

KSZTAŁTOWANIE WĘZŁÓW KONSTRUKCJI STALOWYCH METODĄ TENSOROWEGO NAKŁADANIA DWÓCH PÓL NAPRĘŻEŃ⁽¹⁾

JAN SZLAGOWSKI (WARSZAWA)

W pracy przedstawiono metodę kształtowania płaskich i przestrzennych węzłów konstrukcji stalowych uzyskanych na drodze tensorowego nakładania dwóch granicznych pól naprężeń. Wykorzystano tutaj metodę statycznie dopuszczalnych nieciągłych pól naprężeń. Omówiono zasady takiego dodawania, a następnie pokazano cały szereg przykładów płaskich i przestrzennych węzłów konstrukcji stalowych. Wyjściowymi polami naprężeń były elementarne układy linii nieciągłości omówione w pracy [2].

Przedstawiona metoda może służyć dla wstępnego kształtowania niektórych typów węzłów konstrukcji stalowych.

WSTĘP

W chwili obecnej zagadnienie odpowiedniego kształtowania węzłów konstrukcji stalowych ma istotne znaczenie techniczne. Projektujemy konstrukcje z coraz mniejszym zapasem bezpieczeństwa oraz naprężeniami bardzo bliskimi granicy plastyczności zastosowanego materiału. W tym przypadku węzeł łączący kilka zbiegających się prętów, pasów lub płyt powinien być zaprojektowany racjonalnie. W zakresie sprężystym można obliczyć metodą elementów skończonych rozkłady naprężeń i innych wielkości w zaproponowanym konkretnym rozwiązaniu węzła, a następnie metodą kolejnych przybliżeń korygować jego kształt. Jest to podejście czasochłonne i nie gwarantujące uzyskania w ostatecznym efekcie optymalnego kształtu węzła. Można również dochodzić do optymalnego rozwiązania na drodze badań doświadczalnych, co czyni się jednak tylko przy bardzo ważnych konstrukcjach.

Wykorzystując metodę statycznie dopuszczalnych nieciągłych pól naprężeń można uzyskać cały szereg rozwiązań dla różnorodnych węzłów konstrukcji stalowych. Analizujemy tutaj węzły w ich granicznym stanie obciążenia. Takie podejście pozwala określić nośność graniczną węzła oraz wyznaczyć racjonalniej współczynnik bezpieczeństwa konstrukcji zdefiniowany jako stosunek siły granicznej do siły obciążającej węzeł. Prace w tym kierunku są obecnie szeroko rozwijane. Tak np. w pracy [1] podano rozwiązania węzłów uzyskane przy wykorzystaniu podstawowych układów linii nieciągłości i elementarnych pól naprężeń (por. także [2]). W pracy

⁽¹⁾ Praca wykonana w ramach problemu węzłowego 05,12---«Wytrzymałość i optymalizacja konstrukcji maszynowych i budowlanych», koordynowanego przez IPPT PAN.

[3] przedstawiono algorytm rozwiązania dla dowolnego węzła integrującego dwa pręty: ściskany i rozciągany. Wyniki obliczeń dla dowolnego kąta nachylenia prętów α i dowolnej ich szerokości przedstawiono w tablicach zawierających niezbędne dane do kształtowania różnorodnych węzłów (w tym także o większej ilości prętów) oraz szacowania ich nośności granicznej.

W ramach niniejszej pracy przedstawiono metodę kształtowania różnorodnych typów węzłów, uzyskanych w wyniku tensorowego nakładania różnych pól naprężeń reprezentowanych przez podstawowe układy linii nieciągłości naprężeń. Otrzymane w ten sposób pola naprężeń określają formę projektowanego węzła i służą do wstępnego ustalenia jego rozwiązania. W dalszym etapie analizy wytrzymałościowej tak otrzymany kształt węzła musi być skorygowany ze względu na wymagania technologiczne i inne dodatkowe czynniki wynikające z charakteru obciążenia i własności materiału. Jest to jednak procedura konieczna przy każdej metodzie projektowania wytrzymałościowego i musi być również stosowana przy tradycyjnej metodzie opartej na przybliżonych wzorach wytrzymałości materiałów, nie dających w przypadku skomplikowanych węzłów konstrukcji stalowych nawet jakościowych informacji o rozkładzie naprężeń oraz pracy węzła w zakresie sprężysto-plastycznym i plastycznym.

1. ZASADY TENSOROWEGO NAKŁADANIA DWÓCH STANÓW NAPRĘŻEŃ

Weźmy do rozważań dwa stany naprężeń określone przez naprężenia główne (rys. 1a) σ_1 , σ_2 oraz S_1 , S_2 dla płaskiego stanu naprężenia. W przyjętym dowolnym układzie współrzędnych x , y większe z naprężeń głównych σ_1 jest odchyłone od osi x o kąt φ_1 dla stanu «1» oraz naprężenie S_1 o kąt φ_2 dla stanu «2». Zakładamy tutaj, że kąt obrotu φ od płaszczyzny większego z naprężeń głównych do płaszczyzny prostopadłej do osi x jest dodatni w przypadku, gdy obrót następuje przeciwnie do ruchu wskazówek zegara (rys. 1a). Naprężenia styczne uważamy za dodatnie, gdy obracają element zgodnie z kierunkiem obrotu wskazówek zegara.

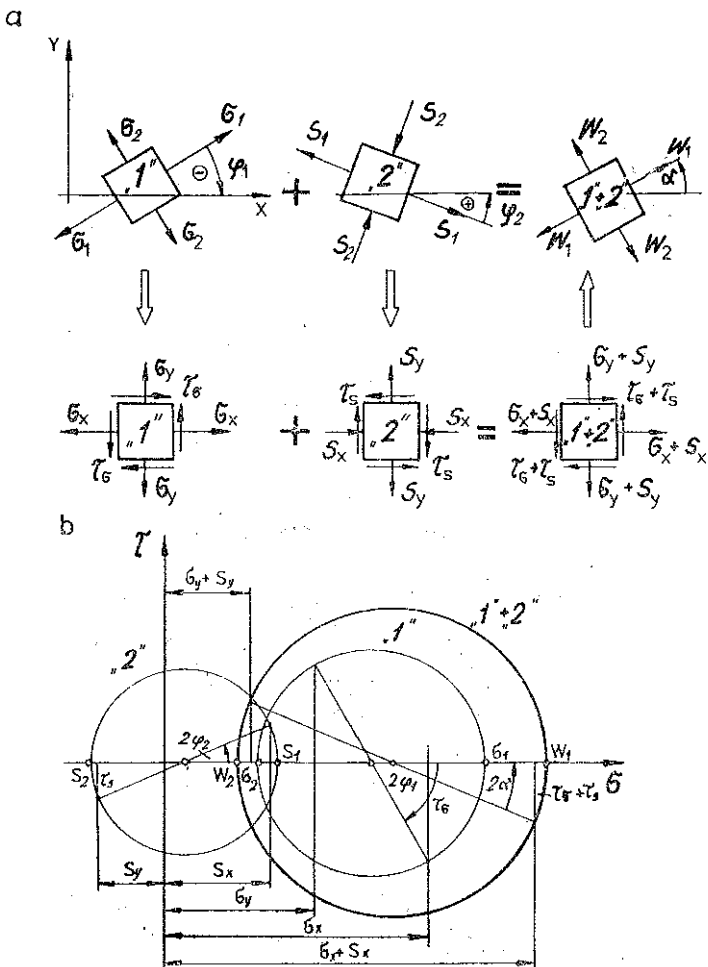
Ze względu na zróżnicowane kierunki główne tensorów naprężenia dodawanie może nastąpić dopiero po znalezieniu naprężeń na płaszczyznach zgodnych z przyjętym układem współrzędnych x , y .

