

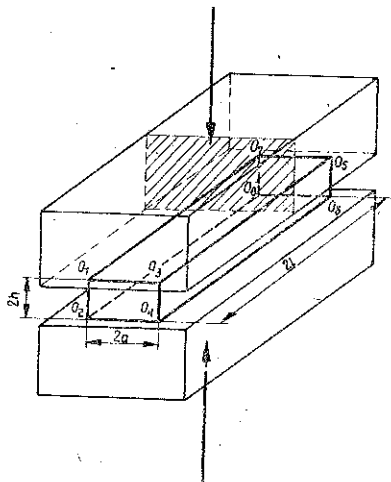
## DOŚWIADCZALNA ANALIZA ŚCISKANIA BLOKU SKALNEGO POMIĘDZY PŁYTAMI

JAN ZAWADA (WARSZAWA)

Rozpatrzono proces ściskania bloku skalnego pomiędzy płaskimi, sztywnymi płytami. Założono liniowy warunek zniszczenia Coulomba oraz, że proces przebiega w warunkach płaskiego stanu odkształcenia. Rozwiązania teoretyczne otrzymano metodą charakterystyk. Wyniki badań, które wykonano dla czterech rodzajów skał porównano z tymi rozwiązaniami.

### 1. WSTĘP

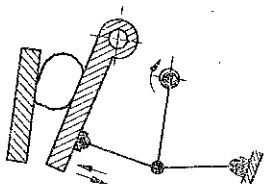
Jednym z zagadnień teorii plastyczności jest ściskanie bloku materiału pomiędzy płaskimi, nieodkształcalnymi płytami, przebiegające w warunkach płaskiego płynięcia (rys. 1). Pierwszy rozwiązał to zadanie L. PRANDTL [1], później rozważali je W. W. SOKOŁOWSKI określając wpływ warunków tarcia na powierzchni styku na



Rys. 1. Proces ściskania bloku materiału pomiędzy płaskimi sztywnymi płytami

obciążenia krytyczne [2], R. HILL rozpatrując pole prędkości odkształceń [3]. Nad tym zagadnieniem pracowali również inni badacze. Znané różne typy rozwiązań dotyczą ośrodka idealnie plastycznego, jednak łatwo je uogólnić na materiały kruche spełniające liniowy lub bardziej złożony warunek zniszczenia. Rozwiązania takie można wówczas wykorzystać dla oszacowania wielkości sił maksymalnych powstających w różnorodnych procesach przemysłowego kruszenia i rozdrabniania kopalín, np. skał i rud.

W najczęściej stosowanych maszynach kruszących (tzw. kruszarkach szczękowych) bryły materiału pękają pomiędzy dwiema sztywnymi płytami (szczękami; rys. 2). Zwykle jedna z tych płyt jest nieruchoma, a druga wykonuje względem niej



Rys. 2. Proces kruszenia w kruszarce szczękowej

cykliczne ruchy zbliżania i oddalania z niewielkimi prędkościami. Pozwala to traktować proces kruszenia jako quasi-statyczny. Istnieje pewna analogia między tym procesem, a procesem pokazanym na rys. 1. Oczywiście proces zachodzący w kruszarkach jest ogromnie skomplikowany i nie znany jest dokładnie charakter jego przebiegu, lecz dla dokonania oceny sił kruszenia rozpatrywanie modelującego schematu z rys. 1 jest zupełnie uzasadnione.

Powstaje jednak w takim przypadku problem, czy metody teorii plastyczności pozwalają na realistyczny opis ośrodka o tak złożonych własnościach jak skały, zwłaszcza w niejednorodnych złożonych stanach naprężenia. Obecnie, kiedy nie dysponujemy należytą liczbą danych doświadczalnych, trudno o miarodajne rozstrzygnięcie tej kwestii. Należy jednak odnotować, że niektóre badania, wykonane co prawda w ograniczonym zakresie, wykazują niezłą zgodność wyników teoretycznych i doświadczalnych. Można tu wymienić, np. pracę autora [4], w ramach której poddawano bloki skalne ścisłaniu między współosiowymi stemplami płaskimi i porównywano wielkości rzeczywistych sił niszczących z siłami wyliczonymi.

