

## OCENA OPORU RUCHU STRUGI OŚRODKA COULOMBA-MOHRA NA PODSTAWIE ROZWIĄZANIA PEWNEGO TYPU ZAGADNIENIA BRZEGO- WEGO DLA NAPRĘŻEŃ

BENEDYKT P O N D E R (WARSZAWA)

Przedstawiono sposób określania oporu ruchu strugi ośrodka Coulomba-Mohra w przypadku wciskania płaskiego stempla od dołu w warstwę gruntową. Oceny oporu ośrodka w początkowej fazie ruchu stempla dokonano na podstawie rozwiązania pewnego typu zagadnienia brzegowego dla naprężeń opartego na matematycznej teorii ośrodków sypkich.

Omówiono algorytmy rozwiązywania statyki zarówno dla ośrodka Coulomba-Mohra ze spójnością, jak i dla ośrodka idealnie sypkiego. W obu przypadkach uwzględniono ciężar własny ośrodka. Ponadto w pracy zamieszczono wyniki obliczeń i badań doświadczalnych nacisków na powierzchni czołowej stempla dla dwóch różnych ośrodków.

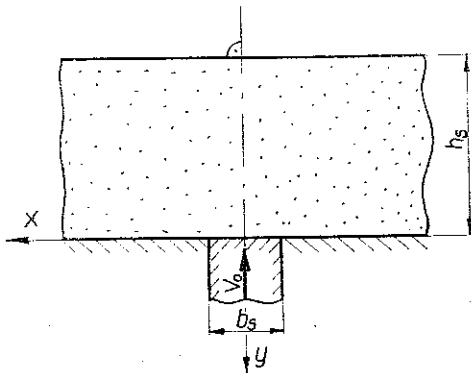
### 1. WSTĘP

W związku z trudnościami w uzyskiwaniu dla wielu zagadnień plastycznego płynięcia ośrodków gruntowych kompletnych rozwiązań, spełniających wszystkie warunki statyki i kinematyki, usiłuje się budować rozwiązania statycznie lub kinematycznie dopuszczalne. Jak wiadomo, na podstawie nich można uzyskać dolną lub górną ocenę sił rzeczywistych jedynie w przypadku stowarzyszonego prawa płynięcia. Dla innych praw, dla których do tej pory brak dowodów twierdzeń ekstremalnych, są to jedynie jedne z możliwych rozwiązań. O ile stan naprężenia w strefie plastycznego płynięcia można określić na podstawie mechaniki ośrodków sypkich dla stosunkowo szerokiej klasy kształtów narzędzi, o tyle przedłużenia stanu naprężenia w obszary sztywne są znane dla dość ograniczonej klasy zagadnień [1, 2, 3 i 4]. Brak jego ma wprawdzie dość istotne znaczenie w przypadku stosowania stowarzyszonego prawa płynięcia (uniemożliwia wykorzystanie zasad ekstremalnych), lecz nie dyskwalifikuje samego rozwiązania, natomiast w przypadku innych praw płynięcia jak dotychczas nie ma większego znaczenia.

W niniejszej pracy przedstawiono teoretyczną analizę i wyniki badań doświadczalnych oporu wciskania od dołu płaskiego stempla w warstwę ośrodka Coulomba-Mohra (rys. 1).

Teoretyczne oceny oporu ruchu ośrodka w początkowej fazie wciskania stempla otrzymano na podstawie rozwiązań statyki warstwy gruntowej opartych na założeniach i metodach matematycznej teorii ośrodków sypkich. W celu porównania otrzymanych ocen z rzeczywistymi wielkościami oporu ośrodka przeprowadzono

badania eksperymentalne. Rozwiązania statyki warstwy ośrodka w początkowej fazie ruchu stempla zbudowano, zakładając płaski stan odkształcenia w urabianym ośrodku. Ponadto założono, że ośrodek jest materiałem sztywno-idealnie plastycznym, izotropowym, zachowującym stałe wartości spójności  $K$ , kąta tarcia wewnętrznego  $\rho$  i ciężaru objętościowego  $\gamma$  w każdym punkcie obszaru odkształcanego podczas trwania procesu. Odnosnie warunków pracy stempla (rys. 1) poczyniono te same założenia co w pracy [4].



Rys. 1

Analizę statyki przeprowadzono dla warstwy ośrodka Coulomba-Mohra ze spójnością oraz dla warstwy ośrodka idealnie sypkiego. W obu przypadkach uwzględniono ciężar własny ośrodka. Rozpatrzono tylko przypadek ruchu stempla do góry (jego początkową fazę). Wówczas powstają maksymalne reakcje ośrodka będącego w stanie parcia biernego. Wywołanie ruchu ośrodka nad stemplem wymaga pokonania oporu wynikającego ze stanu równowagi granicznej.

## 2. STAN NAPRĘŻENIA

Stan równowagi granicznej ośrodka Coulomba-Mohra w przypadku płaskiego płynięcia opisują równania równowagi

$$(2.1) \quad \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} = \gamma$$

oraz warunek stanu granicznego

$$(2.2) \quad (\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2 = (\sigma_x + \sigma_y + 2H)^2 \sin^2 \rho.$$

Znaczenie poszczególnych symboli przedstawia rys. 2.

W wyniku rozwiązania układu równań (2.1) i (2.2) otrzymuje się dwie rodziny charakterystyk rzeczywistych [5], pokrywających się z liniami poślizgu materiału i tworzących siatkę linii nachylonych w każdym punkcie badanego obszaru pod kątami  $\varepsilon$  i  $-\varepsilon$  do kierunku działania większego naprężenia głównego, gdzie  $\varepsilon = \pi/4 - \rho/2$ . Równania charakterystyk oraz równania określające wzdłuż nich naprężenia mają odpowiednio postać

$$(2.3) \quad \frac{dy}{dx} = \operatorname{tg}(\varphi \pm \varepsilon), \quad d\sigma \pm 2\sigma \operatorname{tg} \varphi d\varphi = \gamma(dy - \operatorname{tg} \varphi dx),$$

gdzie  $\varphi$  oznacza kąt, jaki tworzy kierunek większego naprężenia głównego z osią  $x$ ,  $\sigma$  sumę średniego naprężenia i wytrzymałości materiału na trójosiowe izotropowe rozciąganie,  $\rho$  kąt tarcia wewnętrznego oraz  $\gamma$  ciężar objętościowy ośrodka.

W równaniach określających naprężenia wzdłuż charakterystyk występuje ciężar objętościowy  $\gamma$ , co prowadzi do bardziej złożonego algorytmu wyznaczania naprężeń aniżeli w przypadku ośrodka idealnie spoiętego.

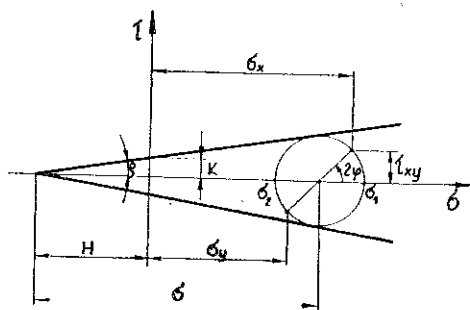
Opór ruchu strugi gruntowej określono na podstawie rozwiązania statyki, którego schemat przedstawiono na rys.