Odwzorowując istniejący stan naprężenia na płaszczyźnie kół Mohra (rys. 1b) otrzymamy dla stanu «1»

$$\begin{aligned}
 \sigma_x &= \frac{1}{2} (\sigma_1 + \sigma_2) + \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_2) \cos 2\varphi_1, \\
 \sigma_y &= \frac{1}{2} (\sigma_1 + \sigma_2) - \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_2) \cos 2\varphi_1, \\
 \tau_{xy} &= \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_2) \sin 2\varphi_1,
 \end{aligned}
 \tag{1.1}$$

oraz dla stanu «2»

$$\begin{aligned}
 S_x &= \frac{1}{2} (S_1 + S_2) + \frac{1}{2} (S_1 - S_2) \cos 2\varphi_2, \\
 S_y &= \frac{1}{2} (S_1 + S_2) - \frac{1}{2} (S_1 - S_2) \cos 2\varphi_2, \\
 \tau_s &= \frac{1}{2} (S_1 - S_2) \sin 2\varphi_2.
 \end{aligned}
 \tag{1.2}$$



Rys. 1. Zasady nakładania tensorowego dwóch granicznych stanów naprężenia.

Wynikowy stan naprężenia (rys. 1a) znajdziemy sumując na odpowiednich płaszczyznach naprężenia ze stanów «1» i «2» (koło Mohra przedstawione linią grubą na rys. 1b). Następnie (rys. 1b) wyznaczamy naprężenia główne W_1, W_2 oraz kąt α , jaki tworzy większe z naprężeń głównych W_1 z dodatnim kierunkiem osi x . Otrzymamy

$$\tag{1.3} \quad W_{1,2} = \frac{1}{2} (\sigma_x + \sigma_y + S_x + S_y) \pm \sqrt{\frac{1}{4} (\sigma_x + S_x - \sigma_y - S_y)^2 + (\tau_\sigma + \tau_s)^2},$$

oraz

$$(1.4) \quad \operatorname{tg} 2\alpha = \frac{-2(\tau_\sigma + \tau_s)}{\sigma_x + S_x - \sigma_y - S_y},$$

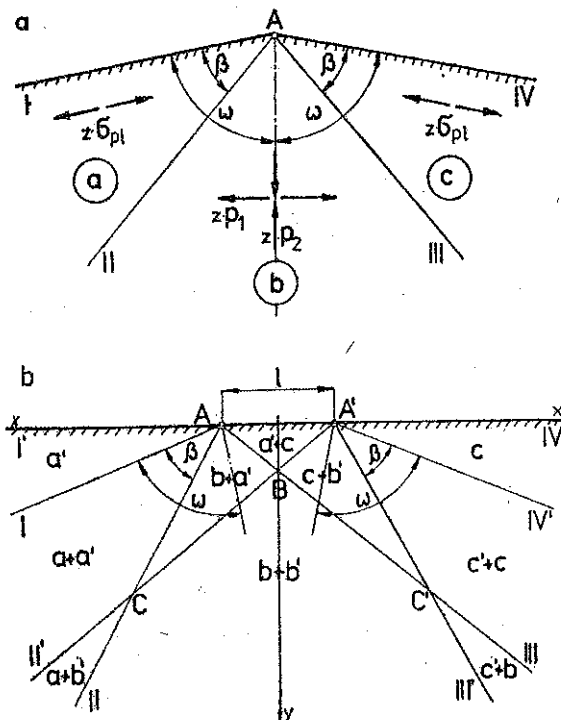
gdy $\sigma_x + S_x > \sigma_y + S_y$. Znak «minus» postawiono dla uzyskania zgodności z przyjętą umową o znakach kątów (rys. 1a). Natomiast dla $\sigma_x + S_x < \sigma_y + S_y$ mamy $\alpha' = -(90^\circ - \alpha)$.

W ostatnim etapie analizy sprawdzamy, czy nie został przekroczony przyjęty warunek plastyczności Treski lub Hubera-Misesa. Jeżeli został przekroczony, to wprowadzamy współczynnik z zmniejszający wszystkie naprężenia.

2. PRZYKŁADY KSZTAŁTOWANIA WĘZŁÓW PŁASKICH

Podamy z kolei cały szereg przykładów płaskich węzłów uzyskanych na drodze tensorowego nakładania podstawowych układów linii nieciągłości.

Weźmy pod uwagę (rys. 2a) dwa pola naprężeń reprezentowane przez rozwiązanie układu typu I linii nieciągłości [2], uzyskane dla tego samego kąta ω i dowolnego warunku plastyczności (Treski lub Hubera-Misesa). Poszczególne jednorodne obszary tego rozwiązania (rys. 2a) oznaczmy kolejno literami a, b i c dla



Rys. 2. Nakładanie dwóch pól naprężeń typu I.

pierwszego pola naprężeń oraz a' , b' i c' dla drugiego⁽²⁾. Nałożmy na siebie te dwa pola obciążenia tak, aby krawędzie I-IV leżały na jednej prostej, a wierzchołki A i A' były na siebie nasunięte na odległość $l > 0$. Rys. 2b przedstawia otrzymany obszar pola naprężeń wraz z zapisem naprężeń, które należy tensorowo dodawać w poszczególnych obszarach.

