

MOST WISZĄCY Z KRATOWĄ BELKĄ USZTYWNIAJĄCĄ O BUDOWIE REGULARNEJ

RYSZARD SYGULSKI (POZNAŃ)

W pracy rozpatruje się zginanie regularnej kratownicy mostowej podwieszanej do cięgna. Problem opisany został przez układ nieliniowych równań różnicowych. Rozwiązanie zadania zlinearyzowanego otrzymano w postaci zamkniętej dla przypadku obciążenia siłą działającą w dowolnym węźle kratownicy. Do uzyskania rozwiązania nieliniowego układu równań zastosowano metodę Newtona-Kantorowicza. Problem został zilustrowany przykładem liczbowym.

1. WSTĘP

Zagadnienie zginania belki wzmocnionej cięgnem jest ogólnie znane. Rozwiązanie według metody S. P. Timoshenki można znaleźć w monografii W. NOWACKIEGO [5]. W ostatnich latach problematyce obliczania statycznego mostów wiszących poświęcono wiele prac. Opracowano szereg metod obliczeniowych, przystosowanych do wykorzystania komputerów (por. np. [1, 2, 3, 7 i 9]). Inżynierskie metody obliczeń zawarte są w monografii KACZURINA, BRAGINA i JERUNOWA [4]. W większości metod przyjmuje się, że belka usztywniająca ma sztywność na zginanie EJ . W praktyce bardzo często jako belkę usztywniającą stosuje się kratownicę i w związku z tym trzeba kratownicy przypisać moment bezwładności. Najczęściej obliczamy go jako moment bezwładności pasa dolnego i górnego kratownicy względem ich środka ciężkości. Obliczając w ten sposób sztywność kratownicy nie uwzględniamy wpływu krzyżulców na odkształcenia kratownicy.

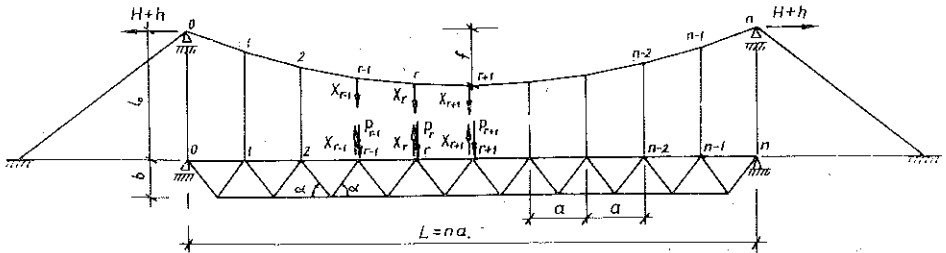
W przypadku, gdy kratownica ma regularną budowę, problem statyki mostu wiszącego można sformułować za pomocą równań różnicowych. Równania różnicowe problemu są nieliniowe ze względu na nieliniowość geometryczną cięgna. W pracy podano najpierw rozwiązanie zlinearyzowanych równań. Do rozwiązania nieliniowych równań zastosowano metodę Newtona-Kantorowicza. Przedstawioną metodę obliczeń zilustrowano przykładem liczbowym.

2. RÓWNIANIA RÓZNICOWE PROBLEMU

Rozważmy jednoprzęsłową regularną kratownicę podwieszoną w węzłach pasa górnego za pomocą wieszaków do cięgna nośnego (rys. 1). Przemieszczenia węzłów pasa górnego kratownicy i węzłów cięgna nośnego, które oznaczamy odpowiednio w_r i v_r , traktujemy jako funkcję zmiennej dyskretnej r ; r odpowiada numeracji węzłów ($r=0, 1, 2, \dots, n$). P_r jest siłą zewnętrzną przyłożoną do węzła r pasa górnego kra-

townicy, a X_r jest siłą w wieszaku łączącym węzeł r cięgna i kratownicy, wywołaną siłami zewnętrznymi P_r .

Zakładamy, że w stanie wyjściowym całe obciążenie dla tego stanu (ciężar własny) przenoszone jest w całości przez cięgno i jest jednakowe dla wszystkich jego węzłów. Przy takich założeniach węzły cięgna leżą na paraboli drugiego stopnia. Jeżeli przez



Rys. 1

Q oznaczmy obciążenie przypadające na każdy węzeł cięgna, to składową poziomą siły w cięgnie dla tego stanu określa wzór

$$(2.1) \quad H = \frac{LnQ}{8f}$$

Korzystając z warunków równowagi, związków fizycznych i geometrycznych (podobnie jak w pracy [12]), można równanie różnicowe cięgna o małym zwisie i w kształcie paraboli napisać w postaci

$$(2.2) \quad \frac{H}{a} \Delta^2 v_r - \frac{\Phi}{a} \left(\frac{8f}{n^2} \sum_{r=1}^{n-1} v_r - \frac{1}{2} \sum_{r=1}^{n-1} v_r \Delta^2 v_r \right) \left(\frac{8f}{n^2} - \Delta^2 v_r \right) + X_r = 0.$$