3. Stan naprężenia wyznaczono rozwiązując dla równań (2.3) zagadnienia brzegowe tego samego typu jak w poprzedniej pracy [4], dotyczącej analizy statyki i kinematyki warstwy ośrodka idealnie spoiętego. Ze względu na symetrię rozpatrywanego zadania stan naprężenia określono tylko w obszarze położonym po lewej stronie osi  $y$  (rys. 3).

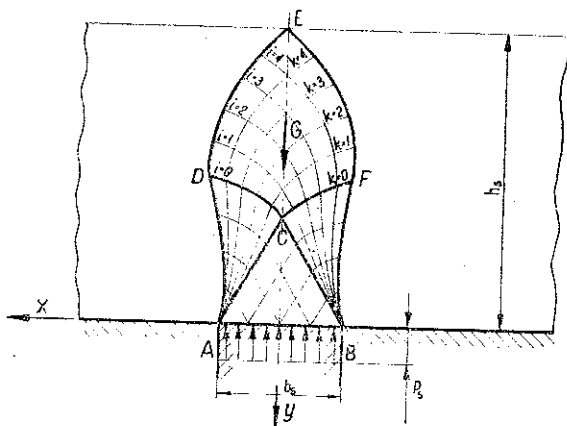
Zagadnienie Cauchy'ego w trójkącie  $ABC$  (rys. 3) rozwiązano zakładając (podobnie jak w pracy [4]) stały rozkład nacisków  $p_s$  na brzegu  $AB$  stempla. Wówczas wzdłuż  $AB$  kąt  $\varphi$  i naprężenie zastępcze  $\sigma$  określają wzory

$$(2.4) \quad \varphi = \frac{\pi}{2}, \quad \sigma = \frac{p_s + H}{1 + \sin \rho},$$

gdzie  $H$  oznacza wytrzymałość ośrodka na trójosiowe izotropowe rozciąganie. Znając  $\varphi$  i  $\sigma$  na  $AB$  obliczono numerycznie naprężenia w całym obszarze parcia czynnego.



Rys. 2



Rys. 3

W obszarze  $ACD$  stan naprężenia wyznaczono rozwiązując zagadnienie charakterystyczne z punktem osobliwym. Dane na brzegu  $AC$  znane z rozwiązania zagadnienia Cauchy'ego oraz dane wynikające z zależności między  $\sigma$  i  $\varphi$  w punkcie  $A$  pozwalają określić numerycznie stan naprężenia w całym trójkącie krzywoliniowym  $ACD$ .

W punkcie  $A$  kąt  $\varphi$  określa wzór

$$(2.5) \quad \varphi_{A,k} = \frac{\pi}{2} + \frac{3\pi k}{4i_{ch}},$$

gdzie  $i_{ch}$  oznacza liczbę charakterystyk wyprowadzonych z punktu  $A$ ,  $k=0, 1, 2, \dots$ ,  $i_{ch}$ , a odpowiadające mu naprężenie zastępcze  $\sigma$  wynika ze związku w postaci

$$(2.6) \quad \sigma_{A,k} = \frac{p_s + H}{1 + \sin \rho} \exp [(\pi - 2\varphi_{A,k}) \operatorname{tg} \rho].$$

W wachlarzu  $ACD$  obie rodziny charakterystyk dla rozpatrywanego przypadku są krzywoliniowe.

Stan naprężenia w obszarze  $CDE$  wyznaczono w wyniku rozwiązania zagadnienia mieszanego określonego przez dane na brzegu  $CD$  (znane z rozwiązania zagadnienia zdegenerowanego) oraz obowiązujące na osi  $y$  zależności wynikające z warunku, aby charakterystyki przecinały oś symetrii pod kątami  $\pm \varepsilon$ , ponieważ wzdłuż niej zachodzi równość  $\varphi = \pi/2$ .

Współrzędne  $x_{i,k}$  i  $y_{i,k}$  oraz kąt  $\varphi_{i,k}$  i naprężenie zastępcze  $\sigma_{i,k}$  w węzłach całej siatki charakterystyk dla naprężeń obliczono numerycznie na podstawie rekurencyjnego układu równań, który otrzymano w wyniku zastosowania metody różnic skończonych (metody siecznych) [5] do rozwiązania równań (2.3). Indeksy przy poszczególnych wielkościach wynikają z przyjętego oznaczenia charakterystyk. Charakterystyki należące do pierwszej rodziny linii oznaczono indeksem  $i$ , natomiast charakterystyki należące do drugiej rodziny linii oznaczono indeksem  $k$  (rys. 3).

Ponieważ położenie punktu przecięcia charakterystyk  $i$ -tej i  $k$ -tej początkowo jest nieznane, w obliczeniach zastosowano procedurę iteracyjną. Obliczenia współrzędnych  $x_{i,k}$ ,  $y_{i,k}$  oraz  $\varphi_{i,k}$  i  $\sigma_{i,k}$  prowadzono do trzeciej iteracji włącznie. Określenie pomocniczych funkcji  $\sigma_{i,k}$  i  $\varphi_{i,k}$  w węzłach siatki charakterystyk umożliwia wyznaczenie składowych naprężeń.

Składowe naprężenia  $\sigma_{y_{i,k}}$  i  $\tau_{xy_{i,k}}$  określają zależności w postaci

$$(2.7) \quad \sigma_{y_{i,k}} = \sigma_{i,k} (1 - \sin \rho \cos 2\varphi_{i,k}) - H, \quad \tau_{xy_{i,k}} = \sigma_{i,k} \sin \rho \sin 2\varphi_{i,k},$$

wynikające z koła Mohra dla płaskiego stanu odkształcenia (rys. 2). Numeryczne scałkowanie tych wielkości wzdłuż charakterystyk  $ADE$  i  $BFE$  (rys. 3) oraz uwzględnienie ciężaru  $G$  ośrodka objętego tymi liniami prowadzi do wyznaczenia wypadkowej siły działającej na stempel.

