

## STANY KRYTYCZNE TARCZ WIRUJĄCYCH W WARUNKACH NIELINIOWEGO PEŁZANIA

JAN WALCZAK (RZESZÓW)

Przedmiotem rozważań niniejszej pracy jest analiza stanów krytycznych tarcz wirujących w warunkach nieliniowego pełzania. Przedstawiono metodę określania krytycznego czasu pracy tarcz opierając się na kryterium bariery dysypacji. Przedstawiono również analizę porównawczą czasów krytycznych, wypuklając sens fizyczny stosowanych kryteriów, dodatkowo podkreślony przeprowadzonymi badaniami fotoreologicznymi.

### 1. WSTĘP

Pierwsze prace dotyczące określania żywotności konstrukcji sięgają roku 1925. H. HENCKY [12] w swojej klasycznej teorii plastyczności podał formuły na określenie czasu krytycznego. W roku 1933 F. K. G. ODQUIST [27] uogólnił rezultaty Hencky'ego na ciała ze wzmocnieniem odkształceniowym. Następne pozycje z tego zakresu to głównie prace ROBINSONA [32] oraz HOFFA [14].

N. Hoff w roku 1953 przedstawił teorię zniszczenia ciągliwego, uogólniając w pewnym sensie ideę Hencky'ego. Przytoczymy ją na przykładzie jednoosiowego rozciągania.

Oznaczmy w tym celu przez  $F$  pole przekroju poprzecznego rozciąganej próbki, a przez  $P$  stałą siłę osiową. Wykorzystując prawo pełzania Nortona oraz logarytmiczną miarę odkształceń, przy założeniu nieściśliwości materiału i pominięciu pierwszego okresu pełzania, otrzymamy

$$(1.1) \quad \dot{\epsilon} = -\frac{1}{F} \frac{dF}{dt} = A \left( \frac{P}{F} \right)^n$$

Całkując to równanie w granicach po 0 do  $t$  oraz przyjmując  $F=F_0$  dla  $t=0$  otrzymamy:

$$(1.2) \quad F_0^n - F^n = nA(P)^n t = nAF_0^n \sigma_{10}^n t$$

W równaniach powyższych  $\dot{\epsilon}$  oznacza odkształcenie pełzania,  $A$ ,  $n$  stałe materiałowe oraz  $\sigma_{10} = P/F_0$ .

Jeżeli pole przekroju będzie dążyć do zera, to obliczony czas krytyczny wg Hoffa wynosić będzie

$$(1.3) \quad t_H^* = \frac{1}{An} \left( \frac{1}{\sigma_{10}} \right)^n$$

W roku 1958 L. KACZANOW [18 i 19] podał teorię zniszczenia kruchego postulując, że płynięcie lepkie i zniszczenie kruche powinny być rozpatrywane jako niezależne procesy. Istnieją jednak pewne materiały, w których efektów tych nie można oddzielić. Mogą zatem istnieć pewne sprzężenia pomiędzy obydwiema formami zniszczenia materiału. Efekty te ujmują teorię RABOTNOWA [30].

Analizę nad zastosowaniami teorii Kaczanowa do problemów stanu wieloosiowego przeprowadzili m.in. J. B. MARTIN i F. A. LECKIE [25], D. R. HAYHURST [7, 8, 10], D. R. HAYHURST i F. A. LECKIE [9, 24], D. R. HAYHURST, F. A. LECKIE, C. J. MORRISON [11], R. P. GOEL [6], S. PIECHNIK i M. CHRZANOWSKI [4] oraz J. HULT [15].

Jak wykazały prace D. R. Hayhursta zastosowanie teorii Kaczanowa-Rabotnowa do złożonych problemów wymaga dużego zaangażowania techniki cyfrowej, co nie zawsze jest najbardziej ekonomiczne. Dlatego też Leckie i Hayhurst poddają w wątpliwość, czy w odniesieniu do konstrukcji złożonych pod względem geometrycznym i obciążeniowym podejście takie jest najbardziej właściwe. Dla uzasadnienia swej tezy podali oryginalną metodę dla problemów stanów granicznych ośrodków lepkosprężystych, wychodząc z równań teorii Rabotnowa, uwzględniając zarówno wieloosiowość stanu naprężenia jak i redystrybucję naprężeń. Metodę tę przytoczymy w dalszej części pracy — przy analizie porównawczej stanów krytycznych tarcz wirnikowych w warunkach nieliniowego pełzania.

## 2. BARIERA DYSYPACJI JAKO KRYTERIUM ŻYWOTNOŚCI TARCZ WIRNIKOWYCH

Przedstawimy odmienną koncepcję określania krytycznych czasów pracy konstrukcji, opierając się na hipotezie o istnieniu bariery dysypacji.

W roku 1967 Z. BYCHAWSKI i W. OLSZAK [1] sformułowali hipotezę, że dla ośrodków lepko-sprężystych o przejściu w stan krytyczny decyduje zarówno energia akumulowana jak i dysypowana i że w ogólnym przypadku ich udział w procesie zniszczenia reologicznego należy traktować równorzędnie.

Ci sami autorzy rozszerzyli w roku 1969 [2] swą hipotezę na ośrodki nieliniowe wyrażając opinię, że miarę osiągnięcia stanów krytycznych stanowi funkcja energii akumulowanej i dysypowanej

$$(2.1) \quad f(E_A, E_D) = \text{const.}$$

Jeżeli ośrodek posiada zdolność dysypowania energii, a stosunkowo małą zdolność jej akumulowania, to stan krytyczny, jaki zachodzi w materiale, jest funkcją głównie dysypacji. W tym przypadku kryterium (2.1) przyjmie postać:

$$(2.2) \quad f(E_D) = \text{const.}$$

W równaniach (2.1), (2.2)  $E_D$  oznacza energię dysypowaną właściwą stanu ustalonego pełzania oraz  $E_A$  energię akumulowaną, właściwą.

Pierwszy raz sformułowanie «kryterium bariery dysypacji» zostało użyte przez Z. BYCHAWSKIEGO i H. KOPECKIEGO [3] w r. 1972. Zastosowanie powyższego

kryterium oraz nadanie kształtu funkcji  $f(E_D)$  dla problemu wyboczenia przy pełzaniu przedstawili w 1972 r. H. KOPECKI i J. ZACHARZEWSKI [23].

