

## ODDZIAŁYWANIE FALOWANIA POWIERZCHNIOWEGO WZBUDZANEGO WIATREM NA SZTYWNĄ PLATFORMĘ ELIPTYCZNA CZĘŚĆ I

STANISŁAW M A S S E L (GDAŃSK)

Różnego typu platformy znajdują coraz szersze zastosowanie w badaniach i eksploatacji bogactw mineralnych mórz i oceanów. Z inżynierskiego punktu widzenia, trudności projektowania takich budowli morskich są związane przede wszystkim z niedostatecznym jeszcze rozeznaniem obciążeń platform od ruchu falowego. W pracy przedstawiono sposób obliczania obciążeń falowaniem wiatrowym na nieruchomą platformę o rzucie eliptycznym. Sformułowano odpowiednie zagadnienie brzegowe dla funkcji potencjału ruchu; jego rozwiązanie dane jest jako kombinacje funkcji Mathieugo. W ramach liniowej teorii falowania wiatrowego wyznaczono statystyczne i widmowe charakterystyki obciążeń. Te ostatnie okazały się mniejsze aniżeli w przypadku płaskiej fali regularnej; trójwymiarowość falowania wiatrowego prowadzi do zmniejszenia obciążeń.

### I. WSTĘP

Współczesne badania i eksploatacja zasobów surowcowych mórz i oceanów wymagają przede wszystkim uniezależnienia się od warunków meteorologicznych, falowych, głębokościowych i innych. Badania za pośrednictwem statków zastępuje się często badaniami ze specjalnych platform. Tak dzieje się na przykład w przypadku badań i eksploatacji złóż ropy naftowej spod dna morskiego. Przyjęcie takiego sposobu pracy wymaga określenia spodziewanych obciążeń wywołanych ruchem falowym.

W pracy przedstawiono sposób obliczania obciążeń wywołanych falowaniem wiatrowym na nieruchomą platformę o rzucie (na powierzchnię morza) eliptycznym. Wzniesienie płaszczyzny górnej platformy ponad poziom spokoju zapewnia całkowite odbicie fal; zagłębienie dna platformy jest zaś większe od doliny fal największych. Przyjęty eliptyczny kształt platformy pozwala, z jednej strony, przejść do platformy kołowej (mimośród elipsy zmierza do zera), z drugiej zaś, do przepony zawieszanej, gdy mimośród elipsy zmierza do jedności. Oba te przypadki graniczne były rozważane w pracach [1, 4 i 5].

Odnosnie do konstrukcji podporowych platformy założono, że mają one małe wymiary w stosunku do długości fali i dlatego mogą być w rozważaniach pominięte.

Falowanie wiatrowe w liniowym przybliżeniu traktujemy jako superpozycję płaskich fal elementarnych o najrozmaitszych amplitudach  $a_{lj}$ , częstotliwościach  $\omega_l$ , kierunkach rozprzestrzeniania się  $\theta_j$  oraz losowych fazach  $\varepsilon_{lj}$ .

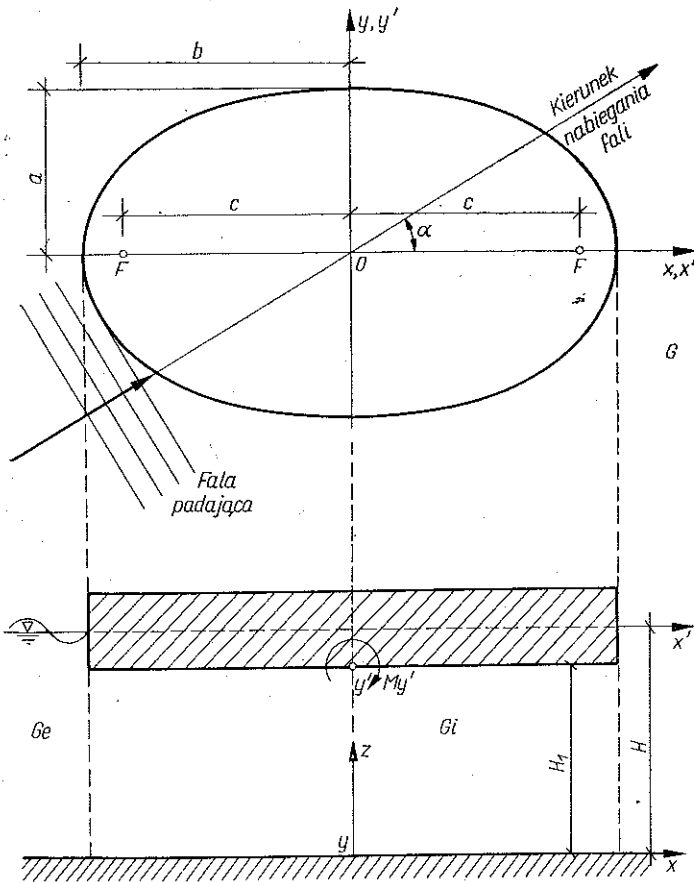
Najpierw więc przeanalizowano oddziaływanie fali regularnej, odwzorowującej pojedynczą składową spektralną, a następnie, wykorzystując podstawowe własności

funkcji losowych, uogólniono rezultaty na przypadek losowego falowania wiatrowego.

W tej pracy podaje się podstawowe formuły teoretyczne dla poszczególnych parametrów oddziaływania; obliczenia numeryczne według tychże formuł oraz analizę przypadków szczególnych będzie zawierała część druga pracy.

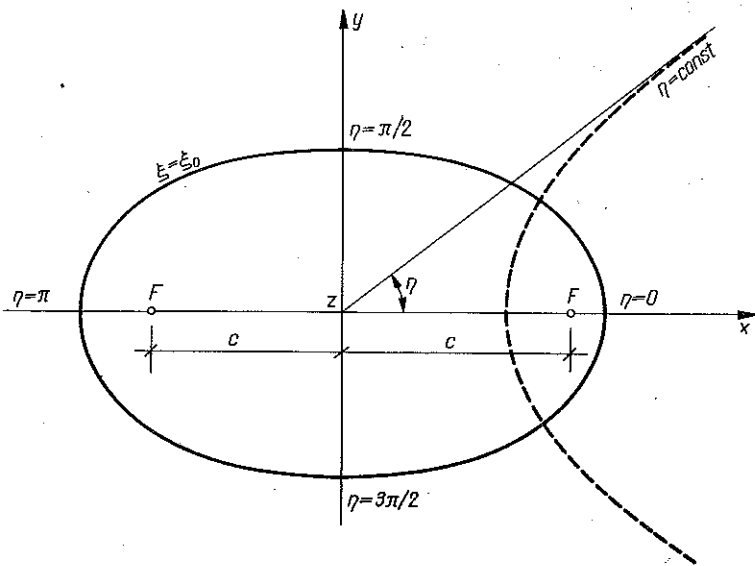
## 2. ODDZIAŁYWANIE PŁASKIEJ FALI REGULARNEJ NA PLATFORMĘ

W tym punkcie przedstawimy metodę rozwiązania jedynie w skrócie, bowiem szczegółowe jej omówienie zawiera praca autora [2]. Uzupełnimy natomiast wspomniane opracowanie przez podanie kompletnych formuł obliczeniowych dla wszystkich rodzajów obciążeń.



