

## DWUWYMIAROWY SERWOMECHANIZM DO CIĄGŁEJ KOREKCJI ROZŁOŻENIA MASY WIRNIKA SZTYWNEGO (WYRÓWNOWAŻANIE EKSPLOATACYJNE W JEDNEJ PŁASZCZYŹNIE KOREKCJI)

ZDZISŁAW GOSIEWSKI (KOSZALIN)

W pracy przedstawiono dwuwymiarowy serwomechanizm do automatycznej korekcji rozłożenia masy wirnika sztywnego, niewyrównoważonego «statycznie». Dla wybranego modelu wirnika dokonano syntezy i oceny stabilności serwomechanizmu.

### OZNACZENIA

- $c_0 = c_{0x} = c_{0y}$  współczynnik sprężystości podpór wirnika,  
 $b_0 = b_{0x} = b_{0y}$  współczynnik tłumienia ruchu wirnika,  
 $c_1 = c_{1x} = c_{1y}$  współczynnik sprężystości sprężyn podtrzymujących masy korekcyjne,  
 $b_1 = b_{1x} = b_{1y}$  współczynnik tłumienia ruchu mas korekcyjnych,  
 $m_1 = m_{1x} = m_{1y}$  masy korekcyjne,  
 $M$  masa samego wirnika,  
 $\Omega$  prędkość kątowa wirnika,  
 $m_{nw}$  modelowa masa wprowadzająca niewyrównoważenie,  
 $\alpha$  położenie kątowe masy  $m_{nw}$ ,  
 $R$  położenie promieniowe masy  $m_{nw}$ ,  
 $p_x$  ciśnienie w cylindrze na kierunku  $x_2$ ,  
 $p_y$  ciśnienie w cylindrze na kierunku  $y_2$ ,  
 $F$  pole powierzchni roboczej cylindrów,  
 $x_1, y_1$  współrzędne położenia środka wirnika w układzie współrzędnych  $x_1, y_1$ ,  
 $x_2, y_2$  współrzędne położenia mas korekcyjnych w układzie współrzędnych  $x_2, y_2$ ,  
 $v(s)$  wektor wielkości sterujących,  
 $z(s)$  wektor wielkości zakłócających,  
 $y(s)$  wektor wielkości wyjściowych,  
 $P_0(s)$  macierz transmitancji sterowań obiektu,  
 $Q_0(s)$  macierz transmitancji zakłóceń obiektu,  
 $R_D(s)$  macierz transmitancji regulatora,  
 $H_D(s)$  macierz transmitancji przetworników,  
 $Z(s)$  macierz transmitancji zakłóceń układu regulacji,  
 $\kappa_i$   $i$ -ta częstość własna,  
 $K$  współczynnik wzmocnienia obiektu,  
 $W_p(s)$  transmitancja pneumatycznego elementu wykonawczego,  
 $k_{kr}$  współczynnik wzmocnienia krytycznego,  
 $T_{osc}$  okres oscylacji drgań samowzbudnych układu.

## 1. WSTĘP

W wielu maszynach wirnikowych niewyrównoważenie wirnika powstaje w czasie eksploatacji i wektor niewyrównoważenia jest wielkością zmienną w czasie [1]. Niewyrównoważenie to można usunąć jedynie za pomocą dodatkowych urządzeń przemieszczających masy korekcyjne. Podejmowane do tej pory próby konstruowania urządzeń korygujących rozłożenie masy wirnika, sterowanych zarówno ręcznie jak i automatycznie, nie dały zadowalających rezultatów [1].

W niniejszej pracy zaproponowano dwuwymiarowy serwomechanizm jako urządzenie do automatycznego wyrównoważenia wirnika. Przyjęto, że wirnik jest sztywny, na podatnych podporach oraz że jest niewyrównoważony «statycznie», tzn., że możemy go wyrównoważać przemieszczając masy tylko w jednej płaszczyźnie korekcji. Ponadto założono, że wirnik ma stałe obroty, przy czym obojętne jest czy leżą one w przedziale częstości podkrytycznych, czy nadkrytycznych. Serwomechanizm ma za zadanie minimalizować drgania wywołane niewyrównoważeniem (do wielkości wynikającej z wartości uchybu ustalonego); wobec istnienia tylko «małych drgań» możemy w rozważaniach przyjąć model liniowy układu.