### 3. WYZNACZENIE GRUBOŚCI WARSTWY $h_s$

W przypadku ośrodka Coulomba-Mohra zarówno współrzędne siatki charakterystyk dla naprężeń jak i wielkości pomocnicze  $\sigma$  i  $\varphi$  są funkcjami nacisków  $p_s$ . Dlatego też nie można wyznaczyć  $p_s$  (dla danych parametrów geometrycznych zadania) z warunku równowagi w ten sam sposób, jak to czyniono w pracy [4] dla ośrodka idealnie spoiętego. Wyznaczenie  $p_s$  na podstawie warunku równowagi dla określonych wartości  $b_s$  i  $h_s$  umożliwia zastosowanie jednej z metod poszukiwania

optimum stosowanych w teorii optymalizacji [6], np. metody systematycznego przeszukiwania. Jako funkcję celu należałoby wówczas przyjąć funkcję w postaci

$$(3.1) \quad F(p_s, P) = \left| b_s \frac{P_s}{2} - \int_{AE} \sigma_y dx - \int_{AE} \tau_{xy} dy - \frac{G}{2} \right| = \min,$$

gdzie  $p_s$  oznacza poszukiwane naciski na stemplu, a  $P = \|P_1, \dots, P_s\|$  wektor znanych parametrów, od których zależą zarówno obszar decyzji dopuszczalnych jak i funkcja celu. Na podstawie analizy rozpatrywanego zadania należałoby również przewidzieć podobszar decyzji dopuszczalnych dla  $p_s$  (co znacznie skraca czas obliczeń na maszynie cyfrowej), w którym może się znajdować poszukiwane rozwiązanie optymalne. Wyznaczanie  $p_s$  z warunku równowagi dla danej grubości warstwy  $h_s$  wskazaną powyżej metodą jest mało efektywne w zestawieniu z metodą określania  $h_s$  na podstawie warunków brzegowych dla naprężeń, jakie muszą być spełnione na swobodnym brzegu ośrodka. Wówczas wyznaczając stan naprężenia dla danej wartości nacisków  $p_s$ , znajduje się taką wartość  $h_s$ , dla której są spełnione następujące warunki brzegowe:

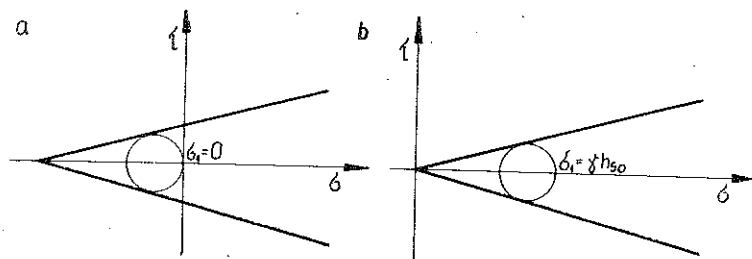
w przypadku ośrodków mających spójność  $K > 0$

$$(3.2) \quad \text{dla } x=0, \quad y=-h_s, \quad \sigma_1=0$$

a w przypadku ośrodków idealnie sypkich  $K=0$

$$(3.3) \quad \text{dla } x=0, \quad y=(h_s-h_{s0}), \quad \sigma_1=\gamma h_{s0},$$

gdzie  $h_{s0}$  oznacza grubość warstewki ośrodka, wywołującej obciążenie normalne na górnym brzegu warstwy gruntowej (rys. 5b). Stany naprężenia na swobodnym brzegu i na brzegu obciążonym warstewką ośrodka o grubości  $h_{s0}$  w przypadku ośrodków mających  $K > 0$  i  $K=0$  przedstawiają odpowiednie koła Mohra na rys. 4a i b.



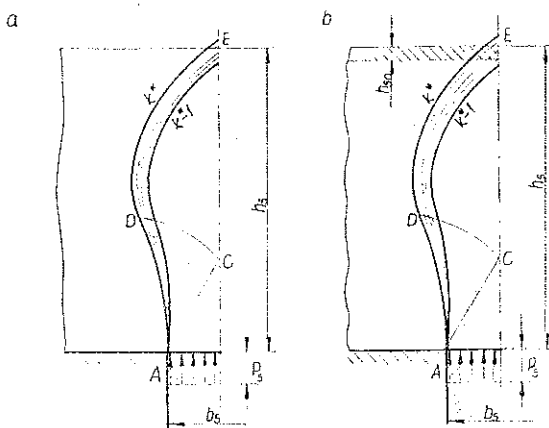
Rys. 4

Dla gruntów idealnie sypkich założono niewielkie obciążenie górnego brzegu warstwy ośrodka ze względu na zwiększenie stabilności algorytmu wyznaczania stanu naprężenia w bezpośrednim otoczeniu punktu  $E$  (rys. 5b). Do obliczeń przyjęto  $h_{s0}=1$  [cm].

Siatkę charakterystyk dla naprężeń wyznaczano przyjmując krok dla wartości kąta  $\varphi$  w punkcie  $A$  równy  $2$  [°]. Na osi symetrii, dla każdej  $k$ -tej charakterystyki, sprawdzano, czy są spełnione następujące warunki:

$\sigma_{1,k} \leq 0$  dla ośrodków ze spójnością ( $K > 0$ ) i  $\sigma_{1,k} \leq \gamma h_{s0}$  w przypadku ośrodków idealnie sypkich.

Jeżeli odpowiedni z nich dla rozpatrywanego ośrodka był spełniony dla charakterystyki  $k^*$  (rys. 5), to poczynając od linii  $k^* - 1$  wyznaczano charakterystyki należące do drugiej rodziny z czterokrotnie mniejszym krokiem dla kąta  $\varphi$  w punkcie  $A$ , tj. dla przyrostów kąta  $\varphi$  równych  $30 [^\circ]$ . Sposób postępowania przy wyznaczaniu  $h_s$  w przypadku ośrodków mających spójność  $K > 0$  i  $K = 0$  przedstawiono schematycznie na rys. 5a i b.



Rys. 5

Postępowanie takie pozwoliło z dostateczną dokładnością wyznaczyć grubość warstwy  $h_s$  dla danych wartości nacisków  $p_s$ . Mając określoną wartość  $h_s$  sprawdzano warunek równowagi w postaci

$$(3.4) \quad p_s \frac{b_s}{2} = \int_{AE} \sigma_y dx + \int_{AE} \tau_{xy} dy + \frac{G}{2}.$$

#### 4. WYNIKI OBLICZEŃ $h_s$

Opracowany algorytm pozwala obliczyć grubość warstwy ośrodka  $h_s$  dla dowolnych parametrów gruntowych, dowolnej szerokości stępła  $h_s$  oraz dowolnie przyjętej wartości nacisków  $p_s$  w przedziale  $\langle 0, p_{sgr} \rangle$ .

Naciski  $p_{sgr}$  odpowiadają granicznej grubości warstwy gruntowej określonej stosunkiem  $h_{sgr}/b_s$  dla której jest jeszcze możliwe zbudowanie przyjętego do obliczeń typu pola naprężeń (rys. 3). Stosunek  $h_{sgr}/b_s$  przyjmuje różne wartości (nawet powyżej 100) zależnie od własności mechanicznych i ciężaru objętościowego gruntu.

Ustalony algorytm zaprogramowano w języku GIER-ALGOL IV na maszynie cyfrową. Jako dane wejściowe wprowadzono do pamięci maszyny wartości kąta tarcia wewnętrznego  $\rho$ , kohezji  $K$ , ciężaru objętościowego  $\gamma$  liczby charakterystyk wyprowadzonych z punktu  $A -i_{ch}$  określające krok dla  $\varphi$  w tym punkcie oraz wartości nacisków na czołowej powierzchni stępła  $p_s$ . Wprowadzenie w danych wejściowych wielkości  $-i_{ch}$  pozwala wyznaczać  $h_s$  z dowolną (w pewnym zakresie) dokładnością.

