

## REFRAKCJA PROSTEJ FALI UDERZENIOWEJ W GAZIE IZOTERMICZNYM

EDWARD W Ł O D A R C Z Y K (WARSZAWA)

W pracy rozwiązano problem refrakcji prostej stacjonarnej fali uderzeniowej na granicy kontaktu dwóch izotermicznych gazów. Rozpatrzono dwa przypadki fal odbitych: falę sprężania czyli falę uderzeniową i falę rozprężania. Zbadano osobliwości fal odbitej i załamanej związane z właściwościami gazów izotermicznych. Podano rozwiązania dla fal silnych i słabych. Z przejść granicznych uzyskano przypadki odbicia fali uderzeniowej od sztywnej ściany i swobodnej powierzchni.

### 1. WSTĘP

Jak wiadomo [1 i 2], izotermiczny gaz jest granicznym przypadkiem gazu przewodzącego ciepło, kiedy współczynnik przewodnictwa cieplnego dąży do nieskończoności, a stała temperatura w gazie podtrzymywana jest przez zewnętrzne źródła energii. Fale uderzeniowe propagujące się w takim gazie charakteryzują się specyficznymi własnościami [1, 3 i 4]. Na przykład gęstość ośrodka na froncie fali zmienia się proporcjonalnie do ciśnienia: nie występuje asymptota sprężania, jak w przypadku gazu politropowego. W związku z tym należy się spodziewać, że w koncentrycznych falach uderzeniowych gęstość gazu będzie posiadała osobliwość na osi walca lub w centrum kuli. Rzeczywiście taka osobliwość została wykazana w pracy [5]. W artykule [6] rozwiązano problem odbicia izotermicznej prostej fali uderzeniowej od sztywnej przegrody. Wyprowadzono zamknięte wzory na parametry stanu gazu na froncie stacjonarnej fali odbitej.

W niniejszej pracy rozpatrzmy problem refrakcji prostej, stacjonarnej fali uderzeniowej na granicy kontaktu dwóch gazów izotermicznych. Analogiczne zagadnienie dla gazu politropowego było badane m.in. w pracach [7–10]. Obszerny przegląd literatury z tego zakresu podany jest w [11]. W dalszym ciągu rozważań będziemy korzystać z wyników prac autora zamieszczonych w [8, 12 i 13].

W pracy, w punkcie drugim formułujemy problem, a w trzecim konstruujemy jego rozwiązanie z uwzględnieniem dwóch wariantów fal odbitych. Rozważamy przypadek odbitej fali uderzeniowej i fali rozrzedzenia. Wreszcie w punkcie czwartym analizujemy niektóre właściwości uzyskanego rozwiązania.

### 2. SFORMUŁOWANIE PROBLEMU

Zbadamy problem refrakcji płaskiej fali uderzeniowej na nieciągłości kontaktowej, umieszczonej w dwóch różnych gazach izotermicznych. Zakładamy, że stacjonarna

fala uderzeniowa pada prostopadle na granicę kontaktową (kierunek propagacji jest prostopadły do granicy nieciągłości).

Niech początkowe stany gazów izotermicznych opisują następujące parametry:

$$(2.1) \quad \begin{aligned} p &= p_{01} = p_0, & \rho &= \rho_{01}, & T &= T_{01} = T_0, & v &= v_{01} = 0, \\ p &= p_{02} = p_0, & \rho &= \rho_{02}, & T &= T_{02} = T_0, & v &= v_{02} = 0. \end{aligned}$$

Dla matematycznego opisu problemu będziemy stosować współrzędne Lagrange'a  $x, t$ .