Tematykę tę rozszerzono w niniejszej pracy rozpatrując zbliżone <sup>(1)</sup> zagadnienie ścisłania bloku między płytami. Przeprowadzono analizę teoretyczną, a uzyskane rozwiązania zweryfikowano doświadczalnie. Praca [4] oraz niniejsza są próbą zastosowania teorii plastyczności w mechanice kruszenia. Panuje pogląd, że takie podejście do zagadnień kruszenia skał może przynieść wartościowe rezultaty poznawcze i praktyczne.

## 2. ANALIZA TEORETYCZNA

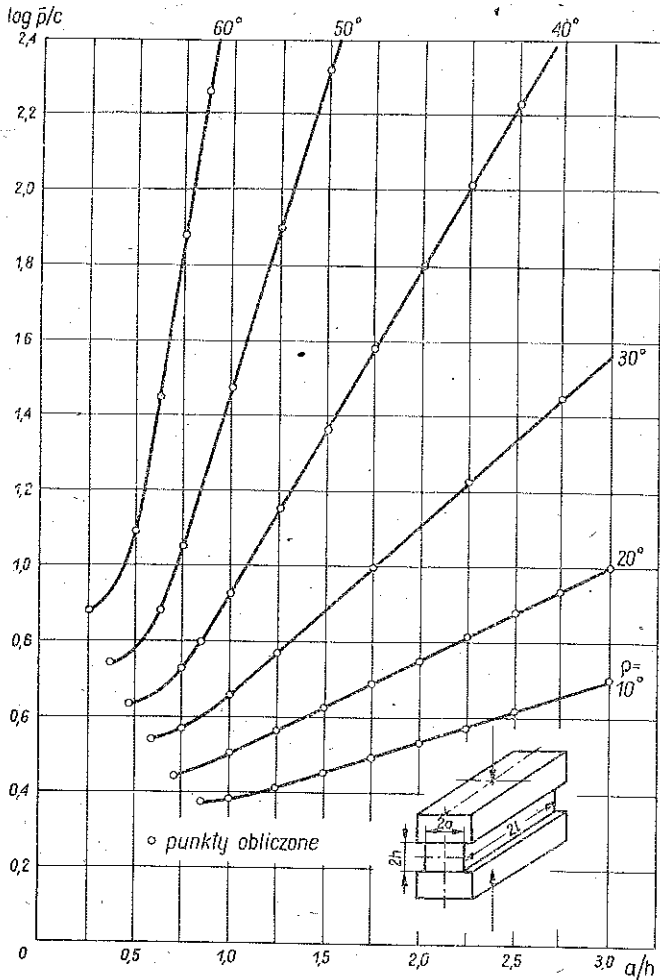
Analizę zagadnienia można przeprowadzić stosując ekstremalne zasady teorii plastyczności, np. w sposób podany przez R. IZBICKIEGO i Z. MROZA w monografii [5] lub metodę charakterystyk pozwalającą na uzyskanie rozwiązania ścisłego. W pracy tej wykorzystano metodę charakterystyk dla naprężeń i prędkości odkształceń [6] przyjmując następujące założenia:

1) W bloku skalnym panuje płaski stan odkształcenia, 2) Warunek zniszczenia opisuje liniowa zależność Coulomba. 3) Prawo płynięcia przyjmujemy w postaci

<sup>(1)</sup> Oznaczmy przez  $2a$  szerokość styku elementu naciskającego z blokiem, a przez  $2h$  wysokość bloku (rys. 1 w pracy [4]). Jeżeli  $h/a \geq \operatorname{ctg} \varepsilon$ ,  $\varepsilon = \pi/4 - \rho/2$ , a  $\rho$  oznacza kąt tarcia wewnętrzznego, to zachodzi proces ścisłania pomiędzy współosiowymi stemplami płaskimi; jeżeli zaś  $h/a < \operatorname{ctg} \varepsilon$ , to następuje proces ścisłania między płytami.

stowarzyszonej z warunkiem Coulomba. 4) Tarcie na powierzchni kontaktu płyt z blokiem skalnym jest tak duże, że nie następuje przeslizg materiału po płytach. Założenie to umożliwia przeprowadzenie weryfikacji doświadczalnej, gdyż duży współczynnik tarcia wystąpi wtedy, gdy płyty mają powierzchnie naciskające specjalnie żłobkowane. 5) Ośrodek traktujemy jako pozbawiony ciężaru własnego, ponieważ jego wpływ na wielkość obciążeń granicznych jest nieznaczny.

Przyjęto również ogólnie stosowaną w zagadnieniach mechaniki kruszenia skał umowę, iż naprężenia ściskające są dodatnie.