W 1973 r. H. KOPECKI i J. WALCZAK [20] przedstawili sposób określania czasu krytycznego wirującej tarczy, przyjmując w pierwszym przybliżeniu, że energia dysypowana jest stała w chwili osiągnięcia stanu krytycznego. Dalsze rozważania przedstawione w pracach H. KOPECKIEGO i J. WALCZAKA [21, 22] oraz J. WALCZAKA [34] były kolejnym etapem rozwinięcia kryterium energetycznego. W pracach tych sformułowano matematyczną postać bariery dysypacji, uzależniając ją od dwóch parametrów fizycznych, tj. energii dysypowanej i intensywności naprężeń. Po kolejnych modyfikacjach kryterium to napiszemy w formie

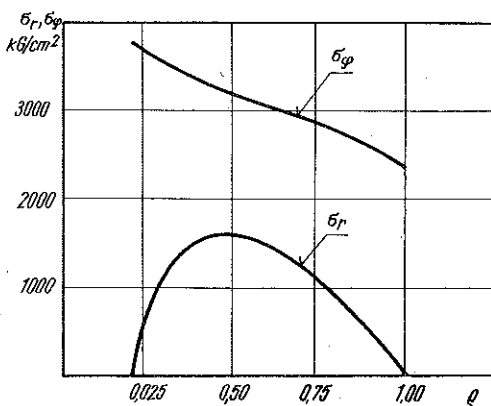
$$(2.3) \quad f(\sigma_e, E_D) = \text{const} = K,$$

będącej jedynie inną postacią zapisu (2.1).

Występująca w równaniu (2.3) stała  $K$  wyznaczona zostanie z krzywych pełzania przy założeniu, że przejście materiału w III okres pełzania jest już niebezpieczne, dla konstrukcji zaś lotniczych wykluczone ze względów bezpieczeństwa.

Pod pojęciem czasu krytycznego będziemy zatem rozumieli czas, po upływie którego lokalnie, w miejscu największego naprężenia zastępczego, rozpoczyna się III okres pełzania.

Aby określić funkcję  $f(\sigma_e, E_D)$  należy najpierw wyznaczyć energię dysypowaną i intensywność stanu naprężenia, czyli należy rozwiązać zagadnienie wirującej tarczy w zakresie ustalonego pełzania. Rozwiązania takie dla różnych przypadków obciążeń mechanicznych i cieplnych zawarte są w pracy J. WALCZAKA [34], a także w pracach [35, 22]. Przytoczymy tu jedynie rozwiązanie dla najprostszego przypadku wirującej tarczy ze stałą prędkością kątową, pracującej w ustalonym i jednorodnym polu temperatury, obciążonej jedynie siłami masowymi (rozwiązanie zawarte w pracach [22 i 34]).



Rys. 1

Rys. 1 przedstawia rozkład naprężeń promieniowych i obwodowych przy przyjęciu prawa pełzania Nortona-Odqvista obliczonych metodą Rungego-Kutty dla tarczy o stałej grubości z otworem o wymiarach: promień zewnętrzny  $R=25$  cm, promień wewnętrzny  $r_0=0,2R$ , prędkość kątowa  $\Omega=1200$  1/s, materiał tarczy (stal chromo-krzemowo-molibdenowa) był badany w temperaturze  $540^\circ\text{C}$ .

Moc dysypowana na jednostkę objętości wyraża się wzorem

$$(2.4) \quad \dot{E}_D = \sigma_{ij}(\rho, t) \dot{\epsilon}_{ij}.$$

W przypadku tarczy wirującej ze stałą prędkością kątową w stałej temperaturze, otrzymamy wyrażenie na moc dysypowaną w formie

$$(2.5) \quad \dot{E}_D = \sigma_r \dot{\varepsilon}_r + \sigma_\varphi \dot{\varepsilon}_\varphi.$$

Prawo pełzania ustalonego Nortona-Odqvista dla przypadku płaskiego stanu naprężenia i przy założeniu, że materiał tarczy jest nieściśliwy, posiada postać

$$(2.6) \quad \begin{aligned} \dot{\varepsilon}_r &= A \sigma_e^{n-1} \left( \sigma_r - \frac{1}{2} \sigma_\varphi \right), \\ \dot{\varepsilon}_\varphi &= A \sigma_e^{n-1} \left( \sigma_\varphi - \frac{1}{2} \sigma_r \right), \end{aligned}$$

gdzie  $\sigma_r$  oznacza składową promieniową stanu naprężenia,  $\sigma_\varphi$  składową obwodową,  $\dot{\varepsilon}_r$ ,  $\dot{\varepsilon}_\varphi$  odpowiednio składową promieniową i obwodową prędkości odkształcenia oraz  $A$  i  $n$  stałe materiałowe.

Zatem wyrażenie na moc dysypowaną przyjmie postać

$$(2.7) \quad \dot{E}_D = A \sigma_e^{n-1} \left[ \left( \sigma_r - \frac{1}{2} \sigma_\varphi \right) \sigma_r + \left( \sigma_\varphi - \frac{1}{2} \sigma_r \right) \sigma_\varphi \right],$$

po redukcji zaś otrzymamy

$$(2.8) \quad \dot{E}_D = A \sigma_e^{n+1}.$$

Całkując w granicach  $\langle 0, t \rangle$  otrzymamy wyrażenie na energię dysypowaną właściwą:

$$(2.9) \quad E_D = A \sigma_e^{n+1} t.$$

Funkcję  $f(\sigma_e, E_D)$  wyznaczmy na podstawie charakterystyk reologicznych materiału, dla których krzywe pełzania  $\varepsilon = \varepsilon(t)$  przy ustalonym  $\sigma$  (w odpowiednim szerokim przedziale zmian naprężenia) są znane przy założeniu, że charakter zależności dla stanu jednoosiowego  $\dot{\varepsilon} = f(\sigma)$  jest identyczny z charakterem zależności  $\dot{\varepsilon}_e = f(\sigma_e)$  dla stanu wieloosiowego.

Dysponując krzywymi pełzania jesteśmy w stanie określić czas krytyczny  $t^*$ , po upływie którego próbkę przechodzi w III okres pełzania.

Przeprowadzona analiza wyników prób pełzania szeregu materiałów wykazuje, że ilość energii dysypowanej do chwili zniszczenia próbki w zależności od naprężenia, jakie panuje w próbce, spełnia następujące równanie:

$$(2.10) \quad f(\sigma_e, E_D) = \frac{E_D^\beta}{\sigma_e^{1/\beta}} = \text{const} = K.$$

Oznacza to, że poziom bariery dysypacji został ustalony w zależności od dwóch parametrów fizycznych, tj. energii dysypowanej i miensywności stanu naprężenia.

Ideą sformułowania wyżej przedstawionej bariery dysypacji było podanie takiej formuły, która zachowuje stałą wartość, niezależnie od poziomu naprężenia. Stałość tej bariery wykazana została dla stali chromo-krzemowo-molibdenowej, badanej w temperaturze 540°C [34], a więc materiału znajdującego zastosowanie w konstrukcjach lotniczych i reprezentującego pewną klasę stopów żarowytrzymałych.