Rozpatrzmy jako pierwszy obszar ABA' (rys. 2b), w którym jednoosiowe naprężenia z σ_{pl} z obu pól naprężeń są zgodne z przyjętym kierunkiem osi x . W tym przypadku oba naprężenia dodają się algebraicznie, otrzymujemy więc stan jednoosiowego rozciągania naprężeniami $2\sigma_{pl}$. Aby był spełniony warunek plastyczności musimy założyć wartość współczynnika zmniejszającego naprężenia w obu stanach $z=0,5$.

W pozostałych obszarach pola naprężeń (analizujemy połowę pola naprężeń ze względu na jego symetrię) występuje tensorowe nakładanie dwóch stanów naprężenia, które należy przeprowadzić wg zasad podanych w punkcie 1 pracy, ustalając w poszczególnych przypadkach naprężenia główne oraz kąty obrotu większego z nich względem przyjętego układu współrzędnych.

Przykładowo dla obszaru ABC ($b+a'$) mamy w obszarze « b » (dla pierwszego pola naprężeń) naprężenia $p_1/2$, $p_2/2$, z których większe $p_1/2$ jest odchylone od osi x o kąt $\varphi_1 = -(90 - \omega)$, a w obszarze « a' » drugiego pola, naprężenie rozciągające $\sigma_{pl}/2$ jest zgodne z kierunkiem osi x ($\varphi_2 = 0$). Wykorzystując więc wzory (1.1)-(1.4) otrzymamy

$$R_{1,2} = \frac{1}{4} (p_1 + p_2 + \sigma_{pl}) \pm \frac{1}{4} \sqrt{(p_1 - p_2)^2 + \sigma_{pl}^2 - 2\sigma_{pl} (p_1 - p_2) \cos 2\omega}$$

oraz

$$\alpha_2 = \frac{1}{2} \arctg \frac{(p_1 - p_2) \sin 2\omega}{\sigma_{pl} - (p_1 - p_2) \cos 2\omega}$$

Tak postępując uzyskano ostateczny stan naprężenia we wszystkich obszarach. Naprężenia główne oraz kąty, jakie tworzy większe z naprężeń z dodatnim kierunkiem osi x podano w tablicy 1. Dla dowolnego kąta $0 < \omega < 90^\circ$ wyjściowych pól naprężeń uzyskane rozwiązanie jest poprawne dla obu stosowanych warunków plastyczności: Treski i Hubera-Misesa. W zależności od konkretnej wartości kąta ω otrzymamy różne typy rozwiązań.

Na rys. 3a przedstawiono przykładowo rozwiązanie uzyskane dla $\omega = 80^\circ$ oraz warunku plastyczności Treski, odwzorowując także stan naprężenia na płaszczyźnie kół Mohra (rys. 3b).

W tak otrzymanym obszarze, prowadząc prostopadle do odpowiednich kierunków naprężeń głównych linię nieciągłości $B'D'C'CD$, możemy zbudować węzeł (rys. 3c), w którym zbiega się pięć pasów (cztery rozciągane i jeden ściskany) o ściśle

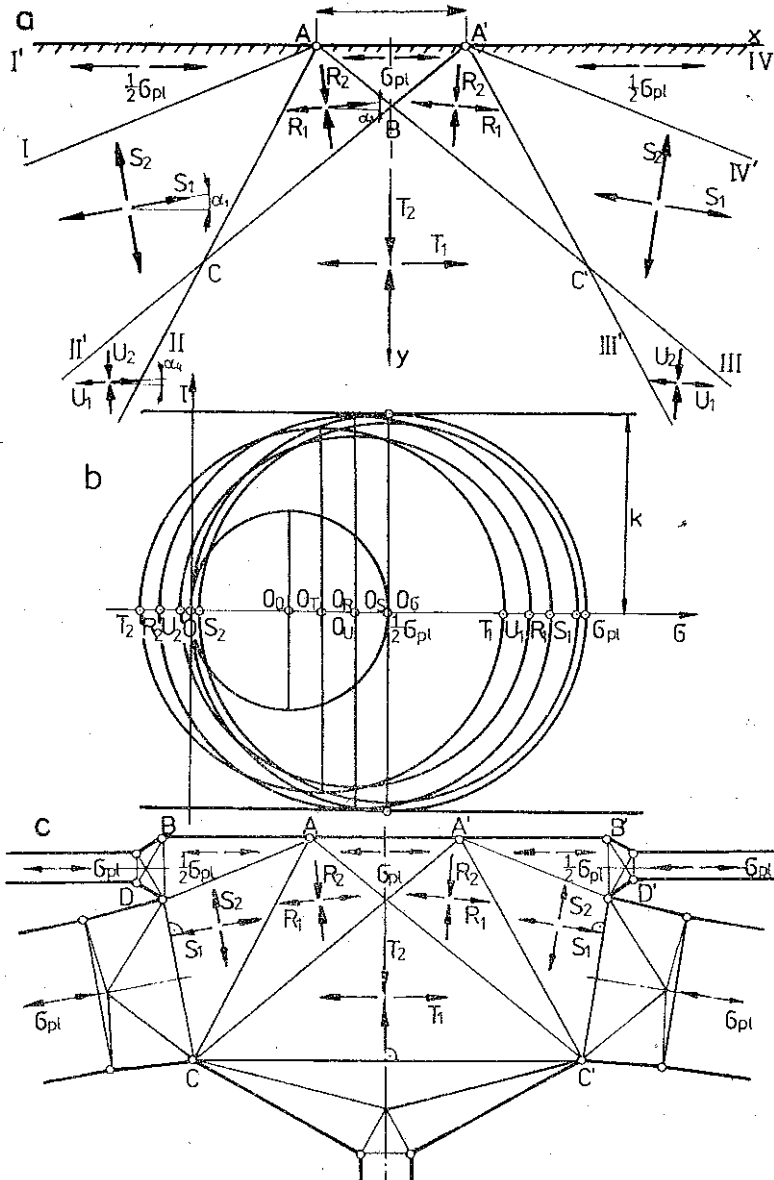
⁽²⁾ Dla uproszczenia zapisu tensory a_{ij} , b_{ij} i c_{ij} oznaczamy przez a , b , c . Operację dodawania np. $b_{ij} + a_{ij} = r_{ij}$ napiszemy więc w formie $b + a' = r$ (rys. 2, 4 i 5).