Obliczenia  $h_s$  dla różnych wartości  $p_s$  przeprowadzono dla dwóch ośrodków gruntowych tj. dla piasku grubego w stanie powietrzno-suchym luźnym oraz dla piasku pylistego, próchniczego o wilgotności  $w=12,5$  [%] będącego również w stanie

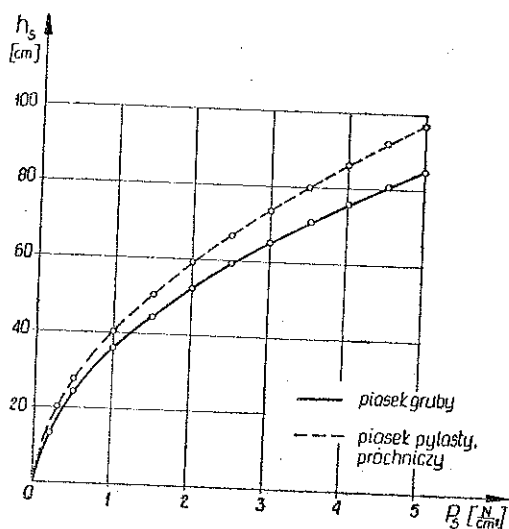
Tablica 1. Wartości  $h_s$  dla  $b_s=15$  [cm]

Naciski $p_s$ [N/cm <sup>2</sup> ]	Ośrodek	
	Piasek gruby	Piasek pylasty próchniczny
	$h_s$ [cm]	$h_s$ [cm]
0,2	13,3	—
0,3	—	20,3
0,5	24,2	27,5
1,0	36,0	40,6
1,5	44,8	50,8
2,0	52,5	59,7
2,5	59,2	67,0
3,0	64,9	74,0
3,5	70,4	80,4
4,0	75,9	86,5
4,5	80,6	92,4
5,0	85,1	97,0

Tablica 2. Wartości  $h'_s$  dla  $b'_s=3$  [cm]

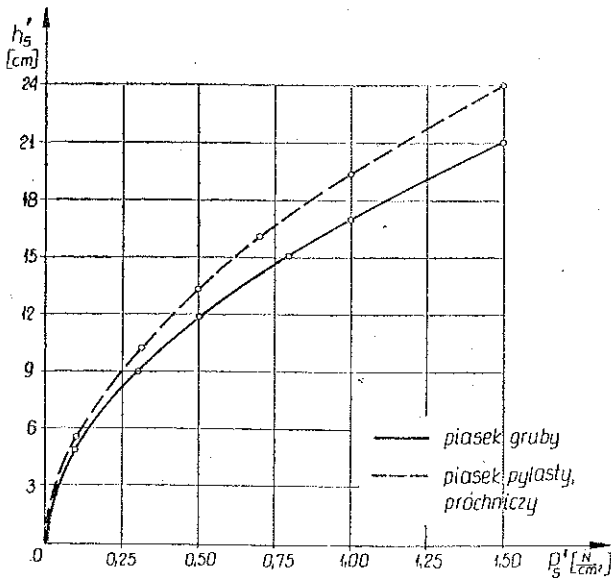
Naciski $p'_s$ [N/cm <sup>2</sup> ]	Ośrodek	
	Piasek gruby	Piasek pylasty próchniczny
	$h'_s$ [cm]	$h'_s$ [cm]
0,1	4,88	5,56
0,3	9,00	10,20
0,5	11,86	13,42
0,7	—	16,12
0,8	15,10	—
1,0	17,00	19,40
1,5	21,12	24,10

luźnym. Do obliczeń przyjęto określone doświadczalnie wartości parametrów  $\rho$   $K$  i  $\gamma$  tych ośrodków. Spójność  $K$  i kąt tarcia wewnętrznego  $\rho$  ustalono na podstawie prób przeprowadzonych w aparacie bezpośredniego ścinania. W celu określenia linii granicznych  $\tau_n=f(\sigma_n)$ , gdzie  $\tau_n$  oznacza naprężenie ścinające, wykonano dla

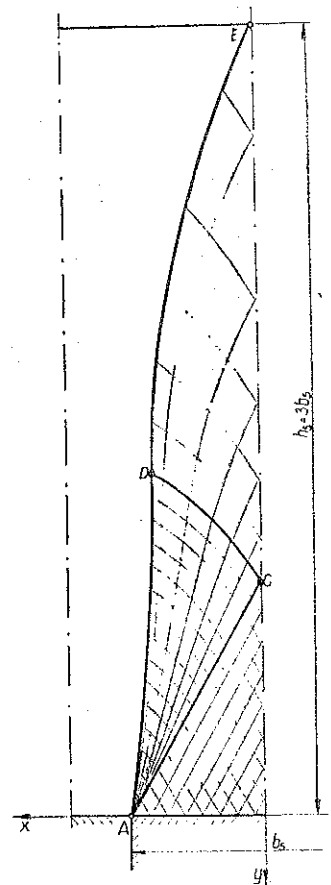


Rys. 6

piasku grubego 63 próby oraz dla piasku pylastego 80 prób ścinania przy różnych wartościach naprężenia normalnego  $\sigma_n$ . Wychodząc z liniowej zależności między wytrzymałością na ścinanie i naprężeniem normalnym dla gruntów [7] opisanej równaniem  $\tau_n = K + \sigma_n \operatorname{tg} \rho$ , określano proste regresji dla badanych ośrodków metodą najmniejszych kwadratów. Na podstawie przeprowadzonych badań do obliczeń pola naprężeń przyjęto dla obu ośrodków  $K=0$ , a jako wartości kątów tarcia wewnętrznego przyjęto ich oszacowania, tj.  $\rho=31^\circ$  i  $31'$  dla piasku grubego i  $\rho=30^\circ$  i  $1'$  dla piasku pylastego. Ciężary objętościowe badanych gruntów w stanie luźnym wynosiły:  $\gamma=0,015$  [N/cm<sup>3</sup>] dla piasku grubego i  $\gamma=0,012$  [N/cm<sup>3</sup>] dla piasku pylastego. Grubość warstwy ośrodka  $h_s$  dla różnych wartości  $p_s$  obliczono dla szerokości stępła  $b_s=15$  [cm] i  $b'_s=3$  [cm]. Uzyskane wyniki obliczeń podano w tablicach 1 i 2 oraz przedstawiono na wykresach  $h_s=f(p_s)$  (rys. 6 i 7).



