

BADANIA MODELOWE NAD ROZKŁADEM NAPRĘŻEŃ I NOŚNOŚCIĄ GRANICZNĄ FILARÓW GÓRNICZYCH

ZDZISŁAW KŁECZEK, MILAN CVETKOVIĆ I TADEUSZ MIKOŚ (KRAKÓW)

Stan naprężenia w filarach górniczych ograniczających podziemne wyrobiska komorowe jest podobny do stanu naprężenia panującego w próbce skały ściskanej pomiędzy płytami oporowymi maszyny wytrzymałościowej.

Opierając się na modelowych badaniach elastooptycznych metodą optycznie czulej warstwy, podjęto w pracy próbę wyjaśnienia rozkładu naprężeń w filarach o różnym stosunku wysokości do boku jego kwadratowej podstawy. Na podstawie uzyskanych obrazów izochrom w trzech przekrojach podłużnych modeli filarów poddawanych obciążeniu ściskającemu przeprowadzono dyskusję wpływu wymiarów filara na stan naprężenia w jego wnętrzu i występujące tam strefy wyęźniowe.

Wyniki badań modelowych skonfrontowano z wynikami badań nad wytrzymałością prostopadłościennych próbek soli o zachowanej odpowiednio proporcji wymiarów. Z badań tych wynika, że niezależnie od wielkości przekroju poprzecznego, przy stosunku wysokości do boku podstawy równym 0,5, wytrzymałość próbek jest wielkością stałą. Przyczyna tego zjawiska tkwi w równomiernym rozkładzie naprężeń wewnątrz próbek oraz lokalizacji strefy wyęźniowej w jej środku geometrycznym, co wykazano na drodze modelowania elastooptycznego.

1. WSTĘP

Przy podziemnej eksploatacji soli i rud często stosowanym systemem wybierania jest system komorowy, przy którym złożę dzieli się na poziomy pozostawiając między nimi półki o określonej grubości. Poziom eksploatuje się kolejnymi komorami odgraniczonymi od siebie filarami. Wymiary geometryczne filarów powinny być tak zaprojektowane, aby naprężenia w nich panujące nie przekraczały wartości dopuszczalnych.

Stan naprężenia w pozostawionych filarach jest podobny jakościowo do stanu naprężenia panującego w próbce ściskanej pomiędzy płytami oporowymi maszyny wytrzymałościowej, zarówno bowiem w filarze jak i w próbce, wskutek pionowego nacisku i tendencji do odkształceń bocznych, pojawiają się na płaszczyznach ich podstaw siły tarcia, powodujące powstawanie naprężeń poziomych.

Liczne doświadczenia laboratoryjne wykonane m.in. przez L. J. BARONA [1], M. S. STAMATIU [6] i N. M. PROSKURIAKOWA [4] wykazały, że wytrzymałość próbki skały rośnie wraz z obniżeniem jej wysokości w stosunku do boku podstawy. Oznacza to, że filary niskie zbliżone swym kształtem do płyty są w stanie przejąć większe obciążenia w stosunku do filarów wysokich o analogicznej po-

wierzchni przekroju poprzecznego. Zjawisko to może być tłumaczone na drodze teoretycznej na podstawie hipotez wytrzymałościowych, z których wynika, że wraz ze wzrostem naprężeń poziomych (wywołanych w przypadku filarów siłami tarcia u ich podstaw) większe muszą być naprężenia pionowe, przy których następuje wyężenie materiału [5].

Celem niniejszej pracy jest wytłumaczenie obserwowanego zjawiska zmiany wytrzymałości próbek wraz ze zmianą ich wymiarów, co ma niewątpliwy aspekt praktyczny przy wymiarowaniu filarów odgraniczających komory przy podziemnej eksploatacji złóż. Założony cel pracy postanowiono zrealizować na drodze modelowych badań elastooptycznych, umożliwiających uzyskanie informacji dotyczących rozkładu naprężeń wewnątrz badanych modeli, bez naruszania ich jednorodności i struktury.

2. ELASTOOPTYCZNA METODA WARSTWY AKTYWNEJ

Wśród wielu przestrzennych metod elastooptycznych takich, jak metoda pełzania, grawitacji, polimeryzacji, światła rozproszonego i zamrożenia naprężeń, bardzo często stosowaną ze względu na swą prostą postać, jest metoda warstwy optycznie aktywnej. Metoda ta ogólnie biorąc polega na wykonaniu modelu badanego elementu z materiału wykazującego minimalną czułość optyczną. Wewnątrz modelu, w przyjętym do analizy naprężeń przekroju umieszcza się przez wklejenie cienką warstwę z materiału wykazującego maksymalnie wielki efekt dwójłomności wymuszonej i analogicznie jak materiał całego modelu — parametry sprężyste.

Po obciążeniu zewnętrznym modelu i prześwietleniu go światłem spolaryzowanym w warstwie optycznie aktywnej pojawia się obraz rozkładu izochrom, który zarejestrowany na błonie filmowej stanowi podstawę do analizy stanu naprężenia w badanym przekroju.

Opierając się na pracach doświadczalnych nad doborem materiałów do modelowania elastooptycznego [3] ustalono następującą recepturę materiałów, z których wykonane miały być modele:

dla materiału optycznie obojętnego — metakrylon metylu 89,4%, ftalan dwubutyli 10,5%, nadtlenek benzoilu 0,1%;

dla materiału optycznie czułego — epidian3 60,6%, utwardzacz ftalowy 27,3%, ftalan dwubutyli 12,1%.

Powyższe materiały charakteryzowały się następującymi parametrami:

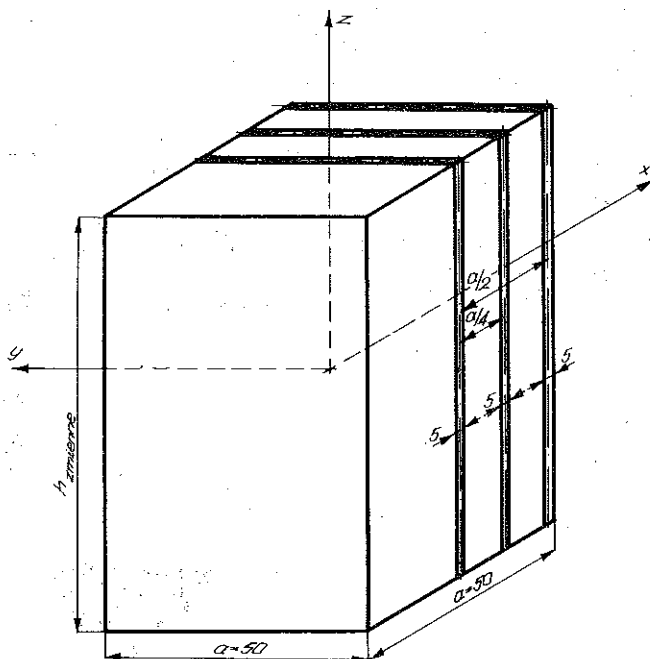
materiał optycznie obojętny — współczynnik sprężystości $E=283500 \text{ Ncm}^{-2}$, granica sprężystości $\sigma_H=3950 \text{ Ncm}^{-2}$, współczynnik Poissona $\nu=0,216$, elastooptyczna stała materiałowa $K=19000 \text{ Ncm}^{-2}$ rząd;

materiał optycznie czuły — współczynnik sprężystości $E=290500 \text{ Ncm}^{-2}$, granica sprężystości $\sigma_H=5220 \text{ Ncm}^{-2}$, współczynnik Poissona $\nu=0,223$, elastooptyczna stała materiałowa $K=117 \text{ Ncm}^{-2}$ rząd, spełniającymi wymagania stawiane materiałom do elastooptycznego modelowania metodą warstwy aktywnej.