Tablica 1

Obszar pola	Wartości naprężeń głównych dla $z=0,5$	Kąt między większym naprężeniem gł. a dodatnim kier. osi x
ABA'	$\sigma_{pl}; 0$	0
I'A I IV'A IV $a'; c$	$\frac{1}{2} \sigma_{pl}; 0$	0
I'A C II' $(a+a')$	$S_{1,2} = \frac{\sigma_{pl}}{2} (1 \pm \cos 2\omega)$	$\frac{1}{2} \arccos \text{tg} (-\text{tg} 2\omega)$
A B C $(b+a')$	$R_{1,2} = \frac{1}{4} (p_1 + p_2 + \sigma_{pl}) \pm \frac{1}{4} \sqrt{(p_1 - p_2)^2 + \sigma_{pl}^2 - 2\sigma_{pl}(p_1 - p_2) \cos 2\omega}$	$\frac{1}{2} \arccos \text{tg} \frac{(p_1 - p_2) \sin 2\omega}{\sigma_{pl} - (p_1 - p_2) \cos 2\omega}$
II'BC' III' $(b+b')$	$T_{1,2} = \frac{1}{2} [(p_1 + p_2) \mp (p_1 - p_2) \cos 2\omega]$	$\alpha_3 = 0$
II' C II $(a+b')$	$U_{1,2} = \frac{1}{4} (p_1 + p_2 + \sigma_{pl}) \pm \frac{1}{4} \sqrt{(p_1 - p_2)^2 + \sigma_{pl}^2 - 2\sigma_{pl}(p_1 - p_2) \cos 6\omega}$	$\alpha_4 = \frac{1}{2} \arccos \text{tg} \frac{\sigma_{pl} \sin 4\omega + (p_1 - p_2) \sin 2\omega}{(p_1 - p_2) \cos 2\omega - \sigma_{pl} \cos 4\omega}$ dla $\omega \leq 60^\circ$ $\alpha_4' = -(90^\circ - \alpha_4)$
	Dla $\omega < 45^\circ$	
$(c'+a')$	$V_1 = \sigma_{pl} \cos^2 2\omega$ $V_2 = \sigma_{pl} \sin^2 2\omega$	$\alpha_5 = 0$

określonych proporcjach ich szerokości. Na rys. 3c zastosowano także pole naprężeń zmniejszające szerokość poszczególnych pasów [2] tak, aby panował w nich stan graniczny (jednoosiowe rozciąganie lub ściskanie naprężeniami σ_{pl}).

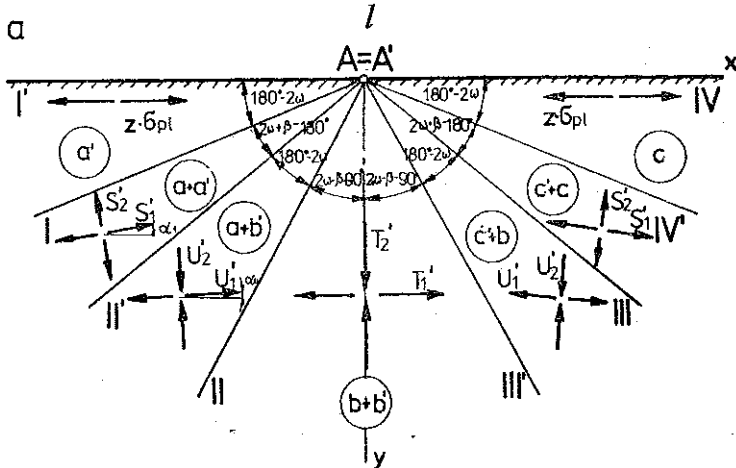
Zmieniając wzajemne nasunięcie się wierzchołków A i A' obu pól naprężeń (rys. 2b) możemy uzyskać innego typu rozwiązania węzłów. Na rys. 4 przedstawiono rozwiązanie dla przypadku, gdy $l=0$. Otrzymano interesujące pole naprężeń (ma



Rys. 3. Węzeł uzyskany z nałożenia dwóch pól naprężeń typu I o jednakowych znakach sił obciążających.

sens dla $\omega > 45^\circ$) mogące mieć szerokie zastosowanie przy kształtowaniu węzłów i różnorodnych konstrukcji.

Naprężenia główne w poszczególnych obszarach oraz kąty α względem przyjętego układu współrzędnych możemy obliczyć dla danego ω wg wzorów z tablicy 1 uwzględniając jednak, że w tym konkretnym przypadku $z \neq 0,5$ (zniknął obszar ABA').



Rys. 4. Symetryczne pole naprężeń dla $l=0$.

Współczynnik zmniejszenia naprężeń $z=f(\omega)$ (rys. 2a) będzie teraz zależał od tego, w którym z obszarów stan naprężenia najbardziej przekracza przyjęty warunek plastyczności. Zakładając, że tylko w tym obszarze będzie panował stan graniczny, wyznaczamy współczynnik zmniejszający naprężenia ze wzoru

$$(2.1) \quad z = \frac{\sigma_{pl}}{2} \frac{1}{\max |X_1 - X_2|}$$

dla warunku Treski lub

$$(2.2) \quad z = \frac{\sigma_{pl}}{2} \sqrt{\frac{1}{\max \{X_1^2 - X_1 X_2 + X_2^2\}}}$$

dla warunku Hubera-Misesa, gdzie X_1 i X_2 są naprężeniami głównymi obliczonymi wg wzorów z tablicy 1. W przypadku gdy $X_1 X_2 > 0$ o wartości współczynnika z mogą decydować także warunki $X_1 \leq \sigma_{pl}$ i $X_2 \leq \sigma_{pl}$.

Naprężenia główne panujące w poszczególnych obszarach obliczamy teraz ze wzoru

$$(2.3) \quad X_1' = 2 z X_1.$$

W omawianym przypadku dla $\omega=80^\circ$ i warunku Treski (rys. 4) maksymalny stan naprężenia panuje w obszarze $IAII'$. Otrzymamy wtedy wg wzorów (2.1) i (2.3)

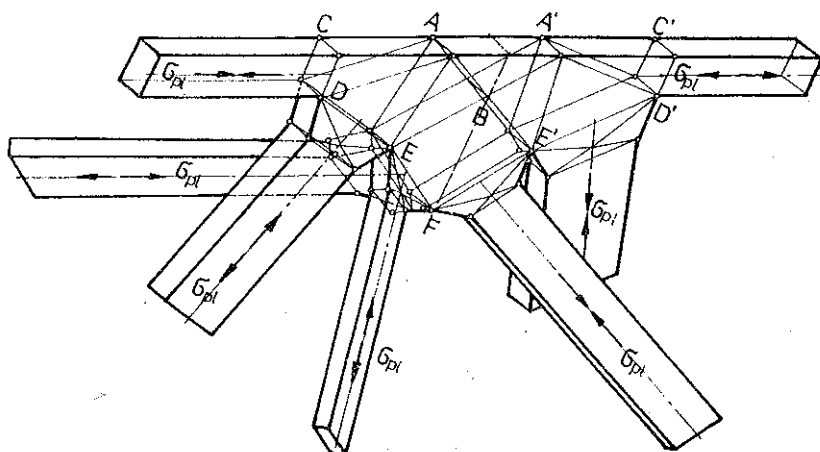
$$z = \frac{1}{|2 \cos 2\omega|} = 0,532$$

W tablicy 2 zestawiono dane potrzebne dla analizowania innych tego typu pól naprężeń. Wzory te uzyskano zakładając, że współczynnik $z=1$. Dla niektórych kątów ω w różnych obszarach może być przekroczony warunek plastyczności; należy więc obliczyć nową wartość współczynnika z , zakładając stan graniczny w obszarze, w którym najbardziej jest przekroczony warunek plastyczności.

