964.
3. Н. Д. Красников, *Динамические свойства грунтов и методы их определения*, Стройиздат, Ленинград 1970.
4. Z. DŻYGADŁO, S. KALISKI, L. SOLARZ, E. WŁODARCZYK, *Drgania i fale w ciałach stałych*, PWN, Warszawa 1966.
5. E. WŁODARCZYK, *Wpływ liniowo-sprężystego odciążenia na parametry ruchu sztywnej płyty spoczywającej na sprężysto-plastycznym gruncie*, Biul. WAT, Nr 7 (203), 1969.

Резюме

ВЛИЯНИЕ ОТРИЦАТЕЛЬНОЙ КРИВИЗНЫ ДИАГРАММЫ $\sigma = \sigma(\varepsilon)$
НА ПАРАМЕТРЫ ВОЛНЫ НАПРЯЖЕНИЯ В ГРУНТЕ

В настоящей работе получено замкнутое аналитическое решение задачи о волне разгрузки слабой разрывности, распространяющейся в сухом мягком грунте, аппроксимированном криволинейной характеристикой $\sigma = \sigma(\varepsilon)$ с отрицательной кривизной ($d^2\sigma/d\varepsilon^2 < 0$, $\sigma < 0$ и $\varepsilon < 0$) и жесткой разгрузкой. На основе этого решения проводится подробный числовой анализ задачи и устанавливаются условия, при которых можно применять линейную аппроксимацию фронта волны разгрузки и линейное изменение напряжений во времени в зоне нагрузки.

SUMMARY

INFLUENCE OF THE NEGATIVE CURVATURE OF THE GRAPH $\sigma = \sigma(\varepsilon)$
ON THE PARAMETERS OF A STRESS WAVE IN THE GROUND

In this paper, a closed analytical solution is obtained for the wave problem of the unloading of a weak discontinuity propagated in the friable, dry ground, approximated by a curvilinear characteristic $\sigma = \sigma(\varepsilon)$ with a negative curvature ($d^2\sigma/d\varepsilon^2 < 0$, $\sigma < 0$ and $\varepsilon < 0$), and with rigid unloading.

On the basis of this solution, an extensive numerical analysis of the problem is performed, and the conditions established at which it is possible to apply the linear approximation of the wave-front of unloading as well as the linear change of the stress with time in the loading zone.

Praca została złożona w Redakcji dnia 5 kwietnia 1971 r.