Jak wiadomo [1 i 2], ruchem gazu izotermicznego rządzą prawa zachowania masy i impulsu. W obszarach ciągłych zmian parametrów stanu i jednowymiarowego płaskiego ruchu gazów prawa te mają następującą postać:

$$(2.2) \quad \begin{aligned} \rho_{0i} &= \rho(1 + u_{,x}), \\ \rho_{0i} &= v_{,t} = -\rho_{,x}, \end{aligned}$$

na powierzchniach silnych nieciągłości (po scałkowaniu) równania te przechodzą w równania skończone:

$$(2.3) \quad \begin{aligned} (D - v^+) \rho^+ &= (D - v^-) \rho^-, \\ (D - v^-) (v^+ - v^-) \rho^- &= p^+ - p^-, \end{aligned}$$

gdzie znakami plus i minus oznaczono parametry przed i za frontem fali silnej nieciągłości. Symbol  $D$  oznacza prędkość propagacji frontu fali.

Równania (2.2) można zastąpić ekwiwalentnymi związkami wzdłuż charakterystyk o następującej postaci:

$$(2.4) \quad dv = \pm a du_{,x}, \quad \text{dla} \quad dx = \pm a dt,$$

gdzie  $a$  jest prędkością propagacji zaburzeń.

Rolę adiabat uderzeniowych (reprezentujących prawa zachowania energii przy adiabatycznym uderzeniowym sprężaniu) pełnią tutaj równania izoterm, które ogólnie można pisać w postaci

$$(2.5) \quad p - F(V) = p_0 - F(V_0) = 0,$$

a dla gazu idealnego

$$(2.6) \quad \frac{p_i}{p_j} = \frac{\rho_i}{\rho_j}.$$

Poza tym na granicy kontaktu zachodzi ciągłość ciśnień i prędkości:

$$(2.7) \quad p_i = p_j, \quad v_i = v_j.$$

Konkretną postać podanych związków (2.3)–(2.6) będziemy określać w zależności od gazodynamicznego stanu gazu przy rozwiązywaniu zagadnień granicznych na płaszczyźnie  $x, t$ .

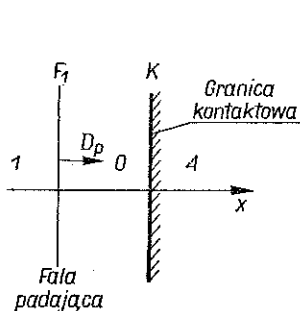
W ten sposób uzyskaliśmy pełne matematyczno-fizyczne sformułowanie badanego problemu. Przejdziemy z kolei do konstrukcji rozwiązania.

## 3. ROZWIĄZANIE PROBLEMU

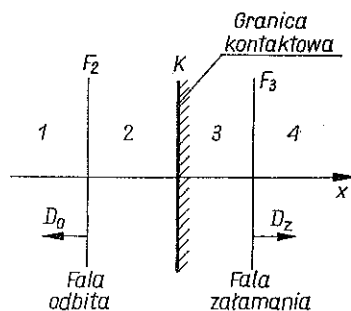
Falowy obraz rozwiązania badanego problemu zależy od rodzaju odbitych fal. Ogólnie mogą wystąpić dwa rodzaje odbitych fal: fala sprężania (uderzeniowa) i fala rozprężania (rozrzedzenia). Rozpatrzmy kolejno obydwa przypadki. Warunki determinujące rodzaj fali odbitej podamy w paragrafie czwartym.

3.1. Odbita fala sprężania uderzeniowa ( $p_2 > p_1$ )

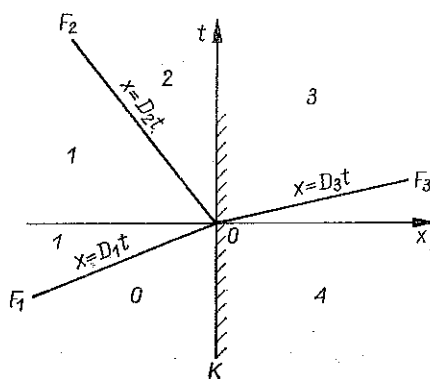
W tym przypadku tworzy się obraz falowy pokazany na rys. 1–3. Do chwili odbicia się fali od granicy podziału ośrodków istnieje tylko front fali padającej  $F_1$  (rys. 1) rozgraniczający niezaburzoną część pierwszego gazu (obszar 0) od części zaburzonej, położonej za frontem fali (obszar 1). Obszar 4 zajmuje niezaburzony drugi ośrodek oddzielony od pierwszego płaszczyzną  $K$ . Po odbiciu się frontu  $F_1$  pojawiają się dwa fronty fal: odbitej  $F_2$  i załamanej  $F_3$  (rys. 2), które wraz z płasz-



Rys. 1.