Prowadząc w polu naprężeń przedstawionym na rys. 5a linie nieciągłości ED , DC , CF , FC' , $C'D'$, $D'E'$ prostopadłe do kierunku naprężeń głównych σ_{pl} , S_1 ,

Tablica 2

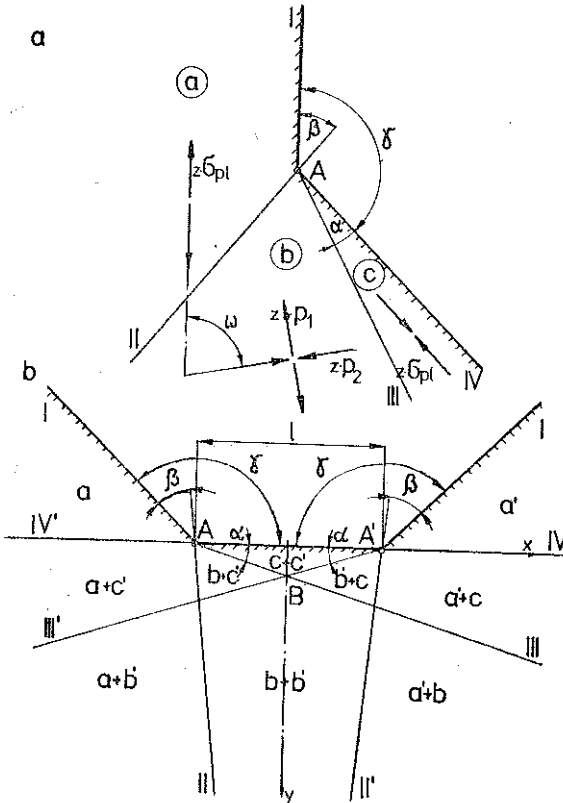
Obszar pola	Wartość naprężeń głównych dla $z=1$	Kąt między większym naprężeniem głównym a dodatnim kierunkiem osi x
LACII' (a+a)	$S_{1,2} = \pm \sigma_{pl} \sin 2\omega$	$\alpha_1 = (135^\circ - \omega)$
I'AI' a'	$-\sigma_{pl}, 0$	90°
ABA'	0	0
ABC (b+a')	$R_1 = 0$ $R_2 = \frac{1}{2} (p_1 + p_2 - \sigma_{pl}) - \frac{1}{2} \times$ $\times \sqrt{(p_1 - p_2)^2 + \sigma_{pl}^2 + 2(p_1 - p_2) \sigma_{pl} \cos 2\omega}$	$\alpha_2 = (90^\circ - \beta)$
IIIBC' III' (b+b')	$T_{1,2} = \pm (p_1 - p_2) \sin 2\omega$	$\alpha_3 = 45^\circ$
II'II IV'I (c'+a)	dla $\omega < 45^\circ$ $V_{1,2} = \pm \sigma_{pl} \sin 4\omega$	$\alpha_4 = 45^\circ$



Rys. 6. Węzeł uzyskany wg pola naprężeń z rys. 5.

T_1, T_2 uzyskujemy obszar, do którego wchodzi—prostopadle do tych linii nieciągłości—trzy pręty rozciągane i trzy ściskane.

Osie prętów wychodzących z linii nieciągłości DC, CF, FC' i $C'D'$ przecinałyby się. Aby tego uniknąć budujemy węzeł przestrzenny. Tworzymy na linii nieciągłości $C'F$ i FC' obszary wszechstronnego równomiernego rozciągania naprężeniami T_1 i wszechstronnego równomiernego ściskania naprężeniami T_2 (rys. 6). Uzyskujemy węzeł przestrzenny o czterech prętach rozciąganych i czterech ściskanych. Zmniejszamy szerokość prętów w ten sposób, aby panował w nich stan graniczny.



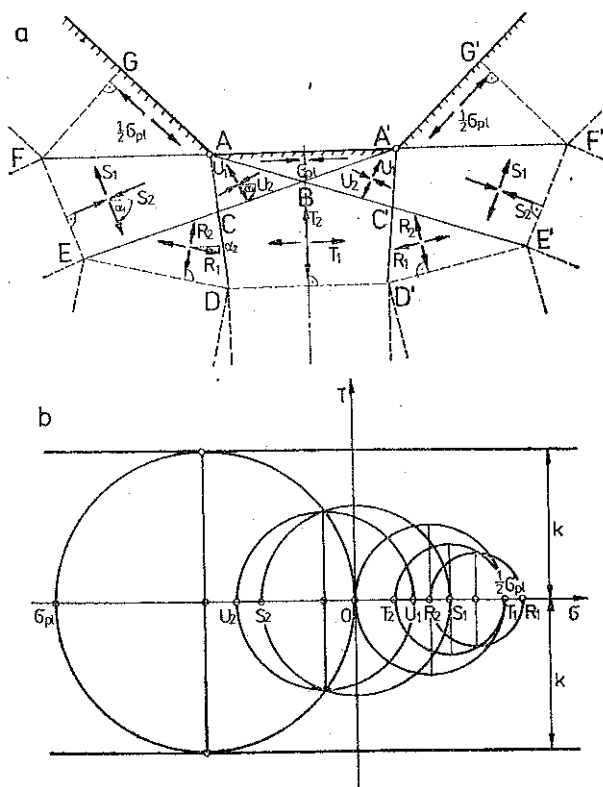
Rys. 7. Nakładanie dwóch pól naprężeń typu II.

Rozpatrzmy kolejno tensorowe nakładanie się dwóch pól naprężeń reprezentowanych przez rozwiązanie typu II [2] dla tego samego kąta $\gamma=135^\circ$ oraz warunku plastyczności Treski (rys. 7a).