3. BADANIA MODELOWE

Dla dokonania analizy rozkładu naprężeń w filarach o stałym przekroju poprzecznym i różnych wysokościach wykonano, na drodze mechanicznej beznaprężeniowej obróbki materiału optycznie obojętnego — prostopadłościennne modele (rys. 1) o podstawie kwadratowej 50×50 mm i wysokościach: $h=0,5a=25$ mm, $h=a=50$ mm, $h=2a=100$ mm, $h=3a=150$ mm, $h=4a=200$ mm.

Na każdy model filara różniący się wymiarem nałożono trzy warstwy optycznie aktywne (rys. 1): środkową dla $x=0$, pośrednią dla $x=a/4$ oraz skrajną dla $x=a/2$, w których postanowiono kolejno analizować rozkład naprężeń wywołany obciążeniem zewnętrznym. Widok ogólny modeli przedstawia rys. 2.

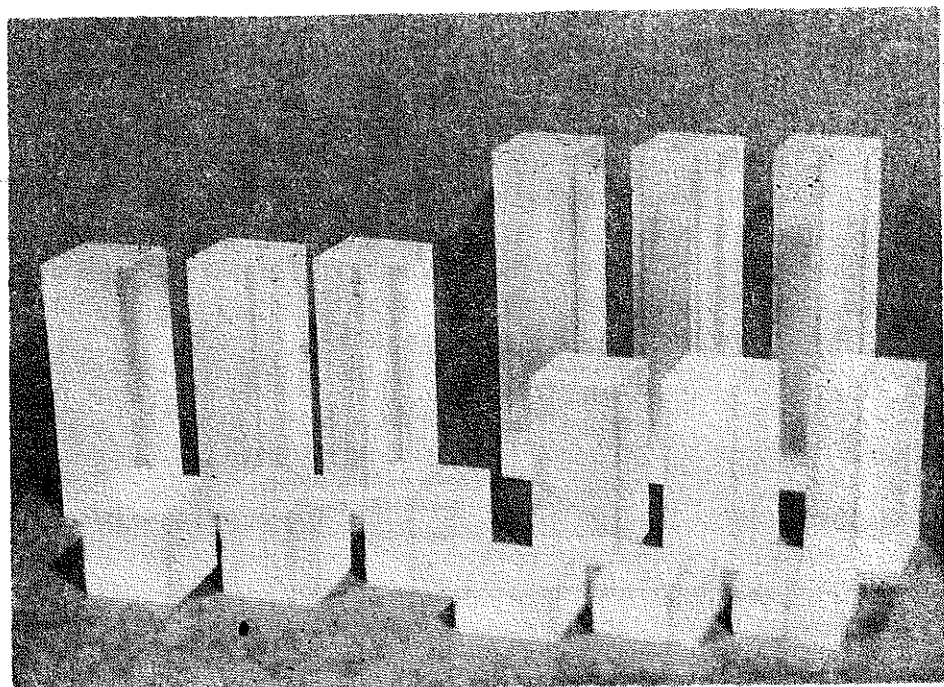


Rys. 1. Kształt i wymiary elastooptycznego modelu filara górniczego

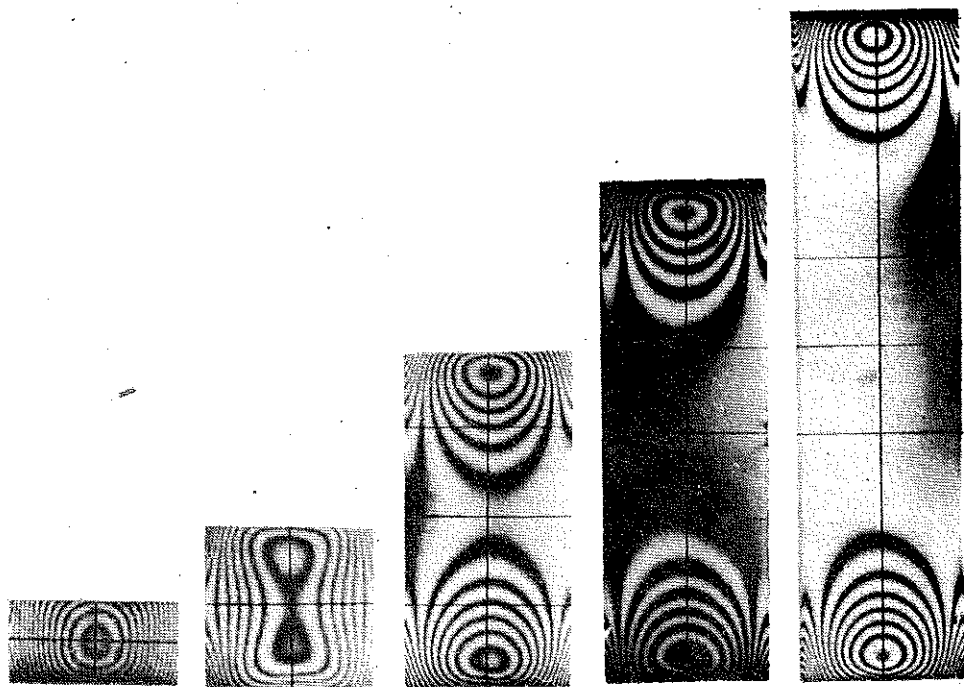
Umieszczając poszczególne modele pomiędzy płytami oporowymi maszyny wytrzymałościowej obciążano je siłą ściskającą P w granicach od 0 do 40 kN, rejestrując na błonie filmowej widoczny w świetle spolaryzowanym obraz rozkładu całkowitych i połówkowych izochrom dla kolejnych obciążeń 0, 10, 20, 30 i 40 kN.

Na rys. 3 pokazano przykładowo charakterystyczny obraz całkowitych izochrom w środkowej warstwie modeli pod wpływem obciążenia ściskającego $P=40$ kN.

Dokonana analiza fotografowanych obrazów izochrom w trzech wybranych warstwach przekrojów podłużnych modelu, przy realizowanych obciążeniach ściskających od 0 do 40 kN, pozwoliła określić wartość maksymalnego rzędu izochromy m w ustalonym punkcie kompensacyjnym, znajdującym się w środku przekroju podłużnego poszczególnych modeli o zmiennym stosunku wysokości do boku podstawy (rys. 4–8).



Rys. 2. Widok ogólny wykonywanych modeli elastoptycznych



Rys. 3. Obraz całkowitych izochrom w środkowej warstwie ($x=0$) modeli elastoptycznych obciążonych siłą $P=40$ kN

Na podstawie uzyskanych rezultatów z badań modelowych można przeprowadzić dyskusję wpływu stosunku wysokości modelu do boku jego podstawy h/a na wartość rzędu izochromy m w środkowym punkcie analizowanego przekroju podłużnego. Z przedstawionych na rys. 9-14 zależności wynikają następujące wnioski:

1) Modele o stosunku wysokości do boku podstawy $h/a=0,5$ w porównaniu z innymi modelami analogicznie obciążonymi charakteryzuje największy rząd izochromy, niezależnie od położenia przekroju w stosunku do geometrycznego środka modelu.

2) W miarę wzrostu stosunku h/a (modele wyższe) rząd izochromy zmienia się, przy czym charakter tych zmian zależy od położenia przekroju w stosunku do geometrycznego środka modelu.

3) W przekrojach środkowych badanych modeli ($x=0$), wraz ze wzrostem stosunku h/a rząd izochromy obniża się z malejącą intensywnością.

4) W przekrojach pośrednich ($x=a/4$) oraz zewnętrznych ($x=a/2$) największa intensywność obniżania się rzędu izochromy wraz ze wzrostem stosunku h/a ma miejsce w modelach niskich ($h/a < 2$).

W miarę dalszego wzrostu wysokości modeli ($h/a \geq 2$) zmiana rzędu izochromy nie ma charakteru jednoznacznego.