W pracy dokonano syntezy i oceny stabilności układu.

## 2. BUDOWA I DZIAŁANIE SERWOMECHANIZMU

W proponowanym urządzeniu do automatycznego wyrównoważenia wykorzystano zasadę, że niewyrównoważenie statyczne wirnika opisane przez wektor

$$(2.1) \quad \mathbf{D}(t) = \mathbf{M}\mathbf{e}(t)$$

można zlikwidować, kompensując jego dwa rzuty  $D_x$  i  $D_y$ , na osie  $x$  i  $y$  prostopadłe do siebie

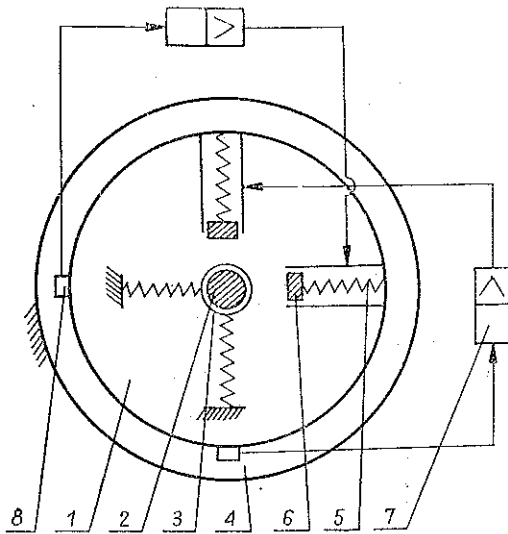
$$(2.2) \quad \mathbf{D}(t) = iD_x(t) + jD_y(t).$$

Jeżeli przyjmiemy masy korekcyjne  $m_{1x}$  i  $m_{1y}$  jako stałe, to wirnik będzie wyrównoważony, gdy te masy, mające możliwość przemieszczania się odpowiednio wzdłuż osi  $x_2$  i  $y_2$ , przemieszczą się w położenia  $x_2$  i  $y_2$  wyznaczone z równań

$$(2.3) \quad \begin{aligned} -D_x(t) &= m_{1x} x_2(t), \\ -D_y(t) &= m_{1y} y_2(t). \end{aligned}$$

Przemieszczanie mas korekcyjnych we właściwe położenia ma zapewnić dwuwymiarowy serwomechanizm [3] przedstawiony na rys. 1, którego budowa i działanie jest następujące.

Wał 2 wirnika 1 podparty jest w łożyskach 3, których obudowa zamocowana jest podatnie do nieruchomego korpusu maszyny wirnikowej 4. Do wirnika przez sprężyny 5 zamocowane są tłoczki 6 mające możliwość przemieszczania się w dwóch wzajemnie prostopadłych cylindrach. Tłoczki spełniają rolę mas korekcyjnych, natomiast sprężyny służą do kompensacji sił odśrodkowych i ustalenia położenia



Rys. 1. Schemat ideowy dwuwymiarowego serwomechanizmu do automatycznego wyrównowania wirnika niewyrównoważonego «statycznie»

mas korekcyjnych przez równoważenie sił parcia. Siłami przemieszczającymi tłoczki są siły parcia ciśnienia uzyskiwanego na wyjściu z regulatora elektropneumatycznego 7. Regulator reaguje na sygnały czujników 8 mierzących przemieszczenia wirnika.

### 3. RÓWNANIA RUCHU I STRUKTURA UKŁADU AUTOMATYCZNEGO WYRÓWNOWAŻANIA

Model fizyczny obiektu regulacji, tj. wirnika wraz z przymocowanymi do niego masami korekcyjnymi przedstawiono na rys. 2. Przyjęto następujące układy odniesienia (zakładamy, że wirnik wykonuje ruch płaski):