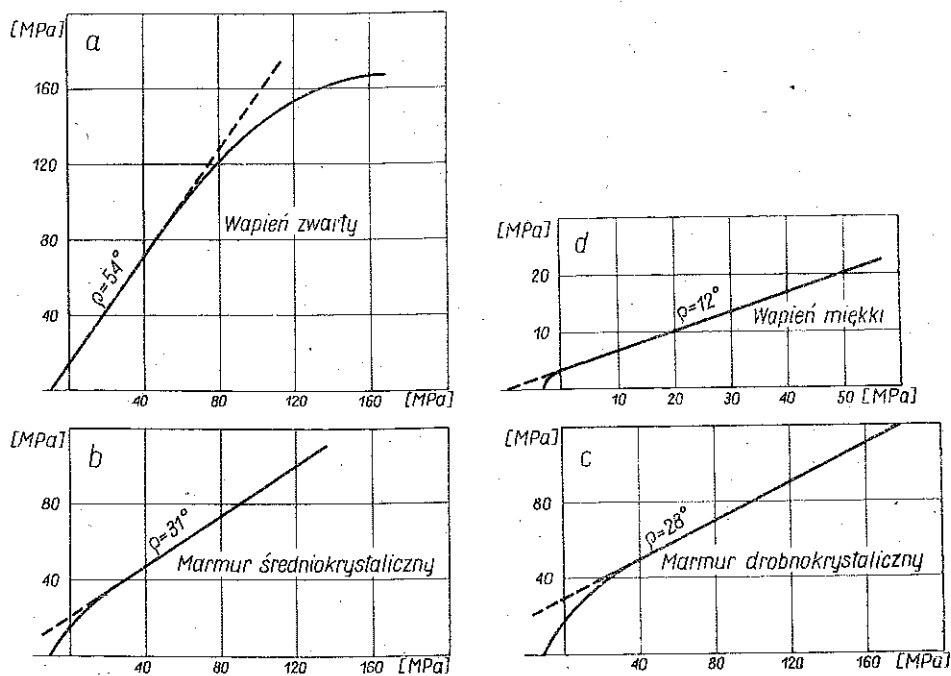
Rys. 3. Wykres średniego nacisku  $\bar{p}$  od wielkości stosunku  $a/h$  dla różnych kątów tarcia wewnętrznego  $\rho$

Nie będziemy tutaj szczegółowo omawiać sposobu rozwiązania, ponieważ został on zamieszczony w pracy [7], zajmującej się doświadczalnym sprawdzeniem przydatności prostej metody wyznaczania parametrów wytrzymałościowych skał, zapropo-

nowanej przez K. Kwaszczyńską, Z. Mroza i A. Dreschera. Ograniczymy się więc do przedstawienia wyników rozwiązań, tzn. średnich nacisków  $\bar{p}$  na powierzchni płyty odniesionych do spójności  $c$  dla różnych wartości stosunku wymiarów  $a/h$  i różnych kątów tarcia wewnętrznego  $\rho$ . Zależności te wykreślono na rys. 3 w skali półlogarytmicznej; oparto się na nich dalej przy interpretowaniu wyników doświadczeń.

### 3. ANALIZA DOŚWIADCZALNA

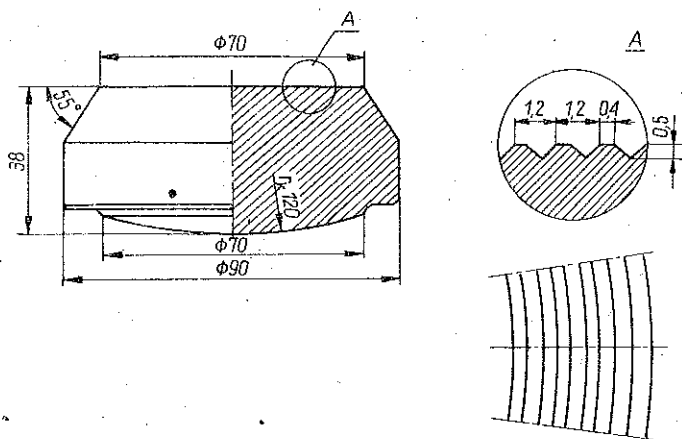
Badania przeprowadzono na czterech rodzajach skał krajowych, dla których wyznaczono uprzednio w ramach innej pracy obwiednie stanu granicznego [9]. Ich wykres nie odpowiada wprawdzie warunkowi Coulomba w całym zakresie