Z definicji izochromy wynika, iż w każdym jej punkcie maksymalne naprężenia styczne, czyli różnice naprężeń głównych, mają stałą wartość

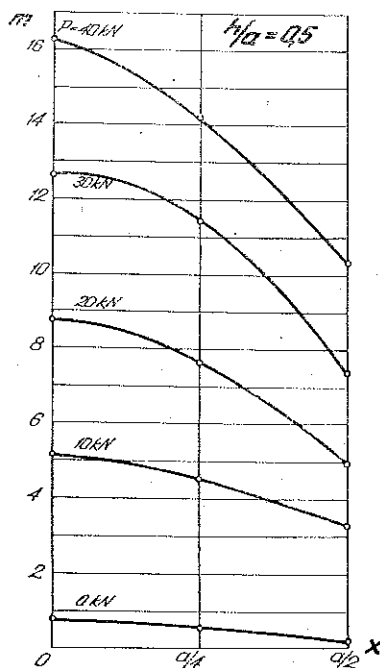
$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} = mK,$$

gdzie m oznacza rząd izochromy oraz K modelową czułość optyczną materiału. Rząd izochromy jest więc wielkością proporcjonalną do różnicy naprężeń głównych w danym punkcie modelu:

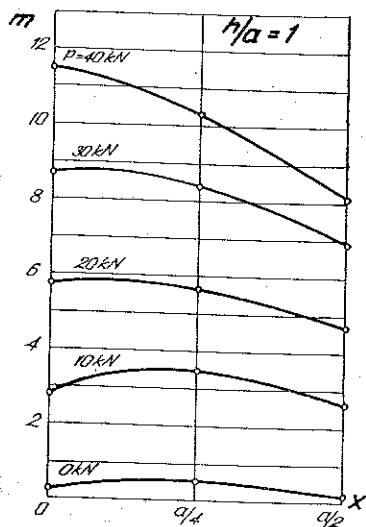
$$m = \frac{1}{K} \tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2K}$$

i wg. hipotezy wytrzymałościowej Guesta może stanowić o wyłączeniu materiału w złożonym stanie naprężenia.

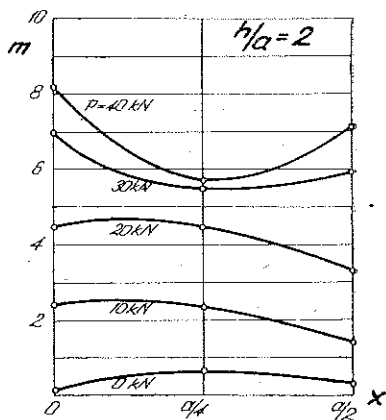
Biorąc powyższe pod uwagę sporządzono (na podstawie dokumentacji fotograficznej z przeprowadzonych badań) rozkłady wielkości rzędu izochrom w analizowanych przekrojach podłużnych modeli o zmiennym stosunku h/a obciążonych siłą



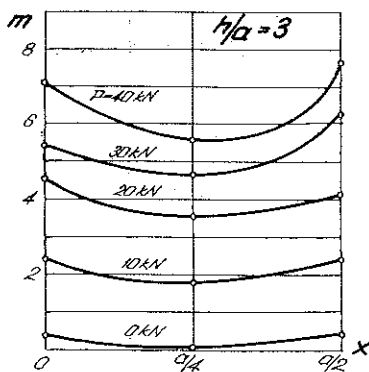
Rys. 4. Maksymalny rząd izochromy w przekrojach poprzecznych modeli o stosunku $h/a=0,5$



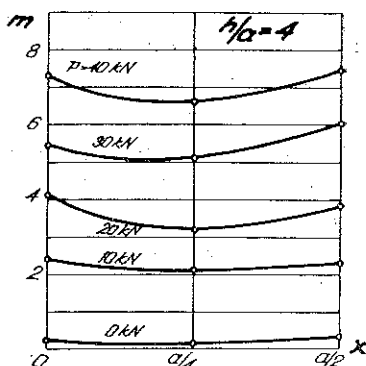
Rys. 5. Maksymalny rząd izochromy w przekrojach poprzecznych modeli o stosunku $h/a=1$



Rys. 6. Maksymalny rząd izochromy w przekrojach poprzecznych modeli o stosunku $h/a=2$



Rys. 7. Maksymalny rząd izochromy w przekrojach poprzecznych modeli o stosunku $h/a=3$

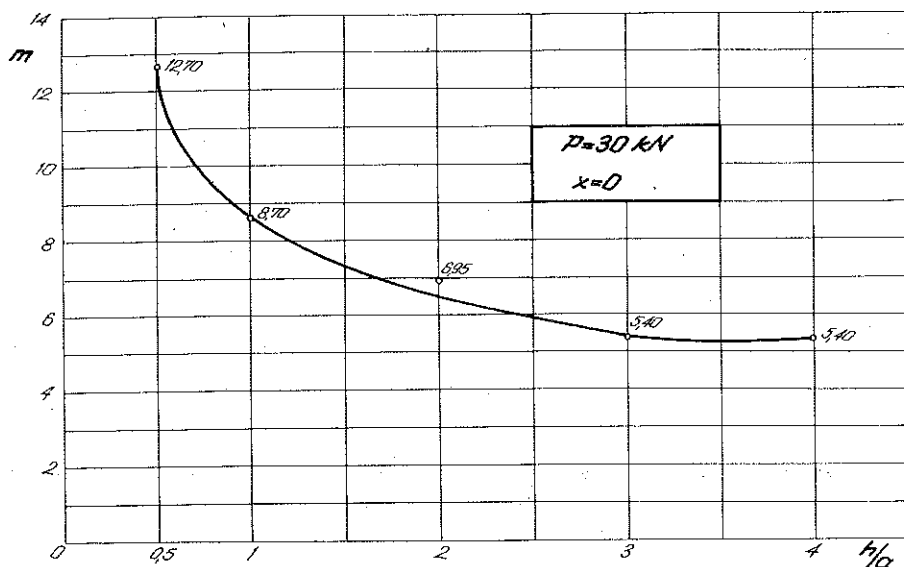


Rys. 8. Maksymalny rząd izochromy w przekrojach poprzecznych modeli o stosunku $h/a=4$

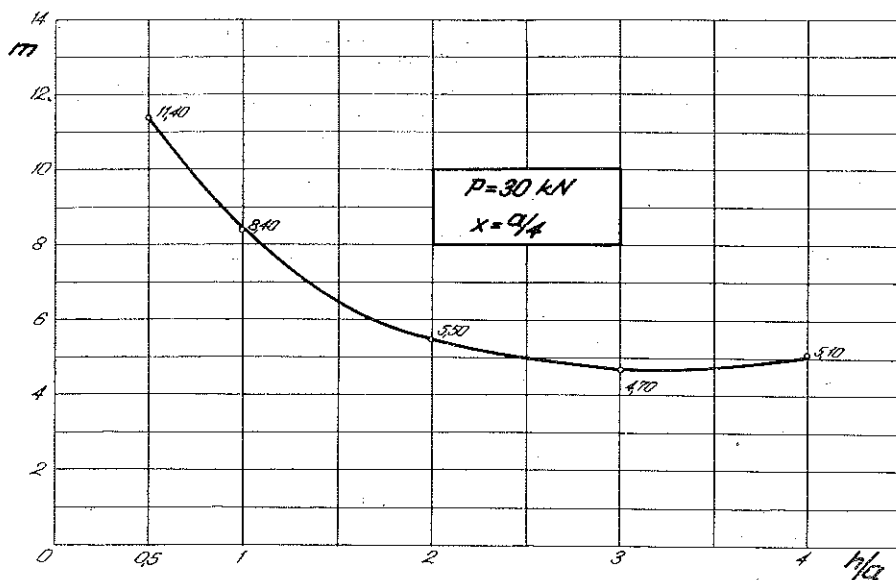
$P=30$ kN (rys. 15—17) i $P=40$ kN (rys. 18—20). Rozkłady te mogą stanowić źródło dyskusji i wniosków o wpływie stosunku wysokości modeli filarów do ich boku podstawy, — na zmianę stanu naprężenia i wg hipotezy Guesta na stan wyęczenia materiału.