Wykorzystując równanie (2.9) i (2.10) otrzymamy

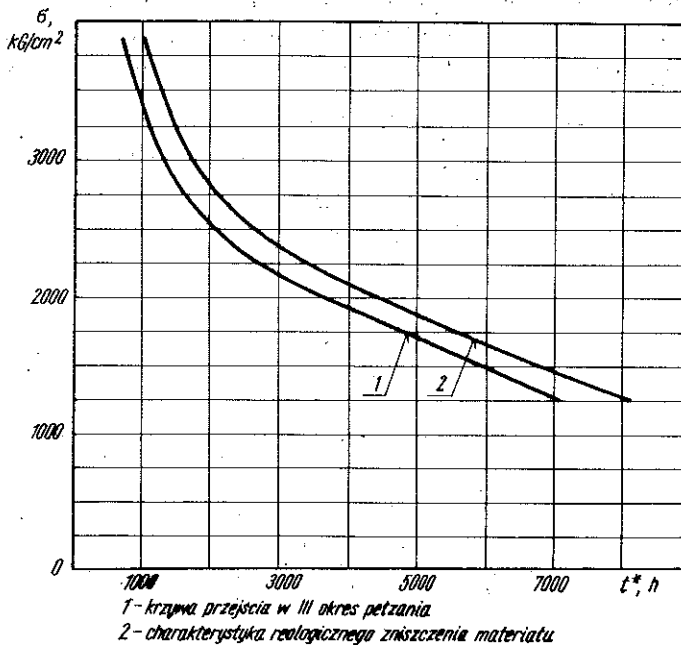
$$(2.11) \quad f(\sigma_e, E_D) = A^\beta \sigma_e^{\left[ \frac{(n+1)\beta - \frac{1}{\beta}}{\beta} \right]} (t^*)^\beta = K.$$

Stąd czas krytyczny dla problemu wirującej tarczy wynosić będzie

$$(2.12) \quad t_{bd}^* = K^{\frac{1}{\beta}} / \left\{ A^\beta \sigma_e^{\left[ \frac{(n+1)\beta - \frac{1}{\beta}}{\beta} \right]} \right\}^{1/\beta}.$$

Opierając się na charakterystykach przejścia materiału <sup>(1)</sup> w III okres pełzania (rys. 2) wyznaczono stałe  $K$  i  $\beta$ . Stałe te określono numerycznie. Mianowicie, równanie (2.11) dla stanu jednoosiowego posiada postać

$$(2.13) \quad A^\beta \sigma_e^{\left[ \frac{(n+1)\beta - \frac{1}{\beta}}{\beta} \right]} (t^*)^\beta = K = \text{const.}$$



Rys. 2

Numeryczne poszukiwanie stałych  $K$  i  $\beta$  przeprowadzono dla danych:  $n=3$ ,  $A=0,58 \cdot 10^{-15} [\text{cm}^2/\text{kG}^3 \text{ godz.}^{-1}]$  oraz dla czterech poziomów obciążeń [29]:

$\sigma^I = 1225 \text{ kG/cm}^2$ — czas krytyczny	$t^* = 7000 \text{ godz.}$ ,	$K = 0,9892 \cdot 10^{-4}$ ,
$\sigma^{II} = 1750 \text{ kG/cm}^2$ — czas krytyczny	$t^* = 4000 \text{ godz.}$ ,	$K = 1,02986 \cdot 10^{-4}$ ,
$\sigma^{III} = 2100 \text{ kG/cm}^2$ — czas krytyczny	$t^* = 3000 \text{ godz.}$ ,	$K = 1,05014 \cdot 10^{-4}$ ,
$\sigma^{IV} = 2400 \text{ kG/cm}^2$ — czas krytyczny	$t^* = 2000 \text{ godz.}$ ,	$K = 0,93584 \cdot 10^{-4}$ .

Stąd  $K = K_{sr} = 1,00127 \cdot 10^{-4} [\text{cm}^2/\text{kG}]^{\frac{1}{\beta} - \beta}$ , natomiast  $\beta = 0,665$ .

(<sup>1</sup>) Stal chromo-krzemowo-molibdenowa badana w temperaturze 540°C, S. PONOMARIEW [29].

Czas krytyczny dla wirującej tarczy ze stałą prędkością kątową, pracującej w ustalonym i jednorodnym polu temperatury, zgodnie z powyższym kryterium, wynosić będzie

$$(2.14) \quad t_{hd}^* = 995 \text{ godz.}$$

### 3. ANALIZA PORÓWNAWCZA CZASÓW KRYTYCZNYCH

Przedstawimy z kolei porównanie czasów krytycznych tarcz wirnikowych z materiału wykazującego nieliniowe pełzanie. W tym celu wykorzystamy kryteria Hoffa, Leckie'go-Hayhursta oraz bariery dysypacji.

Określenie czasu krytycznego wirującej tarczy na podstawie teorii Hoffa przedstawił W. I. ROZENBLUM [33]. Ze względu na porównanie wyników przytoczymy podstawowe formuły służące do określania czasu krytycznego podane w pracy [33].

Według propozycji ROZENBLUMA [33] decydujący wpływ na wyteżenie będzie miało naprężenie obwodowe  $\sigma_\varphi$ . Wobec tego, stosując warunek Tresci, otrzymuje się

$$(3.1) \quad \sigma_e = \sigma_\varphi.$$

Rozwiązując zagadnienie wirującej tarczy (ROZENBLUM [33]) otrzymujemy formułę na określenie krytycznego czasu pracy:

$$(3.2) \quad \Delta(t) = cF(\infty),$$

gdzie oznaczono

$$(3.3) \quad \Delta(t) = \int_0^t B(t) dt,$$

$$(3.4) \quad F(x) = \int_0^x f^n(x) dx, \quad x = \frac{u}{a_0},$$

$$(3.5) \quad f(x) = \frac{\frac{\lambda\mu+x}{(\lambda+x)^\mu} \frac{\mu+x}{(1+x)^\mu}}{\frac{\lambda^3-1}{3} + x \frac{\lambda^2-1}{2}},$$

$$(3.6) \quad \lambda = \frac{b_0}{a_0}, \quad \mu = \frac{1}{n},$$

$$(3.7) \quad \frac{1}{c} = (\rho\Omega^2 a_2^2)^n \left( \frac{1-\mu}{n} \right)^n \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \right)^{n+1}.$$

We wzorach tych  $u$  oznacza przemieszczenie promieniowe,  $a_0$  promień wewnętrzny tarczy,  $b_0$  promień zewnętrzny tarczy,  $\Omega$  prędkość kątową oraz  $B$  i  $n$  współczynniki równania konstytutywnego.