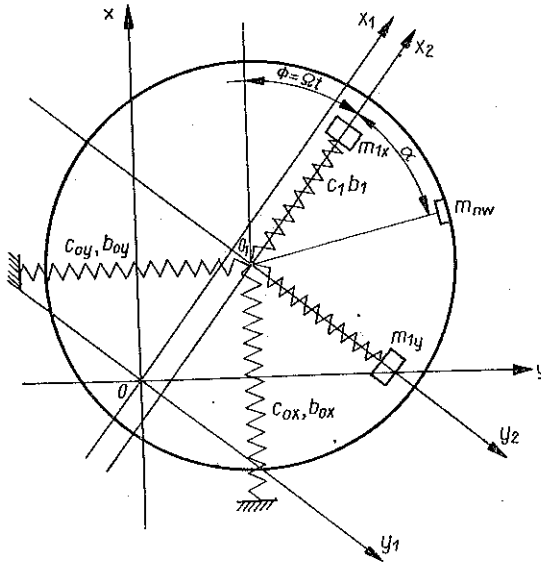
- $x, y$  inercyjny układ odniesienia. Środek układu  $O$  znajduje się na osi wirnika będącego w równowadze statycznej,
- $x_2, y_2$  układ odniesienia sztywno związany z wirnikiem. Środek  $O_1$  jest środkiem geometrycznym wirnika,
- $x_1, y_1$  układ odniesienia wirujący wraz z wirnikiem. Osie  $x_1$  i  $y_1$  są zawsze równoległe do osi  $x_2$  i  $y_2$ , a środkiem układu jest środek  $O$  układu inercyjnego.

Korzystając z równań Lagrange'a II-go rodzaju ułożono równania ruchu, gdzie jako współrzędne uogólnione przyjęto współrzędne  $x_1, y_1, x_2, y_2$ :

$$\begin{aligned}
 (3.1) \quad & A (\ddot{x}_1 - 2\dot{y}_1 \Omega - x_1 \Omega^2) + m_1 (\ddot{x}_2 - 2\dot{y}_2 \Omega - x_2 \Omega^2) + b_0 (\dot{x}_1 - y_1 \Omega) + \\
 & \quad + c_0 x_1 = -m_{nw} R_x + 2m_{nw} \dot{R}_x \Omega + m_{nw} R_x \Omega^2 - p_x F, \\
 & A (\ddot{y}_1 + 2\dot{x}_1 \Omega - y_1 \Omega^2) + m_1 (\ddot{y}_2 + 2\dot{x}_2 \Omega - y_2 \Omega^2) + b_0 (\dot{y}_1 + x_1 \Omega) + \\
 & \quad + c_0 y_1 = -m_{nw} \dot{R}_y - 2m_{nw} \dot{R}_x \Omega + m_{nw} R_y \Omega^2 - p_y F, \\
 & m_1 (\ddot{x}_2 - x_2 \Omega^2) + m_1 (\ddot{x}_1 - 2\dot{y}_1 \Omega - x_1 \Omega^2) + b_1 \dot{x}_2 + c_1 x_2 = p_x F, \\
 & m_1 (\ddot{y}_2 - y_2 \Omega^2) + m_1 (\ddot{y}_1 + 2\dot{x}_1 \Omega - y_1 \Omega^2) + b_1 \dot{y}_2 + c_1 y_2 = p_y F,
 \end{aligned}$$

gdzie

$$(3.2) \quad \begin{aligned} A &= M + 2m_1 + m_{nw}, \\ R_x &= R \cos \alpha, \\ R_y &= R \sin \alpha. \end{aligned}$$



Rys. 2. Model fizyczny układu wirującego.

Wielkościami wejściowymi do obiektu są  $p_x$ ,  $p_y$ ,  $R_x$ ,  $R_y$ , natomiast wielkościami wyjściowymi  $x_1$ ,  $y_1$  i tworzą one:

wektor wielkości sterujących

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \end{bmatrix},$$

wektor wielkości zakłócających

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_x \\ R_y \end{bmatrix},$$

wektor wielkości wyjściowych

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix}.$$

Ponieważ są dwie wielkości sterujące i dwie wielkości wyjściowe obiektu, przeto problem jego regulacji należy rozpatrywać jako problem regulacji wielowymiarowej. Dynamikę dwuwymiarowego obiektu możemy opisywać za pomocą ma-