Nałożmy na siebie te dwa pola naprężeń tak, jak to przedstawia rys. 7b (wierzchołki A i A' rozsunięto na odległość $l > 0$). Na rys. 7b podano także, które obszary z wyjściowych pól naprężeń należy dodać.

Po przeprowadzeniu analizy otrzymujemy końcowe pole naprężeń przedstawione na rys. 8a. Stan naprężenia panujący w poszczególnych obszarach (rys. 8b) wskazuje, że tylko w obszarze ABA' panuje stan graniczny (stąd $z=0,5$). Pozostałe obszary mają wyciężenie znacznie poniżej granicznego. Prowadząc linie nieciągłości

$G', F', E', D', D, E, F, G$ prostopadłe do odpowiednich kierunków naprężeń głównych możemy otrzymać węzeł, w którym zbiega się pięć prętów rozciąganych i dwa ściskane (linia przerywana na rys. 8a). W tak ukształtowanym węźle można zmienić znaki wszystkich sił na przeciwnie, a jego kształt nie ulegnie zmianie.



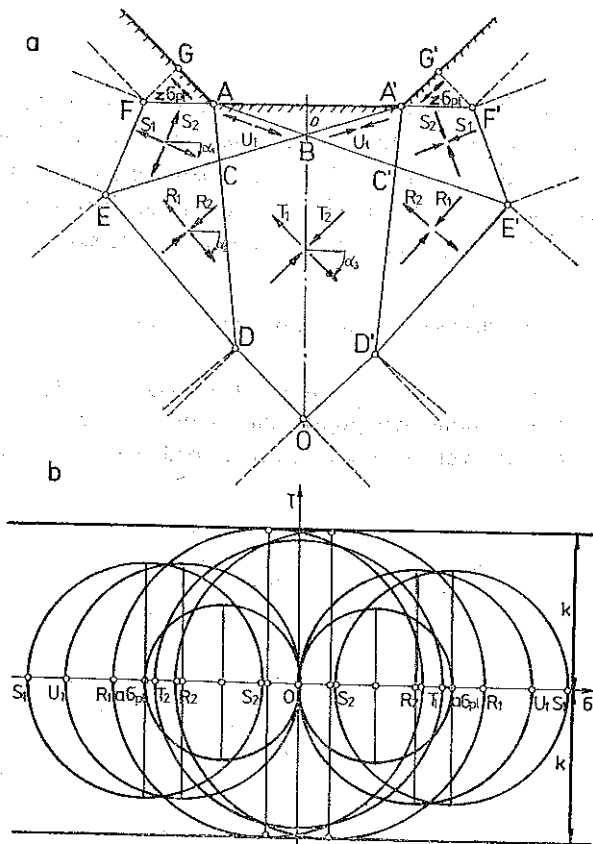
Rys. 8. Symetryczne pole naprężeń uzyskane z dwóch pól naprężeń typu II o jednakowych znakach sił obciążających.

Rozpatrzmy jeszcze raz ten sam przypadek nakładania zmieniając na przeciwnie znaki naprężeń dla stanu drugiego. Uzyskamy wtedy wynikowe pole naprężeń przedstawione na rys. 9a. Jest to pole z antysymetrycznym obrazem naprężeń względem osi BO .

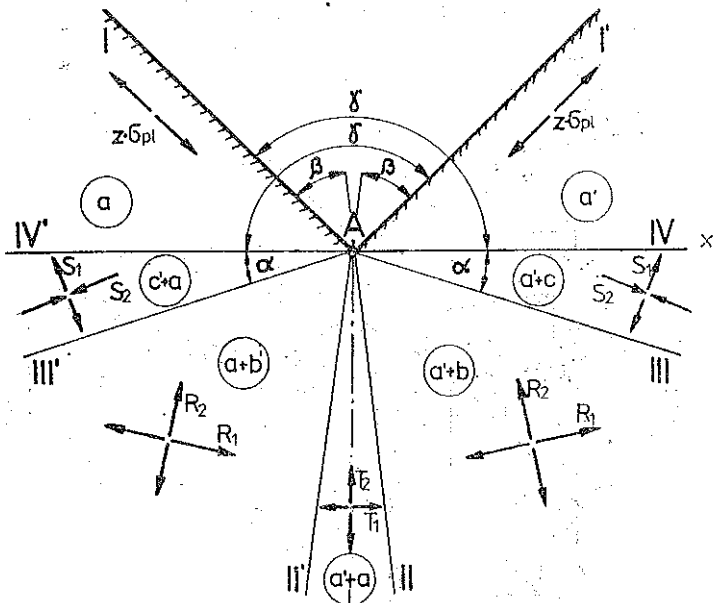
Odwzorowanie stanu naprężenia w poszczególnych obszarach przedstawiono na rys. 9b. W obszarze ABA' mamy teraz stan zerowy, a wartość współczynnika z wyznaczamy uwzględniając, że najbardziej przekroczony jest warunek plastyczności w obszarze ECD i $E' C' D'$. Stąd

$$z = \frac{1}{\sqrt{2 + 2 \cos(4\gamma - 2\omega)}}.$$

W naszym przypadku $z=0,508$. Prowadząc linie nieciągłości $G, F, E, D, O, D', E' F', G'$ prostopadłe do kierunku naprężeń głównych $\sigma_{pl}, S_1, R_2, T_1, T_2$, otrzymujemy obszar węzła, do którego przylegają cztery pręty rozciągane i cztery ściskane.



Rys. 9. Antysymetryczne pole naprężeń uzyskane z dwóch pól naprężeń typu II o przeciwnych znakach sił.