Rys. 4. Warunki zniszczenia badanych skał

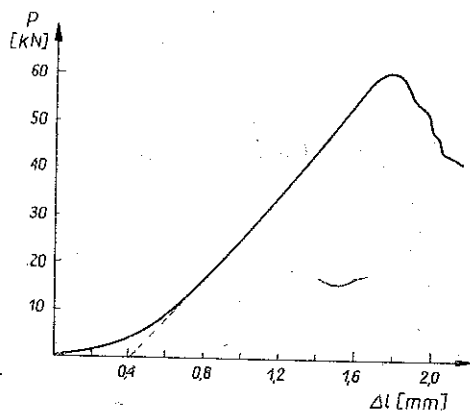
naprężeń  $\sigma$  (rys. 4), jednak z pewnym przybliżeniem można ten wykres aproksymować odcinkami prostych. Przyjęcie warunku Coulomba w analizie teoretycznej (punkt 2 założeń) nie jest więc pozbawione racji, zwłaszcza dla tego typu procesu jak rozpatrywany, gdy w ściskanyim bloku pojawiają się jedynie naprężenia ściskające. Nie ma znaczenia tym razem (dla większości badanych skał, a dla wapienia zwartego w zakresie  $a/h > 0,6$ ) główna wada warunku Coulomba, którą jest przedłużenie obu prostoliniowych obwiedni na obszar rozciągania; nie odpowiada to rzeczywistym własnościom skał, ponieważ ich wytrzymałość na rozrywanie w porównaniu z wytrzymałością na ściskanie jest niewielka.

W badaniach stosowano próbki prostopadłościenne, które wycinano z dużych bloków skał za pomocą piły tarczowej. W celu zapewnienia znacznego tarcia na powierzchni zetknięcia (punkt 4 założeń) użyto odpowiednio ukształtowanych płyt



Rys. 5. Płyta naciskająca z żłobkowaną powierzchnią roboczą.

naciskających. Szczegóły konstrukcyjne podaje rys. 5. W próbach wykorzystano prosty przyrząd, do którego mocowano indukcyjne czujniki przemieszczeń i czujnik tensometryczny, umożliwiające rejestrację siły jako funkcji odkształcenia. Przyrząd ten był używany również w doświadczeniach ściskania bloków skalnych między płaskimi stemplami [4].



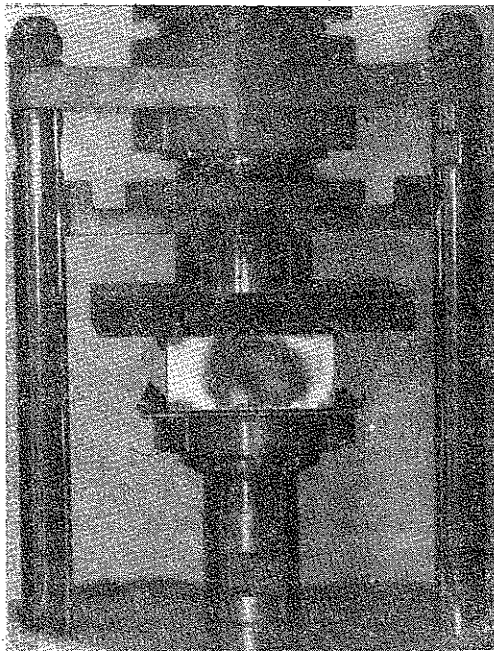
Rys. 6. Przykład wykresu {siła-przemieszczenie} dla wapienia zwartego

Na rys. 6 pokazano dla przykładu wykres {siła-przemieszczenie} dla wapienia zwartego. Charakter wykresu jest typowy, jak dla większości skał; przez większą część trwania procesu przyrostowi siły towarzyszą odkształcenia sprężyste, następnie pojawia się niewielki przystanek odpowiadający plastycznemu płynięciu, po czym materiał ulega niszczeniu przy malejącym obciążeniu. W niektórych przypadkach krzywa {siła-przemieszczenie} zawierała kilka przystanków plastyczności, odpowiadających różnym obciążeniom, co było zapewne spowodowane powstawaniem

lokalnych pęknięć. Jako obciążenie niszczące przyjmijmy tradycyjnie największą wartość siły w całym procesie.