W równaniu (2.2) zastosowano następujące oznaczenia:

$$\Phi = \frac{E_c A_c}{a^2 (n + \eta) + E_c A_c a (c_0 + c_n)}, \quad \eta = \frac{8f^2}{a^2} \frac{n^2 - 1}{n^3};$$

c_0, c_n oznaczają przemieszczenia poziome podpór spowodowane działaniem poziomej siły jednostkowej, E_c, A_c współczynnik sprężystości i pole przekroju cięgna nośnego.

Równanie (2.2) jest równaniem nieliniowym i uwzględnia nieliniowość geometryczną cięgna oraz sprężystą podatność podpór. Równanie różnicowe małych ugięć węzłów pasa górnej kratownicy obciążonej siłami pionowymi ma postać [10 i 11]

$$(2.3) \quad \Delta^4 w_r = \frac{\alpha \kappa}{E_k A_d} (1 - \bar{\kappa} \Delta^2) (P_r - X_r).$$

W równaniu (2.3) wprowadzono następujące oznaczenia:

$$\kappa = \frac{a^2}{b^2} \left(1 + \frac{A_d}{A_g} \right), \quad \bar{\kappa} = \frac{A_d}{4(A_g + A_d)} \left(\frac{A_g}{A_k \cos^3 \alpha} - 1 \right),$$

A_g , A_d , A_k oznaczają pola powierzchni przekrojów odpowiednio pasa górnego, dolnego i krzyżulców kratownicy, E_k współczynnik sprężystości prętów kratownicy, a długość przedziału, b wysokość kratownicy, α kąt nachylenia krzyżulców oraz Δ^2 i Δ^4 — operatory odpowiednio drugiej i czwartej różnicy centralnej.

Moment statyczny sił działających na kratownicę z lewej strony węzła r , obliczony względem tego węzła, określa wzór [10]

$$(2.4) \quad M_r = -\frac{E_k A_d}{\kappa} \Delta^2 w_r - \bar{\kappa} a (P_r - X_r).$$

Związek między ugięciami węzłów ciągu i kratownicy jest następujący:

$$(2.5) \quad v_r = w_r - \frac{X_r l_r}{E_w A_w},$$

gdzie E_w , A_w , l_r oznaczają odpowiednio współczynnik sprężystości, pole powierzchni przekroju i długość wieszaka łączącego węzeł r ciągu i kratownicy.

Warunki brzegowe są następujące:

$$(2.6) \quad \begin{aligned} w_0 = v_0 = 0, & \quad w_n = v_n = 0, \\ M_0 = 0, & \quad M_n = 0. \end{aligned}$$

Układ równań (2.2), (2.3) i (2.5) wraz z warunkami brzegowymi (2.6) opisuje problem statyki układu przedstawionego na rys. 1.

Składową poziomą przyrostu siły w ciągu wyznaczmy ze wzoru [12]

$$(2.7) \quad h = \Phi \left(\frac{8f}{n^2} \sum_{r=1}^{n-1} v_r - \frac{1}{2} \sum_{r=1}^{n-1} v_r \Delta^2 v_r \right).$$

Etapem pomocniczym do rozwiązania układu równań nieliniowych będzie rozwiązanie równań zlinearyzowanych. Otrzymamy je przez pominięcie wyrazów nieliniowych w równaniu (2.2) oraz przez pominięcie odkształceń wieszaków (wtedy $w_r = v_r$). Zlinearyzowane równania problemu są następujące:

$$(2.8) \quad \frac{H}{a} \Delta^2 w_r - \frac{64f^2 \Phi}{n^4 a} \sum_{r=1}^{n-1} w_r + X_r = 0,$$

$$(2.9) \quad \Delta^4 w_r = \frac{\alpha \kappa}{E_k A_d} (1 - \bar{\kappa} \Delta^2) (P_r - X_r).$$

Eliminując z powyższych równań X_r otrzymamy po przekształceniach następujące równanie:

$$(2.10) \quad \Delta^4 w_r - \frac{D_2}{D_1} \Delta^2 w_r = D_3 (1 - \bar{\kappa} \Delta^2) (P_r - C).$$

W powyższym równaniu wprowadzono następujące oznaczenia:

$$D_1 = 1 + \frac{H_{K\bar{\kappa}}}{E_k A_d}, \quad D_2 = \frac{H_{K\bar{\kappa}}}{E_k A_d}, \quad D_3 = \frac{a\kappa}{D_1 E_k A_d},$$

$$C = \frac{\varphi}{D_1 D_3} \sum_{r=1}^{n-1} w_r, \quad \varphi = \frac{64f^2 \Phi_{K\bar{\kappa}}}{n^4 E_k A_d}.$$

Wielkość C będziemy traktowali jako obciążenie wszystkich węzłów pasa górnego kratownicy siłami równymi, których wielkości na razie nie znamy.