Ogólnie rzecz biorąc z uzyskanych obrazów izochrom wynika, że w przekrojach filarów różnice naprężeń głównych charakteryzują się nierównomiernym rozkładem, przy czym nierównomierność ta jest tym większa im większy jest stosunek wymiarów

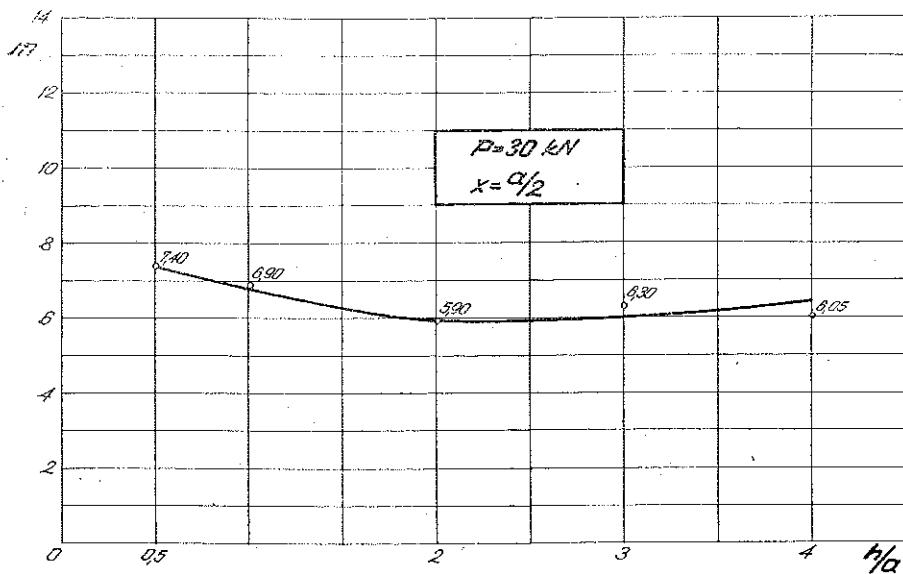
h/a . W filarach niskich ($h/a < 2$) różnica naprężeń głównych jest największa w środku filara, malejąc w kierunku zewnętrznym. Przy wyższych filarach ($h/a \geq 2$), zwłaszcza przy większych obciążeniach, zmienia się charakter rozkładu różnicy naprężeń głównych, wykazując minimalne wartości wewnątrz filara z wyraźną tendencją do wzrostu w kierunku zewnętrznym.



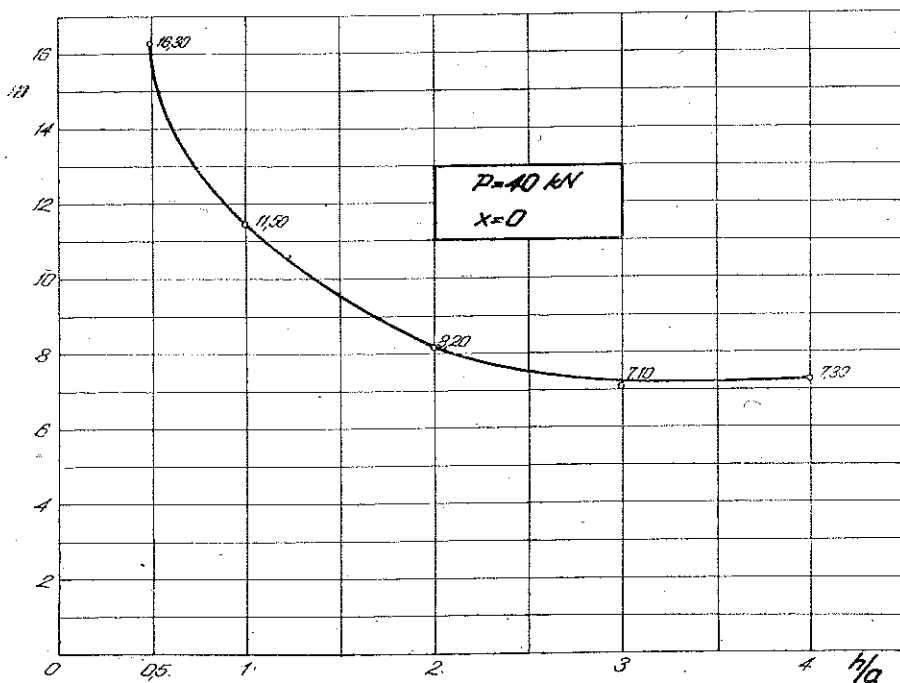
Rys. 9. Maksymalny rząd izochromy w warstwie środkowej ($x=0$) modeli elastooptycznych obciążonych siłą $P=30$ kN



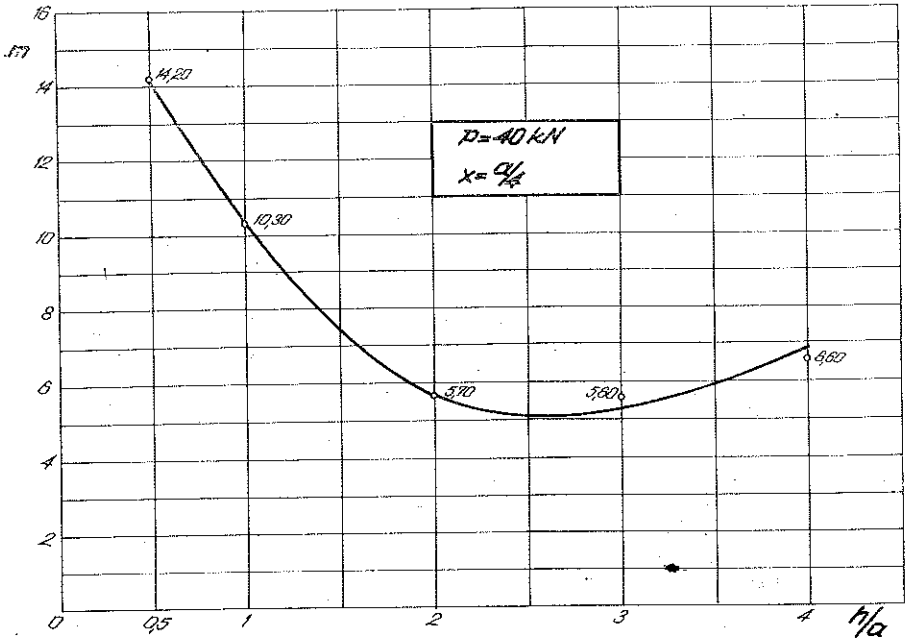
Rys. 10. Maksymalny rząd izochromy w warstwie pośredniej ($x=a/4$) modeli elastooptycznych obciążonych siłą $P=30$ kN