Rys. 7



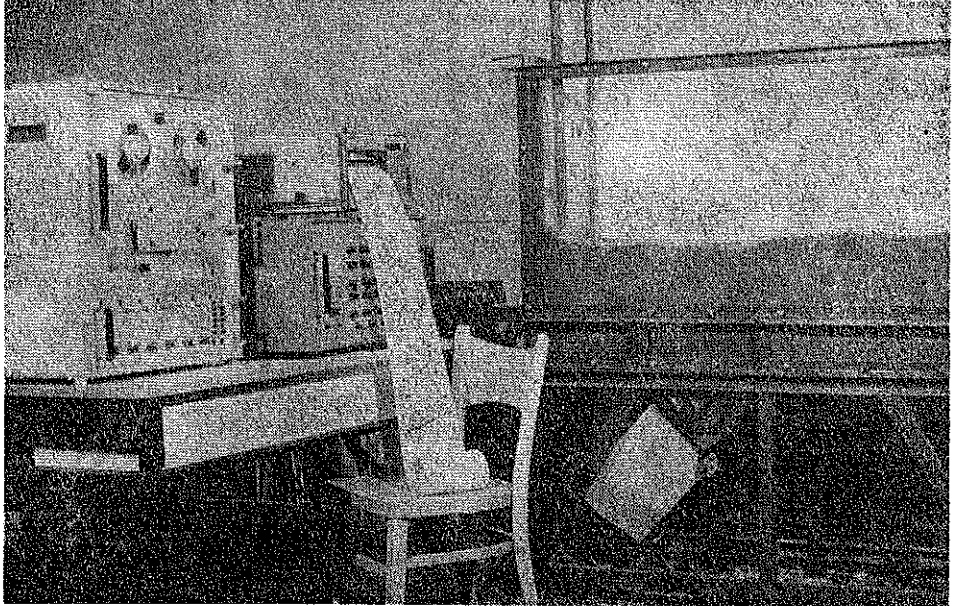
Rys. 8

Na rys. 8 przedstawiono przykładowo otrzymaną siatkę charakterystyk dla naprężeń w przypadku piasku grubego dla  $h_s/b_s=3$ . W celu zapewnienia przejrzystości rysunku naniesiono na nim jedynie co drugą linię z uzyskanych drogą obliczeń numerycznych charakterystyk.



## 5. WERYFIKACJA DOŚWIADCZALNA

W celu porównania uzyskanych teoretycznie ocen oporu ruchu strugi gruntowej z wartościami oporu występującymi w przypadku rzeczywistych ośrodków podjęto badania eksperymentalne. Badania przeprowadzono na specjalnym stanowisku po-



Rys. 9

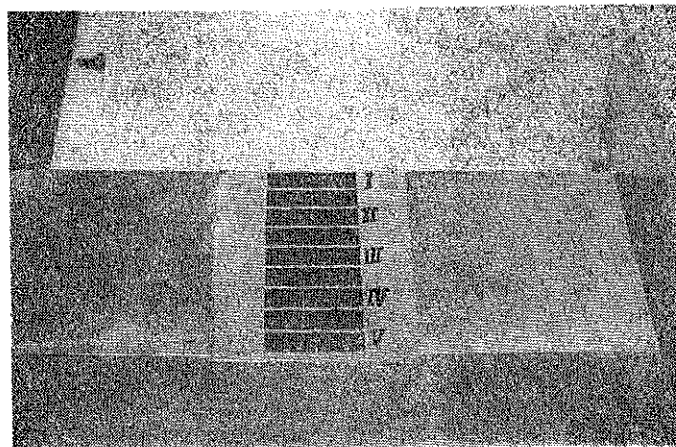
miarowym, którego ogólny widok przedstawia rys. 9. Stanowisko to umożliwia realizację pomiarów oporu ruchu strugi gruntowej wywołanego działaniem stempla od dołu (usytuowanego pod różnymi kątami do poziomu) na ułożoną w pojemniku (o wymiarach  $400 \times 800 \times 1400$  [mm]) warstwę ośrodka o ustalonej grubości. W pojemniku jedną ścianę boczną wykonano z przezroczystego «plexiglasu» w celu stworzenia możliwości obserwacji i rejestracji na filmie kinematyki ruchu strugi gruntowej. Obrotowa prowadnica stempla pozwalała uzyskiwać prostopadłe bądź ukośne względem poziomu położenie stempla. Ruch stempla realizowano za pomocą układu napędowego składającego się z lin, kół linowych oraz bębna napędzanego poprzez przekładnię łańcuchową.

Na powierzchni czołowej wzdłuż osi symetrii stempla zamocowano tensometryczne czujniki nacisków — rys. 10. Do odwzorowania przemieszczenia stempla zastosowano indukcyjny czujnik przemieszczeń  $CPT \pm 100$ .

Do pomiaru nacisków i przemieszczeń stempla, poza czujnikami, wykorzystywano mostki: tensometryczny firmy «Hottinger Baldwin Messtechnik» typu KWST-6 i indukcyjny typu N-101 oraz rejestratory: magnetofon pomiarowy firmy «Hottinger Baldwin Messtechnik» typu NBS6L i «Ultralet» typu ABEM 5656.

Odpowiednio wzmocnione sygnały napięciowe odwzorowujące naciski i przemieszczenie stempla rejestrowano jednocześnie na taśmie magnetycznej i taśmie re-

jestratora «Ultralet». Zastosowanie do rejestracji wielkości mierzonych wielokanałowego «Ultraletu» pozwoli bezpośrednio kontrolować przebieg doświadczeń, natomiast otrzymywany równocześnie zapis na taśmie magnetycznej umożliwi sporządzenie na rejestratorze X-Y «Bryans» (w odpowiednio dużej skali) wykresów nacisków jako funkcji przemieszczenia stempla.



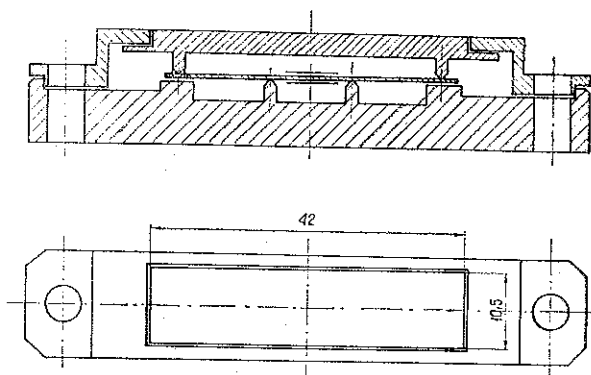
Rys. 10

Realizacja pomiarów parcia ośrodków gruntowych na ściany oporowe wymaga opracowywania czujników pomiarowych o parametrach odpowiednio przystosowanych do konkretnych przypadków badań. Wynika to z faktu, że wywoływane przez ośrodek obciążenie powierzchni roboczej (czynnej) czujnika przy ustalonej wartości rzeczywistych nacisków zależy od wielu czynników, a przede wszystkim od rodzaju ośrodka gruntowego, od jego właściwości sprężystych, spójności, współczynnika tarcia wewnętrznego, składu granulometrycznego, stopnia niejednorodności i innych własności fizyczno-mechanicznych, a ponadto od wymiarów czujnika, jego kształtu, sprężystości zastępczej, sprężystości ściany oporowej oraz od losowo powstających lokalnych sklepień gruntowych nad elementem pomiarowym. Wszystkie te czynniki wpływają na wielkość koncentracji nacisków na czuniku pomiarowym. Powoduje to, że wskazania czujnika pomiarowego będą różne dla różnych ośrodków gruntowych przy tej samej rzeczywistej wartości parcia. Dlatego też dla każdego przypadku badań, określonego rodzaju gruntu oraz zakresu pomiarowego należy indywidualnie dobierać parametry czujników. Zagadnienia te były analizowane między innymi w pracach [8 i 9].