Składową poziomą przyrostu siły w ciągnię obliczymy ze wzoru:

$$(2.11) \quad h = \frac{8f\Phi}{n^2} \sum_{r=1}^{n-1} w_r.$$

Rozwiązanie równania liniowego (2.10) zamieszczono w Dodatku.

3. ROZWIĄZANIE ZADANIA NIELINIOWEGO

Do rozwiązania nieliniowego układu równań (2.2), (2.3) i (2.5) zastosowano metodę iteracyjną NEWTONA-KANTOROWICZA [6]. Kolejne przybliżenia w tej metodzie polegają na obliczaniu przemieszczeń w liniowym ustroju poddanym działaniu obciążeń zewnętrznych, skorygowanych o wielkość odchyłek. Poszukuje się więc takiego skorygowanego obciążenia układu liniowego, które spowoduje takie same ugięcia jak obciążenie zewnętrzne w układzie nieliniowym. Ciąg przybliżeń w metodzie Newtona-Kantorowicza jest zbieżny, gdy stan ustroju jest daleki od stanu utraty stateczności. W rozważanym układzie warunek ten jest spełniony.

Obliczenia rozpoczynamy od rozwiązania równania liniowego (2.10) (por. Dodatek). Obliczone ugięcia oznaczamy przez $w_r^{(0)}$, a siły w wieszakach przez $X_r^{(0)}$. Wielkości $w_r^{(0)}$ i $X_r^{(0)}$ podstawiamy do równania (2.5) i obliczamy $v_r^{(0)}$. Następnie podstawiając $v_r^{(0)}$ do równania (2.2) obliczamy $\tilde{X}_r^{(0)}$. Obliczamy z kolei $\Delta X_r^{(0)} = \tilde{X}_r^{(0)} - X_r^{(0)}$. Wyrażenie $-\Delta X_r^{(0)}$ będziemy traktowali jako dodatkowe obciążenie węzłów ciągną w układzie liniowym. Musimy więc rozwiązać następujący układ równań zlinearyzowanych:

$$(3.1) \quad \Delta^4 w_r = \frac{a\kappa}{E_k A_d} (1 - \bar{\kappa} \Delta^2) (P_r - X_r),$$

$$(3.2) \quad \frac{H}{a} \Delta^2 w_r - \frac{64f^2 \Phi}{n^4 a} \sum_{r=1}^{n-1} w_r + X_r - \Delta X_r^{(0)} = 0,$$

gdzie X_r oznacza siłę w wieszaku (w układzie liniowym), wywołaną obciążeniem P_r i dodatkowym obciążeniem węzłów ciągną $\Delta X_r^{(0)}$.

Eliminując z powyższego układu równań X_r otrzymamy następujące równanie:

$$(3.3) \quad \Delta^4 w_r - \frac{D_2}{D_1} \Delta^2 w_r = D_3 (1 - \bar{\kappa} \Delta^2) (P_r - \Delta X_r^{(0)} - C).$$

Równanie (3.3) ma budowę analogiczną do równania (2.10) i różni się tylko tym, że obciążenie zewnętrzne jest zmniejszone o wielkość $\Delta X_r^{(0)}$.

Rozwiązujemy równanie (3.3) i obliczone ugięcia oznaczamy przez $w_r^{(1)}$. Z równania (3.2) lub (3.1) obliczamy siły w wieszakach $X_r^{(1)}$. Korzystając dalej z równania (2.5) obliczamy $v_r^{(1)}$, a następnie z równania (2.2) obliczamy $\tilde{X}_r^{(1)}$. Obliczamy z kolei $\Delta X_r^{(1)} = \tilde{X}_r^{(1)} - X_r^{(1)}$. Ponownie rozwiązujemy równanie (3.3) od obciążenia zewnętrznego P_r , skorygowanego o odchyłkę $-(\Delta X_r^{(0)} + \Delta X_r^{(1)})$. We wzorze (3.2) $\Delta X_r^{(0)}$ należy zastąpić przez $\Delta X_r^{(0)} + \Delta X_r^{(1)}$. Obliczenia kończymy, gdy różnica $w_r^{(i+1)} - w_r^{(i)}$ będzie mniejsza od błędu uznanego za dopuszczalny.