Rys. 1

Przyjmijmy więc, że na powierzchni morza umieszczono sztywną platformę w kształcie walca eliptycznego (rys. 1). Na platformę oddziałuje powierzchniowa fala płaska, której promień tworzy kąt  $\alpha$  z dodatnim zwrotem osi  $x$ ; amplituda fali



Rys. 2

wynosi  $h/2$ , a częstotliwość kołowa  $\omega$ . Zbiornik o głębokości  $H$  jest wypełniony cieczą idealną.

W układzie współrzędnych eliptyczno-walcowych  $\xi, \eta, z$  (rys. 2), gdzie

$$(2.1) \quad \begin{aligned} x &= c \operatorname{ch} \xi \cos \eta, \\ y &= c \operatorname{sh} \xi \sin \eta, \\ z &= z, \end{aligned}$$

wzór na rzędną powierzchni falowej w punkcie położonym z dala od platformy można napisać w formie sumy funkcji MATHIEUGO [3]:

$$(2.2) \quad \zeta(\xi, \eta; t) = \frac{h}{2} \operatorname{Re} [\zeta_1(\xi, \eta) \exp(-i\omega t)],$$

gdzie

$$(2.3) \quad \zeta_1(\xi, \eta) = \sum_{m=0}^{\infty} 2 [a_m C e_m(\xi, q) c e_m(\eta, q) c e_m(\alpha, q)] + \\ + \sum_{m=1}^m 2 [b_m S e_m(\xi, q) s e_m(\eta, q) s e_m(\alpha, q)].$$

Funkcje  $c e_m(\ )$  i  $s e_m(\ )$  są zwykłymi funkcjami Mathieugo; natomiast funkcje  $C e_m(\ )$  oraz  $S e_m(\ )$  są zmodyfikowanymi funkcjami Mathieugo [3]. Współczynniki  $a_m$  i  $b_m$  można znaleźć w monografii [3].

W dowolnej odległości od platformy pełne sformułowanie problemu dane jest za pomocą funkcji potencjału  $\Phi$ ; w rozważaniach przyjęto tzw. potencjał przesunięcia (displacement potential), tj. potencjał prędkości  $\cdot (i/\omega)$ .

Niech będzie zatem

$$(2.4) \quad \tilde{\Phi}(\xi, \eta, z; t) = \frac{\hbar}{2} \Phi(\xi, \eta, z) \exp(-i\omega t),$$

gdzie

$$(2.5) \quad \Phi(\xi, \eta, z) = 2 \sum_{m=0}^{\infty} a_m F_{m,c}(\xi, q; z) c e_m(\eta, q) c e_m(\alpha, q) + \\ + 2 \sum_{m=1}^{\infty} b_m F_{m,s}(\xi, q; z) s e_m(\eta, q) s e_m(\alpha, q)$$

oraz

$$(2.6) \quad \zeta_1(\xi, \eta) = \sum_{m=0}^{\infty} 2a_m \Theta_{m,c}(\xi, q) c e_m(\eta, q) c e_m(\alpha, q) + \\ + \sum_{m=1}^{\infty} 2b_m \Theta_{m,s}(\xi, q) s e_m(\eta, q) s e_m(\alpha, q),$$

gdzie

$$(2.7) \quad \Theta_m = \left[ \frac{\partial F_m}{\partial z} \right]_{z=H}$$

Funkcja  $\Phi(\xi, \eta, z)$  jest rozwiązaniem następującego zagadnienia brzegowego:

$$\nabla^2 \Phi(\xi, \eta, z) = \frac{2}{c^2 (\operatorname{ch} 2\xi - \cos 2\eta)} \left( \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \eta^2} \right) + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0,$$

$$\omega^2 \Phi - g \frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0, \quad z=H, \quad \xi \geq \xi_0,$$

$$(2.8) \quad \frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0, \quad z=0, \quad 0 \leq \xi < \infty,$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0, \quad z=H_1, \quad 0 \leq \xi \leq \xi_0,$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \xi} = 0, \quad \xi = \xi_0, \quad H_1 \leq z \leq H.$$

Po rozdzieleniu zmiennych w równaniu (2.8)<sub>1</sub> otrzymamy

$$\Phi(\xi, \eta, z) = \Psi_{c(s)}(\xi) \lambda_{c(s)}(\eta) Z(z)$$

oraz

$$\frac{d^2}{d\xi^2} \Psi_{c(s)}(\xi) - (u - 2q \operatorname{ch} 2\xi) \Psi_{c(s)}(\xi) = 0,$$

$$(2.9) \quad \frac{d^2}{d\eta^2} \lambda_{c(s)}(\eta) + (u - 2q \cos 2\eta) \lambda_{c(s)}(\eta) = 0,$$

$$\frac{d^2}{dz^2} Z + \beta^2 Z = 0,$$

przy czym

$$(2.10) \quad q_\beta = -\frac{\beta^2 c^2}{4}.$$

Rozwiązaniem równania (2.9)<sub>1</sub> są zmodyfikowane funkcje Mathieu —  $Ce_m(\xi, q)$ ,  $(Se_m(\xi, q))$ , rozwiązaniem zaś równania (2.9)<sub>2</sub> są zwykłe funkcje Mathieu.

Na styku obu obszarów  $G_i$  i  $G_e$  (rys. 1), czyli na walcu eliptycznym  $\xi = \xi_0$ , zakładamy ciągłość funkcji  $F_m$  oraz jej pochodnej  $\partial F / \partial \xi$ .

W celu uzgodnienia rozwiązań w obu obszarach wyrazimy funkcję  $F$  dla tych obszarów przez funkcję  $[F]_{\xi=\xi_0}$ , przy czym funkcję tę rozwiniemy według zupełnego układu odpowiednich funkcji ortogonalnych, a następnie skorzystamy z warunku ciągłości pochodnej. Dla obszaru wewnętrznego mamy więc

$$(2.11) \quad \bar{F}_{m,c(s)}^{(i)}(\xi_0, z) = \frac{\bar{F}_{m,c(s)}^{(i)}(\xi_0, z)}{H} = \sum_{n=0}^{\infty} \epsilon_n f_{mn,c(s)} \cos\left(\frac{n\pi z}{H_1}\right),$$

gdzie

$$(2.12) \quad f_{mn,c(s)} = \frac{1}{H_1} \int_0^{H_1} \bar{F}_{m,c(s)}^{(i)}(\xi_0, z) \cos\left(\frac{n\pi z}{H_1}\right) dz,$$

$$\epsilon_n = \begin{cases} 1, & \text{jeżeli } n=0, \\ 2, & \text{jeżeli } n \geq 1. \end{cases}$$