Formuła Hoffa dla określenia krytycznego czasu pracy posiada w tej notacji postać

$$(3.8) \quad \Delta(t) = \frac{1}{n(k_1 \sigma_\varphi^0)^n},$$

gdzie  $\sigma_\phi^0$  oznacza średnie naprężenia  $\sigma_\phi$  wzdłuż promienia tarczy, które wynosi

$$(3.9) \quad \sigma_\phi^0 = \frac{1}{b_0 - a_0} \int_{a_0}^{b_0} \sigma_\phi dr_0 = \frac{1}{3} \rho \Omega^2 (b_0^2 + a_0 b_0 + a_0^2),$$

gdzie  $\rho$  oznacza tu gęstość właściwą.

Dokonyjąc porównania ze stanem jednoosiowym możemy napisać

$$(3.10) \quad \sigma_0 = k_1 \mu_\phi^0,$$

gdzie

$$(3.11) \quad k_1 = \frac{3}{1 + \lambda + \lambda^2} \left( \frac{3}{2n} \right) \frac{1 - \mu}{F(\infty)}.$$

Zależność współczynnika  $k_1$  od wykładnika nieliniowości  $n$  przedstawiona jest w pracach [17 i 33] i dla  $n=3$  wynosi  $k_1=1,25$ .

Średnie naprężenie wzdłuż promienia tarczy  $\sigma_\phi^0$  obliczymy ze wzoru (3.9) dla danych:  $a_0=5$  cm,  $b_0=25$  cm,  $g=9,81$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma=7,8$  G/cm<sup>3</sup>,  $\Omega=1200$  1/s. Wynosi ono  $\sigma_\phi^0=2957,981$  kG/cm<sup>2</sup>. Podstawiając do równania (3.10) otrzymamy  $\sigma_0=3697,477$  kG/cm<sup>2</sup>. Czas krytyczny  $t_H^*$  odczytany z charakterystyki reologicznego zniszczenia materiału (przedstawionej na rys. 2) wynosi

$$(3.12) \quad t_H^* = 1300 \text{ godz.}$$

Idea postępowania wg koncepcji Leckie'go-Hayhursta jest podobna, jednak metoda liczenia naprężenia zastępczego (nazywanego tu «reprezentatywnym naprężeniem niszcącym») jest inna.

Równania wyjściowe (Rabotnowa) do tej metody mają postać

$$(3.13) \quad \dot{\epsilon} = f(\sigma, \omega), \quad \dot{\omega} = q(\sigma, \omega),$$

gdzie  $\dot{\epsilon}$  oznacza prędkość odkształcenia oraz  $\omega$  zmienną stanu, która może być interpretowana jako miara zniszczenia (parametr zniszczenia).

W przypadku szczególnym jednoosiowego stanu naprężenia równania (3.13) można przedstawić w formie

$$(3.14) \quad \dot{\epsilon} = A [\sigma / (1 - \omega)]^n,$$

$$(3.15) \quad \dot{\omega} = C [\sigma / (1 - \omega)]^v,$$

gdzie  $A$ ,  $n$ ,  $C$ ,  $v$  oznaczają stałe materiałowe.

Po scałkowaniu równania (3.15) otrzymamy

$$(3.16) \quad t^* = 1 / C (1 + v) \sigma^v.$$

Z równania (3.16) można obliczyć stałe  $v$  i  $C$  znając charakterystyki reologicznego zniszczenia materiału, podczas gdy stałe  $A$  i  $n$  można otrzymać z krzywych pełzania.

Powołując się na badania eksperymentalne P. W. DAVISA i R. DUTONA [5], A. E. JOHNSONA, J. HENDERSONA i V. D. MATHURA [16] oraz J. HENDERSONA i

J. D. SNEDDONA [13]; LECKIE i HAYHURST [24] wprowadzają pojęcie reprezentatywnego naprężenia niszczonego  $\sigma_R$ , uzależnionego od energii dysypowanej stanu ustalonego pełzania:

$$(3.17) \quad \sigma_R = A^{-1/n} \left\{ \int_{r_0}^R (\dot{E}_D / A^{-1/n})^{(n+1+\nu)(n+1)} dr \right\}^{1/2} \left/ \int_{r_0}^R \dot{E}_D / A^{-1/n} dr \right\}^{1/2}.$$

Mając obliczone wartości reprezentatywnego naprężenia niszczonego można zidentyfikować czas krytyczny  $t_{L-H}^*$ , bądź też odczytać go wprost z charakterystyki reologicznego materiału w warunkach nieliniowego pełzania. Występujące w równaniu (3.17) wyrażenie na moc dysypowaną określone jest równaniem (2.4).

Wobec tego reprezentatywne naprężenie niszczone  $\sigma_R$  wynosi

$$(3.18) \quad \sigma_R = A^{-1/n} \left\{ \int_{r_0}^R [(\sigma_r^2 - \sigma_r \sigma_\phi + \sigma_\phi^2)^{\frac{n+1}{2}} A^{\frac{n+1}{n}}]^{(n+1+\nu)(n+1)} dr \right\}^{1/2} \left/ \int_{r_0}^R [(\sigma_r^2 - \sigma_r \sigma_\phi + \sigma_\phi^2)^{\frac{n+1}{2}} A^{\frac{n+1}{n}}] dr \right\}^{1/2}.$$

Naprężenie reprezentatywne  $\sigma_R$  obliczone zostało numerycznie dla naprężeń  $\sigma_r$ ,  $\sigma_\phi$  przedstawionych na rys. 1 oraz dla stałej  $\nu$  wyznaczonej z charakterystyki zniszczenia reologicznego i z równania (3.16):

$$(3.19) \quad \sigma_R = 3142,189 \text{ kG/cm}^2.$$

Czas krytyczny odczytany z reologicznej charakterystyki zniszczenia rozważanego materiału (rys. 2) wynosić będzie

$$(3.20) \quad t_{L-H}^* = 1450 \text{ godz.}$$

Tablica 1. Porównanie czasów krytycznych

$t_K^*$ [godz]	$t_{L-H}^*$ [godz]	$t_p^*$ [godz]	$t_{bd}^*$ [godz]
1300	1450	841	997

W tablicy 1 przedstawiono zestawienie czasów krytycznych obliczonych różnymi metodami dla tej samej, wirującej ze stałą prędkością kątową tarczy, zrobionej ze stali chromo-krzemowo-molibdenowej, dla której rozkład naprężeń przedstawiony jest na rys. 1.

Z porównania czasów krytycznych wynika, że czas obliczony na podstawie kryterium bariery dysypacji jest zbliżony do czasów krytycznych uzyskanych na podstawie innych teorii. Nasuwają się tu jednak pewne spostrzeżenia natury praktycznej. Metoda Leckie'go-Hayhursta ma charakter integralny, podczas gdy przedstawione kryterium bariery dysypacji ma charakter lokalny.