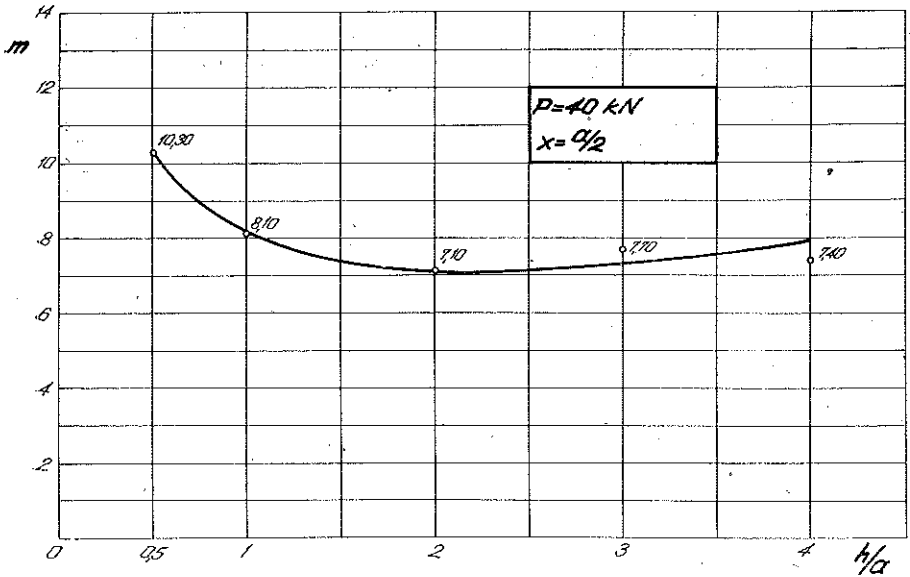
Rys. 11. Maksymalny rząd izochromy w warstwie skrajnej ($x=a/2$) modeli elastoptycznych obciążonych siłą $P=30 \text{ kN}$



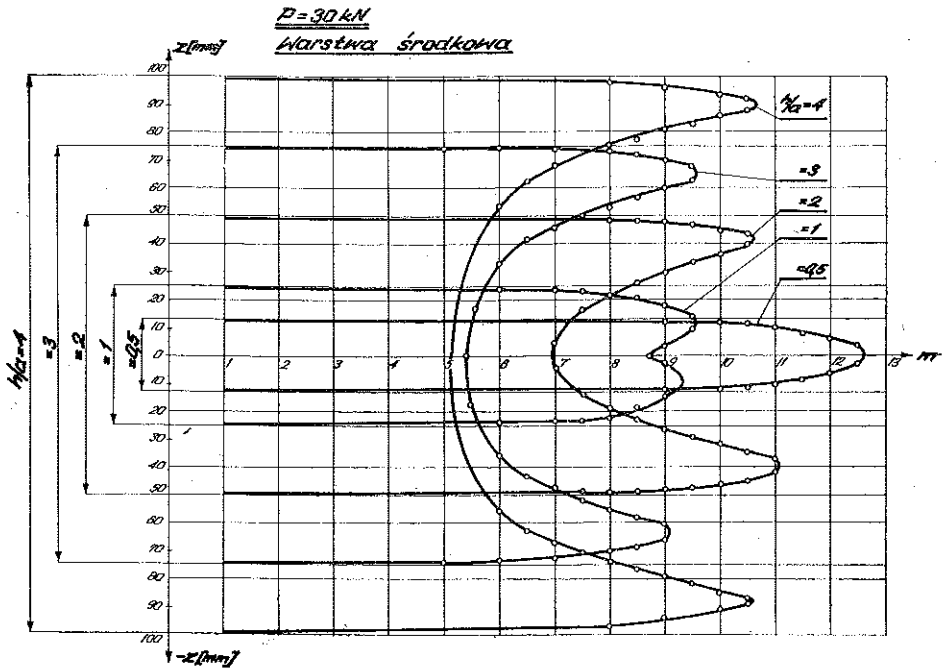
Rys. 12. Maksymalny rząd izochromy w warstwie środkowej ($x=0$) modeli elastoptycznych obciążonych siłą $P=40 \text{ kN}$



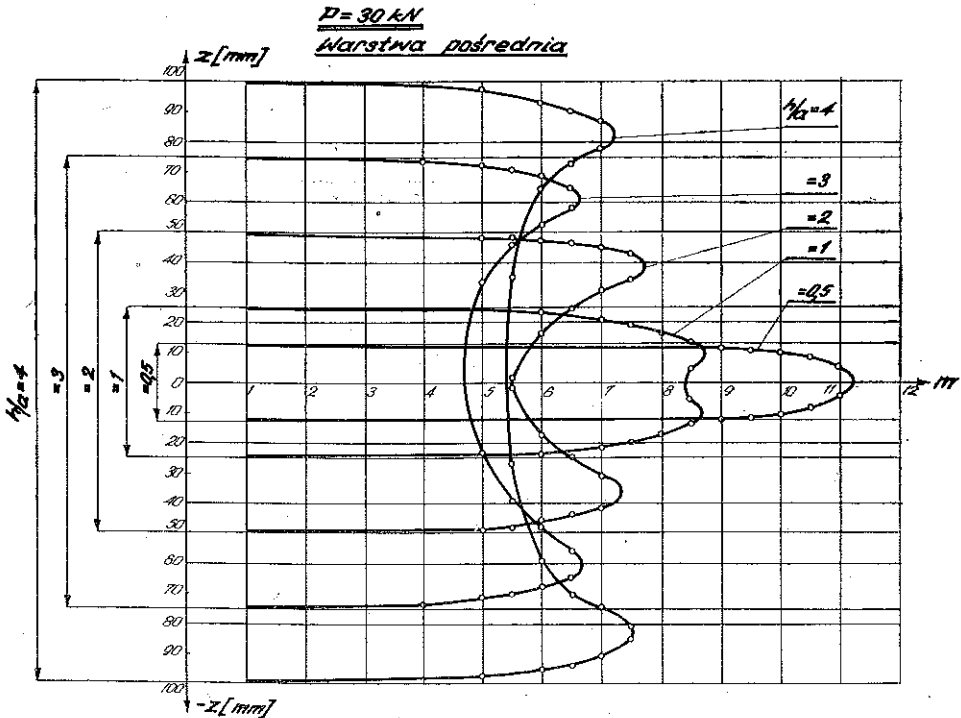
Rys. 13. Maksymalny rząd izochromy w warstwie pośredniej ($x=a/4$) modeli elastooptycznych obciążonych siłą $P=40$ kN



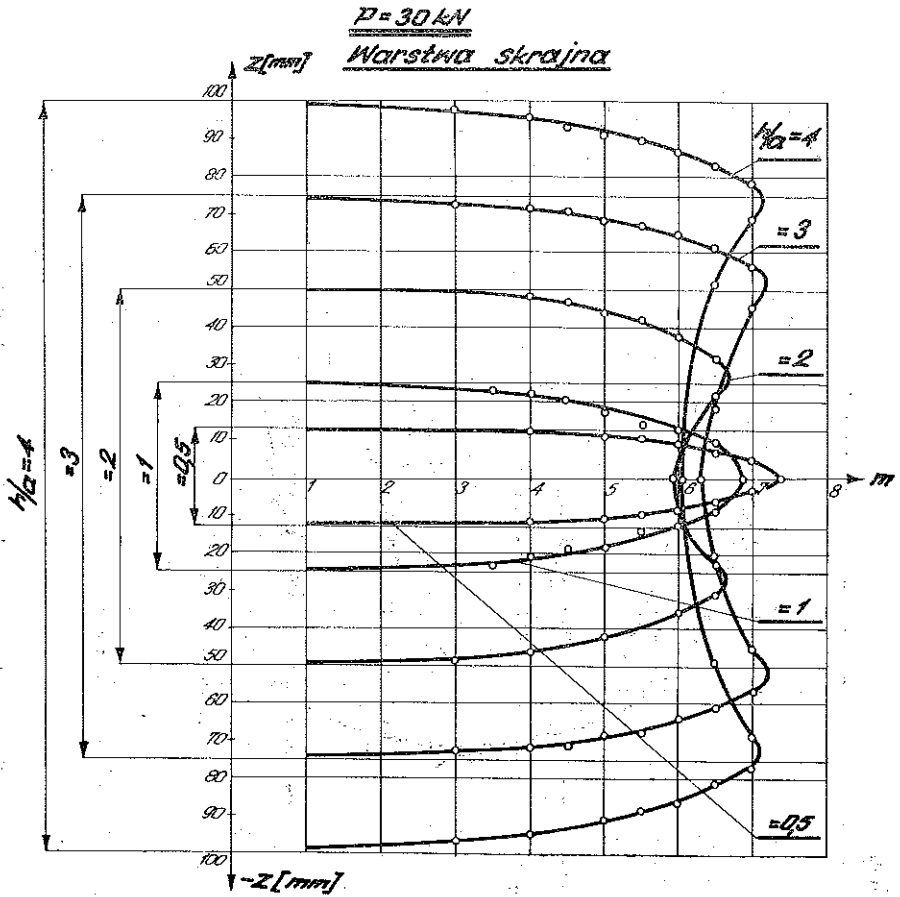
Rys. 14. Maksymalny rząd izochromy w warstwie skrajnej ($x=a/2$) modeli elastooptycznych obciążonych siłą $P=40$ kN