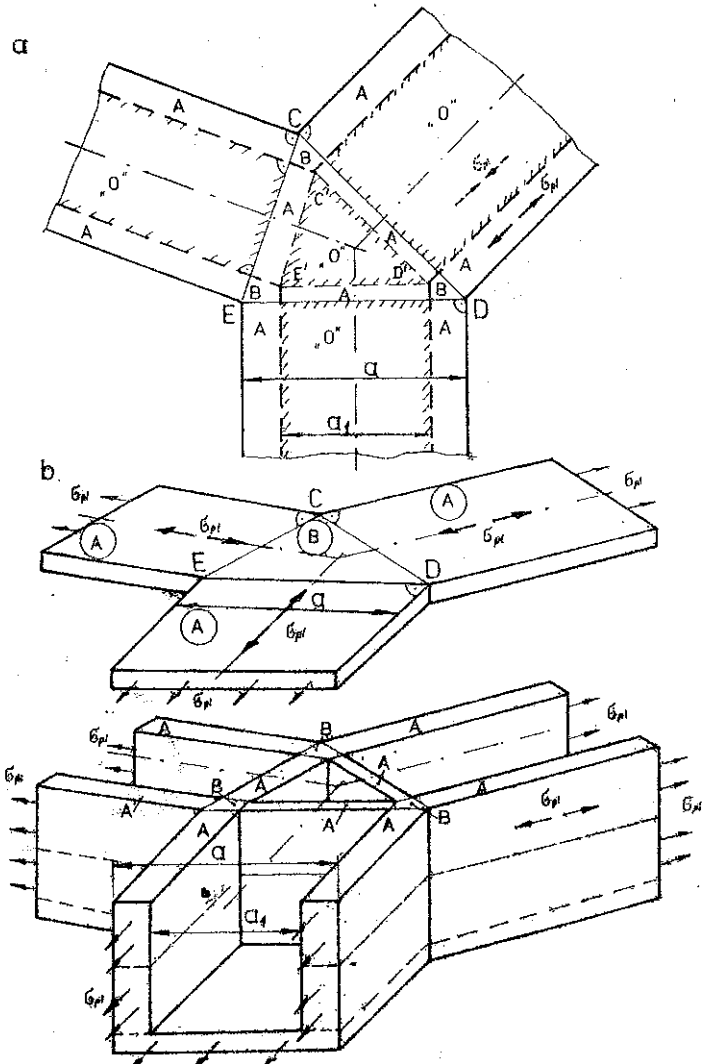


Rys. 10. Symetryczne pole naprężeń dla $l=0$,

Tak jak dla przypadku nakładania układów typu I, tutaj także można łatwo wyprowadzić wzory dla dowolnego kąta γ . Można również analizować inne możliwości nakładania układów typu II. Jeden z możliwych przypadków, gdy $L=0$, przedstawiono na rys. 10. Na podstawie tego rozwiązania można zbudować węzeł, w którym zbiegają się cztery pręty rozciągane i dwa ściskane.

3. PRZYKŁADY WĘZŁÓW PRZESTRZENNYCH

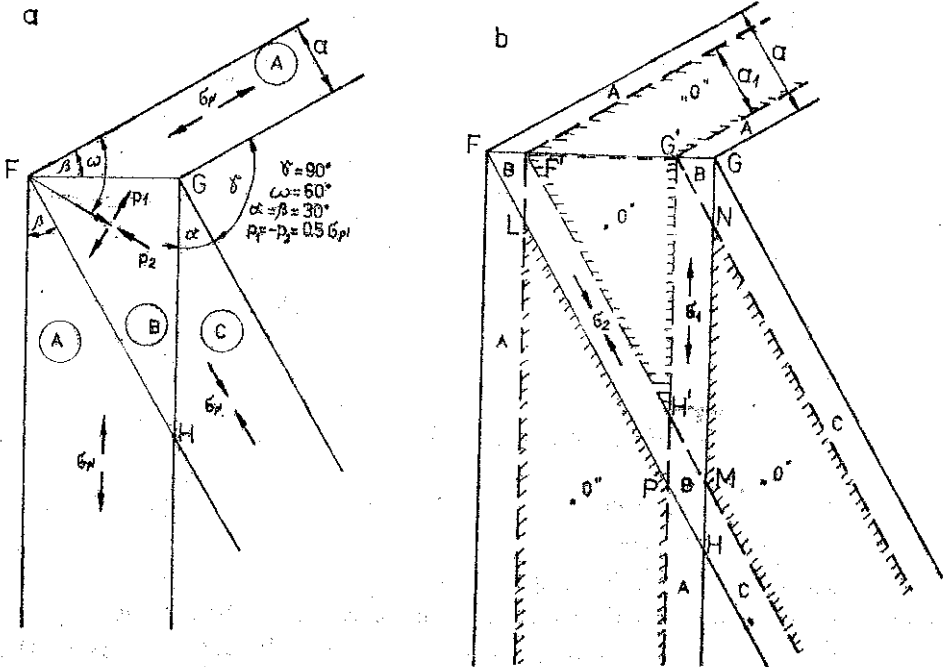
Wykorzystując przedstawione w punkcie 1 zasady możemy także kształtować węzły przestrzenne o zamkniętych poprzecznych przekrojach prętów. Rozpatrzmy jako pierwszy węzeł, w którym wszystkie trzy pręty będą rozciągane naprężeniami σ_{pl} .



Rys. 11. Węzeł przestrzenny rozciągany naprężeniami σ_{pl} .

Załóżmy, że pręty będą miały przekrój prostokątny (rys. 11b), a szerokość jednego z prętów będzie równa $ED=a$. Górną i dolną półkę takiego węzła kształtuje elementarne pole naprężeń, w którym w obszarze EDC mamy stan wszechstronnego równomiernego rozciągania naprężeniami σ_{pl} (rys. 11a). Pionowe ścianki węzła określimy nakładając na pole naprężeń wyznaczające wymiary półek (rys. 11a), pole naprężeń geometrycznie podobne (linia przerywana) różniące się szerokościami prętów ($D'E'=a_1$) oraz o przeciwnych znakach sił obciążających (ściskanie σ_{pl}). W wyniku tensorowego nakładania uzyskamy pole naprężeń kształtujące pionowe ścianki węzła (rys. 11a), które składa się z obszarów A jednoosiowego rozciągania naprężeniami σ_{pl} oraz obszarów B , w których panuje stan wszechstronnego równomiernego rozciągania naprężeniami σ_{pl} . Obszary zerowe oznaczono przez «0». Składając pola naprężeń wyznaczające wymiary półek oraz pole z rys. 11a otrzymujemy węzeł przedstawiony na rys. 11b. Taki węzeł może być także ściskany naprężeniami σ_{pl} , jak również zginany momentami granicznymi M_l . W tym przypadku pola naprężeń wyznaczające wymiary półek górnej i dolnej mają tylko przeciwne znaki sił obciążających, natomiast w płytach pionowych w połowie ich wysokości występuje linia nieciągłości, rozdzielająca obszary jednoosiowego ściskania i rozciągania naprężeniami σ_{pl} (rys. 11b, linia przerywana). Tak ukształtowany węzeł ma wszystkie obszary wyteżone w sposób graniczny.

Kolejno rozpatrzmy węzeł, w którym zbiegają się dwa pręty rozciągane i jeden ściskany naprężeniami granicznymi. Dla ściśle określonego stosunku szerokości poszczególnych prętów węzeł ten może być ukształtowany na podstawie elementarnego pola naprężeń typu E (rozwiązanego w pracy [2]).