W szeregu konstrukcji bardziej przydatną może okazać się znajomość czasu krytycznego, po upływie którego konstrukcja lokalnie osiąga stan krytyczny, przechodząc w III okres pełzania. Przykładem tego typu konstrukcji są tarcze wirnikowe



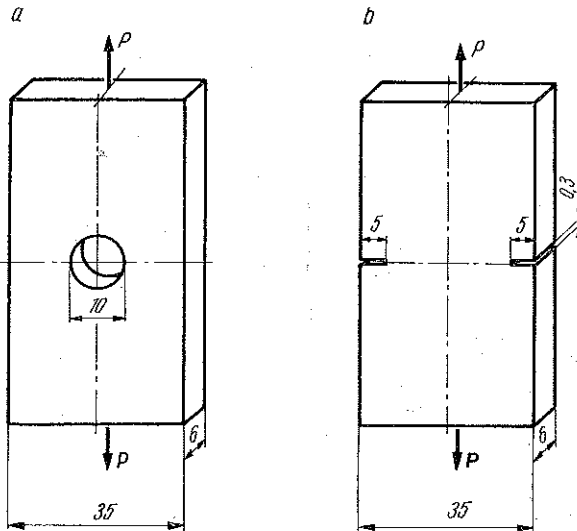
lotniczych silników przepływowych, dla których lokalne osiągnięcie stanu krytycznego praktycznie biorąc wyklucza możliwość dalszej eksploatacji silnika.

Przedstawiona w tej pracy metoda liczenia czasów krytycznych na podstawie kryterium bariery dysypacji charakteryzuje się ogólnością oraz łatwością w zastosowaniach praktycznych. Występujące różnice w przedstawionych przykładach numerycznych wynikają z odmiennej interpretacji w sensie fizycznym pojęcia stanu krytycznego w omawianych zagadnieniach.

#### 4. BADANIA FOTOREOLOGICZNE

Przedstawimy z kolei badania eksperymentalne ujmujące w sposób wymowny różnicę w metodzie podejścia do problemów stanów granicznych w warunkach nieliniowego pełzania. Ustosunkujemy się również do zjawiska koncentracji, a tym samym redystrybucji naprężeń, będącej wynikiem zmiękczenia materiału wskutek jego przejścia w III okres pełzania (MARTIN i LECKIE [25]). Rozważymy w tym świetle dwie zasadniczo różne metody oceny stanów krytycznych, tj. kryterium Leckie'go-Hayhursta i bariery dysypacji.

W tym celu posłużymy się przykładem obrazującym redystrybucję naprężeń w modelach elastooptycznych tarcz przedstawionych na rys. 3 wykonanych z materia-



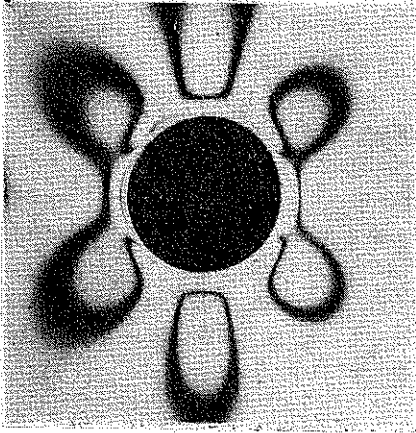
Rys. 3

łu PSM-5<sup>(2)</sup>. Eksperyment polegał na fotograficznej rejestracji zjawiska zmiany obrazu optycznego w czasie, wywołanego pełzaniem materiału będącego pod stałym obciążeniem  $L=50$  kG, w temperaturze  $T=110^{\circ}\text{C}$ . Badania przeprowadzono w piecu z wbudowanymi filtrami polaryzacyjnymi.

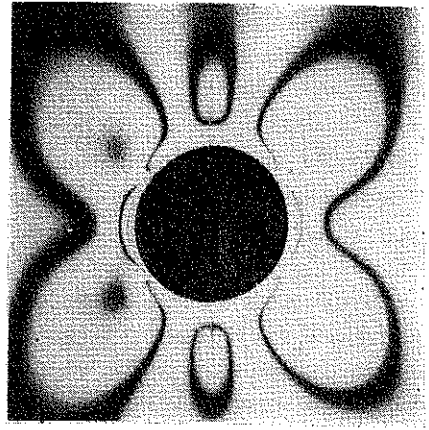
<sup>(2)</sup> PSM-5 — materiał elastooptyczny, epoksydowy, produkcji Photo-elastic Inc., Malvern, Pa., USA

Aby uchwycić charakter zmian obrazu optycznego w pierwszym okresie pełzania wykonano zdjęcia dla czasów:  $t_0=0$ ,  $t_1=15$  min,  $t_2=30$  min.

W obu badanych tutaj tarczach można zaobserwować na załączonych zdjęciach (rys. 4-6 i rys. 12-14) duże zmiany obrazu izochrom wywołane zmianą deformacji

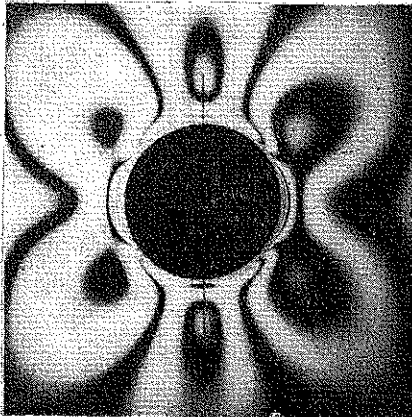


Rys. 4. Obraz izochrom w momencie przyłożenia siły

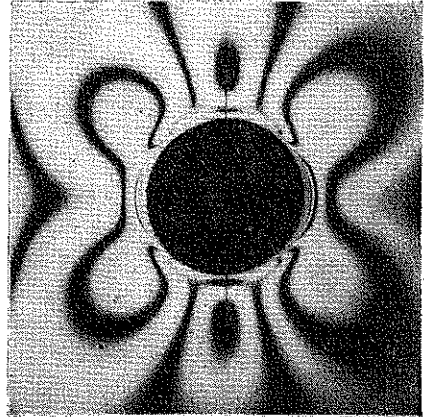


Rys. 5. Obraz izochrom po czasie  $t_1=15$  min

w czasie. Jak łatwo zauważyć, krócej trwa okres nieustalonego pełzania w przypadku modelu przedstawionego na rys. 4, co będzie przedmiotem komentarza w dalszej części pracy.