W celu przeprowadzenia pomiarów nacisków występujących na powierzchni czołowej stempla podczas wciskania go w warstwy piasku grubego i piasku pylistego, próchniczego opracowano i wykonano specjalne tensometryczne czujniki (rys. 11) przystosowane do pracy w zakresie nacisków od 0 do 3 [N/cm<sup>2</sup>].

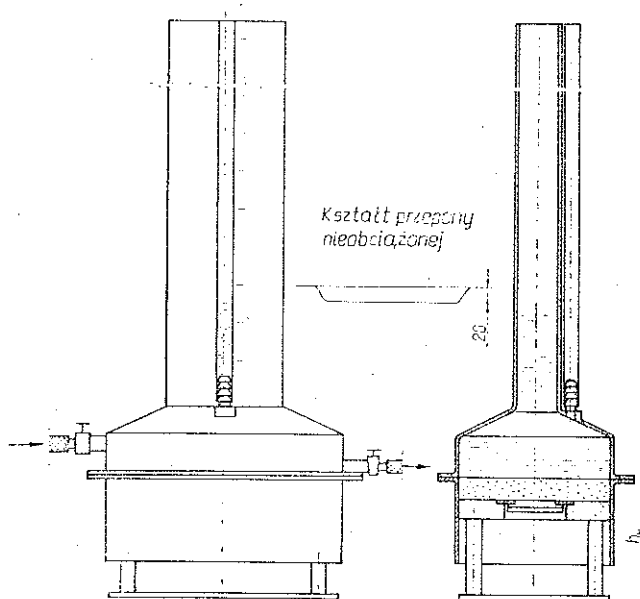
Ustalenie właściwych charakterystyk (w stosunku do których należy odnosić wyniki pomiarów) czujników nacisków wymagało przeprowadzenia badań uzupełniających. Polegały one na cechowaniu czujników w specjalnym przyrządzie (rys. 12) zapewniającym takie same warunki pracy czujników jak na stanowisku badawczym.

W celu zabezpieczenia równomiernego rozkładu obciążenia czujników przepone oddzielającą wodę od gruntu wykonano o grubości 0,3 [mm] z «latexu» o profilu przedstawionym na rys. 12. Przepona ta zapewniała swobodne układanie się jej na



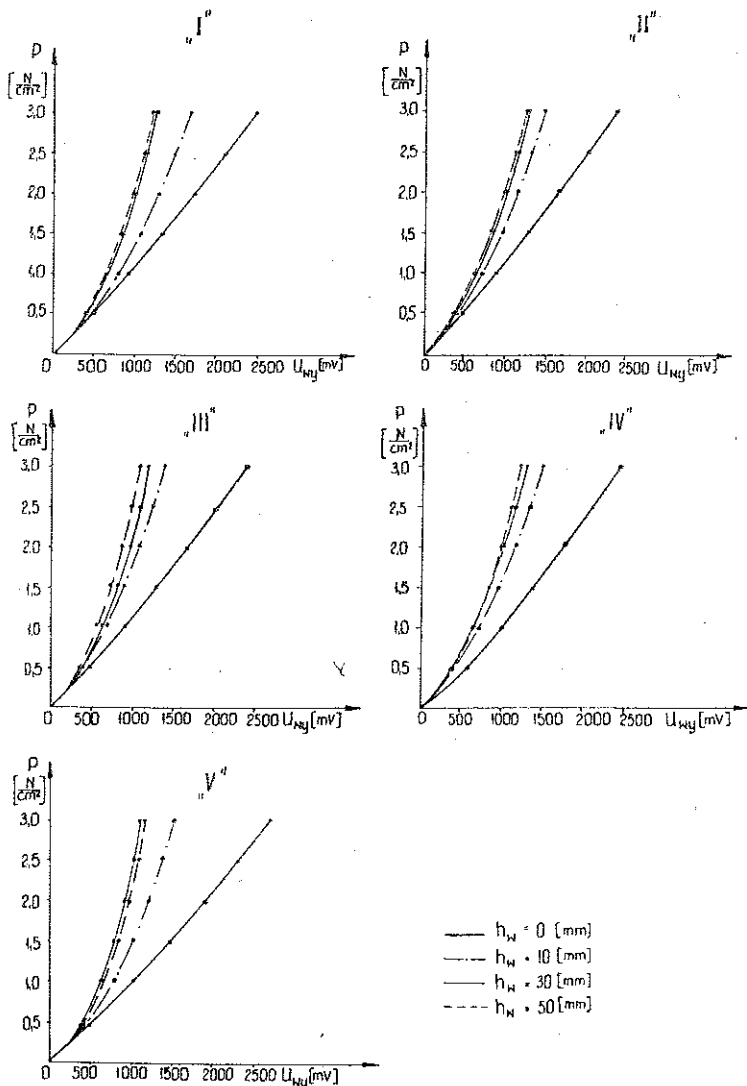
Rys. 11

powierzchni ośrodka, przez co eliminowała obciążenie czujników w przypadku zagęszczania się gruntu wraz ze wzrostem obciążenia. Zastosowany przyrząd (rys. 12) umożliwił cechowanie czujników w całym zakresie zmian nacisków, tj. od 0 do 3 [N/cm<sup>2</sup>] przez warstwy ośrodka o grubościach od 0 do 100 [mm]. Czujniki przecechowano przez warstwy piasku grubego, powietrzno-suchego w stanie luźnym oraz warstwy piasku pylistego o  $w=12,5$  [%] również w stanie luźnym o grubościach  $h_w$ : 0, 10, 30, 50 i 100 [mm]. Przy każdej grubości  $h_w$  czujniki czterokrotnie obciążano i odczytano rejestrując ich wskazania przy różnych obciążeniach  $p$ . Stworzyło to