Przedstawiony tok obliczeń można zaprogramować na komputer. Wzór (D. 14) pozwala obliczyć macierz wpływu ugięć i rozwiązywanie równania (3.3) sprowadza się do mnożenia tej macierzy przez macierz kolumnową skorygowanych obciążeń zewnętrznych.

4. PRZYKŁAD LICZBOWY

Przedstawioną w pracy metodą wykonano obliczenia dla mostu wiszącego o następujących parametrach:

$L=100,00\text{ m}$, $n=20$, $a=5,00\text{ m}$, $b=2,50\text{ m}$, $\alpha=45^\circ$, $f/L=0,10$, $l_0=12,00\text{ m}$, $A_d:A_g$
 $:A_k=1:1,4:0,8$, $A_d=60\text{ cm}^2$, $E_k=2,1 \cdot 10^6\text{ kG/cm}^2$, $A_c=90\text{ cm}^2$, $E_c=1,9 \cdot 10^6\text{ kG/cm}^2$,

$A_w=20\text{ cm}^2$, $E_w=2,1 \cdot 10^6\text{ kG/cm}^2$, $c_0=c_n=1,87 \cdot 10^{-5}\text{ cm/kG}$.

W stanie wyjściowym na każdy węzeł ciężna nośnego przypada od ciężaru własnego siła $Q=15,0\text{ T}$. Stąd, korzystając ze wzoru (2.1), oblicza się: $H=375,0\text{ T}$.

Obciążenie zewnętrzne jest równomiernie rozłożone i wynosi $P_r=P=10,0\text{ T}$ na każdy węzeł pasa górnego kratownicy.

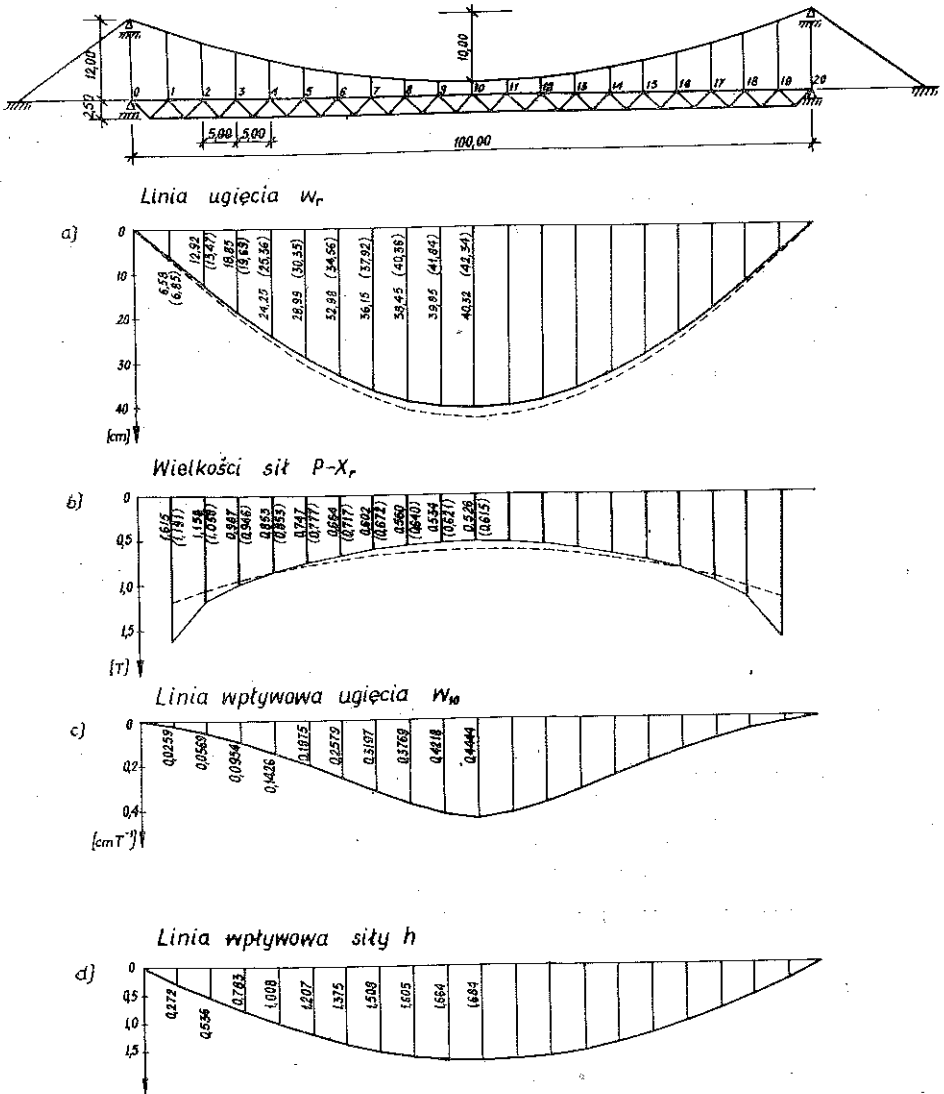
Na rys. 2 przedstawiono wykresy ugięć, sił ($P-X_r$), linię wpływową ugięcia w_{10} i linię wpływową składowej poziomej przyrostu siły w ciężnie. Na rys. 2a i 2b linią ciągłą zaznaczono rozwiązanie nieliniowe, a linią przerywaną rozwiązanie liniowe.