Rys. 6. Obraz izochrom po czasie  $t_2=30$  min



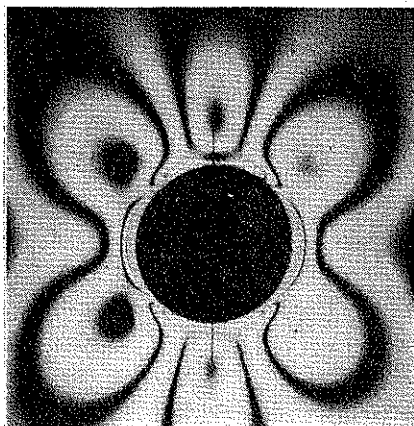
Rys. 7. Obraz izochrom po czasie  $t_3=2$  godz

Kolejne fotografie obrazują rozkład izochrom po czasach:  $t_3=2$  godz,  $t_4=4$  godz,  $t_5=8$  godz,  $t_6=12$  godz,  $t_7=18$  godz. (rys. 7-11 i rys. 15-19).

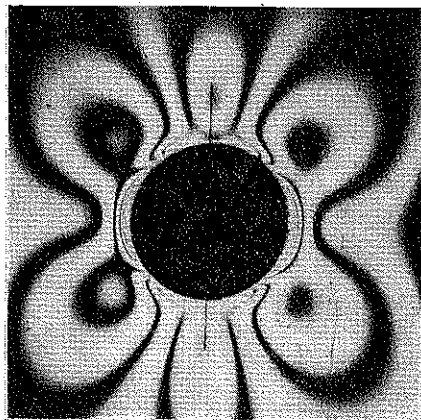
Powolny charakter obserwowanych tu zmian jest odzwierciedleniem okresu ustalonego pełzania (dla modelu 3a obserwujemy koniec pierwszego okresu pełzania

dopiero dla czasu  $t_4$  <sup>(3)</sup>, wcześniej też w modelu 3b osiągnięty został III okres pełzania).

Stosując kryterium bariery dysypacji, które jest funkcją II niezmiennika stanu naprężenia i energii dysypowanej, jesteśmy w stanie efekty te uchwycić, a więc możemy określić czas krytyczny w miejscach największej koncentracji naprężeń.

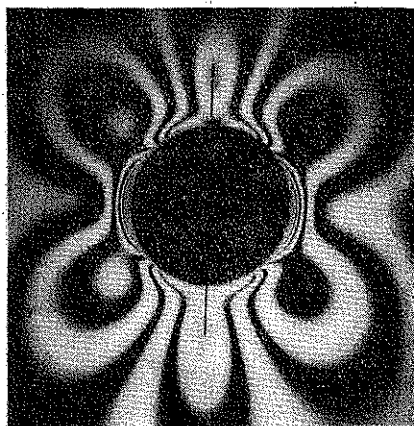


Rys. 8. Obraz izochrom po czasie  $t_4=4$  godz

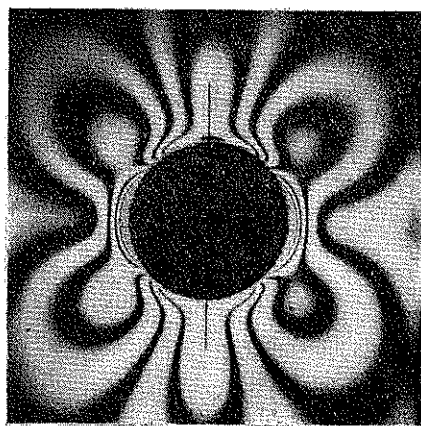


Rys. 9. Obraz izochrom po czasie  $t_5=8$  godz

Ocena czasów krytycznych dla podobnych modeli (wykonanych ze stopu aluminium) dokonana przez HAYHURSTA [24] oraz HAYHURSTA, MORRISONA i LECKIE'GO [11] doprowadziła tych autorów do wniosku, że czas krytyczny będzie proporcjo-



Rys. 10. Obraz izochrom po czasie  $t_6=12$  godz

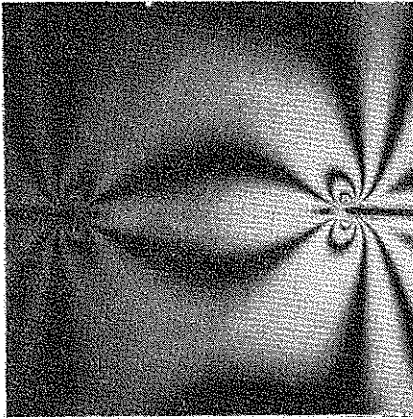


Rys. 11. Obraz izochrom po czasie  $t_7=18$  godz

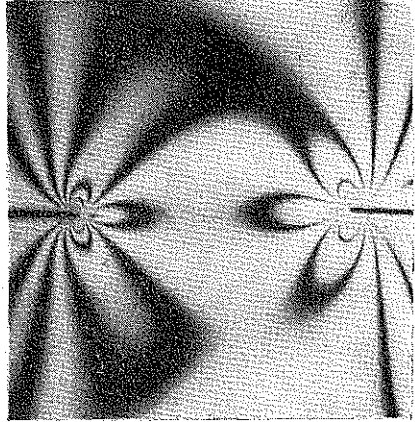
<sup>(3)</sup> Orientacja czasowa odnośnie trwania poszczególnych okresów pełzania była znana na podstawie przeprowadzonych prób pełzania dla identycznego poziomu obciążenia i temperatury.

nalny do naprężenia średniego wskutek zaobserwowanego zjawiska redystrybucji naprężeń w III okresie pełzania oraz ze względu na integralny charakter kryterium Leckie'go-Hayhursta.

Taki sposób wydaje się możliwy w przypadku, gdy dopuszczamy do pojawienia III okresu pełzania w rozważanej konstrukcji. W przeciwnym przypadku, a zwłaszcza

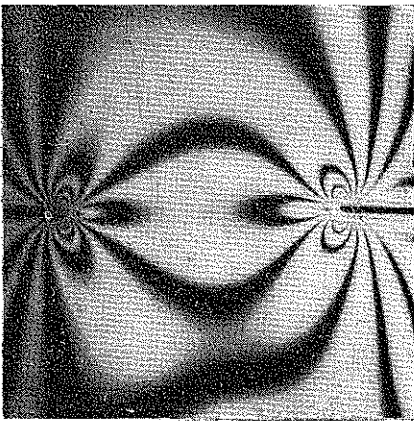


Rys. 12. Obraz izochrom w momencie przyłożenia siły

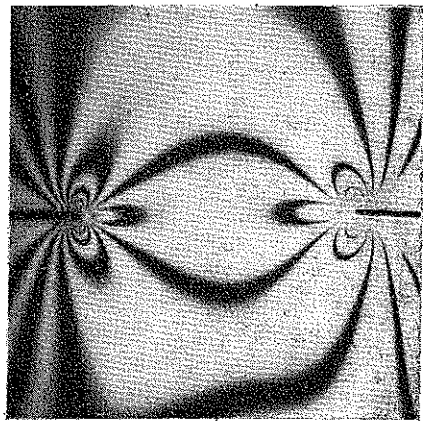


Rys. 13. Obraz izochrom po czasie  $t_1=15$  min

w odniesieniu do konstrukcji lotniczych, zaistnienie III okresu pełzania nie może mieć miejsca. W tego rodzaju przypadkach opieranie się na koncepcji naprężenia reprezentatywnego należy wykluczyć. Dochodzimy w ten sposób do wniosku, że