Zatrzymajmy się z kolei nad ważną sprawą proporcji wymiarowych badanych próbek skalnych, gdyż od proporcji tych zależy, w jakich warunkach deformacji przebiega proces ściskania. Przeprowadzając analizę teoretyczną założyliśmy, że w bloku występuje płaskie płynięcie, co teoretycznie oznacza, że stosunek jego wymiarów  $1/a$  (rys. 1) jest nieskończenie duży. W praktyce wielkość  $1/a$  ma wartość skończoną, lecz niestety nie znamy analitycznego sposobu określenia granicznej wartości tego stosunku, powyżej której poprawne są już rozwiązania otrzymane dla płaskiego stanu odkształcenia. Z doświadczeń wykonanych na rozciąganych, płaskich elementach metalowych wynika, że przy długości 21-kilkakrotnie przewyższającej charakterystyczny wymiar  $2a$  w badanym elemencie przeważa płaski stan odkształcenia [11]. Nie wiadomo jednak, czy podobne zależności można stosować w przypadku ściskania skał, ponieważ prawdopodobnie nie przeprowadzono odpowiednich badań.

W celu częściowego wytłumaczenia tego problemu w pracy podjęto badania wstępne metodą optycznie czulej warstwy powierzchniowej. Miały one jednak ograniczony, jakościowy charakter i zostały przeprowadzone na kilku próbkach



Rys. 7. Obraz odkształceń próbki z wapienia zwartego w fazie płynięcia plastycznego

z wapienia zwartego<sup>2</sup>. Optycznie czule płytki o grubości  $t_p=1,5$  mm odlane z żywicy epoksydowej epidian 5 polimeryzowane na zimno przy użyciu 12% utwardzacza Z-1 teczka, z dodatkiem od 4 do 5% styrenu naklejano na odpowiednio przygotowane boczne ściany próbek (ściany  $O_3 O_4 O_5 O_6$  i  $O_1 O_2 O_7 O_8$  na rys. 1)

(<sup>2</sup>) Przy współudziale dra J. Szlagowskiego

o wielkości stosunku  $1/a=3$ . Obserwacji rozkładu odkształceń dokonywano za pomocą polaryskopu odbłaskowego konstrukcji J. STUPNICKIEGO [10].

Ze względu na nikłą zdolność do odkształcania wapienia zwałowego dokładność metody była niewielka. Dotyczyło to zwłaszcza fazy obciążania sprężystego, natomiast w fazie odpowiadającej odkształceniom trwałym obszary odkształceń stawały się wyraźniejsze, jednak rząd irochromy był niski. Na rys. 7 podano jako przykład obraz izochrom w tej ostatniej fazie. Okazuje się, że przy trzykrotnie większej długości próbki od jej szerokości tylko w niewielkiej strefie środkowej tej próbki ustala się jednorodny stan naprężenia, sugerujący, iż występuje tu płaski stan odkształcenia. Dalsze badania powinny przynieść odpowiedź na tę ważną kwestię, przy jakich proporcjach wymiarowych próbki można przyjąć, że przeważa już w niej płaskie płynięcie.

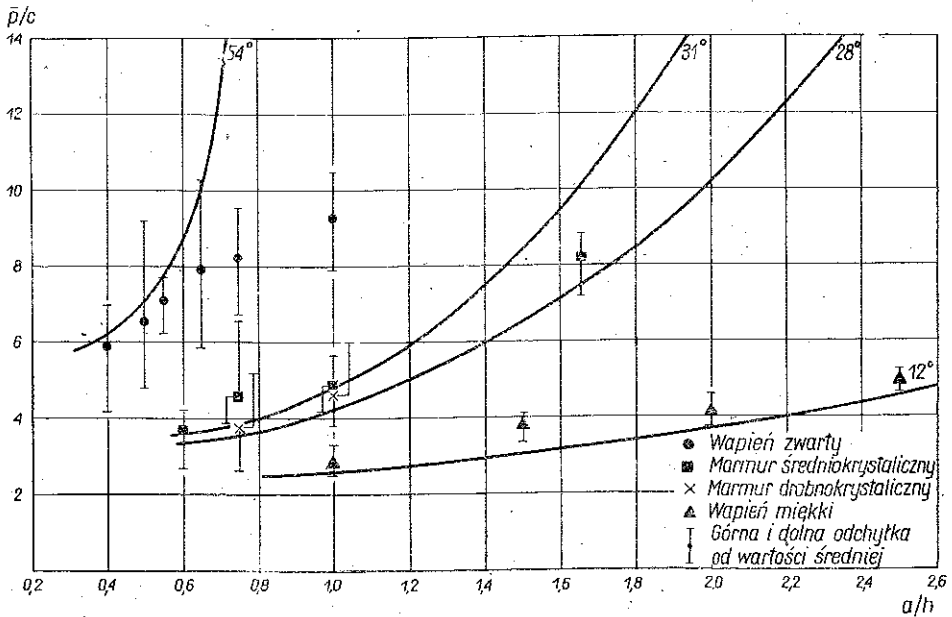
W próbkach ściskanych w ramach właściwej części pracy stosunek  $1/a$  dla trzech rodzajów skał (marmury i wapień zwały) wynosił  $1/a=3$ , a więc był taki sam jak w badaniach elastooptycznych, dla wapienia zaś miękkiego  $1/a=2$ . Ponieważ wielkości te nie są dostatecznie duże i z całą pewnością w próbkach nie przeważa płaskie płynięcie, przeto przyjmijmy interpretując wyniki doświadczeń, że uzyskane rozwiązania teoretyczne stanowią (zgodnie z zasadami ekstremalnymi) ocenę górną nieznaney ścisłej wartości obciążenia. Rozwiązania te są wówczas kinematycznie dopuszczalne.