cierzy transmitancji sterowań obiektu  $P_0(s)$  i macierzy transmitancji zakłóceń obiektu  $Q_0(s)$ :

$$(3.3) \quad P_0(s) = \begin{bmatrix} P_{011}(s) & P_{012}(s) \\ P_{021}(s) & P_{022}(s) \end{bmatrix},$$

$$(3.4) \quad Q_0(s) = \begin{bmatrix} Q_{011}(s) & Q_{012}(s) \\ Q_{021}(s) & Q_{022}(s) \end{bmatrix},$$

gdzie elementy macierzy  $P_0(s)$  i macierzy  $Q_0(s)$  otrzymano z układu równań (3.1) po ich przekształceniu za pomocą transformat Laplace'a. Elementy te wynoszą odpowiednio:

$$(3.5) \quad \begin{aligned} P_1(s) = P_{011}(s) = P_{022}(s) = \\ = \frac{A_{14}(A_{12}A_{33} - 2A_{13}A_{14}) - (A_{33} + A_{13})(A_{11}A_{33} - A_{13}^2 + A_{14}^2)}{(A_{11}A_{33} + A_{14}^2 - A_{13}^2)^2 + (A_{12}A_{33} - 2A_{13}A_{14})^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_2(s) = P_{021}(s) = -P_{012}(s) = \\ = \frac{A_{14}(A_{11}A_{33} - A_{13}^2 + A_{14}^2) - (A_{33} + A_{13})(A_{12}A_{13} - 2A_{13}A_{14})}{(A_{11}A_{33} + A_{14}^2 - A_{13}^2)^2 + (A_{12}A_{33} - 2A_{13}A_{14})^2}; \end{aligned}$$

$$(3.6) \quad \begin{aligned} Q_1(s) = Q_{011}(s) = Q_{022}(s) = \\ = \frac{B_1A_{33}(A_{11}A_{33} - A_{13}^2 + A_{14}^2) + B_2A_{33}(A_{12}A_{33} - 2A_{13}A_{14})}{(A_{11}A_{33} + A_{14}^2 - A_{13}^2)^2 + (A_{12}A_{33} - 2A_{13}A_{14})^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q_2(s) = Q_{021}(s) = -Q_{012}(s) = \\ = \frac{B_1A_{33}(A_{12}A_{33} - 2A_{13}A_{14}) - B_2A_{33}(A_{11}A_{33} - A_{13}^2 + A_{14}^2)}{(A_{11}A_{33} + A_{14}^2 - A_{13}^2)^2 + (A_{12}A_{33} - 2A_{13}A_{14})^2}, \end{aligned}$$

gdzie

$$(3.7) \quad \begin{aligned} A_{11} &= As^2 + b_0s + c_0 - A\Omega^2, \\ A_{12} &= -2A\Omega s - b_0\Omega, \\ A_{13} &= m_1s^2 - m_1\Omega^2, \\ A_{14} &= -2m_1\Omega s, \\ A_{33} &= m_1s^2 + b_1s + c_1 - m_1\Omega^2, \\ B_1 &= -m_{nw}s^2 + m_{nw}\Omega^2, \\ B_2 &= 2m_{nw}\Omega s. \end{aligned}$$

Ze względu na dostępność na krajowym rynku jednowymiarowych regulatorów elektropneumatycznych, przyjęto regulator diagonalny o macierzy transmitancji

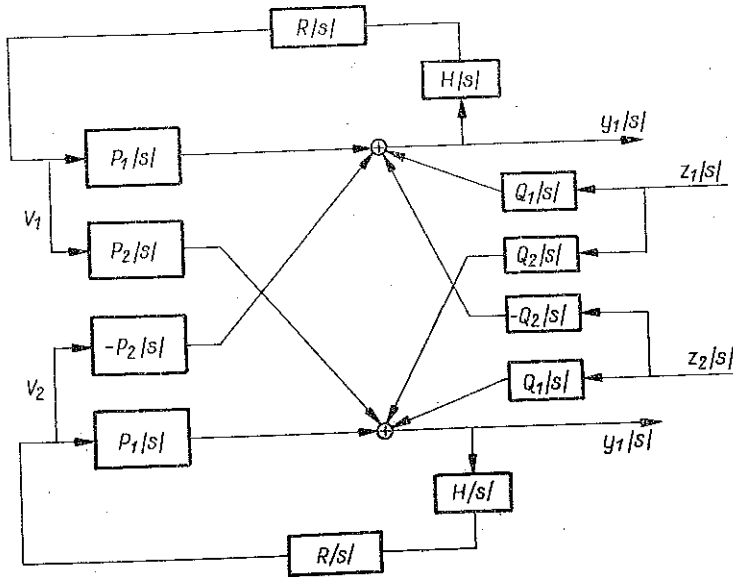
$$(3.8) \quad R_D(s) = \begin{bmatrix} R(s) & 0 \\ 0 & R(s) \end{bmatrix},$$