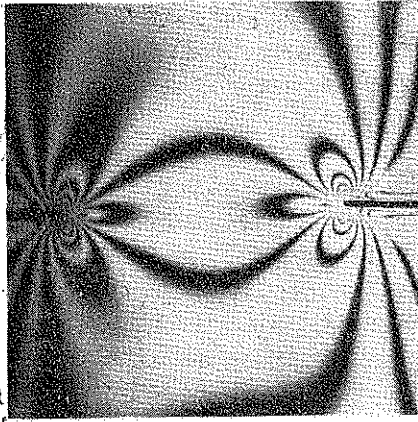
Rys. 14. Obraz izochrom po czasie  $t_2=30$  min



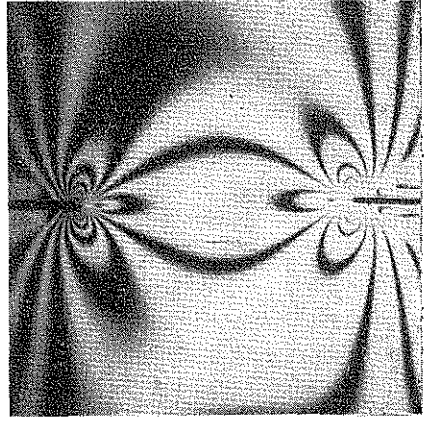
Rys. 15. Obraz izochrom po czasie  $t_3=2$  godz

różnym kryteriom odpowiada ściśle sprecyzowana definicja czasu krytycznego, jak również zastosowanie do problemów określania żywotności elementów konstrukcji. Zastosowanie kryterium zależy również od materiału elementu konstrukcyjnego.

W przedstawionych bowiem badaniach fotoreologicznych zniszczenie próbki było proporcjonalne do maksymalnego naprężenia (nie zaobserwowano widocznego zjawiska redystrybucji naprężeń) w modelu 3b, w której krócej trwał I, II i III okres pełzania aniżeli w modelu 3a. Stosując kryterium bariery dysypacji możemy lokalnie,



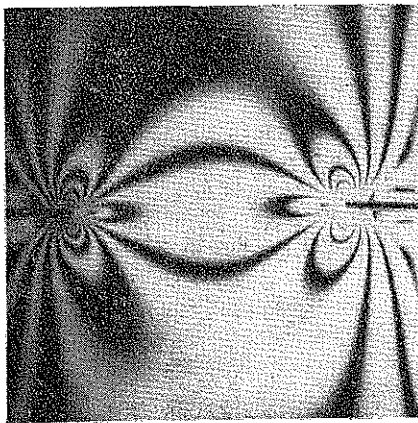
Rys. 16. Obraz izochrom po czasie  $t_4=4$  godz



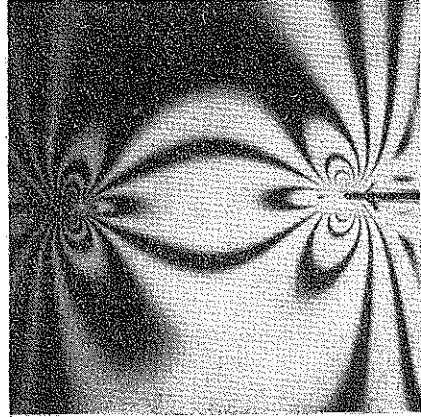
Rys. 17. Obraz izochrom po czasie  $t_5=8$  godz

w miejscu największego naprężenia zastępczego, określić czas przejścia materiału w II okres pełzania, czyli czas krytyczny w ujęciu kryterium bariery dysypacji.

W zakończeniu niniejszej pracy pragniemy podkreślić aspekty praktyczne proponowanej metody liczenia czasów krytycznych, która ujęta w formę algorytmu



Rys. 18. Obraz izochrom po czasie  $t_6=12$  godz



Rys. 19. Obraz izochrom po czasie  $t_7=18$  godz

i programu na komputer stwarza wygodne narzędzie projektantom elementów konstrukcji lotniczych pracujących w warunkach, w których własności reologicznych nie można pomijać.

## 5. WNIOSKI

Celem obecnej pracy było zaprezentowanie oryginalnej, mającej uzasadnienie fizyczne, metody określania czasów krytycznych tarcz wirnikowych. Metoda ta opiera się na hipotezie o istnieniu bariery dysypacji podanej przez Z. Bychawskiego i W. Olszaka.

W niniejszej pracy sformułowano matematyczną postać bariery dysypacji uzależniając ją od dwóch czynników fizycznych, tj. od energii dysypowanej i intensywności naprężeń.

Obliczone czasy krytyczne na podstawie tak sformułowanej idei określania żywotności konstrukcji porównano z wynikami uzyskanymi na podstawie kryterium Hoffa i Leckie'go-Hayhursta. Z porównania tego wynika, że czas obliczony na podstawie kryterium bariery dysypacji jest zbliżony do czasów krytycznych uzyskanych na bazie innych teorii. Występujące różnice mają swoje uzasadnienie fizyczne. Kryterium bariery dysypacji ma charakter lokalny, kryterium Leckie'go-Hayhursta integralny. W przypadku stosowania kryterium bariery dysypacji za czas krytyczny uważano czas przejścia w III okres pełzania, podczas gdy w przypadku stosowania kryterium Hoffa lub Leckie'go-Hayhursta czas krytyczny odczytano z reologicznej charakterystyki zniszczenia materiału.

Wymownym przykładem ilustrującym różnicę w podejściu do oceny stanów krytycznych w warunkach pełzania są przeprowadzone badania fotoreologiczne. Diametralnie różna ocena stanów krytycznych wynika z przedstawionej już fizycznej interpretacji proponowanych kryteriów, co prowadzi do wniosku, że różnym kryteriom odpowiada różne zastosowanie oraz ściśle sprecyzowana definicja czasu krytycznego.

Sądzić należy, że dalsza weryfikacja, zarówno eksperymentalna jak i teoretyczna, wskaże na inne ważne aspekty wynikające z faktu stosowania kryterium bariery dysypacji.

## LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. Z. BYCHAWSKI, W. OLSZAK, *Energetyczna interpretacja stanów krytycznych*, Prace IPPT PAN, 2/1967.
2. Z. BYCHAWSKI, W. OLSZAK, *Creep phenomena and failure of non-linear rotational membranes*, Problemy gidrodinamiki i mechaniki spłóśnoej srody, Moskwa 1969.
3. Z. BYCHAWSKI, H. KOPECKI, *O stateczności reologicznej i reologicznym wyboczeniu*, V Sympozjon poświęcony reologii, Wrocław 1972.
4. S. PIECHNIK, M. CHRZANOWSKI, *Time of total creep rupture of beam under combined tension and bending*, Int. J. of Solids and Struct., 6, 1970.
5. P. W. DAVIES, R. DUTTON, *Cavity growth mechanism during creep*, Acta Metall., 14, 1966.
6. R. P. GOEL, *On the creep rupture of a tube and sphere*, Trans. ASME, E42, 3, 1975.
7. D. R. HAYHURST, *Creep rupture under multi-axial states of stress*, J. Mech. Phys. Sol., 20, 1972.
8. D. R. HAYHURST, *The prediction of creep-rupture times of rotating discs using biaxial damage relationships*, Trans. ASME, E40, 4, 1973.
9. D. R. HAYHURST, F. A. LECKIE, *The effect of creep constitutive and damage relationships upon the rupture time of a solid circular torsion bar*, J. Mech. Phys. Sol., 21, 6, 1973.

10. D. R. HAYHURST, *Stress redistribution and rupture due to creep in a uniformly stretched thin plate containing a circular hole*, Trans. ASME, E40, 1973.
11. D. R. HAYHURST, C. J. MORRISON, F. A. LECKIE, *The effect of stress concentration on the creep rupture of tension panels*, Trans. ASME, E42, 3, 1975.
12. H. HENCKY, *Über lamsame stationäre Strömungen in plastischen Massen mit Rücksicht auf die Vorgänge beim Walren Pressen und Ziehen von Metallen*, Z. Angew. Math. Mech., 5, 155, 1925.
13. J. HENDERSON, J. D. SNEDDON, Nat. Eng. Lab. Rep., 509, 1972.
14. N. HOFF, *The necking and the rupture of rods subjected to constant tensile loads*, Journ. Appl. Mech., 20, 1, 1953.
15. J. HULT, *O mechanikie razrušenija pri stupienčatom nagruženju*, Mechanika defomirujemych teł i konstrukciji, Moskwa 1975.
16. E. A. JOHNSON, J. HENDERSON, V. D. MATHUR, *Combined stress creep fracture of a commercial copper at 250 deg-cent*, The Engineer, 202, 1956.
17. Ł. M. KACZANOV, *Osnovy mechaniki razrušenija* Nauka, Moskwa 1974.
18. Ł. M. KACZANOW, *Rupture time under creep conditions*, Problems of Continuum Mechanics, Philadelphia 1961.
19. Ł. M. KACZANOV, *O vremeni razrušenija v uslovijach polzuesit*, Izv. Akad. Nauk ZSRR, OTN, 8, 1958.
20. H. KOPECKI, J. WALCZAK, *Analityczne rozwiązania dla tarcz wirujących o nieliniowej charakterystyce natychmiastowej*, II Konf. Nauk. Techn.-Technologia Maszyn Przeplywowych, Rzeszów 1973.
21. H. KOPECKI, J. WALCZAK, *Nieliniowe zagadnienia reologiczne tarcz wirujących*, Zesz. Nauk. Politech. Rzesz., V Uczelniana Sesja, Rzeszów 1975.
22. H. KOPECKI, J. WALCZAK, *The energy dissipation barrier as a criterion of creep failure of rotating discs*, Arch. Bud. Maszyn, 4, 1976.
23. H. KOPECKI, J. ZACHARZEWSKI, *Energia dysypowana jako kryterium stateczności reologicznej pręta ściskanego*, Arch. Bud. Masz., 4, 1972.
24. F. A. LECKIE, D. R. HAYHURST, *Creep rupture of structures*, Proc. Roy. Soc. London, A340, 1622, 323-347, 1974.
25. J. B. MARTIN, F. A. LECKIE, *On the creep rupture of structures*, J. Mech. Phys. Sol., 20, 1972.
26. F. K. G. ODQVIST, *Mathematical theory of creep and creep rupture*, Oxford, Clarendon Press 1974.
27. F. K. G. ODQVIST, *Verfestigung von flusseisenähnlichen Körpern*, Z. Angew. Math. Mech., 13, 360, 1933.
28. Y. OHASHI, T. NISHITANI, *Photo-rheology — a new method of experimental stress analysis for elastic-viscoplastic body*, Mem. Fac. Eng. Nagoya Univ., 26, 1, 1974.
29. S. D. PONOMARIEW, *Współczesne metody obliczeń wytrzymałościowych w budowie maszyn*, PWN, 1958.
30. Ju. N. RABOTNOV, *Polzucest elementov konstrukciji*, Moskwa 1966.
31. S. REDNER, *Photoelasticity*, Encyklopedia of Polymer Science and Technology, 9, 590-610, J. Wiley and Sons 1968.
32. E. L. ROBINSON, *Effect of temperature variation on the longtime rupture strength of steels*, Trans. ASME, 74, 777, 1952.
33. W. I. ROZENBLUM, *Vremia do razrušenija vraščajuščegosja diska v uslovijach polzucesti*, PMM, 21, 3, 1957.
34. J. WALCZAK, *Stany graniczne tarcz wirnikowych w warunkach nieliniowego pelzania*, Praca Doktorska, Politechnika Krakowska 1977.
35. J. WALCZAK, *Termiczne zginanie tarcz wirnikowych w przypadku małych wahań temperatury w czasie, w warunkach nieliniowego pelzania*, Rozr. Inż. [praca przyjęta do druku].

## Резюме

## КРИТИЧЕСКИЕ СОСТОЯНИЯ РОТОРНЫХ ДИСКОВ В УСЛОВИЯХ НЕЛИНЕЙНОЙ ПОЛЗУЧЕСТИ

Предметом рассуждений настоящей работы является анализ критических состояний вращающихся дисков в условиях нелинейной ползучести. Представлен метод определения критического времени работы дисков на основе критерия барьера диссипации, уточняя физические понятия, данные в работе [22]. Представлен также сравнительный анализ критических врем н работы, с особым выделением физического смысла применяемых критериев, дополнительно полчеркивая проведенными фотореологическими исследованиями.

## SUMMARY

## CRITICAL STATES OF ROTATING DISCS IN NONLINEAR CREEP CONDITIONS

The aim of this paper is to present an analysis of critical states of rotating discs in the nonlinear creep conditions. A method of determination of critical times for rotating discs is presented by assuming the energy dissipation barrier as a criterion of creep rupture. Comparative analysis of critical times is presented, physical significance of the criterions applied and the results of photo-rheological investigations being taken into account.

POLITECHNIKA RZESZOWSKA  
INSTYTUT LOTNICTWA

*Praca została złożona w Redakcji dnia 28 listopada 1977 r.*

---