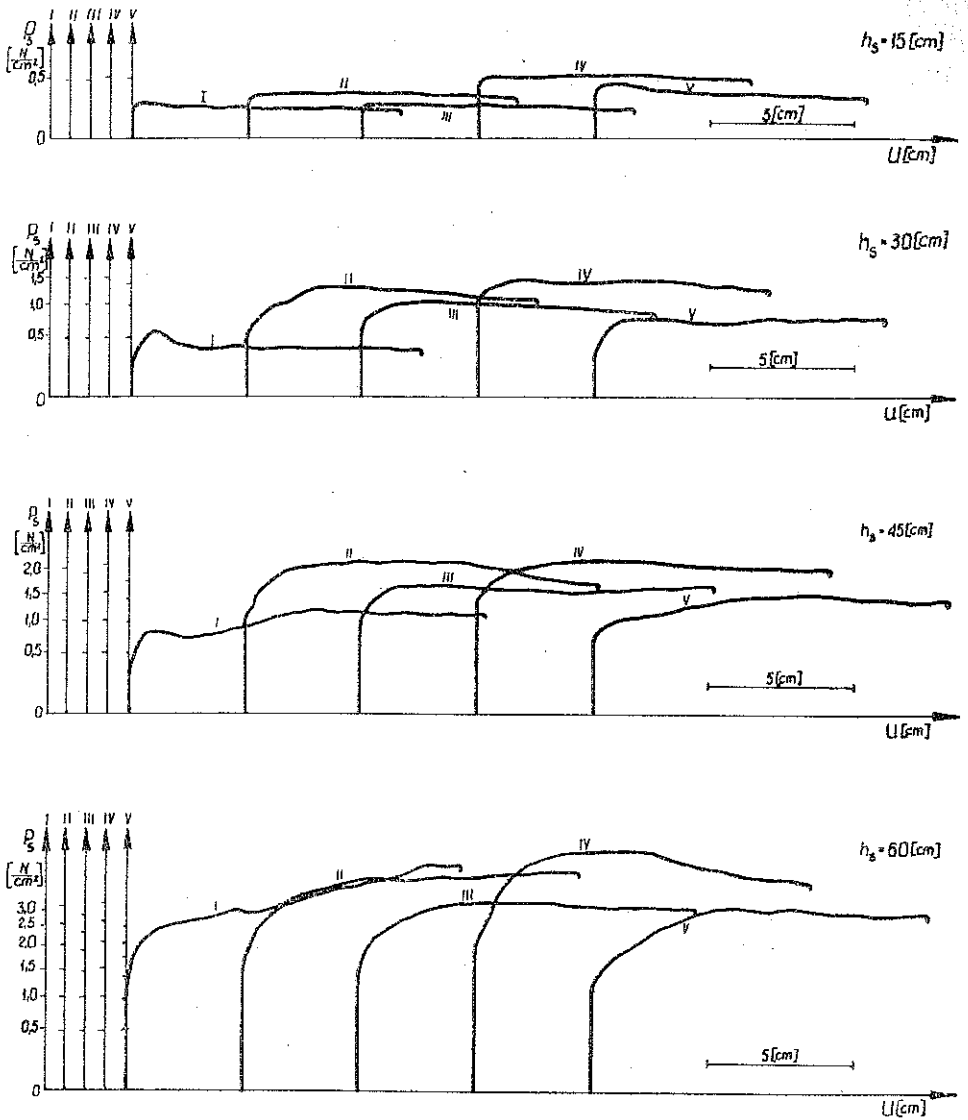
Rys. 12

możliwość obliczenia wartości oczekiwanych wskazań czujników przy zadanych obciążeniach. Uzyskane charakterystyki czujników w przypadku piasku grubego przy różnych grubościach  $h_w$  przedstawiono na rys. 13. Dla  $h_w=30; 50$  i  $100$  [mm]



Rys. 13. Charakterystyki czujników pomiarowych I ÷ V uzyskane podczas cechowania wodą przez warstwę piasku grubego

charakterystyki prawie pokrywają się (dla zachowania czytelności wykresów nie naniesiono charakterystyk dla  $h_w=100$  [mm]). W przypadku piasku pylistego, niezależnie od grubości  $h_w$  (w przebadanym zakresie zmienności), uśrednione wyniki pomiarów układają się wzdłuż charakterystyk uzyskanych podczas cechowania wodą przy  $h_w=0$ . Z tych względów wskazania czujników otrzymane podczas pomiarów oporu ruchu strugi gruntowej odniesiono w przypadku piasku grubego do charak-



Rys. 14

terystyk uzyskanych przy  $h_w=30$  [mm], a w przypadku piasku pylastego do charakterystyk odpowiadających  $h_w=0$  (rys. 13).

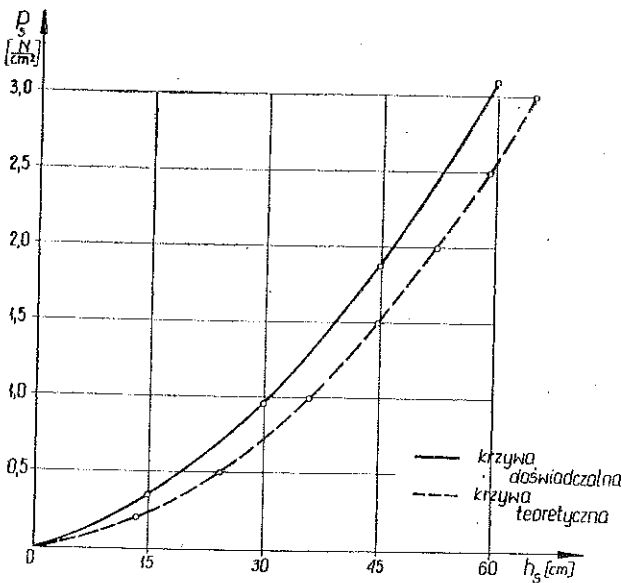
Badania doświadczalne oporu ruchu strugi gruntowej przeprowadzono dla piasku grubego, powietrzno-suchego w stanie luźnym oraz dla piasku pylastego o wilgotności  $w=12,5$  [%] w stanie luźnym. Podstawowe parametry określające własności fizyczno-mechaniczne tych gruntów podano w p. 4.

Stempel o szerokości  $b_s=150$  [mm] wciskano z prędkością  $V=0,02$  [m/s] w warstwę luźno ułożonego ośrodka o stałej grubości  $h_s$  (rys. 1). Swobodny brzeg warstwy był prostoliniowy i poziomy. Przed każdą próbą grunt był wyjmowany z pojemnika i ponownie w nim luźno układany. Zapewniło to utrzymanie jednorodności ośrodka

podczas kolejnych prób. Pomiary nacisków przeprowadzono przy położeniu stempla prostopadłym do poziomu, tj. takim samym jak w przypadku analizy teoretycznej. Grubość warstwy gruntu zmieniano skokowo przyjmując  $h_s=15, 30, 45$  i  $60$  [cm]. Ze względu na losowy charakter procesu wciskania stempla w ośrodki gruntowe, wywołany przede wszystkim niejednorodnością gruntów, wykonano po 6 prób dla każdej ustalonej grubości warstwy  $h_s$  przy zachowaniu analogicznych warunków badań. Przykładowe wykresy wartości nacisków  $p_s$  jako funkcje przemieszczenia stempla  $u$  otrzymane dla piasku grubego przy różnych grubościach warstwy  $h_s$  — przedstawia rys. 14.

Tablica 3.