Rys. 15. Rozkład izochrom w środkowej warstwie ($x=0$) przekroju podłużnego modeli elasto-
optycznych obciążonych siłą $P=30\text{ kN}$



Rys. 16. Rozkład izochrom w pośredniej warstwie ($x=a/4$) przekroju podłużnego modeli elasto-
optycznych obciążonych siłą $P=30\text{ kN}$

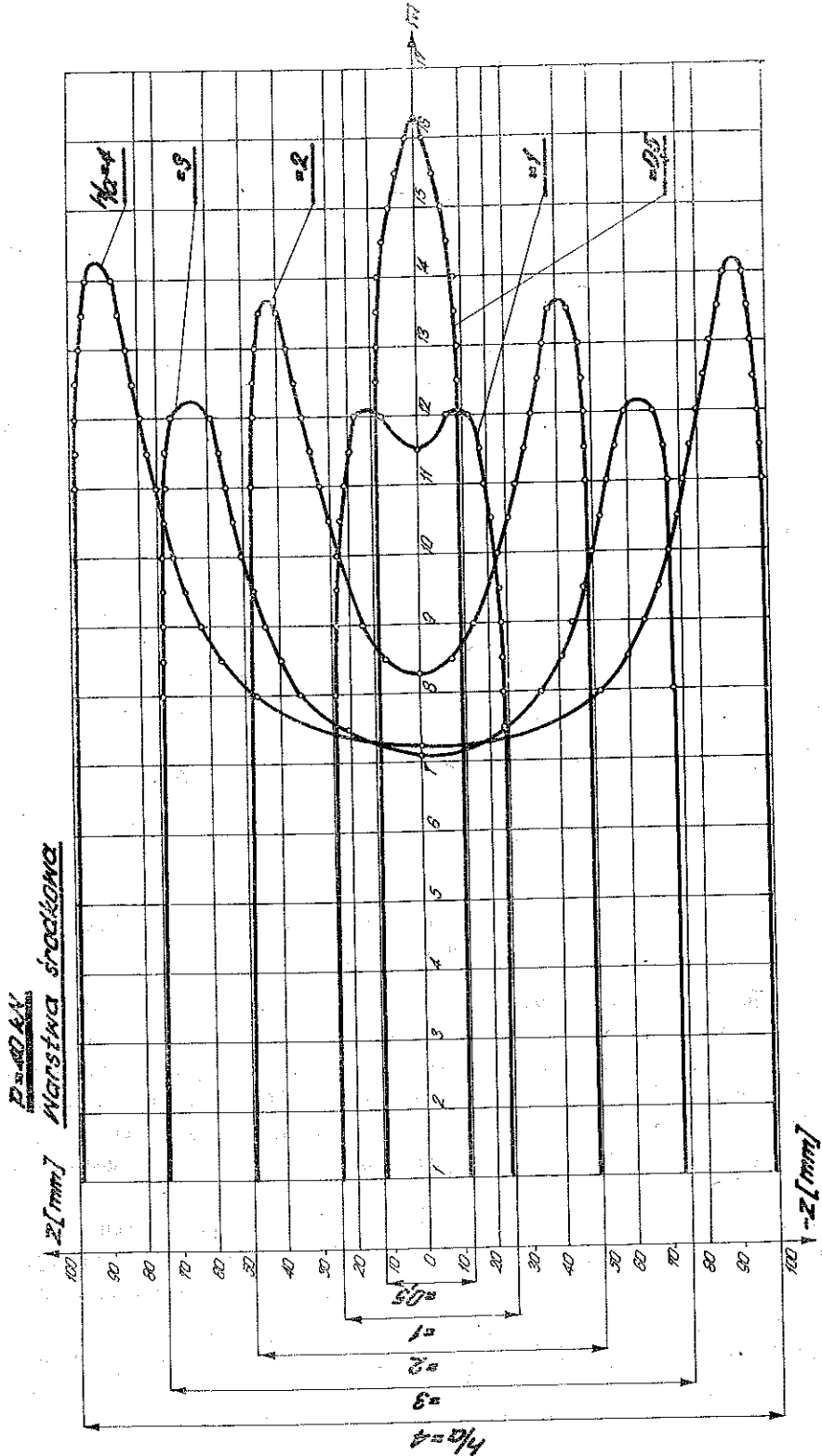


Rys. 17. Rozkład izochrom w skrajnej warstwie ($x=a/2$) przekroju podłużnego modeli elastooptycznych obciążonych siłą $P=30 \text{ kN}$

Omawiając zagadnienia wyteżeniowe (wg hipotezy Guesta) należy stwierdzić że w przekroju podłużnym filara, przy stosunku $h/a \geq 2$, w jego warstwie środkowej ($x=0$) występują dwa obszary wyteżeniowe: w jego partii stropowej i spągowej. W miarę zmniejszania się wysokości filara obszary te zlewają się w jeden, usytuowany w jego środku geometrycznym o wartości liczbowej nieznacznie przekraczającej różnicę naprężeń głównych w pojedynczych obszarach położonych w sąsiedztwie stropu lub spągu.

W warstwach pośrednich ($x=a/4$) i zewnętrznych ($x=a/2$) położonych w przekrojach podłużnych filara wpływ stosunku h/a na rozkład różnicy naprężeń głównych jest mniejszy, zwłaszcza przy większych obciążeniach zewnętrznych, zbliżonych swą wartością do granicy sprężystości.

Powyższe wnioski, wynikające z elastooptycznych badań modelowych, w konfrontacji z wynikami badań wytrzymałościowych mogą być przydatne dla wyjaśniania zagadnienia wpływu wymiarów filarów pozostawionych w złożu na ich wytrzymałość.