gdzie  $R(s)$  oznacza transmitancję składowego regulatora oraz zespół przetworników (elementów pomiarowych) o macierzy transmitancji

$$(3.9) \quad \mathbf{H}_D(s) = \begin{bmatrix} H(s) & 0 \\ 0 & H(s) \end{bmatrix},$$

gdzie  $H(s)$  oznacza transmitancję składowego przetwornika.

Ponieważ sens fizyczny obu wielkości sterujących i obu wielkości wyjściowych jest jednakowy, przyjęto identyczne składowe regulatory i przetworniki. Tak skonstruowany dwuwymiarowy układ regulacji przedstawiono na rys. 3.



Rys. 3. Schemat strukturalny dwuwymiarowego serwo mechanizmu do automatycznego wyrównawania

Układ z rys. 3 ma sprzężenia skrośne proste, gdyż te sprzężenia łączą wejście jednego kanału z wyjściem drugiego i jest antysymetryczny, gdyż gałęzie sprzężeń skrośnych mają jednakowe transmitancje, lecz o przeciwnych znakach. Zgodnie więc z klasyfikacją przedstawioną w [2], otrzymano jednorodny antysymetryczny układ regulacji o sprzężeniach skrośnych prostych.

Układ ten można opisać równaniem

$$(3.10) \quad \mathbf{v}(s) = \mathbf{Z}(s) \mathbf{z}(s),$$

gdzie

$$(3.11) \quad \mathbf{Z}(s) = [\mathbf{1} + \mathbf{P}_0(s) \mathbf{R}_D(s) \mathbf{H}_D(s)]^{-1} \mathbf{Q}_0(s).$$

Warto zauważyć, że przyjęcie wzoru (3.2), tzn.  $R_x = R \cos \alpha$  oraz  $R_y = R \sin \alpha$  umożliwia sprowadzenie dowolnego zakłócenia (niewyrównowazenia) do tych samych wejść, do których doprowadza się sterowanie.

Dwuwymiarowy, jednorodny, antysymetryczny układ regulacji można zredukować do jednowymiarowego o wielkości wejściowej, wielkości wyjściowej oraz transmitancjach zespolonych w sposób następujący.

Piszemy równania węzłów sumacyjnych

$$(3.12) \quad \begin{aligned} y_1(s) &= P_1(s) v_1(s) - P_2(s) v_2(s) + Q_1(s) z_1(s) - Q_2(s) z_2(s), \\ y_2(s) &= P_1(s) v_2(s) + P_2(s) v_1(s) + Q_1(s) z_2(s) + Q_2(s) z_1(s). \end{aligned}$$

Mnożąc drugie równanie przez  $i = \sqrt{-1}$  i dodając oba równania do siebie otrzymamy

$$(3.13) \quad y_1(s) + y_2(s) i = [P_1(s) + P_2(s) i] [v_1(s) + v_2(s) i] + [Q_1(s) + Q_2(s) i] [z_1(s) + z_2(s) i].$$

Wielkości sterujące związane są z wielkościami wyjściowymi następującymi zależnościami:

$$(3.14) \quad \begin{aligned} v_1(s) &= -H(s) R(s) y_1(s), \\ v_2(s) &= -H(s) R(s) y_2(s). \end{aligned}$$

Również mnożymy drugie równanie przez  $i = \sqrt{-1}$  i dodajemy do pierwszego, a otrzymany wynik wstawiamy do równania (3.13); stąd po prostych przekształceniach otrzymamy