W tabelcy 1 zestawiono wyniki obliczeń ugięć węzłów dla kolejnych iteracji.

Tabelca 1

r	$w_r^{(0)}$	$w_r^{(1)}$	$w_r^{(2)}$	$w_r^{(3)}$
cm				
1	6,85	6,55	6,58	6,58
2	13,47	12,86	12,92	12,92
3	19,69	18,77	18,86	18,85
4	25,36	24,14	24,26	24,25
5	30,35	28,85	29,00	28,99
6	34,56	32,81	33,00	32,98
7	37,92	35,96	36,17	36,15
8	40,36	38,25	38,48	38,45
9	41,84	39,64	39,87	39,85
10	42,34	40,10	40,34	40,32

$h=209,38\text{ T}$, $h^{(0)}=216,01\text{ T}$



Rys. 2

Dla omawianego przykładu i przyjętego obciążenia wielkości z rozwiązania liniowego są większe niż z rozwiązania nieliniowego. Dla ugięcia węzła 10 różnica wynosi 5,0%, a dla przyrostu siły w cięgnię 3,2%.

DODATEK

Rozwiązujemy równanie (2.10) przyjmując obciążenie w postaci $P_r = \delta_{r,s}$ co oznacza, że siła $P=1$ jest przyłożona do węzła s kratownicy. Równanie (2.10) przyjmie teraz postać

$$(D.1) \quad \Delta^4 w_r - \frac{D_2}{D_1} \Delta^2 w_r = D_3 (1 - \bar{\kappa} \Delta^2) (\delta_{r,s} - C).$$

Rozwiązanie równania jednorodnego

$$(D.2) \quad \Delta^4 w_r - \frac{D_2}{D_1} \Delta^2 w_r = 0$$

szukamy w postaci

$$(D.3) \quad w_r = e^{\mu r}.$$

Uwzględniając (D.3) w równaniu (D.2) otrzymamy równanie na wyznaczenie współczynników μ . Po obliczeniu otrzymamy:

$$\mu_{1,2} = 0, \quad \mu_{3,4} = \pm \mu, \quad \text{gdzie} \quad \mu = \text{ar ch} \left(1 + \frac{D_2}{2D_1} \right).$$

Rozwiązanie ogólne równania (D.2) można więc zapisać w postaci:

$$(D.4) \quad w_r = C_1 + C_2 r + C_3 \text{ch } \mu r + C_4 \text{sh } \mu r.$$

W celu znalezienia rozwiązania szczególnego równania (D.1) wyznaczamy najpierw rozwiązania szczególne następujących równań niejednorodnych:

$$(D.5) \quad \Delta^4 w_r - \frac{D_2}{D_1} \Delta^2 w_r = \Delta^2 \delta_{r,s},$$

$$(D.6) \quad \Delta^4 w_r - \frac{D_2}{D_1} \Delta^2 w_r = \delta_{r,s}.$$

Zauważmy, że rozwiązanie szczególne równania

$$(D.7) \quad \Delta^2 w_r - \frac{D_2}{D_1} w_r = \delta_{r,s}$$

jest również rozwiązaniem szczególnym równania (D.5). Łatwo można sprawdzić, że rozwiązanie szczególne równania (D.7) ma postać

$$(D.8) \quad w_r = K_{r,s} = \begin{cases} -\frac{1}{2 \text{sh } \mu} e^{\mu(r-s)}, & \text{jeżeli } 0 < r \leq s, \\ -\frac{1}{2 \text{sh } \mu} e^{-\mu(r-s)}, & \text{jeżeli } s \leq r < n. \end{cases}$$

Z kolei równanie (D.6) można napisać w postaci

$$(D.9) \quad \Delta^4 w_r - \frac{D_2}{D_1} \Delta^2 w_r = \Delta^2 \begin{cases} -\frac{n-s}{n} r, & \text{jeżeli } 0 < r \leq s, \\ -\frac{s}{n} (n-r), & \text{jeżeli } s \leq r < n. \end{cases}$$