Rys. 2.



Rys. 3.

czyzną graniczną  $K$  dzielą obydwa ośrodki na cztery obszary 1, 2, 3 i 4. Indeksami  $i, j=0, 1, 2, 3, 4$  oznaczamy ciśnienia  $p$ , prędkości  $v$  i pozostałe parametry w poszczególnych obszarach, przy czym numer indeksu pokrywa się z numerem obszaru. W granicach danego obszaru gazodynamiczne parametry ośrodków zachowują stałe wartości (rozpatrujemy odbicie i załamanie stacjonarnej fali uderzeniowej).

Natomiast temperatura, zgodnie z definicją gazu izotermicznego, we wszystkich obszarach obydwu gazów jest taka sama. Wszystkie prędkości ruchu gazów są skierowane prostopadle do płaszczyzny podziału  $K$  i odczytywane w układzie współrzędnych związanych z obszarami niezaburzonymi 0 i 4; zatem

$$(3.1) \quad \begin{aligned} v_0 = v_{01} = 0, \\ v_4 = v_{02} = 0. \end{aligned}$$

Zgodnie z (2.3) oraz (2.6) po uwzględnieniu (2.1) na frontach poszczególnych fal mamy:

na froncie fali padającej

$$(3.2) \quad \begin{aligned} \rho_1(D_1 - v_1) &= \rho_{01}D_1, \\ p_1 - p_0 &= \rho_{01}v_1D_1, \\ \frac{p_1}{p_0} &= \frac{\rho_1}{\rho_{01}}; \end{aligned}$$

na froncie fali odbitej

$$(3.3) \quad \begin{aligned} \rho_2(D_2 - v_2) &= \rho_1(D_2 - v_1), \\ p_2 - p_1 &= \rho_1(D_2 - v_1)(v_2 - v_1), \\ \frac{p_2}{p_1} &= \frac{\rho_2}{\rho_1}; \end{aligned}$$

na froncie fali załamanej

$$(3.4) \quad \begin{aligned} \rho_3(D_3 - v_3) &= \rho_{02}D_3, \\ p_3 - p_0 &= \rho_{02}v_3D_3, \\ \frac{p_3}{p_0} &= \frac{\rho_3}{\rho_{02}}. \end{aligned}$$

Lokalne prędkości propagacji dźwięku na frontach fal nie ulegają zmianom i dla poszczególnych gazów odpowiednio wynoszą:

$$(3.5) \quad \begin{aligned} a_{01} &= \sqrt{\frac{p_0}{\rho_{01}}} = \sqrt{\frac{p_2}{\rho_2}} = \sqrt{R_{01}T_0}, \\ a_{02} &= \sqrt{\frac{p_0}{\rho_{02}}} = \sqrt{\frac{p_3}{\rho_3}} = \sqrt{R_{02}T_0}. \end{aligned}$$

Symbole  $R_{01}$  i  $R_{02}$  oznaczają stałe gazowe dla poszczególnych ośrodków.