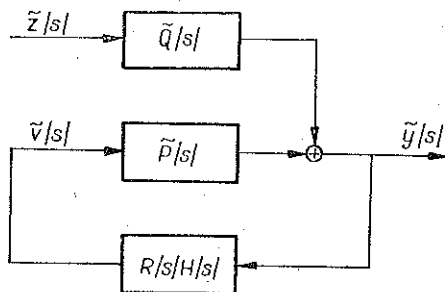
$$(3.15) \quad \tilde{y}(s) = \tilde{Z}(s) \tilde{z}(s),$$

gdzie

$$(3.16) \quad \tilde{Z}(s) = \frac{\tilde{Q}(s)}{1 + \tilde{P}(s) R(s) H(s)}$$

jest zespoloną transmitancją zakłóceń jednowymiarowego zamkniętego układu regulacji, przy czym

$$(3.17) \quad \begin{aligned} \tilde{y}(s) &= y_1(s) + y_2(s) i, \\ \tilde{z}(s) &= z_1(s) + z_2(s) i, \\ \tilde{P}(s) &= P_1(s) + P_2(s) i, \\ \tilde{Q}(s) &= Q_1(s) + Q_2(s) i, \\ \tilde{Z}(s) &= Z_1(s) + Z_2(s) i. \end{aligned}$$



Rys. 4. Jednowymiarowy układ o transmitancjach zespolonych służący do badania stabilności dwuwymiarowego serwomechanizmu

Schemat strukturalny tak opisanego serwomechanizmu został przedstawiony na rys. 4. Możemy więc badać dwuwymiarowe, jednorodnie, antysymetryczne układy automatycznego wyrównoważania, badając odpowiednie jednowymiarowe układy o transmitancjach zespolonych.

#### 4. STABILNOŚĆ DWUWYMIAROWEGO SERWOMECHANIZMU

Wielowymiarowy układ regulacji jest stabilny, gdy równanie charakterystyczne tego układu ma pierwiastki o częściach rzeczywistych ujemnych. Do badania stabilności serwomechanizmu wykorzystamy równanie HSU CHENA [4] postaci

$$(4.1) \quad \det [1 + P_0(s) R_d(s) H_d(s)] = \frac{A_z(s)}{A_0(s)},$$

gdzie  $A_z(s)$  oznacza wielomian charakterystyczny zamkniętego układu regulacji oraz  $A_0(s)$  wielomian charakterystyczny otwartego układu regulacji.

Gdy układ otwarty jest stabilny, to o stabilności zamkniętego układu decydują pierwiastki równania

$$(4.2) \quad \det [1 + P_0(s) R_D(s) H_D(s)] = 0.$$

W przypadku naszego układu równanie (4.2) można przekształcić następująco:

$$(4.3) \quad \det [1 + P_0(s) R_D(s) H_D(s)] = \\ = \{1 + R(s) H(s) [P_1(s) + P_2(s) i]\} \{1 + R(s) H(s) [P_1(s) - P_2(s) i]\},$$

gdzie  $i = \sqrt{-1}$ .

Powyższy wzór wskazuje, że dwuwymiarowy serwomechanizm będzie stabilny, gdy spełnią warunki stabilności jednowymiarowe układy o następujących transmitancjach układów otwartych:

$$(4.4) \quad W'_0(s) = R(s) H(s) [P_1(s) + P_2(s) i], \\ W''_0(s) = R(s) H(s) [P_1(s) - P_2(s) i].$$

Łatwo wykazać [5], że jeżeli układ o transmitancji  $W'_0(s)$  spełnia warunki stabilności, to jednocześnie i układ o transmitancji  $W''_0(s)$  spełnia warunki stabilności. W związku z powyższym, badanie stabilności dwuwymiarowego serwomechanizmu sprowadza się do badania stabilności układu jednowymiarowego z rys. 4 o transmitancji układu otwartego

$$(4.5) \quad W_0(s) = R(s) H(s) [P_1(s) + P_2(s) i].$$

Do badania stabilności tego układu wykorzystamy logarytmiczne charakterystyki częstotliwościowe. W tym celu transmitancję zespoloną obiektu  $\tilde{P}(s)$  przedstawimy w postaci czynnikowej [6]

$$(4.6) \quad \tilde{P}(s) = K \frac{(s - \lambda_1)(s - \lambda_2) \dots (s - \lambda_n)}{(s - \gamma_1)(s - \gamma_2) \dots (s - \gamma_m)}$$