Z równania (2.9)<sub>1</sub> wynika, że dla dowolnej wartości  $\xi$  funkcja  $\Psi(\xi)$  jest proporcjonalna do funkcji Mathieu  $Ce_m(Se_m)$ . Należy więc przyjąć następujące rozwiązanie dla  $F_m^{(i)}$ :

$$(2.13) \quad \bar{F}_{m,c}^{(i)}(\xi, z) = f_{m0,c} \frac{\text{ch}(m\xi)}{\text{ch}(m\xi_0)} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} f_{mn,c} \frac{Ce_m(\xi, q_n)}{Ce_m(\xi_0, q_n)} \cos\left(\frac{n\pi z}{H_1}\right),$$

$0 \leq z \leq H_1, \quad \xi \leq \xi_0$

lub

$$(2.14) \quad \bar{F}_{m,s}^{(i)}(\xi, z) = f_{m0,s} \frac{\text{sh}(m\xi)}{\text{sh}(m\xi_0)} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} f_{mn,s} \frac{Se_m(\xi, q_n)}{Se_m(\xi_0, q_n)} \cos\left(\frac{n\pi z}{H_1}\right),$$

$0 \leq z \leq H_1, \quad \xi \leq \xi_0.$

W obszarze zewnętrznym  $G_e$  utwórzmy najpierw następujące czynniki normujące:

$$(2.15) \quad N_\beta = \frac{1}{2} [1 + (2\beta H)^{-1} \sin(2\beta H)],$$

$$N_k = \frac{1}{2} [1 + (2kH)^{-1} \text{sh}(2kH)],$$

a funkcję  $Z(z)$  przyjmiemy w postaci iloczynu:

$$(2.16) \quad Z_\beta(z) = N_\beta^{-1} \cos(\beta z).$$

Parametr  $\beta$  dany jest jako rozwiązanie równania

$$(2.17) \quad \beta^2 \operatorname{tg}(\beta H) + \frac{\omega^2}{g} = 0.$$

Jeżeli  $\beta = -ik$ , to mamy

$$(2.18) \quad \begin{aligned} \omega^2 &= gk \operatorname{th} kH, \\ Z_k(z) &= N_k^{-1/2} \operatorname{ch}(kz). \end{aligned}$$

Z powyższego wynika, że zarówno funkcje  $\cos(n\pi z/H_1)$  jak i  $Z_\beta(z)$  lub  $Z_k(z)$  tworzą układy ortogonalne zupełne odpowiednio w przedziałach  $0 \leq z \leq H_1$  i  $0 \leq z \leq H$ .

Z fizycznego punktu widzenia jest jasne, że zaburzający wpływ platformy maleje w miarę oddalania się od niej. Wzór na  $F_m^{(e)}(\xi)$  powinien zatem zawierać obok czynnika charakteryzującego falę inicjującą również zanikający czynnik zaburzeń. Powyższe warunki spełnia następująca funkcja  $F_m^{(e)}(\xi)$  [2]:

$$(2.19) \quad F_{m,c}^{(e)}(\xi, z) H^{-1} = \bar{F}_{m,c}^{(e)}(\xi, z) = \left\{ Ce_m(\xi, q_k) - \frac{Ce_m(\xi_0, q_k)}{Me_m^{(1)}(\xi_0, q_k)} Me_m^{(1)}(\xi, q_k) \right\} \times \\ \times \frac{Z_k(z)}{HZ'_k(H)} + \sum_{\beta} \mathcal{F}_{m\beta,c} \frac{Me_m^{(1)}(\xi, q_\beta)}{Me_m^{(1)}(\xi_0, q_\beta)} Z_\beta(z), \quad 0 \leq z \leq H$$

lub

$$(2.20) \quad F_{m,s}^{(e)}(\xi, z) H^{-1} = \bar{F}_{m,s}^{(e)}(\xi, z) = \left\{ Se_m(\xi, q_k) - \frac{Se_m(\xi_0, q_k)}{Ne_m^{(1)}(\xi_0, q_k)} Ne_m^{(1)}(\xi, q_k) \right\} \times \\ \times \frac{Z_k(z)}{HZ'_k(H)} + \sum_{\beta} \mathcal{F}_{m\beta,s} \frac{Ne_m^{(1)}(\xi, q_\beta)}{Ne_m^{(1)}(\xi_0, q_\beta)} Z_\beta(z), \quad 0 \leq z \leq H,$$

gdzie

$$(2.21) \quad \begin{aligned} Me_m^{(1)}(\xi, q) &= Ce_m(\xi, q) + iFey_m(\xi, q), \\ Ne_m^{(1)}(\xi, q) &= Se_m(\xi, q) + iGey_m(\xi, q). \end{aligned}$$

Funkcje  $Fey$  i  $Gey$  stanowią rozwinięcia funkcji  $Ce_m$  i  $Se_m$  według funkcji Bessela drugiego rodzaju  $-Y_m$ .

Funkcje  $Me_m^{(1)}(\ )$  oraz  $Ne_m^{(1)}(\ )$  są zatem we współrzędnych eliptyczno-walcowych odpowiednikami funkcji Hankela dla współrzędnych kołowo-walcowych.

Wyrażenia w nawiasach klamrowych odpowiadają fali przychodzącej oraz części zaburzeń, dobranej w ten sposób, aby przy  $\xi = \xi_0$  otrzymać jedynie sumę względem układu funkcji ortogonalnych. Suma ta zawiera pozostałą część zaburzeń, bowiem sumowanie względem  $\beta$  obejmuje również wartość  $\beta = -ik$ .

Na granicznym walcu  $\xi = \xi_0$  powinno być

$$(2.22) \quad \left[ \frac{\partial}{\partial \xi} \bar{F}_{m,c(s)}^{(e)}(\xi, z) \right]_{\xi=\xi_0} = \begin{cases} \frac{\partial}{\partial \xi} \bar{F}_{m,c(s)}^{(e)}(\xi, z), & \text{jeżeli } 0 \leq z \leq H_1, \\ 0, & \text{jeżeli } H_1 \leq z \leq H \end{cases}$$

oraz

$$(2.23) \quad \bar{F}_{m,c(s)}^{(e)}(\xi, z) = \bar{F}_{m,c(s)}^{(l)}(\xi, z), \quad \text{jeżeli } \xi = \xi_0, \quad 0 \leq z \leq H.$$

Warunki (2.22) i (2.30) prowadzą do następującego układu równań dla współczynników:

$$(2.24) \quad B_{m,c(s)} Z_k(z) = \sum_{\beta} \mathcal{F}_{m\beta,c(s)} \mathcal{G}_{m\beta,c(s)}^{-1} Z_{\beta}(z), \quad H_1 \leq z \leq H,$$

$$B_{m,c(s)} Z_k(z) = \sum_{\beta} \mathcal{F}_{m\beta,c(s)} \left\{ \mathcal{G}_{m\beta,c(s)}^{-1} Z_{\beta}(z) + \sum_{n=0}^{\infty} \epsilon_n L_{n\beta} G_{mn,c}^{-1} \cos\left(\frac{n\pi z}{H_1}\right) \right\},$$

$0 \leq z \leq H_1,$

gdzie

$$(2.25) \quad \begin{aligned} B_{m,c} &= -[Ce_m(\xi_0, q_k) Me_m^{(1)'}(\xi_0, q_k) - \\ &\quad - Ce_m'(\xi_0, q_k) Me_m^{(1)}(\xi_0, q_k)] [HZ_k'(H) Me^{(1)}(\xi_0, q_k)]^{-1}, \\ \mathcal{G}_{m\beta,c} &= -Me_m^{(1)}(\xi_0, q_{\beta}) [Me_m^{(1)'}(\xi_0, q_{\beta})]^{-1}, \\ G_{mn,c} &= Ce_m(\xi_0, q_n) [Ce_m'(\xi_0, q_n)]^{-1}, \\ L_{n\beta} &= \frac{(-1)^n}{\beta^2 H_1^2 - n^2 \pi^2} N_{\beta}^{-1/2} \beta H_1 \sin(\beta H_1). \end{aligned}$$

Współczynniki  $B_{m,s}$ ,  $\mathcal{G}_{m\beta,s}$  oraz  $G_{mn,s}$  tworzymy w sposób analogiczny; należy jedynie na miejsce funkcji  $Me$  i  $Ce$  podstawić funkcje  $Ne$  i  $Se$ .