Z podanych warunków na frontach fal, po uwzględnieniu (2.1) i (2.7), otrzymujemy następujące funkcje:

$$\begin{aligned}
 v_1 - v_{01} = v_1 = f_1(p_0, p_1) &= \frac{a_{01} \left( \frac{p_1}{p_0} - 1 \right)}{\sqrt{\frac{p_1}{p_0}}}, \\
 v_1 - v_2 = f_1(p_1, p_2) &= \frac{a_{01} \left( \frac{p_2}{p_1} - 1 \right)}{\sqrt{\frac{p_2}{p_1}}}, \\
 v_3 - v_4 = v_2 = f_2(p_0, p_2) &= \frac{a_{02} \left( \frac{p_2}{p_0} - 1 \right)}{\sqrt{\frac{p_2}{p_0}}}.
 \end{aligned}
 \tag{3.6}$$

Podstawiając (3.6) do warunku (2.7)<sub>2</sub> otrzymamy

$$\frac{a_{01} \left( \frac{p_2}{p_1} - 1 \right)}{\sqrt{\frac{p_2}{p_1}}} = \frac{a_{01} \left( \frac{p_1}{p_0} - 1 \right)}{\sqrt{\frac{p_1}{p_0}}} - \frac{a_{02} \left( \frac{p_2}{p_0} - 1 \right)}{\sqrt{\frac{p_2}{p_0}}}
 \tag{3.7}$$

lub

$$\frac{a_{01}(z^2 - 1)}{z} = \frac{a_{01}(y^2 - 1)}{y} - \frac{a_{02}(y^2 z^2 - 1)}{yz},
 \tag{3.8}$$

a po przekształceniu

$$z^2 - \frac{y^2 - 1}{y(Ay + 1)} z - \frac{y + A}{y(Ay + 1)} = 0,
 \tag{3.9}$$

gdzie

$$y = \sqrt{\frac{p_1}{p_0}}, \quad z = \sqrt{\frac{p_2}{p_1}}, \quad A = \frac{a_{02}}{a_{01}}.
 \tag{3.10}$$

Rozwiązując (3.9) otrzymamy

$$z = \frac{y^2 - 1}{2y(Ay + 1)} \pm \sqrt{\left[ \frac{y^2 - 1}{2y(Ay + 1)} \right]^2 + \frac{y + A}{y(Ay + 1)}}.
 \tag{3.11}$$

Ponieważ musi być spełniona nierówność  $z > 0$ , przeto w (3.11) należy wziąć znak plus.

Pozostałe parametry odpowiednio wynoszą:

na froncie fali padającej

$$(3.12) \quad v_1 = a_{01} \frac{y^2 - 1}{y}, \quad D_1 = a_{01} y,$$

$$p_1 = p_0 y^2, \quad \rho_1 = \rho_{01} y^2;$$

na froncie fali odbitej

$$(3.13) \quad v_2 = a_{01} \left( \frac{y^2 - 1}{y} - \frac{z^2 - 1}{z} \right),$$

$$D_2 = a_{01} \left( \frac{y^2 - 1}{y} - z \right),$$

$$p_2 = p_1 z^2 = p_0 y^2 z^2, \quad \rho_2 = \rho_1 z^2 = \rho_{01} y^2 z^2;$$

na froncie fali załamanej

$$(3.14) \quad v_3 = v_2 = a_{01} \left( \frac{y^2 - 1}{y} - \frac{z^2 - 1}{z} \right),$$

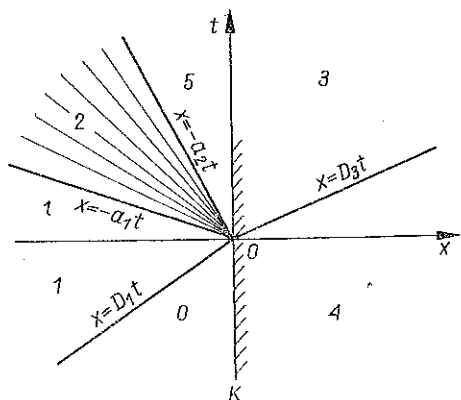
$$D_3 = a_{02} A \frac{yz(yz - 1)}{y - z},$$

$$p_3 = p_2 = p_0 y^2 z^2, \quad \rho_3 = \rho_{02} y^2 z^2.$$

Wartość parametru  $y$  zdeterminowana jest przez warunek brzegowy generujący padającą falę uderzeniową. Tym samym pierwszy wariant problemu został rozwiązany. Przejdziemy z kolei do konstrukcji rozwiązania problemu z odbitą falą rozrzedzenia.