Rozwiązanie szczególne równania

$$(D.10) \quad \Delta^2 w_r - \frac{D_2}{D_1} w_r = \begin{cases} -\frac{n-s}{n} r, & \text{jeżeli } 0 < r \leq s, \\ -\frac{s}{n} (n-r), & \text{jeżeli } s \leq r < n \end{cases}$$

jest jednocześnie rozwiązaniem szczególnym równania (D.9). Do obliczenia rozwiązania szczególnego powyższego równania wykorzystamy rozwiązanie (D.8) równania (D.7). Możemy więc napisać rozwiązanie szczególne równania (D.10) w następującej postaci:

$$(D.11) \quad w_r = \begin{cases} \frac{1}{2 \operatorname{sh} \mu} \left[(n-s) \sum_{p=1}^r \frac{p}{n} e^{\mu(p-r)} + (n-s) \sum_{p=r+1}^s \frac{p}{n} e^{-\mu(p-r)} + \right. \\ \quad \left. + s \sum_{p=s+1}^{n-1} \left(1 - \frac{p}{n} \right) e^{-\mu(p-r)} \right], & \text{jeżeli } 0 < r \leq s, \\ \frac{1}{2 \operatorname{sh} \mu} \left[(n-s) \sum_{p=1}^s \frac{p}{n} e^{\mu(p-r)} + s \sum_{p=s+1}^r \left(1 - \frac{p}{n} \right) e^{\mu(p-r)} + \right. \\ \quad \left. + s \sum_{p=r+1}^{n-1} \left(1 - \frac{p}{n} \right) e^{-\mu(p-r)} \right], & \text{jeżeli } s \leq r < n. \end{cases}$$

Sumy występujące w rozwiązaniu (D.11) obliczono przy wykorzystaniu tablic [8]. W rezultacie otrzymujemy

$$(D.12) \quad w_r = G_{r,s} = \begin{cases} \frac{1}{2 \operatorname{sh} \mu (e^\mu - 1)} \left\{ \frac{n-s}{n} r (e^\mu + 1) + \frac{e^\mu}{e^\mu - 1} \left[\frac{n-s}{n} e^{-\mu r} + \right. \right. \\ \quad \left. \left. + \left(\frac{s}{n} - e^{-\mu(n-s)} \right) e^{-\mu(n-r)} \right] \right\}, & \text{jeżeli } 0 < r \leq s, \\ \frac{1}{2 \operatorname{sh} \mu (e^\mu - 1)} \left\{ \frac{n-r}{n} s (e^\mu + 1) + \frac{e^\mu}{e^\mu - 1} \left[\frac{s}{n} e^{-\mu(n-r)} + \right. \right. \\ \quad \left. \left. + \left(\frac{n-s}{n} - e^{\mu s} \right) e^{-\mu r} \right] \right\}, & \text{jeżeli } s \leq r < n. \end{cases}$$

Ostatecznie rozwiązanie równania (D.1) ma postać

$$(D.13) \quad w_r = C_1 + C_2 r + C_3 \operatorname{ch} \mu r + C_4 \operatorname{sh} \mu r + C_4 \operatorname{sh} \mu r + C \frac{D_1 D_3 r^2}{2 D_2} + \\ + D_3 (G_{r,s} - \bar{\kappa} K_{r,s}).$$

Stałe C_1, C_2, C_3, C_4 wyznaczymy z warunków brzegowych (2.6), a stałą C ze wzoru

$$C = \frac{\varphi}{D_1 D_3} \sum_{r=1}^{n-1} w_r.$$

Warunki brzegowe (2.6) po uwzględnieniu (2.4) mają postać

$$w_0 = 0, \quad w_n = 0,$$

$$w_{-1} + w_1 = \frac{Cac\bar{\kappa}}{E_k A_d}, \quad w_{n-1} + w_{n+1} = \frac{Cac\bar{\kappa}}{E_k A_d}.$$

Po żmudnych obliczeniach i przekształceniach rozwiązanie równania (D.1) można zapisać w postaci

$$(D.14) \quad w_{r,s} = \frac{D_1 D_3}{D_2} \left\{ -C_s \left[\frac{r(n-r)}{2} + \left(\frac{D_1}{D_2} - \bar{\kappa} \right) \left(\frac{\operatorname{ch} \mu \left(\frac{n}{2} - r \right)}{\operatorname{ch} \frac{\mu n}{2}} - 1 \right) \right] + L_{r,s} \right\},$$