Po wykonaniu prostych przekształceń układ równań (2.24) można sprowadzić do następującego układu [2]:

$$(2.26) \quad \sum_{\beta} E_{\gamma\beta,c(s)} \mathcal{F}_{m\beta,c(s)} = B_{m,c(s)} \delta_{k\gamma},$$

gdzie

$$(2.27) \quad E_{\gamma\beta,c(s)} = \mathcal{G}_{m\beta,c(s)}^{-1} \delta_{\gamma\beta} + \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{H_1}{H}\right) \epsilon_n L_{n\beta} L_{n\gamma} G_{mn,c(s)}^{-1}.$$

Z własności funkcji Mathieu wynika, że macierz współczynników  $E_{\gamma\beta,c(s)}$  jest rzeczywista z wyjątkiem wyrazu  $E_{kk,c(s)}$  (tzn. gdy  $\beta = \gamma = -ik$ ), który jest wielkością zespoloną. Utwórzmy więc macierz rzeczywistą

$$(2.28) \quad E_{\gamma\beta,c(s)} = E_{\gamma\beta,c(s)} - \mathcal{G}_{mk,c(s)}^{-1} \delta_{k\beta} \delta_{k\gamma}.$$

Założmy w dalszym ciągu, że współczynniki  $\Gamma_{m\beta,c(s)}$  są rozwiązaniami następujących układów równań:

$$(2.29) \quad \sum_{\beta} E_{\gamma\beta,c(s)}^{(\sigma)} \Gamma_{m\beta,c(s)} = \delta_{k\gamma};$$

wówczas otrzymamy

$$(2.30) \quad \mathcal{F}_{m\beta,c(s)} = \frac{B_{m,c(s)} \Gamma_{m\beta,c(s)}}{1 + \mathcal{G}_{mk,c(s)}^{-1} \Gamma_{mk,c(s)}}.$$

Rozwiązanie układów równań (2.29) możliwe jest jedną z metod algebry liniowej, dlatego tutaj nie będziemy się nad nim zatrzymywali.

Interesujące nas obciążenia platformy wyznaczmy przez określenie najpierw ciśnienia wywołanego falą.

Z twierdzenia Bernoulliego mamy

$$(2.31) \quad p = -\rho \operatorname{Re} \frac{\partial \varphi}{\partial t} + g\rho(H-z) = -\rho \operatorname{Re} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} + g\rho(H-z),$$

czyli

$$(2.32) \quad p = \rho \frac{h\omega^2}{2} \operatorname{Re} [\Phi(\xi, \eta, z) \exp(-i\omega t)] + g\rho(H-z).$$

Siła pozioma  $X$  działająca na platformę w kierunku dodatniego zwrotu osi  $x$  wyrazi się wzorem

$$(2.33) \quad X = \operatorname{Re} \left\{ - \int_0^{2\pi} \int_{H_1}^H p(\xi_0, \eta, z; t) \cos \eta ds dz \right\} = \\ = -a \operatorname{Re} \left\{ \int_0^{2\pi} \int_{H_1}^H p(\xi_0, \eta, z; t) \sqrt{1-e^2 \cos^2 \eta} \cos \eta d\eta dz \right\},$$

gdzie  $e=c/a$  oznacza mimośród elipsy.

Po wykonaniu koniecznych całkowań otrzymamy

$$(2.34) \quad X = \frac{h}{2} \operatorname{Re} [X_1 e^{-i\omega t}],$$

przy czym

$$(2.35) \quad X_1 = -2\rho g a^2 (kH) \operatorname{th}(kH) \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \left[ a_{2n+1}(q_k) \mathcal{F}_{(2n+1)k,c} N_k^{-1/2} (ka)^{-1} \times \right. \right. \\ \times (\operatorname{sh} kH - \operatorname{sh} kH_1) c e_{2n+1}(\alpha, q_k) \left( \sum_{r=0}^{\infty} A_{2r+1}^{(2n+1)}(q_k) C_{2r+1} \right) + \\ \left. \left. + \sum_{\beta}^I a_{2n+1}(q_{\beta}) \mathcal{F}_{(2n+1)\beta,c} N_{\beta}^{-1/2} (\beta a)^{-1} (\sin \beta H - \sin \beta H_1) \times \right. \right. \\ \left. \left. \times c e_{2n+1}(\alpha, q_{\beta}) \left( \sum_{r=0}^{\infty} A_{2r+1}^{(2n+1)}(q_{\beta}) C_{2r+1} \right) \right] \right\},$$

gdzie

$$(2.36) \quad C_{2r+1} = \int_0^{2\pi} \cos(2r+1)\eta \cos \eta \sqrt{1-e^2 \cos^2 \eta} d\eta,$$

$A_{2r+1}^{(2n+1)}$  oznaczają współczynniki w rozwinięciu funkcji  $c e_{2n+1}$  w szereg względem  $\cos(2r+1)\eta$ . Suma  $\sum_{\beta}^I$  nie zawiera wartości  $\beta = -ik$ .

W analogiczny sposób otrzymamy wyrażenie dla siły  $Y$  o kierunku dodatniego zwrotu osi  $y$ ,

$$(2.37) \quad Y = \frac{h}{2} \operatorname{Re} [Y_1 e^{-i\omega t}],$$



gdzie

$$(2.38) \quad Y_1 = -2a \left\{ \int_0^{2\pi} \int_{H_1}^H p(\xi_0, \eta, z; t) \sqrt{1 - e^{2z} \cos^2 \eta} \sin \eta \, d\eta \, dz = \right. \\ = -2\rho g a^2 (kH) \operatorname{th}(kH) \sum_{n=0}^{\infty} \left[ b_{2n+1}(q_k) \mathcal{F}_{(2n+1)k,s} N_k^{-1/2} \times \right. \\ \times (ka)^{-1} (\operatorname{sh} kH - \operatorname{sh} kH_1) \operatorname{se}_{2n+1}(\alpha, q_k) \left( \sum_{r=0}^{\infty} B_{2r+1}(q_k) D_{2r+1} \right) + \\ \left. + \sum_{\beta} b_{2n+1}(q_{\beta}) \mathcal{F}_{(2n+1)\beta,s} N_{\beta}^{-1/2} (\beta a)^{-1} (\sin \beta H - \sin \beta H_1) \times \right. \\ \left. \times \operatorname{se}_{2n+1}(\alpha, q_{\beta}) \left( \sum_{r=0}^{\infty} B_{2r+1}^{(2n+1)}(q_{\beta}) D_{2r+1} \right) \right] \Big\},$$

gdzie

$$(2.39) \quad D_{2r+1} = \int_0^{2\pi} \sin(2r+1)\eta \sin \eta \sqrt{1 - e^2 \cos^2 \eta} \, d\eta.$$

Symbole  $B_{2r+1}^{(2n+1)}$  oznaczają współczynniki w rozwinięciu funkcji  $\operatorname{se}_{2n+1}$  w szereg względem  $\sin(2r+1)\eta$ .