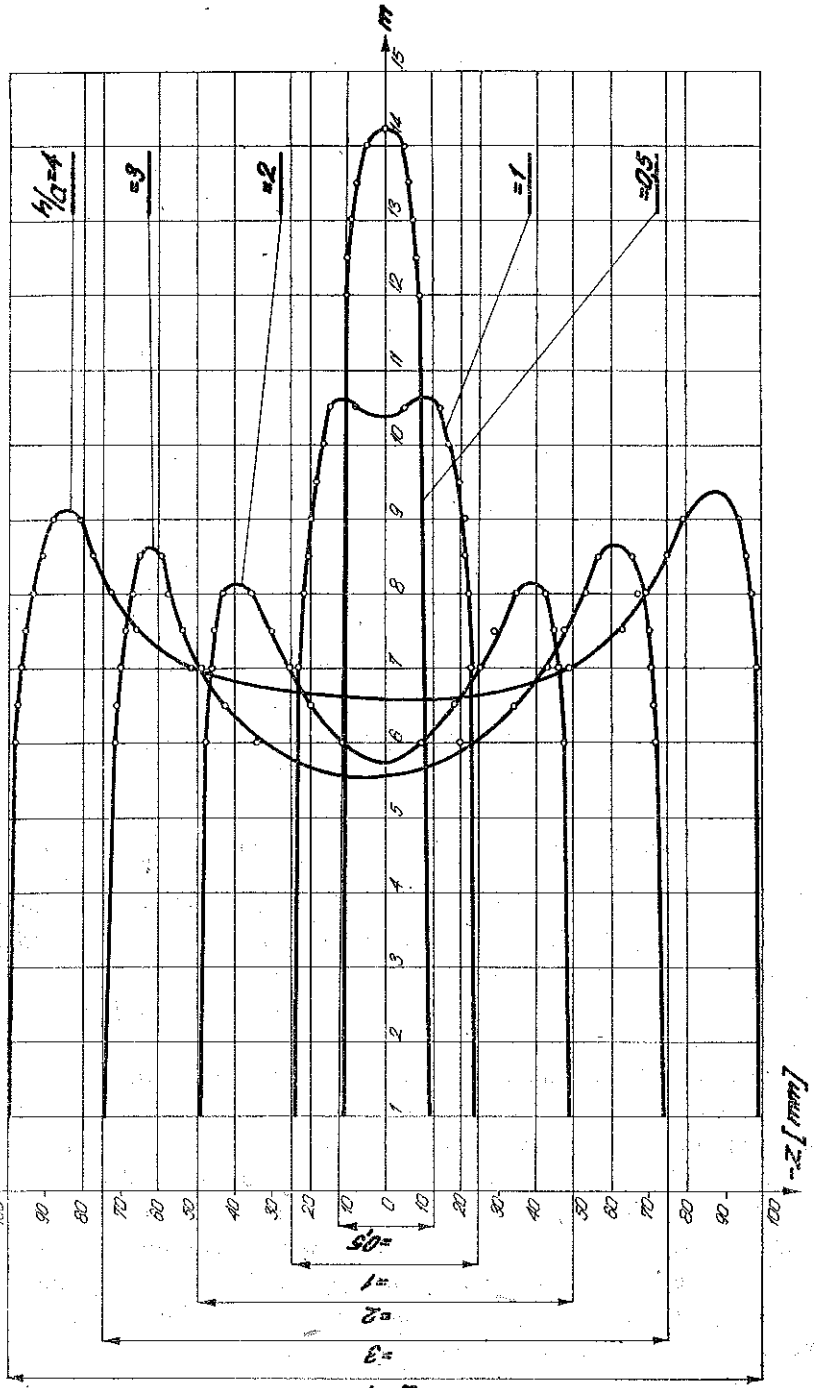


Rys. 18. Rozkład izochrom w środkowej warstwie ($x=0$) przekroju podłużnego modelu elastooplastycznych obciążonych siłą $P=40 \text{ kN}$

$P = 40 \text{ kN}$

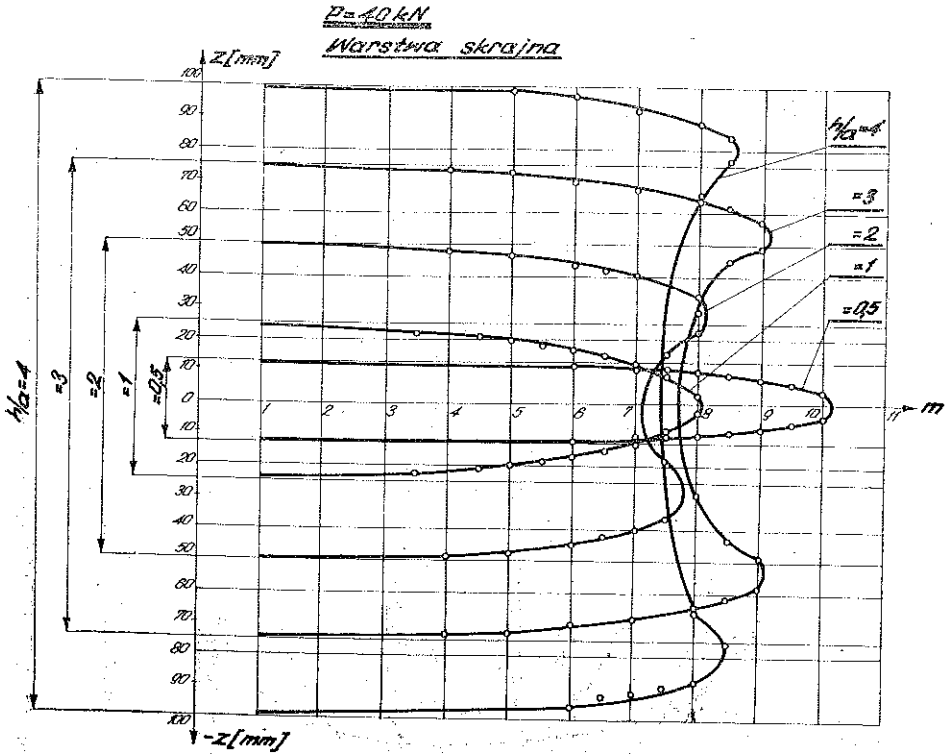
Warstwa pośrodknia

z [mm]



z [mm]

Rys. 19. Rozkład izochrom w pośrodkniej warstwie ($x = a/4$) przekroju podłużnego modelu elastoplastycznych obciążonych siłą $P = 40 \text{ kN}$



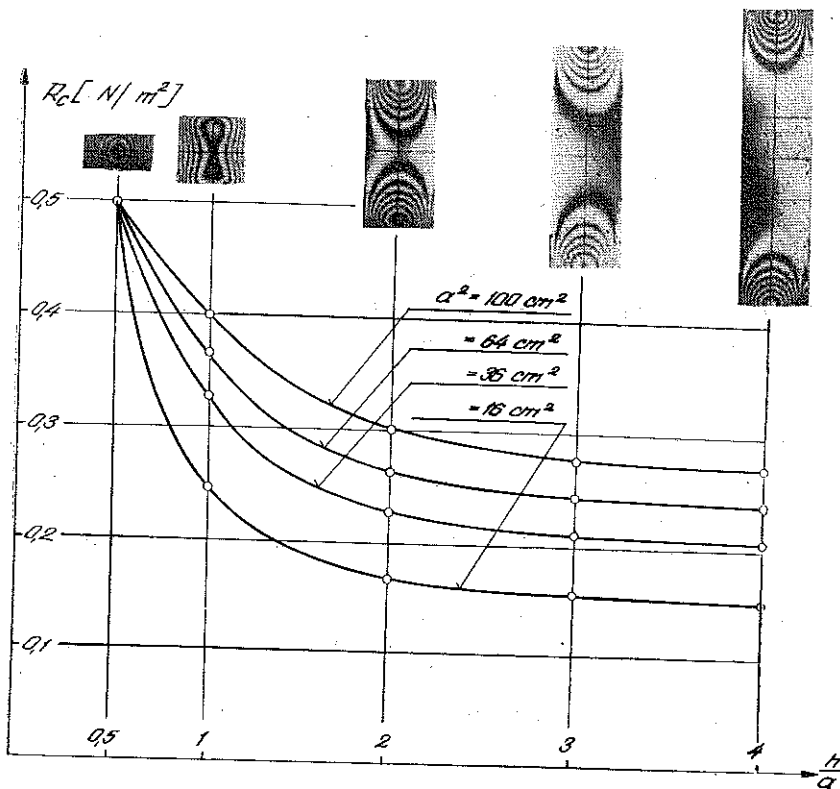
Rys. 20. Rozkład izochrom w skrajnej warstwie ($x=a/2$) przekroju podłużnego modeli elasto-
optycznych obciążonych siłą $P=40 \text{ kN}$

4. NOŚNOŚĆ GRANICZNA FILARÓW O RÓŻNYCH WYSOKOŚCIACH

Jak już zaznaczono na wstępie, stan naprężenia w pozostawionych w złożu filarach jest podobny jakościowo do stanu naprężenia panującego w próbkach skał ściskanych pomiędzy płytami oporowymi maszyny wytrzymałościowej, wytrzymałość zaś tych próbek określona doświadczalnie może świadczyć o nośności granicznej filarów.