$$L_{r,s} = \begin{cases} \frac{n-s}{n} r - \frac{\operatorname{sh} \mu(n-s) \operatorname{sh} \mu r}{\operatorname{sh} \mu \operatorname{sh} \mu n} \left(1 - \frac{D_2}{D_1} \bar{\kappa} \right), & \text{jeżeli } 0 < r \leq s, \\ \frac{s}{n} (n-r) - \frac{\operatorname{sh} \mu s \operatorname{sh} \mu(n-r)}{\operatorname{sh} \mu \operatorname{sh} \mu n} \left(1 - \frac{D_2}{D_1} \bar{\kappa} \right), & \text{jeżeli } s \leq r < n, \end{cases}$$

$$C_s = \frac{\frac{\varphi}{D_2} \left[\frac{s(n-s)}{2} + \left(\frac{D_1}{D_2} - \bar{\kappa} \right) \left(\frac{\operatorname{ch} \mu \left(\frac{n}{2} - s \right)}{\operatorname{ch} \frac{\mu n}{2}} - 1 \right) \right]}{1 + \frac{\varphi}{D_2} \left[\frac{n(n^2-1)}{12} + \left(\frac{D_1}{D_2} - \bar{\kappa} \right) \left(\frac{\operatorname{tgh} \frac{\mu n}{2}}{\operatorname{tgh} \frac{\mu}{2}} - n \right) \right]}.$$

Składową poziomą przyrostu siły w ciągu i siłę w wieszakach obliczymy z równań (2.11) i (2.8). Po obliczeniu otrzymamy

$$(D.15) \quad h_s = \frac{8C_s f \Phi D_1 D_3}{n^2 \varphi},$$

$$(D.16) \quad X_{r,s} = \frac{D_3 H}{a} \left\{ -C_s \left[\frac{D_1}{D_2} - \left(\frac{D_1}{D_2} - \bar{\kappa} \right) \frac{\operatorname{ch} \mu \left(\frac{n}{2} - r \right)}{\operatorname{ch} \frac{\mu n}{2}} \right] + \frac{64 C_s f^2 \Phi D_1}{n^4 H \varphi} + N_{r,s} \right\},$$

$$N_{r,s} = \begin{cases} \frac{\operatorname{sh} \mu(n-s) \operatorname{sh} \mu r}{\operatorname{sh} \mu \operatorname{sh} \mu n} \left(1 - \frac{D_2}{D_1} \bar{\kappa} \right), & \text{jeżeli } 0 < r \leq s-1, \\ \frac{\operatorname{sh} \mu s \operatorname{sh} \mu(n-r)}{\operatorname{sh} \mu \operatorname{sh} \mu n} \left(1 - \frac{D_2}{D_1} \bar{\kappa} \right), & \text{jeżeli } s+1 \leq r < n, \\ \left(\frac{\operatorname{sh} \mu(n-s) \operatorname{sh} \mu s}{\operatorname{sh} \mu \operatorname{sh} \mu n} - 1 \right) \left(1 - \frac{D_2}{D_1} \bar{\kappa} \right) + \frac{D_1}{D_2}, & \text{jeżeli } r=s. \end{cases}$$

Wzory (D.14), (D.15) i (D.16) można traktować jako funkcje wpływowo ugięcia, składowej poziomej przyrostu siły w cięgnie i siły w wieszaku. Mając wyznaczoną linię wpływową h_s można obliczyć metodami elementarnymi (układ jednokrotnie statycznie niewyznaczalny) linie wpływowo reakcji i sił w prętach kratownicy. Pozwala to określić przybliżone wielkości tych sił od dowolnych obciążeń ruchowych i wstępnie sprawdzić naprężenia w linie nośnej i w prętach kratownicy.

W przypadku obciążenia wszystkich węzłów kratownicy siłami równymi ($P_r = P = \text{const}$) odpowiednie wzory na ugięcie, składową poziomą przyrostu siły w cięgnie i siły w wieszakach otrzymamy przez superpozycję uzyskanych uprzednio rozwiązań:

$$w_r = (P - C) \frac{D_1 D_3}{D_2} \left[\frac{r(n-r)}{2} + \left(\frac{D_1}{D_2} - \bar{k} \right) \left(\frac{\text{ch } \mu \left(\frac{n}{2} - r \right)}{\text{ch } \frac{\mu n}{2}} - 1 \right) \right],$$

$$(D.17) \quad C = \frac{P \frac{\varphi}{D_2} \left[\frac{n(n^2-1)}{12} + \left(\frac{D_1}{D_2} - \bar{k} \right) \left(\frac{\text{tgh } \frac{\mu n}{2}}{\text{tgh } \frac{\mu}{2}} - n \right) \right]}{1 + \frac{\varphi}{D_2} \left[\frac{n(n^2-1)}{12} + \left(\frac{D_1}{D_2} - \bar{k} \right) \left(\frac{\text{tgh } \frac{\mu n}{2}}{\text{tgh } \frac{\mu}{2}} - n \right) \right]},$$

$$(D.18) \quad h = \frac{8PCf\Phi D_1 D_3}{n^2 \varphi},$$

$$(D.19) \quad X_r = (P - C) \frac{D_3 H}{a} \left[\frac{D_1}{D_2} - \left(\frac{D_1}{D_2} - \bar{k} \right) \frac{\text{ch } \mu \left(\frac{n}{2} - r \right)}{\text{ch } \frac{\mu n}{2}} \right] + \frac{64 C f^2 \Phi D_1 D_3}{n^4 a \varphi}.$$