Tablica 1. Wyniki ściskania próbek prostopadłościennych pomiędzy płytami

Lp.	Materiał	Wymiary próbek $2a \times 2h \times 2l$ [mm $\times$ mm $\times$ mm]	Liczba próbek	$a/h$	Średni nacisk graniczny $\bar{p}$ [kp/cm <sup>2</sup> ] [MPa]		$\bar{p}/c$	Maksymalne odchyłki od wartości średniej [kp/cm <sup>2</sup> ] [MPa]			
1		20 $\times$ 25 $\times$ 60	6	0,40	1170	117	5,85	+230	+23	-360	-36
2		15 $\times$ 30 $\times$ 60	6	0,50	1300	130	5,60	+540	+54	-350	-35
3	Wapień	20 $\times$ 36,5 $\times$ 60	7	0,55	1410	141	7,05	+120	+12	-170	-17
4	zwały	20 $\times$ 30 $\times$ 60	8	0,66	1580	158	7,90	+465	+46	-410	-41
5		20 $\times$ 26,5 $\times$ 60	6	0,75	1640	164	8,22	+260	+26	-300	-30
6		22,5 $\times$ 22,5 $\times$ 60	8	1,00	1850	185	9,25	+240	+24	-270	-27
7		15 $\times$ 25 $\times$ 60	5	0,60	730	73	3,65	+100	+10	-205	-20
8	Marmur	20 $\times$ 26,5 $\times$ 60	6	0,75	935	93	4,62	+395	+39	-145	-14
9	średniokr.	22,5 $\times$ 22,5 $\times$ 60	6	1,00	990	99	4,95	+160	+16	-140	-14
10		25 $\times$ 15 $\times$ 60	5	1,66	1460	164	8,20	+120	+12	-210	-21
11	Marmur	20 $\times$ 26,5 $\times$ 60	8	0,75	1160	116	3,87	+280	+28	-240	-24
12	drobno- kryst.	22 $\times$ 24 $\times$ 60	7	1,00	1390	139	4,63	+280	+28	-170	-17
13		50 $\times$ 50 $\times$ 100	5	1,00	115	11,5	2,87	+18	+1,8	-12	-1,2
14	Wapień	30 $\times$ 20 $\times$ 60	7	1,5	153	15,3	3,90	+11	+1,1	-19	-1,9
15	miękki	30 $\times$ 15 $\times$ 60	9	2,00	165	16,5	4,13	+16	+1,6	-24	-2,4
16		30 $\times$ 12 $\times$ 60	6	2,5	200	20	5,00	+10	+1,0	-15	-1,5

Uwaga. W nawiasach podano wartości w układzie SI

W tabelicy 1 zebrano wszystkie dane odnośnie wykonanych doświadczeń. Dla każdego rodzaju skały badano kilka serii próbek; serie te różniły się wielkością  $a/h$ . Zamieszczone średnie naciski graniczne są średnią arytmetyczną wyników otrzymanych dla danej serii. Miarę rozrzutu wyników w serii stanowią maksymalne (górną i dolną) odchyłki od tej średniej arytmetycznej. Średnie naciski  $\bar{p}$  dla każdej serii naniesiono jako punkty na wykres teoretyczny  $\bar{p}/c=f(a/h)$  wykreślony dla kątów tarcia wewnętrzznego  $\rho$ , charakteryzujących badane skały (rys. 8).