Sygnalizowany w literaturze już wcześniej wpływ stosunku wysokości próbki do boku podstawy na jej wytrzymałość został w pełni potwierdzony na drodze badań 1260 prostopadłościennych próbek soli kamienniej kopalni Tušajń (Jugostawia) [2]. Wyniki tych badań przedstawiono na rys. 21, z którego wynika, że maksymalną wytrzymałość na ściskanie osiągają próbki o wysokości $h=0,5 a$, niezależnie od wielkości ich przekroju poprzecznego. W miarę wzrostu stosunku h/a wytrzymałość na ściskanie maleje tym intensywniej, im mniejsze jest pole przekroju poprzecznego próbki. Praktycznie rzecz biorąc przy próbkach o wysokości $h>2a$ dalsze obniżanie parametru wytrzymałości na ściskanie jest nieznaczące.

Na podstawie przeprowadzonych badań elasto-
optycznych na modelach oraz badań wytrzymałościowych na próbkach soli, można sprecyzować następujące dwa wnioski ogólne, dotyczące nośności granicznej filarów pozostawionych w złożu:



Rys. 21. Wpływ stosunku wysokości do boku podstawy filarów prostokątnych na ich nośność graniczną i układ stref wyężeniowych

1) W świetle przeprowadzonych doświadczeń wytrzymałościowych wykazany został wpływ wymiarów geometrycznych filarów na ich nośność graniczną. Nośność ta jest największa (dla filarów prostokątnych) przy stosunku wysokości do boku podstawy (rys. 21)

$$\frac{h}{a} = 0,5.$$

2) W świetle modelowych badań elastoptycznych wykazano wpływ wymiarów filarów na nierównomierność rozkładu izochrom czyli różnicy naprężeń głównych oraz powstawanie w przekrojach podłużnych filarów charakterystycznych obszarów wyężeniowych. W filarach wysokich ($h \geq 2a$), przy znacznych obciążeniach, tworzą się dwie strefy wyężeniowe w sąsiedztwie stropu i spągu filara, które w miarę zmniejszania się wysokości ($h < 2a$) zlewają się w jedną strefę położoną w środku przekroju podłużnego (rys. 3).

Biorąc pod uwagę powyższe wnioski należy zauważyć jeszcze, że intensywność przyrostu nośności granicznej filarów związana jest ściśle z występującymi w ich przekrojach podłużnych strefami wyężeniowymi. Przy takiej wysokości filarów,

przy której pojawia się tylko jedna strefa wyężeniowa zlokalizowana w środku przekroju ($h/a=0,5$), ich nośność graniczna jest największa (rys. 21). Zjawisko powyższe ma związek z wymiarami filarów, a ściślej ze stosunkiem wysokości filaru do boku jego podstawy. Dla badanych filarów prostopadłościennych powierzchnie stropu i spągu, w których występują poziome siły tarcia, wynoszą $F_1=2a^2$. Natomiast odsłonięte powierzchnie boczne filarów, przemieszczające się swobodnie pod obciążeniem w kierunku od środka na zewnątrz, wynoszą $F_2=4na^2$, gdzie n oznacza stosunek wysokości filara do boku jego podstawy.

Zauważmy, że prostopadłościenne filary, w świetle przeprowadzonych doświadczeń modelowych, osiągają swą maksymalną nośność przy stosunku wysokości do boku podstawy $n=h/a=0,5$, czyli wówczas, gdy pole powierzchni stropu i spągu są równe sumie pól powierzchni odsłoniętych ociosów filara $F_1=F_2=2a^2$.

Oczywiście powyższa hipoteza dotycząca nośności granicznej filarów wymaga weryfikacji ilościowej, w tym również dla filarów o różnych przekrojach poprzecznych. Ponadto należałoby przeprowadzić badania dotyczące stateczności filarów z uwzględnieniem ich odkształceń, w tym również odkształceń w czasie. W przypadku bowiem prowadzenia robót górniczych na dużych głębokościach zachodzi potrzeba uwzględnienia reologicznych własności górotworu, które mają istotny wpływ na rozkład naprężeń i nośność graniczną filarów górniczych. Niemniej jednak dotychczasowe rezultaty laboratoryjnych badań modelowych wskazują na to, że istnieje zależność pomiędzy nośnością filarów a ich wymiarami. Rezultaty te ukierunkują prowadzenie dalszych prac badawczych w tej problematyce.

LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. Ł. J. BARON, B. M. ŁUGONCOW, E. Z. POZIN, *Opredelenie svojstv gornych porod*, Moskwa 1962.
2. M. CVETKOVIĆ, *Laboratorijsko odredzivanje jedoosne čvrstoće na pritisak kamene soli Rudnika Tušanj u funkciji dimenzije uzoraka*, Rudarstvo, Geologija i Metalurgija, 5, 1970.
3. T. MIKOŚ, *Badania i konstrukcja elastooptycznego dynamometru kotwiewego*, Praca doktorska, 1973.
4. N. M. PROSKURIAKOW, R. S. PERMIKOW, A. K. CZERNIKOW, *Fizyko-mechaničeskije svojstva solnych porod*, Leningrad 1973.
5. A. SALUSTOWICZ, *Zarys mechaniki górotworu*, Katowice 1968.
6. M. STAMATIU, *Mecanica ractolor*, Editura didactica si pedagogica, Bucuresti 1972.

Резюме

МОДЕЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ НАПРЯЖЕНИЙ И ПРЕДЕЛЬНОЙ НАГРУЗКИ ГОРНЫХ ЦЕЛИКОВ

Напряженное состояние в горных целиках, отделяющих подземные камерные выработки, аналогично напряженному состоянию имеющему место в образце породы сжимаемой между опорными плитами испытательной машины. Опираясь на модельные эластооптические исследования методом оптически чувствительного слоя, в работе предпринята попытка объяснения распределения напряжений в целиках о разном отношении высоты к стороне его квадратного основания. На основе полученных картин изохром, в трех про-

дольных сечений моделей целиков подвергнутых сжимающей нагрузке, проведено обсуждение влияния размеров целика на напряженное состояние внутри его и на выступающие там зоны натяжения. Результаты модельных исследований сопоставлены с результатами исследований прочности параллелепедных образцов каменной соли с сохраненной соответственно пропорцией геометрических размеров. Из этих исследований вытекает, что независимо от величины поперечного сечения, при отношении высоты к стороне основания равном 0,5, прочность образцов является постоянной величиной. Причина этого явления заключается в равномерном распределении напряжений внутри образца, а также в локализации зоны натяжения в его геометрическом центре, что показано путем эластооптического моделирования.

SUMMARY

MODEL TESTS OF THE STRESS DISTRIBUTION AND LIMIT LOAD CAPACITY OF MINING PILLARS

The state of stress in the mining pillars which separate the chamber excavations is similar to the state of stress which has place in a rock specimen compressed between two supporting plates of the strength testing machine.

Based on the photoelastic model tests and the method of optically sensitive layer an attempt was made to explain the stress distribution in pillars having different ratios of the height to the length of side of the square pillar base. On the basis of the pictures of the isochromatic fringe patterns obtained in three longitudinal sections of pillars submitted to compression, the effect of pillar dimensions on the inside state of stress and forming of the strength zones is discussed.

The results of the model tests were compared with the strength tests performed on the salt parallelepiped specimens with corresponding ratios of the geometrical dimensions. The results of these studies demonstrate that independently of the magnitude of the pillar cross-section at the ratio of height to length of side of the square base equal to 0.5 the strength of the specimens is constant. The reason of this phenomenon, as it was proved with a help of photoelastic modeling, lies in uniform distribution of the stresses inside the specimens and localization of the strength zone in its geometrical centre.

AKADEMIA GÓRNICZO-HUTNICZA
INSTYTUT GEOMECHANIKI GÓRNICZEJ

Praca została złożona w Redakcji dnia 14 marca 1975 r.