Siłę pionową  $Z$ , działającą na dno platformy, obliczamy z następującej formuły:

$$(2.40) \quad Z = \int_0^{\xi_0} \int_0^{2\pi} p(\xi, \eta, H_1; t) \, ds_1 \, ds_2,$$

przy czym [3]

$$(2.41) \quad ds_1 = c(\operatorname{ch}^2 \xi - \cos^2 \eta)^{1/2} \, d\xi, \\ ds_2 = c(\operatorname{ch}^2 \xi - \cos^2 \eta)^{1/2} \, d\eta.$$

Po podstawieniu odpowiedniego wyrażenia na  $p(\dots)$  oraz scałkowaniu, mamy

$$(2.42) \quad Z = \frac{h}{2} \operatorname{Re} [Z_1 e^{-i\omega t}],$$

gdzie

$$(2.43) \quad Z_1 = 2\rho g a^2 (kH) \operatorname{th}(kH) \left\{ \sum_{j=0}^{\infty} \left[ a_{2j}(q_0) f_{2j0,c} \frac{\operatorname{th}(2j\xi_0)}{2j} \times \right. \right. \\ \times \left( \sum_{r=0}^{\infty} A_{2r}^{(2n)}(q_0) C_{2r}^I \right) c e_{2j}(\alpha, q_0) \Big] + \\ + 2 \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ f_{2jn,c} \frac{(-1)^{j+n} \sum_{p=0}^{\infty} (-1)^p \frac{A_{2p}^{(2j)}(q_n) \operatorname{sh} 2p \xi_0}{2p}}{C e_{2j}(\xi_0, q_n)} \times \right. \\ \left. \times \left( \sum_{r=0}^{\infty} A_{2r}^{(2j)}(q_n) C_{2r}^I \right) c e_{2j}(\alpha, q_n) \right] \Big\},$$

przy czym

$$(2.44) \quad C_{2r}^1 = \int_0^{2\pi} \cos 2r \eta (1 - e^2 \cos^2 \eta) d\eta,$$

$$f_{2jn,c} = \sum_{\beta} L_{n\beta} \mathcal{F}_{2j\beta,c}.$$

Momenty wywołane siłami falowymi scharakteryzujemy za pośrednictwem momentów względem trzech wzajemnie prostopadłych osi  $x'$ ,  $y'$  i  $z$ . Oś  $x'$  i  $y'$  są równoległe odpowiednio do osi  $x$  i  $y$  prostokątnego układu współrzędnych i leżą w płaszczyźnie dna platformy. Moment  $M_x$  składa się z momentu wywołanego siłami działającymi na dno platformy  $M_x^{(d)}$  oraz momentu od sił działających na pobocznice platformy  $M_x^{(p)}$ . Mamy więc

$$(2.45) \quad M_{x'} = M_x^{(d)} + M_x^{(p)},$$

gdzie

$$(2.46) \quad M_x^{(d)} = \int_0^{\xi_0} \int_0^{2\pi} p(\xi, \eta, H_1; t) c^2 (\operatorname{ch}^2 \xi - \sin^2 \eta)^{1/2} \times$$

$$\times (\operatorname{ch}^2 \xi - \cos^2 \eta)^{1/2} \sin \eta d\xi d\eta,$$

$$M_x^{(p)} = \int_0^{2\pi} \int_{H_1}^H p(\xi_0, \eta, z; t) c (\operatorname{ch}^2 \xi_0 - \cos^2 \eta)^{1/2} (z - H_1) \sin \lambda d\eta dz.$$

We wzorze tym  $\lambda$  oznacza kąt zawarty pomiędzy osią  $x$  a normalną do elipsy w punkcie  $(\xi_0, \eta)$  oraz

$$(2.47) \quad \operatorname{tg} \lambda = \frac{\operatorname{th} \xi_0 \operatorname{tg} \eta}{\sqrt{1 - e^2}}.$$

Podobnie dla momentu  $M_y$  otrzymamy

$$(2.48) \quad M_{y'} = M_y^{(d)} + M_y^{(p)},$$

gdzie

$$(2.49) \quad M_y^{(d)} = - \int_0^{\xi_0} \int_0^{2\pi} p(\xi, \eta, H_1; t) c^2 (\operatorname{ch}^2 \xi - \sin^2 \eta)^{1/2} \times$$

$$\times (\operatorname{ch}^2 \xi - \cos^2 \eta)^{1/2} \cos \eta d\xi d\eta,$$

$$M_y^{(p)} = - \int_0^{2\pi} \int_{H_1}^H p(\xi_0, \eta, z; t) c (\operatorname{ch}^2 \xi_0 - \cos^2 \eta)^{1/2} (z - H_1) \cos \lambda d\eta dz.$$

Wzór na moment  $M_z$  ma natomiast postać następującą:

$$(2.50) \quad M_z = - \int_0^{2\pi} \int_{H_1}^H c p(\xi_0, \eta, z; t) (\operatorname{ch}^2 \xi - \cos^2 \eta)^{1/2} r_z dz d\eta,$$

gdzie

$$(2.51) \quad r_z = \frac{|c(\sqrt{1 - e^2} - 1) \operatorname{sh} \xi_0 \sin \eta|}{\sqrt{(1 - e^2) + \operatorname{th}^2 \xi_0 \operatorname{tg}^2 \eta}}.$$

### 3. ODDZIAŁYWANIE FALOWANIA WIATROWEGO NA PLATFORMĘ

Drgania powierzchni morza wzbudzone wiatrem rozpatrujemy jako proces losowy stacjonarny. W ramach liniowej teorii falowania możemy ten proces uważać również za proces normalny. Rzędną sfalowanej powierzchni morza w punkcie  $(x, y)$  wyrażamy wówczas za pomocą całki Stieltjesa-Fouriera następująco:

$$(3.1) \quad \zeta(\mathbf{x}; t) = \operatorname{Re} \int_{\omega} \int_{\theta} dZ(\omega, \theta) e^{i[\mathbf{k}(\omega) \mathbf{x} - \omega t + \varepsilon]}$$

gdzie

$$(3.2) \quad \mathbf{x} = (x, y), \quad \mathbf{k} = (k \cos \theta, k \sin \theta),$$

$$S(\omega, \theta) = \frac{\overline{dZ dZ^*}}{d\omega d\theta},$$

przy czym  $S(\omega, \theta)$  oznacza dwuwymiarowe widmo falowania powierzchniowego. Gwiazdka oznacza wielkość sprzężoną, kreska zaś uśrednienie. Wykorzystując (2.3), przepiszemy wyrażenie (3.1) dla układu współrzędnych eliptyczno-walcowych:

$$(3.3) \quad \zeta(\xi, \eta; t) = \operatorname{Re} \int_{\omega} \int_{\alpha} dZ(\omega, \alpha) \zeta_1(\xi, \eta; \alpha) e^{-i\omega t}.$$