### 3.2. Odbita fala rozrzedzenia ( $p_2 < p_1$ ).

W tym przypadku na płaszczyźnie fazowej wytworzy się obraz falowy pokazany na rys. 4. Po osiągnięciu przez front fali padającej granicy kontaktu gaz pierwszy ulega częściowemu izotermicznemu rozprężeniu, w wyniku czego granica kontaktu



Rys. 4.

przemieszcza się w kierunku dodatniego zwrotu osi  $x$  i (podobnie jak tłok) generuje w gazie drugim, wypełniającym prawą półprzestrzeń, falę uderzeniową propagującą się z prędkością  $D_3$ .

W obszarze 1 ośrodek zachowuje się tak samo jak w pierwszym przypadku. Natomiast w obszarze 2 gaz ulega izotermicznemu rozprężaniu. W związku z tym jego ruchem, zgodnie z (2.2) oraz równaniem stanu dla gazu doskonałego

$$(3.15) \quad p = \rho RT,$$

rządzi równanie

$$(3.16) \quad u_{2,tt} - a^2 u_{2,xx} = 0.$$

Prędkość propagacji zaburzeń  $a$  dla procesu izotermicznego wynosi

$$(3.17) \quad a = \frac{a_{01}}{1 + u_{2,x}} = \frac{p_2}{\rho_{01} a_{01}} = \frac{p_2}{\rho_{01}} a_{01}.$$

Zatem na granicy obszarów 1 i 2, tj. wzdłuż charakterystyki  $x = -a_1 t$  (rys. 4), mamy

$$(3.18) \quad a_1 = \frac{p_1}{\rho_{01} a_{01}} = a_{01} y, \quad y = \frac{p_1}{p_{01}}.$$

Następnie z (3.17) i równania pęku charakterystyk ( $a = -x/t$ ) wynika, że

$$(3.19) \quad p_2(x, t) = \rho_{01} a_{01} \frac{|x|}{t}, \quad \rho_2 = \frac{\rho_{01}}{a_{01}} \frac{|x|}{t}.$$

Ze związków na charakterystykach (2.4)<sub>1</sub>, które dla procesów izotermicznych przyjmują postać

$$(3.20) \quad dv = \mp a_{01} \frac{dp}{p}$$

lub

$$(3.21) \quad v = \mp a_{01} \ln p + C^\mp,$$

otrzymujemy

$$(3.22) \quad v_2(x, t) = v_1 - a_{01} \ln \frac{p_2}{p_1} = v_1 - a_{01} \ln \frac{p_2}{p_1} = a_{01} \left( \frac{y^2 - 1}{y} - \ln z^2 \right),$$

gdzie podobnie jak poprzednio oznaczono:

$$y = \sqrt{\frac{p_1}{p_{01}}}, \quad z = \sqrt{\frac{p_2}{p_1}}.$$

W ten sposób uzyskaliśmy zamknięte rozwiązanie w obszarze 2. Pozostaje jeszcze do określenia prawa granica tego obszaru. Stanowi ją charakterystyka  $x = -a_2 t$ . Należy zatem określić prędkość  $a_2$ . Wyznamy ją po określeniu parametrów w ob-

szarach 3 i 5. W obszarach tych poszczególne parametry przyjmują następujące wartości:

$$\begin{aligned}
 \rho_3 = \rho_5 = \rho_2(-a_2 t, t) &= \rho_{01} a_{01} a_2, \\
 \rho_5 = \rho_2(-a_2 t, t) &= \frac{a_2}{a_{01}} \rho_{01}, \quad \rho_3 = \frac{a_2}{a_{01}} \rho_{02}, \\
 (3.23) \quad v_3 = v_5 = v_1 - a_{01} \ln \frac{\rho_2(-a_2 t, t)}{\rho_1} &= v_1 - a_{01} \ln \frac{a_2}{a_{01}} \frac{1}{y} = \\
 &= a_{01} \left( \frac{y^2 - 1}{y} - \ln \frac{a_2}{a_{01}} \frac{1}{y} \right).
 \end{aligned}$$