Wpływ równomiernego przyrostu temperatury w cięgnie nośnym można traktować jako obciążenie wszystkich węzłów cięgna siłami równymi i siły te obliczamy ze wzoru [12]

$$(D.20) \quad P^t = \frac{8f\Phi}{n^2} \left[\alpha_t \text{ta} \left(n + \frac{2}{3} \eta \right) + (u_0^t + u_n^t) \right],$$

gdzie α_t , t oznacza współczynnik rozszerzalności liniowej i przyrost temperatury, u_0^t , u_n^t przemieszczenia poziome podpór spowodowane termicznym odkształceniem cięgna łączącego wierzchołek pylonu z blokiem fundamentowym (dla $t > 0$, u_0^t i $u_n^t > 0$). Po obliczeniu przemieszczeń węzłów kratownicy składową poziomą przyrostu siły w cięgnie określa wzór następujący:

$$(D.21) \quad h = \Phi \left[\frac{8f}{n^2} \sum_{r=1}^{n-1} w_r - \alpha_t \text{ta}^2 \left(n + \frac{2}{3} \eta \right) - (u_0^t + u_n^t) a \right].$$

LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. T. FUKUDA, *Analysis of multispan suspension bridges*, J. Struct. Div.-Proc. ASCE, **93**, June 1967, ST3, 63-86.
2. T. JANISZEWSKI, *Suspender tension method for bridge analysis*, J. Struct. Div.-Proc. ASCE, **93**, Oct. 1967, ST5, 567-598.
3. A. JENNINGS, J. E. MAIRS, *Static analysis of suspension bridges*, J. Struct. Div.-Proc. ASCE, **98**, Nov. 1972, ST11.
4. В. К. Качурин, А. В. Брагин, Б. Г. Ерунов, *Проектирование висячих и вантовых мостов*, Изд. Транспорт, 1971.
5. W. NOWACKI, *Mechanika budowli*, 2, PWN, 1960.
6. A. W. PIERELMUTER, *Ustroje prętowo-ciężnowe*, Arkady, 1972.
7. T. J. POSKITT, *Structural analysis of suspension bridges*, J. Struct. Div.-Proc. ASCE, **92**, Feb. 1966, ST1, 69-99.
8. I. M. RYŻYK, I. S. GRADSZTEJN, *Tablice całek, sum, szeregów i iloczynów*, PWN, 1964.
9. S. A. SAAFAN, *Theoretical analysis of suspension bridges*, J. Struct. Div.-Proc. ASCE, **92**, Aug. 1966, ST4, 1-11.
10. R. ŚWITKA, *Metoda równań różnicowych w zagadnieniach zginania i drgań kratownic regularnych*, Inż. i Budown., **9**, 1972.
11. R. ŚWITKA, *Zginanie i drgania rusztów kratowych*, Rozp. Inżyn., **22**, 1, 1974.
12. R. ŚWITKA, R. SYGULSKI, *Obliczanie prostokątnych siatek ciężnowych jako układów dyskretnych*, Arch. Inżyn. Ładow., **4**, 1974.

Резюме

WISZĄCY MOST SO SKWOSZNOJĄ BALKOJĄ JEKSTKOJĄ KREWPIENIA
O REGULĄRNOJĄ STROENIU

В работе рассматривается изгиб регулярной мостовой фермы подвешенной к тросу. Задача описана системой нелинейных разностных уравнений. Решение линеаризованной задачи получено в замкнутом виде для случая нагрузки силой действующей в произвольном узле фермы. Для получения решения нелинейной системы уравнений применен метод Ньютона-Канторовича. Задача иллюстрирована числовым примером.

SUMMARY

THE HANGING BRIDGE WITH A LATTICE BEAM OF REGULAR STRUCTURE

In a paper the bending of the regular bridge lattice hung up to the tension member is considered. The problem under consideration is described by a system of nonlinear difference equations. A solution of the linearized problem was obtained in a closed form for a case of point force loading acting in an arbitrary hinge of frame. The Newton-Kantorovich method was applied to the solution of a system of nonlinear equations. For the illustration of the problem a numerical example was presented.

POLITECHNIKA POZNAŃSKA

Praca została złożona w Redakcji dnia 19 marca 1975 r.