Uogólniając powyższe, dowolny parametr charakterystyczny ruchu w sąsiedztwie platformy można przedstawić również w formie całki Stieltjesa-Fouriera [2]:

$$(3.4) \quad \Pi(\xi, \eta, z; t; H, H_1, \xi_0) = \int_{\omega} \int_{\alpha} \Pi_b(\xi, \eta, z; \alpha, \dots) e^{-i\omega t} dZ(\omega, \alpha),$$

gdzie na przykład

$$\Pi_b(\dots) = \zeta_1(\xi, \eta, \alpha, \dots)$$

dla rzędnej falowania powierzchniowego z dala od platformy;

$$\Pi_b(\dots) = X_1(\xi, \eta, \alpha, z, \dots)$$

dla siły poziomej itd.

Funkcję autokorelacji procesu losowego  $\Pi(t)$  otrzymamy wówczas ze wzoru

$$(3.5) \quad K_{\Pi}(\tau, \dots) = \int_{\omega} \int_{\alpha} \int_{\omega'} \int_{\alpha'} \overline{\Pi_b(\dots) \Pi_b^*(\dots)} e^{-i\omega\tau} dZ(\omega, \alpha) dZ(\omega', \alpha').$$

Ze względu na stacjonarność funkcji  $\zeta$  otrzymujemy

$$(3.6) \quad \overline{dZ(\omega, \alpha) dZ(\omega', \alpha')} = S_{\zeta}(\omega, \alpha) \delta(\omega - \omega') \delta(\alpha - \alpha') d\omega' d\alpha'.$$

Wówczas

$$(3.7) \quad K_{\Pi}(\tau, \dots) = \int_{\omega} \int_{\alpha} S_{\Pi}(\omega, \alpha; \dots) e^{i\omega\tau} d\omega d\alpha,$$

gdzie  $S_{II}$  oznacza widmo dwuwymiarowe wielkości  $II$  oraz

$$(3.8) \quad S_{II}(\omega, \alpha, \dots) = \overline{[II_b(\dots) II_b^*(\dots)]} S_{\zeta}(\omega, \alpha).$$

Wzór (3.8) wiąże widmo dwuwymiarowe rozpatrywanego parametru charakterystycznego ruchu z widmem dwuwymiarowym falowania powierzchniowego nabiegającego na platformę. To ostatnie na podstawie wieloletnich badań można wyrazić następującą formułą [2]:

$$(3.9) \quad S_{\zeta}(\omega, \alpha) = S_{\zeta}^I(\omega) S_{\zeta}^{II}(\alpha; \tilde{\omega}),$$

gdzie

$$(3.10) \quad S_{\zeta}^I(\omega) = \frac{h^2}{\bar{\omega}} \cdot 0,38 \exp \left[ -35 \left( \frac{\omega}{\bar{\omega}} - 0,8 \right)^2 \right] + 0,22 \left( \frac{\omega}{\bar{\omega}} \right)^{-5} \exp \left[ -1,34 \left( \frac{\omega}{\bar{\omega}} \right)^{-8} \right]$$

oraz

$$(3.11) \quad S_{\zeta}^{II}(\alpha; \tilde{\omega}) = \left[ \cos(\alpha - \alpha_0) \right]^{\frac{n}{\tilde{\omega}}}.$$

We wzorze tym  $\tilde{\omega} = \omega/\bar{\omega}$ ;  $\bar{\omega}$  oznacza średnią częstotliwość fal powierzchniowych,  $h$  średnią wysokość fali.

Dodajmy, że prawdziwe są przy tym następujące związki:

$$(3.12) \quad S_{\omega}(\omega) = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} S_{\zeta}(\omega, \alpha) d\alpha$$

oraz

$$(3.13) \quad S_{\alpha}(\alpha) = \int_0^{\infty} S_{\zeta}(\omega, \alpha) d\omega.$$

Widmo częstotliwościowe (3.12) jest cennym narzędziem w rozważaniach dotyczących drgań platformy, zjawiska rezonansu itp. Z kolei znajomość widma kierunkowego (3.13) może pomóc w optymalnym ze względu na obciążenia położeniu platformy względem kierunków przeważających sztormów. Ze wzorów (3.10) i (3.11) wynika bowiem, że widmo falowania powierzchniowego jest widmem stosunkowo wąskim, główna część energii falowej przenoszona jest przez częstotliwości leżące w sąsiedztwie częstotliwości w przybliżeniu  $0,8\bar{\omega}$ , ponadto składowe widmowe o bardzo małej częstotliwości (fale długie) posiadają kierunkowy rozkład energii bardzo wąski. Natomiast fale krótkie  $\tilde{\omega} \gg 1,0$  niosą w przybliżeniu (z różnych kierunków) taką samą porcję energii.

Naturalnym uzupełnieniem analizy widmowej procesu losowego, jakim są obciążenia platformy, jest analiza statystyczna. Z inżynierskiego punktu widzenia bowiem niezbędna jest znajomość wielkości obciążeń o dowolnym prawdopodobieństwie występowania. W dalszym ciągu będziemy rozważali statystyczne charakterystyki dla poziomej siły  $X$  oddziaływującej na platformę w kierunku dodatniego zwrotu osi  $x$ . Rozważania dla innych charakterystyk będą podobne.

Dla wąskiego widma częstotliwościowego falowania powierzchniowego  $S_\omega(\omega)$  możemy w granicznym przypadku przyjąć

$$(3.14) \quad S_\omega(\omega) \approx \delta\left(\frac{\omega}{\omega_0} - 1\right),$$

gdzie  $\omega_0 \approx 0,8\bar{\omega}$ ;  $\delta$  oznacza deltę Diraca. Tak więc falowanie wiatrowe oddziaływujące na platformę będzie superpozycją fal regularnych o amplitudzie  $a_j$ , fazie  $\varepsilon_j$  i stałej częstotliwości  $\omega_0$ , rozprzestrzeniających się w różnych kierunkach  $\alpha_j$ . Tym razem wzniesienie swobodnej powierzchni i siłę  $X$  wyrażamy w postaci następujących sum:

$$(3.15) \quad \zeta(t) = \sum_j a_j \cos(\omega_0 t - \varepsilon_j) = Z_\zeta \cos(\omega_0 t - E_\zeta),$$

gdzie

$$(3.16) \quad Z_\zeta^2 = \left(\sum_j a_j \cos \varepsilon_j\right)^2 + \left(\sum_j a_j \sin \varepsilon_j\right)^2,$$

$$\operatorname{tg} E_\zeta = \frac{\sum_j a_j \sin \varepsilon_j}{\sum_j a_j \cos \varepsilon_j}$$