Ze związków na froncie fali załamanej (3.4)<sub>1,2</sub> znajdziemy

$$(3.24) \quad D_3 = \frac{\rho_3 - \rho_0}{\rho_{02} v_3} = \frac{\rho_{01}}{\rho_{02}} \frac{a_2 - a_{01}}{\frac{y^2 - 1}{y} - \ln \frac{a_2}{a_{01}} \frac{1}{y}}$$

lub

$$(3.25) \quad D_3 = \frac{\rho_3 v_3}{\rho_3 - \rho_{02}} = \frac{a_{01} a_2}{a_2 - a_{01}} \left( \frac{y^2 - 1}{y} - \ln \frac{a_2}{a_{01}} \frac{1}{y} \right).$$

Przyrównując do siebie prawe strony wzorów (3.24) i (3.25), otrzymujemy równanie dla określenia wartości prędkości  $a_2$ :

$$(3.26) \quad \left( \frac{y^2 - 1}{y} - \ln \frac{a_2}{a_{01}} \frac{1}{y} \right)^2 = \frac{\rho_{01}}{\rho_{02}} \left( \frac{a_2 - a_{01}}{\sqrt{a_{01} a_2}} \right)^2$$

lub

$$(3.27) \quad \frac{y^2 - 1}{y} - \ln \frac{A_2}{y} = \frac{A(A_2 - 1)}{A_2^{1/2}},$$

gdzie

$$(3.28) \quad A = \frac{a_{02}}{a_{01}}, \quad A_2 = \frac{a_2}{a_{01}}.$$

Równanie (3.27) rozwiązujemy metodami numerycznymi.

Tym samym problem został rozwiązany. Z kolei przejdziemy do analizy właściwości rozwiązania.

#### 4. WŁASNOŚCI FAL ODBITYCH I ZAŁAMANYCH

W pierwszej kolejności zbadamy, jakie warunki określają rodzaj fali odbitej. Wiadomo jest, że w odbitej fali uderzeniowej zachodzi sprężanie ośrodka, co oznacza, że

$$(4.1) \quad z = \frac{\rho_2}{\rho_1} > 1,$$



Podstawiając (3.11) do (4.1), znajdziemy

$$(4.2) \quad \frac{y^2-1}{2y(Ay+1)} \pm \sqrt{\left[\frac{y^2-1}{2y(Ay+1)}\right]^2 + \frac{y+A}{y(Ay+1)}} > 1$$

lub

$$\left[\frac{y^2-1}{2y(Ay+1)}\right]^2 + \frac{y+A}{y(Ay+1)} > 1 - \frac{y^2-1}{y(Ay+1)} + \left[\frac{y^2-1}{2y(Ay+1)}\right]^2.$$

Stąd po przekształceniach otrzymamy

$$(4.3) \quad A-1 > (A-1)y^2.$$

Nierówność (4.3) będzie spełniona dla

$$(4.4) \quad y = \sqrt{\frac{p_1}{p_0}} > 1,$$

jeśli

$$(4.5) \quad A < 1, \quad \text{tj. } a_{02} < a_{01},$$

lub zgodnie z (3.5)

$$(4.6) \quad \rho_{02} > \rho_{01}.$$

Wynika stąd wniosek, że aby fala odbita była typu uderzeniowego, początkowa gęstość drugiego gazu musi być większa od początkowej gęstości gazu pierwszego. W przeciwnym przypadku będzie się odbijać fala rozrzedzenia.