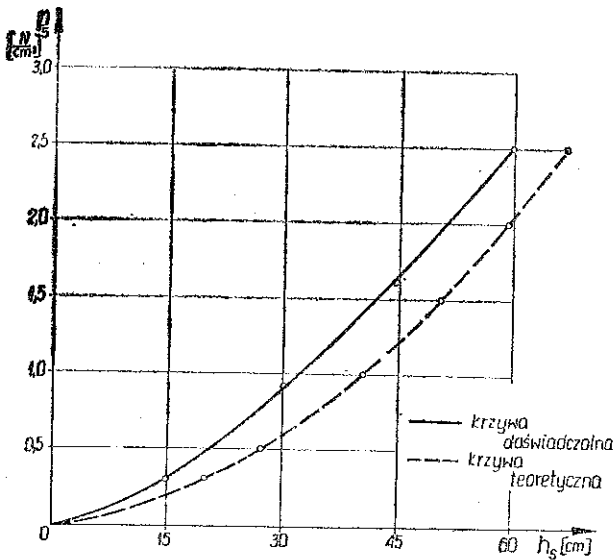
Grubość warstwy gruntu $h_s$ [cm]	Ośrodek		Piasek pylisty, próchniczny	
	$\bar{p}_s$ [N/cm <sup>2</sup> ]	przedział ufności dla $p_s$ [N/cm <sup>2</sup> ]	$\bar{p}_s$ [N/cm <sup>2</sup> ]	przedział ufności dla $p_s$ [N/cm <sup>2</sup> ]
15	0,363	(0,356, 0,370)	0,305	(0,284, 0,326)
30	0,969	(0,907, 1,031)	0,935	(0,774, 1,096)
45	1,898	(1,755, 2,041)	1,600	(1,437, 1,763)
60	3,096	(2,307, 3,885)	2,519	(2,200, 2,838)



Rys. 15

W przypadku obu ośrodków objętych badaniami otrzymane wartości średnie  $p_s$  w poszczególnych punktach pomiarowych na stemplu (I, II, III, IV, V; rys. 10) oraz przedstawione przykładowo wykresy na rys. 14 wykazują stosunkowo równo-

mierny rozkład nacisków wzdłuż linii kontaktu stempla z ośrodkiem. Wartości oczekiwane nacisków  $p_s$  oraz ich 95-procentowe przedziały ufności wyznaczone na podstawie wyników pomiarów dla różnych wartości  $h_s$  podano w tablicy 3. Zmien-



Rys. 16

ność nacisków  $p_s$  jako funkcje grubości warstwy  $h_s$  dla piasku grubego przedstawia rys. 15, natomiast dla piasku pylistego — rys. 16. Na rysunkach tych naniesiono również oceny teoretyczne nacisków.

## 6. UWAGI KOŃCOWE

Badania eksperymentalne oporu ruchu strugi gruntowej ujawniły zgodność wyników doświadczeń z ocenami teoretycznymi w przypadku obu ośrodków (rys. 15 i 16). Z rys. 15 i 16 wynika, że zarówno dla piasku grubego jak i dla piasku pylistego otrzymane na płaszczyźnie współrzędnych  $h_s$ ,  $p_s$  krzywe teoretyczne i doświadczalne mają bardzo zbliżony (paraboliczny) charakter. Uzyskane na drodze analizy teoretycznej wartości nacisków stanowią dolną ocenę rzeczywistych wartości i są od nich mniejsze średnio w przybliżeniu o 15 do 20 [%]. Badania teoretyczne i doświadczalne wykazały że, powiększenie grubości warstwy  $h_s$  w przybliżeniu o 50 [%] wywołuje dwukrotny wzrost oporu ruchu strugi gruntowej (rys. 15 i 16). Obliczeniowo stwierdzono, że przy szerokościach stempli  $b_s=15$  [cm] i  $b'_s=3$  [cm], w przypadku obu ośrodków przyjętych do badań, stosunki nacisków  $p'_s/p_s$  oraz odpowiadające im stosunki grubości warstw  $h'_s/h_s$  są stałe i odpowiadają skali podobieństwa geometrycznego  $k_l$ , co jest zgodne z obowiązującymi skalami podobieństwa mechanicznego dla tego rodzaju procesów. Uzyskane różnice między  $h'_s$  i  $h_s k_l$  nie przekraczają średnio 5 [%], co wykazuje dużą dokładność opracowanej metody określania stanu naprężenia w warstwie ośrodka gruntowego według schematu przedstawionego na rys. 3.

## LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. A. D. COX, G. EASON, H. G. HOPKINS, *Axially symmetric plastic deformations in soils*, Philosophical Trans. Roy. Soc. of London, 254 A, 1036, 1961.
2. J. SALENÇON, *Sur le prolongement statique des champs de Prandtl pour le matériau de Coulomb*, Arch. Mech. Stos., 25, 4, 646-648, 1973.
3. L. DIETRICH, W. TRĄMPCZYŃSKI, *Przedłużenie stanu naprężenia w obszar sztywny dla pewnych rozwiązań w mechanice gruntów*, Rozpr. Inżyn., 22, 4, 631-644, 1974.
4. B. PONDER, *Statyka i kinematyka warstwy ośrodka idealnie spoiestego w początkowej fazie wciskania płaskiego stempla*, Rozpr. Inżyn., 24, 3, 601-614, 1976.
5. W. SZCZEPIŃSKI, *Stany graniczne i kinematyka ośrodków sypkich*, PWN, Warszawa 1974.
6. W. FINDEISEIN, J. SZYMANOWSKI, A. WIERZBICKI, *Metody obliczeniowe optymalizacji*, WPW, Warszawa 1973.
7. W. W. SOKOŁOWSKI, *Styka ośrodków sypkich*, PWN, Warszawa 1958.
8. G. W. HARRIS, *A sandbox model used to examine the stress distribution around a simulated long-wall coal-face*, Int. J. Rock Min. Sci. Geomech. Abstr., 11, 325-335, 1974.
9. D. W. TAYLOR, *Pressure distribution theories, earth pressure cell investigations and pressure distribution data*, Soil Mechanics Fact Finding Survey, No. 2. U. S. Waterways Experimental Station, Vicksburg, Missouri, 211-236, 1947.

## Резюме

**ОЦЕНКА СОПРОТИВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ СТРУИ  
СРЕДЫ КУЛОНА-МОРА НА ОСНОВЕ РЕШЕНИЯ  
НЕКОТОРОЙ КРАВЕОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ НАПРЯЖЕНИЙ**

Представлен метод определения сопротивления движения струи с среды Кулона-Мора в случае вдавливания снизу плоского штампа в слой грунта. Оценка сопротивления среды в начальной стадии движения штампа произведена на основе решения некоторой краевой задачи для напряжений на основе математической теории сыпучих сред.

Рассмотрены алгоритмы статического решения как для среды Кулона-Мора, так и для среды с когезией. В обоих случаях учитывался собственный вес среды. В работе содержались также результаты расчетов и экспериментальных исследований усилий на торце штампа для двух различных сред.

## SUMMARY

**ESTIMATION OF THE RESISTANCE DURING THE MOTION OF A STREAM OF THE  
COULOMB-MOHR MATERIAL ON THE BASIS OF A SOLUTION OF CERTAIN TYPE  
OF STATIC BOUNDARY VALUE PROBLEM**

A method is presented for calculation of the resistance of a layer of a Coulomb-Mohr material pushed upwards by a punch located at the bottom. On the basis of the mathematical theory of granular materials the bounds on the resistance for the incipient stage of motion have been obtained by solving a certain type of boundary value problem.



Algorithms for static solution have been discussed for the Coulomb-Mohr material with cohesion and also for the cohesionless case. In the two cases the own weight of the material has been taken into account. Results of calculations are presented along with results of experimental verification of the force acting on the interface between the punch and the layer. Experiments were performed using two different granular materials.

POLITECHNIKA WARSZAWSKA

*Praca została złożona w Redakcji dnia 19 czerwca 1978 r.*

---