oraz

$$(3.17) \quad X = 2\rho g a^2 (k_0 H) \operatorname{th}(k_0 H) \sum_j a_j [X_j^{(a)} \cos(\omega_0 t - \varepsilon_j) + X_j^{(b)} \sin(\omega_0 t - \varepsilon_j)] =$$

$$= 2\rho g a^2 (k_0 H) \operatorname{th}(k_0 H) X_0 \cos(\omega_0 t - E_x),$$

gdzie

$$\omega_0^2 = g k_0 \operatorname{th}(k_0 H),$$

$$X_0^2 = \left[\sum_j a_j (X_j^{(a)} \cos \varepsilon_j - X_j^{(b)} \sin \varepsilon_j)\right]^2 + \left[\sum_j a_j (X_j^{(a)} \sin \varepsilon_j + X_j^{(b)} \cos \varepsilon_j)\right]^2,$$

$$\operatorname{tg} E_x = \frac{\sum_j a_j (X_j^{(a)} \sin \varepsilon_j + X_j^{(b)} \cos \varepsilon_j)}{\sum_j a_j (X_j^{(a)} \cos \varepsilon_j - X_j^{(b)} \sin \varepsilon_j)},$$

$$(3.18) \quad X_j^{(a)} = \sum_n \sum_\beta \frac{N_\beta^{-1/2}}{p_{2n+1}} \frac{\sin(\beta H) - \sin(\beta H_1)}{\beta a} \operatorname{Im} \left[ \mathcal{F}_{(2n+1)\beta, c} \times \right.$$

$$\left. \times \left( \sum_{r=0}^{\infty} A_{2r+1}^{(2n+1)}(q_\beta) C_{2r+1} \right) \left( \sum_{l=0}^{\infty} A_{2l+1}^{(2n+1)}(q_\beta) \cos(2l+1) \alpha_j \right) \right],$$

$$X_j^{(b)} = \sum_n \sum_\beta \frac{N_\beta^{-1/2}}{p_{2n+1}} \frac{[\sin(\beta H) - \sin(\beta H_1)]}{\beta a} \operatorname{Re} \left[ \mathcal{F}_{(2n+1)\beta, c} \times \right.$$

$$\left. \times \left( \sum_{r=0}^{\infty} A_{2r+1}^{(2n+1)}(q_\beta) C_{2r+1} \right) \left( \sum_{l=0}^{\infty} A_{2l+1}^{(2n+1)}(q_\beta) \cos(2l+1) \alpha_j \right) \right].$$

Wzory dla obliczenia współczynników  $p_{2n+1} = i/a_{2n+1}$  można znaleźć w książce McLACHLANA [3].

Dla danego falowania wyznaczmy największą siłę  $X$ ; będzie więc oczywiście

$$(3.19) \quad X_{\max} = 2\rho g a^2 (k_0 H) \operatorname{th} (k_0 H) |X_0|.$$

Wielkość  $|X_0|$  możemy rozpatrywać jako moduł pewnego wektora o następujących rzutach na osie prostokątnego układu współrzędnych:

$$(3.20) \quad X_0^{(x)} = \sum_j a_j (X_j^{(a)} \cos \varepsilon_j - X_j^{(b)} \sin \varepsilon_j)$$

oraz

$$(3.21) \quad X_0^{(y)} = \sum_j a_j (X_j^{(a)} \sin \varepsilon_j + X_j^{(b)} \cos \varepsilon_j).$$

Jeżeli założymy, że zmienne losowe  $a_j$  i  $E_j$  są niezależne, a zmienna  $E_j$  jest ponadto równomiernie rozłożona w przedziale  $(0, 2\pi)$ , to rzuty  $X_0^{(x)}$  i  $X_0^{(y)}$  będą niezależne. Z tego wynika bezpośrednio, że siła  $X_{\max}$  posiada gęstość prawdopodobieństwa określoną rozkładem Rayleigha:

$$(3.22) \quad f(X_{\max}) = \frac{X_{\max}}{\sigma_X^2} \exp \left[ -\frac{X_{\max}^2}{2\sigma_X^2} \right],$$

Wyznamy siłę  $X_{\max} = X_{\max}^{(i)}$  o prawdopodobieństwie przewyższenia równym  $i$ , tzn.

$$(3.23) \quad i = P \{ \infty > X_{\max} \geq X_{\max}^{(i)} \} = \int_{X_{\max}^{(i)}}^{\infty} f(X_{\max}) dX_{\max}.$$

Po podstawieniu (3.22) do (3.23) otrzymamy  $X_{\max}^{(i)}$ :

$$(3.24) \quad X_{\max}^{(i)} = \sqrt{-2 \ln i} \sigma_X.$$

Wariancja  $\sigma_X^2$  zgodnie z definicją jest równa następującej wartości średniej:

$$(3.25) \quad \sigma_X^2 = 4\rho^2 g^2 a^4 (k_0 H)^2 \operatorname{th}^2 (k_0 H) E \left\{ \sum_{j,l} a_j a_l [X_j^{(a)} \cos(\omega_0 t - \varepsilon_j) + X_j^{(b)} \sin(\omega_0 t - \varepsilon_j)] [X_l^{(a)} \cos(\omega_0 t - \varepsilon_l) + X_l^{(b)} \sin(\omega_0 t - \varepsilon_l)] \right\}.$$

Symbol  $E$  oznacza uśrednianie w sensie statystycznym. Tak więc

$$(3.26) \quad \sigma_X^2 = 4\rho^2 g^2 a^4 (k_0 H)^2 \operatorname{th}^2 (k_0 H) \sum_j \frac{1}{2} a_j^2 (X_j^{2(a)}(\alpha) + X_j^{2(b)}(\alpha)).$$

Jeżeli oznaczymy  $a_j^2/2 = S_\alpha(\alpha_j) \Delta\alpha_j$ , to

$$(3.27) \quad \sigma_X^2 = 4\rho^2 g^2 a^4 (k_0 H)^2 \operatorname{th}^2 (k_0 H) \sum_j S_\alpha(\alpha_j) (X_j^{2(a)}(\alpha) + X_j^{2(b)}(\alpha)) \Delta\alpha_j = \\ = 4\rho^2 g^2 a^4 (k_0 H)^2 \operatorname{th}^2 (k_0 H) \int_{\alpha} S_\alpha(\alpha) [X^{2(a)}(\alpha) + X^{2(b)}(\alpha)] d\alpha.$$

Widmo dwuwymiarowe rozpatrywanego falowania ma postać

$$(3.28) \quad S_{\zeta}(\omega, \alpha) = S_0 \delta\left(\frac{\omega}{\omega_0} - 1\right) F(\alpha).$$

Po scałkowaniu względem  $\omega$  mamy

$$(3.29) \quad S_{\alpha}(\alpha) = S_0 \omega_0 F(\alpha),$$

stąd

$$(3.30) \quad \sigma_X^2 = 4\rho^2 g^2 a^4 (k_0 H)^2 \operatorname{th}^2(k_0 H) S_0 \omega_0 \times \int_{\alpha} F(\alpha) [X^{2(a)}(\alpha) + X^{2(b)}(\alpha)] d\alpha.$$