Dla  $A=1$  ( $a_{02}=a_{01} \rightarrow \rho_{02}=\rho_{01}$ ) z (3.11) otrzymamy

$$(4.7) \quad z = \frac{y^2-1}{2y(y+1)} + \sqrt{\left[\frac{y^2-1}{2y(y+1)}\right]^2 + \frac{y+1}{y(y+1)}} = \frac{y-1}{2y} + \sqrt{\left(\frac{y+1}{2y}\right)^2} = 1.$$

Wynika stąd, że padająca fala uderzeniowa nie ulegnie odbiciu, jeśli  $\rho_{02}=\rho_{01}$ , a to oznacza, że obydwa gazy są identyczne.

Reasumując otrzymane wyniki widzimy, że wnioski dotyczące fal odbitych w gazie izotermicznym są takie same jak dla liniowego ośrodka akustycznego [14] i w sposób zasadniczy różnią się od refrakcji w gazie politropowym [8].

Dla silnej padającej fali uderzeniowej, tj. dla  $y \gg 1$ , przy spełnionym warunku  $\rho_{02} > \rho_{01}$  z (3.11) otrzymujemy

$$(4.8) \quad z \approx \frac{1}{A} = \frac{a_{01}}{a_{02}},$$

co oznacza, że

$$(4.9) \quad \frac{p_2}{p_1} \approx \frac{\rho_{02}}{\rho_{01}}.$$

Z (3.13) znajdziemy:  
na froncie fali odbitej

$$(4.10) \quad \begin{aligned} v_2 &\approx a_{01} \left( y - \frac{A^2 + 1}{A} \right), \\ D_2 &\approx -a_{01} \left( y - \frac{1}{A} \right), \\ \rho_2 &\approx \rho_{01} y^2 \frac{1}{A^2} = \rho_{01} y^2 \left( \frac{a_{01}}{a_{02}} \right)^2 = \rho_{02} y^2; \end{aligned}$$

na froncie fali załamanej

$$(4.11) \quad \begin{aligned} v_3 &= v_2, \quad p_3 = p_2, \\ D_3 &= a_{02} \frac{y^2}{Ay - 1}, \\ \rho_3 &= \rho_{02} y^2 \frac{1}{A^2} = \rho_{02} \frac{\rho_{02}}{\rho_{01}} y^2. \end{aligned}$$

Jeśli dodatkowo założyć, że  $\rho_{02}$  jest porównywalne z  $\rho_{01}$ , tzn., że  $A$  nie jest nieskończenie małe, to wzory ulegają dalszemu uproszczeniu:

$$(4.12) \quad v_2 = v_3 \approx a_{01} y, \quad D_2 \approx -a_{01} y, \quad D_3 \approx a_{01} y.$$

Z kolei dla słabej fali uderzeniowej, tj. dla  $y \approx 1$ , mamy:

$$(4.13) \quad \begin{aligned} z &\approx 1, \\ v_1 &\approx v_2 \approx v_3 \approx 0, \\ D_1 &\approx -D_2 \approx a_{01}, \quad D_3 \approx a_{02}, \\ p_2 &\approx p_1 \approx p_0, \quad \rho_2 \approx \rho_1 \approx \rho_{01}, \quad \rho_3 \approx \rho_{02}. \end{aligned}$$

W ten sposób uzyskaliśmy wzory dla fali słabych zaburzeń (akustycznej).

Dokonując następnego przejścia granicznego  $A \rightarrow 0$  ( $\rho_{02} \rightarrow \infty$ ), otrzymujemy wzory dla fali odbitej od sztywnej ściany [6]:

$$(4.14) \quad \begin{aligned} z &= \frac{y^2 - 1}{2y} + \frac{y^2 + 1}{2y} = y, \\ v_2 &= 0, \\ D_2 &= a_{01} \left( \frac{y^2 - 1}{y} - y \right) = -\frac{a_{01}}{y} = -a_{01} \sqrt{\frac{\rho_{01}}{\rho_1}}, \\ p_2 &= p_0 y^4 = p_0 \left( \frac{p_1}{p_0} \right)^2, \quad \rho_2 = \rho_{01} y^4 = \rho_{01} \left( \frac{\rho_1}{\rho_{01}} \right)^2. \end{aligned}$$

Zwróćmy tutaj uwagę na dość istotny fakt, że w miarę wzrostu intensywności fali padającej prędkość propagacji frontu fali odbitej maleje i w granicy, gdy  $y \rightarrow \infty$ , to  $D_2 \rightarrow 0$ . W gazie politropowym sytuacja jest odwrotna.