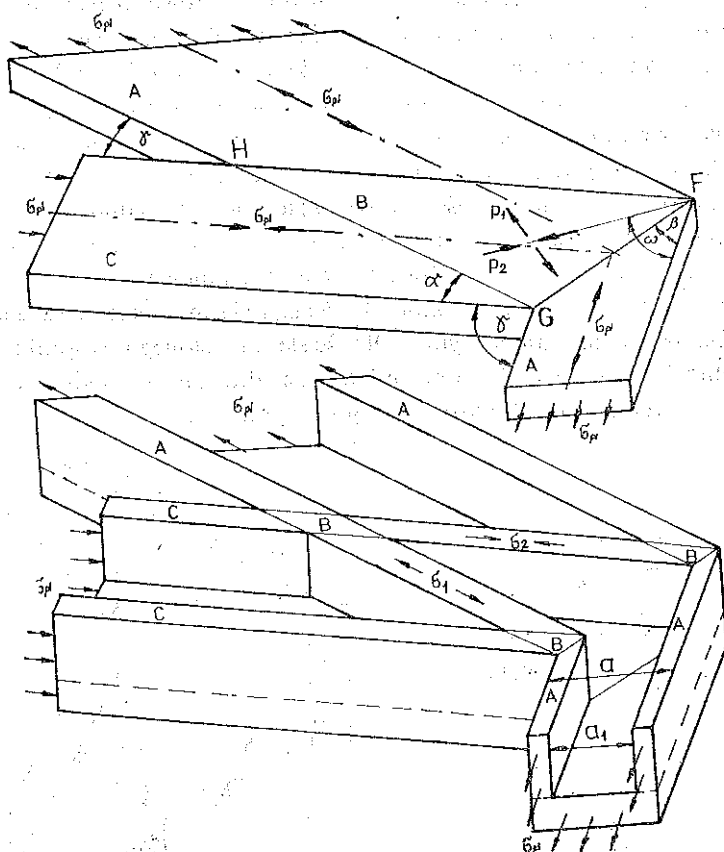


Rys. 12. Pola naprężeń określające wymiary półek i ścianek węzła 3-prętowego.

Weźmy przykładowo węzeł dla kąta $\gamma=90^\circ$ oraz warunku plastyczności Treski (rys. 12a); wtedy w obszarze FGH mamy naprężenia następujące:

$$p_1=0,5 \sigma_{pl}, \quad p_2=-0,5 \sigma_{pl} \text{ oraz } \alpha=\beta=30^\circ, \quad \omega=60^\circ.$$

To pole naprężeń wyznacza wymiary obu półek węzła o prostokątnych przekrojach z rys. 12a pole geometryczne podobne, o mniejszej szerokości prętów « a_1 » oraz o przeciwnych znakach sił obciążających (oznaczone linią przerywaną na rys. 12b). Po wykonaniu dodawania tensorowego otrzymamy pole naprężeń przedstawione na rys. 12b. Dla przyjętego kąta $\gamma=90^\circ$ naprężenia są równe $\sigma_1=\sigma_{pl}$, $\sigma_2=-\sigma_{pl}$.



Rys. 13. Węzeł 3-prętowy o dwóch prętach rozciąganych.

We wszystkich obszarach pola naprężeń (poza zakreskowanymi zerowymi) panuje graniczny stan naprężenia.

Składając oba rozwiązania otrzymujemy węzeł przedstawiony na rys. 13. Tak ukształtowany węzeł przenieść może również obciążenie o przeciwnych znakach sił obciążających (dwa pręty ściskane i 1 rozciągany), jak również może być zginany momentami granicznymi zgodnie z zasadami podanymi dla przykładu z rys. 11.

4. UWAGI KOŃCOWE

Wykorzystując przedstawioną metodę można wstępnie kształtować cały szereg praktycznie ważnych węzłów konstrukcji stalowych. Można stosować różnorodne elementarne pola naprężeń i kilkakrotnie ponawiać tensorowe dodawanie dla uzyskania potrzebnego efektu końcowego. Sam proces dodawania tensorowego łatwo zautomatyzować układając prosty algorytm obliczeń na maszynie cyfrową.

Wadą tego sposobu postępowania jest w większości przypadków uzyskiwanie tylko w jednym z obszarów stanu granicznego. Przy takim postępowaniu należy uwzględnić w dalszej analizie wytrzymałościowej dodatkowe czynniki uwzględniające technologię wykonania węzłów, rodzaj użytego materiału oraz charakter obciążenia.

LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. W. SZCZEPIŃSKI, *Statycznie dopuszczalne pola naprężeń dla węzłów konstrukcji stalowych*, Prace IPPT, 44, 1977.
2. W. SZCZEPIŃSKI, J. SZLAGOWSKI, *Graniczne statycznie dopuszczalne nieciągłe pola naprężeń dla szacowania nośności granicznej*, Prace IPPT, 3, 9, 11, 20, 21, 1976.
3. K. PÓŁTORAK, J. SZLAGOWSKI, *Nośność graniczna pewnego typu węzłów konstrukcji stalowych*, Prace IPPT, 3, 1977.

Резюме

ФОРМИРОВАНИЕ УЗЛОВ СТАЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ МЕТОДОМ ТЕНЗОРНОГО НАКЛАДЫВАНИЯ ДВУХ ПОЛЕЙ НАПРЯЖЕНИЙ

В работе представлен метод формирования плоских и пространственных узлов стальных конструкций, полученных путем тензорного накладывания двух предельных полей напряжений. Использован здесь метод статически допустимых разрывных полей напряжений. Обсуждены принципы такого суммирования, а затем показан целый ряд примеров плоских и пространственных узлов стальных конструкций. Исходными полями напряжений являлись элементарные системы линий разрыва, разработанные в работе [2]. Представленный метод может служить для предварительного формирования некоторых типов узлов стальных конструкций.

SUMMARY

DESIGNING THE STEEL STRUCTURE JOINTS BY MEANS OF TENSORIAL SUPERPOSITION OF TWO STRESS FIELDS

The method is presented concerning the method of designing of plane and spatial joints of steel structures; the method consists in tensorial superposition of two limit stress fields. The method of statically admissible discontinuous stress fields is used. The principles of such procedure are outlined, and a number of examples of plane and spatial joints used in steel structures are shown. Elementary systems of discontinuity lines discussed in paper [2] are used as the original stress fields. The method may be used for preliminary design of certain types of joints in steel structures.

POLITECHNIKA WARSZAWSKA
INSTYTUT MASZYN ROBOCZYCH CIEŹKICH

Praca została złożona w Redakcji dnia 27 lutego 1980 r.