Aby wyznaczyć  $S_0$ , scałkujemy (3.29) jeszcze względem  $\alpha$ ; wówczas

$$(3.31) \quad S_0 \omega_0 = \frac{\sigma_{\zeta}^2}{\int_{\alpha} F(\alpha) d\alpha}.$$

Ostatecznie więc

$$(3.32) \quad \sigma_X^2 = 4\rho^2 g^2 a^4 (k_0 H)^2 \operatorname{th}^2(k_0 H) \frac{\int_{\alpha} F(\alpha) [X^{2(a)}(\alpha) + X^{2(b)}(\alpha)] d\alpha}{\int_{\alpha} F(\alpha) d\alpha} \sigma_{\zeta}^2.$$

Ze względu na (3.11) mamy

$$(3.33) \quad F(\alpha) \approx \begin{cases} \cos^p(\alpha - \alpha_0), & \text{jeżeli } \left(\frac{\pi}{2} - \alpha_0\right) \leq \alpha \leq \left(\frac{\pi}{2} + \alpha_0\right), \\ 0 & \text{w pozostałym obszarze.} \end{cases}$$

Dla fali płaskiej  $p \rightarrow \infty$ , czyli

$$(3.34) \quad F(\alpha) = \delta\left(\frac{\alpha}{\alpha_0} - 1\right).$$

Niech ponadto

$$(3.35) \quad \Omega = \frac{\int_{\alpha} F(\alpha) [X^{2(a)}(\alpha) + X^{2(b)}(\alpha)] d\alpha}{\int_{\alpha} F(\alpha) d\alpha}.$$

Podstawiając (3.35) do (3.24) i (3.32) mamy

$$(3.36) \quad \begin{aligned} \sigma_X &= 2\rho g a^2 (k_0 H) \operatorname{th}(k_0 H) \sqrt{\Omega} \sigma_{\zeta}, \\ X_{\max}^{(i)} &= 2\rho g a^2 (k_0 H) \operatorname{th}(k_0 H) \sqrt{-2\ln i} \sqrt{\Omega} \sigma_{\zeta}. \end{aligned}$$

Biorąc pod uwagę (3.18)<sub>4,5</sub> można wykazać, że wielkość  $\Omega$  jest proporcjonalna do wielkości

$$(3.37) \quad A = \frac{\int_{\alpha} \cos^2(u+1) \alpha \cos^p(\alpha - \alpha_0) d\alpha}{\int_{\alpha} \cos^p(\alpha - \alpha_0) d\alpha}.$$

Funkcja  $A(p)$  we wzorze (3.37) dla ustalonego  $u$  jest funkcją rosnącą i przy  $p \rightarrow \infty$ ,  $A \rightarrow 1,0$ . W ten sposób wielkość  $\Omega$ , a tym samym siła  $X_{\max}^{(0)}$ , osiąga wartość maksymalną dla płaskiego falowania regularnego. Falowanie wiatrowe, odznaczające się zawsze pewnym widmem kierunkowym, powoduje zmniejszanie sił wywieranych na platformę. Ten wniosek dotyczy również pozostałych rodzajów obciążenia.

Aby więc uzyskać maksymalne obciążenie platformy o prawdopodobieństwie występowania  $i$ , należy oddziaływać na nią falą regularną z wybranego kierunku  $\alpha_0$ . Wysokość fali powinna przy tym odpowiadać temu samemu prawdopodobieństwu  $i$ . Zgodnie z rozkładem Kryłowa jest ona równa

$$(3.38) \quad h_i = \bar{h} \left[ -\frac{4}{\pi} \ln i \right]^{1/2}$$

#### 4. UWAGI KOŃCOWE

Wszystkie rodzaje obciążenia wyrażają się przez skomplikowane sumy funkcji trygonometrycznych i funkcji Mathieu. Z punktu widzenia zastosowań praktycznych niezwykle ważne jest zagadnienie stopnia zbieżności poszczególnych szeregów. Także analiza wkładów poszczególnych sum w ogólne rozwiązanie może doprowadzić do znacznego pomniejszenia objętości obliczeń. Te zagadnienia oraz zachowanie się rozwiązania przy przekształcaniu się platformy w platformę kołową czy długą przegrodę zawieszoną — będą tematem innej części pracy.

#### LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. C. J. R. GARRETT, *Wave forces on a circular dock*, J. Fluid Mech., **46**, part 1, 1971.
2. St. MASSEL, *Falowanie wiatrowe na ograniczonych głębokościach; jego struktura i procesy współoddziaływania z budowlami hydrotechnicznymi*. W zbiorze «Z problematyki budownictwa wodnego», PWN, 1973.
3. N. W. McLACHLAN, *Theory and application of Mathieu functions*, Oxford 1947.
4. C. C. MEI, J. L. BLACK, *Scattering of surface waves by rectangular obstacles in waters of finite depth*, J. Fluid. Mech., **38**, part 3, 1969.
5. J. MILES, F. GILBERT, *Scattering of gravity waves by a circular dock*, J. Fluid Mech., **34**, part 4, 1968.

#### Резюме

#### ВОЗДЕЙСТВИЕ ПОВЕРХНОСТНОГО ВОЛНЕНИЯ ВОЗБУЖДАЕМОГО ВЕТРОМ НА ЖЕСТКУЮ ЭЛЛИПТИЧЕСКУЮ ПЛАТФОРМУ. ЧАСТЬ I

Разного типа платформы находят все более широкое применение в исследованиях и эксплуатации природных минеральных ресурсов морей и океанов. С инженерской точки зрения трудности проектирования таких морских сооружений связаны прежде всего с неудовлетворительным еще знанием нагрузки платформ со стороны волнового движения. В работе представлен способ расчета нагрузок, вызванных ветровым волнением, на неподвижную платформу с эллиптическим сечением. Сформулирована соответствующая краевая



задача для функции потенциала движения; ее решение дается через комбинацию функций Матье. В рамках линейной теории ветрового волнения определены статические и спектральные характеристики нагрузок. Эти последние оказались меньше чем в случае плоской регулярной волны; трехмерность ветрового волнения ведет к уменьшению нагрузок.

## SUMMARY

ACTION OF WIND WAVES ON A RIGID ELLIPTIC PLATFORM  
(PART I)

Various types of platforms are in common use in investigation and exploitation the mineral resources of seas and oceans. From the engineering point of view, main difficulties connected with designing such marine structures are due to the loads—insufficiently determined—produced by surface waves. The paper presents a method of evaluation of the wind wave loads acting on elliptic platforms. The corresponding boundary-value problem for the potential function is formulated; its solution is given by a combination of Mathieu functions. Statistical and spectral load characteristics are determined within the framework of linear wind wave theory. The latter characteristics proved to be smaller than those due to the regular wave; three-dimensional character of waves leads to reduced of the load.

POLSKA AKADEMIA NAUK  
INSTYTUT BUDOWNICTWA WODNEGO W GDAŃSKU

*Praca została złożona w Redakcji dnia 3 września 1973 r.*

---