Для  $\rho_{02} \rightarrow 0$  получаем случай отражения от свободной поверхности. В то время как (3.6) и (3.22) показывают, что  $a_2 \rightarrow 0$ , тогда как  $v_2(a_2, t) \rightarrow \infty$ , что согласуется с результатами, приведенными в [12].

#### ЛИТЕРАТУРА ЦИТИРОВАННАЯ В ТЕКСТЕ

1. Б. Л. Рождественский, Н. Н. Яненко, *Системы квазилинейных уравнений и их приложения в газовой динамике*, Изд. Наука Москва 1969.
2. Л. Г. Лойцянский, *Механика жидкости и газа*, Изд. Наука, Москва 1973.
3. S. KALISKI, *Isothermal shock-wave*, Bull. Acad. Polon. Sci., Série Sci. techn., in print.
4. Е. И. Заббахин, В. А. Симоненко, *Сходящаяся волна ударная в теплопроводном газе*, ПММ, 29, 2, 1965.
5. S. KALISKI, *About the possibility of generation of density singularity by concentric plasma compression*, J. Tech. Phys., 18, 1, 1977.
6. S. KALISKI, *Odbicie izotermicznej fali uderzeniowej od sztywnej przegrody*, Biul. WAT, 25, 12, 1976.
7. S. KALISKI, *Conditions of a reflectionless transition of a shock wave through a jumplike non-homogeneous medium*, in print.
8. Е. ВЛОДАРСЗЫК, *Влияние физических параметров осреднения газовой смеси на рефракцию плоской фали удердениоевой*, Biul. WAT, 25, 5, 1976.
9. Г. М. Арутюнян, Л. В. Карчевский, *Отраженные ударные волны*, Москва 1973.
10. А. И. Губанов, *Отражение и преломление ударных волн на границе двух сред, I, Случай нормального падения*, Журнал Технической физики, 23, 9, 1958.
11. D. C. PACE, *The reflection and diffraction of shock waves*, J. Fluids Mechanics, 18, 4, 1964.
12. Е. ВЛОДАРСЗЫК, *The process of isothermal expansion of a perfect gas heated by a supersonic thermal wave*, Proc. Vibr. Probl., 15, 3, 1974.
13. Е. ВЛОДАРСЗЫК, *Cooperation of a detonation wave with a supersonic thermal wave*, J. Techn. Phys., 16, 3, 1975.
14. Л. М. Бреховских, *Волны в слоистых средах*, Изд. Наука, Москва 1973.

#### Резюме

#### РЕФРАКЦИЯ ПРОСТОЙ УДАРНОЙ ВОЛНЫ В ИЗОТЕРМИЧЕСКОМ ГАЗЕ

В работе решена проблема рефракции простой, стационарной ударной волны на границе контакта двух изотермических газов. Рассмотрены два случая отраженных волн, волна сжатия или ударная волна и волна разрежения. Исследованы особенности отраженной и преломленной волн, связанные со свойствами изотермических газов. Приведены решения для сильных и слабых волн. Из предельных переходов получены случаи отражения ударной волны от жесткой стенки и от свободной поверхности.

#### SUMMARY

#### REFRACTION OF SIMPLE SHOCK WAVE IN ISOTHERMIC GAS

A problem of refraction of simple stationary shock wave through the contact boundary of two isothermic gases is solved. Two kinds of reflected waves, namely the compression (i.e. shock) wave and rarefaction wave are considered. The singularities of reflected and refracted waves connected with properties of isothermal gases are examined. The solutions for strong and weak waves are given. In a limit case the reflection of a shock wave from a rigid target and free surface is obtained.

Praca została złożona w Redakcji dnia 1 września 1976 r.