Rys. 8. Wyniki badań i ich porównanie z rozwiązaniami teoretycznymi

Widzimy, że otrzymano w zasadzie dość dobrą (jak dla tego typu materiałów co skały) zgodność wyników doświadczalnych z rozwiązaniami teoretycznymi. Szczególnie odnosi się to do pierwszych trzech punktów dla wapienia zwartego. Położenie dalszych punktów odchyła się co prawda wyraźnie od linii teoretycznej  $\rho=54^\circ$ , lecz efekt ten jest uzasadniony kształtem obwiedni granicznej tego materiału, która z odcinka prostoliniowego dla mniejszych  $\sigma$  przechodzi w łuk krzywej dla większych  $\sigma$ . Dla marmuru średniokrystalicznego dwa punkty doświadczalne (dla  $a/h=0,6$  i  $1,0$ ) znajdują się prawie na linii  $\rho=31^\circ$ , a pozostałe odbiegają od niej. Pewną zbieżność wyników obserwujemy również dla marmuru drobnokrystalicznego i wapienia miękkiego, jednak punkty doświadczalne znajdują się powyżej linii teoretycznej.

Na zakończenie można wysunąć ważny wniosek, który wyniknął także z poprzedniej pracy [4], że zastosowanie teorii plastyczności i w mechanice kruszenia skał wydaje się, jak na razie, dosyć uzasadnione. Wniosek taki należy potwierdzać dalszymi pracami doświadczalnymi.



## LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. L. PRANDTL, *Anwendungsbeispiele zu einem Henckyschen Satz über das plastische Gleichgewicht*, Zeitschr. ang. Math. Mech., 3, 401-420, 1923.
2. W. W. SOKOŁOWSKI, *Teoria plastyczności*, PWN, 1957.
3. R. HILL, *The mathematical theory of plasticity*, Oxford 1950.
4. J. ZAWADA, *Analiza ściskania bloku skalnego pomiędzy płaskimi stemplami*, Rozpr. Inżyn., 24, 3, 579-599, 1976.
5. R. J. IZBICKI, Z. MRÓZ, *Metody nośności granicznej w mechanice gruntów i skał*, PWN, 1974.
6. W. SZCZEPIŃSKI, *Stany graniczne i kinematyka ośrodków sypkich*, PWN, 1974.
7. J. ZAWADA, J. SUPEL, *Przybliżona metoda wyznaczania parametrów wytrzymałościowych skał*, Rozpr. Inżyn., 22, 1, 43-54, 1974.
8. K. KWASZCZYŃSKA, Z. MRÓZ, A. DRESCHER, *Analysis of compression of short cylinders of Coulomb material*, Int. J. Mech. Sci., 11, 145-168, 1969.
9. J. SUPEL, J. ZAWADA, *Badania niektórych skał krajowych metodą trójosiowego ściskania*, Rozpr. Inżyn., 20, 2, 283-299, 1972.
10. *Doświadczalna analiza odkształceń i naprężeń*, Praca zbiorowa pod red. Z. ORŁOSIA, PWN, 1977.
11. L. DIETRICH, J. MIĄSTKOWSKI, W. SZCZEPIŃSKI, *Nośność graniczna elementów konstrukcji*, PWN, 1970.

## SUMMARY

## EXPERIMENTAL ANALYSIS OF A ROCK BLOCK COMPRESSED BETWEEN TWO PLATES

The process of compression of a rock block between two flat rigid plates is considered. Plane strain conditions and the Coulomb failure condition are assumed. The theoretical solution is obtained by the method of characteristics. The experimental results concerning four rock types are compared with theoretical solutions.

## Резюме

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ СЖАТИЯ СКАЛЬНОЙ ГЛЫБЫ МЕЖДУ ПЛИТАМИ

Рассмотрен процесс сжатия скальной глыбы между плоскими, жесткими плитами. Предположено, что имеет место линейное условие разрушения Кулона и что процесс происходит в условиях плоского деформационного состояния. Теоретические решения получены методом характеристик. Результаты исследований, которые проведены для четырех типов скал, сравнены с этими решениями.

POLITECHNIKA WARSZAWSKA

Praca została złożona w Redakcji dnia 14 lipca 1978 r.