Ze względu na fakt, że współczynniki wielomianu w liczniku są zespolone, otrzymane pierwiastki tego wielomianu mogą być zespolone, ale nie sprzężone. Dla czynników zawierających pierwiastki zespolone nie sprzężone, nie możemy wykorzystać charakterystyk amplitudowych i fazowych podstawowych, klasycznych członów przy wyznaczaniu charakterystyk Bode'go. Możemy natomiast skorzystać z logarytmicznych charakterystyk amplitudowych i fazowych członów o współczynnikach zespolonych, opisanych w [7]. Ponieważ wielomian licznika transmitancji  $\tilde{P}(s)$  ma współczynniki zespolone, przeto charakterystyki częstotliwościowe nie mają własności symetrii względem częstotliwości  $\omega=0$ . Dlatego posługując się częstotliwościowymi kryteriami stabilności oraz badając częstotliwościowymi metodami układ, który ma transmitancję o współczynnikach zespolonych, należy konstruować i badać charakterystyki w przedziale  $[-\infty, \infty]$ .

### 5. PRZYKŁAD LICZBOWY SYNTEZY I BADANIA STABILNOŚCI SERWOMECHANIZMU

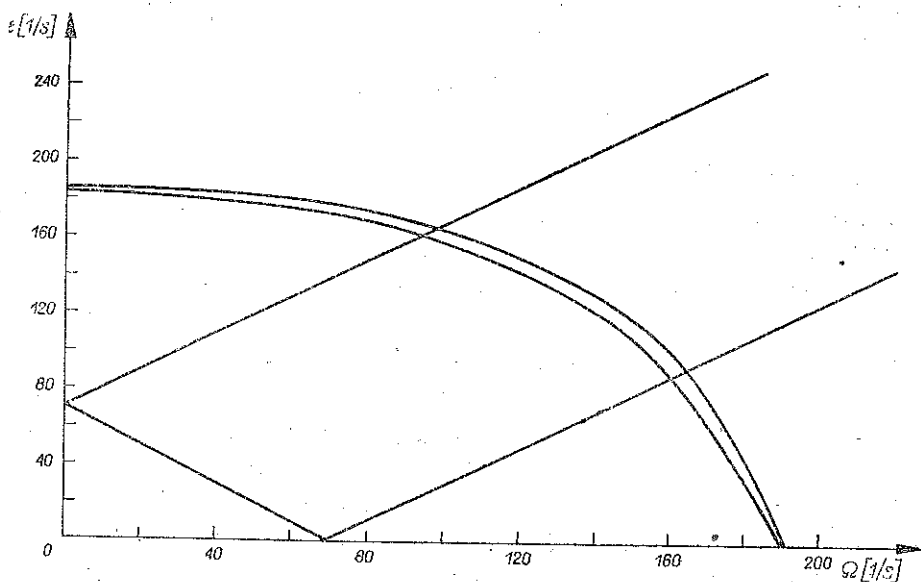
Dane są następujące parametry obiektu:

$$A=30 \text{ kg}, \quad m_1=0,6 \text{ kg}, \quad c_0=150000 \text{ N/m}, \quad c_1=21000 \text{ N/m}, \\ b_0=100 \text{ Ns/m}, \quad b_1=5 \text{ Ns/m}.$$

Przy małym tłumieniu można przyjąć, że częstości własne układu wirującego są równe w przybliżeniu częściom urojonym biegunów transmitancji  $\tilde{P}(s)$ , tzn.

$$(5.1) \quad \kappa_i = \text{Im}(\gamma_i).$$

Zależność częstości własnych  $\kappa_i$  od obrotów wirnika  $\Omega$  przedstawia rys. 5 (ze względu na symetrię rys. 5 przedstawia tylko «ćwiartkę» wykresu). Dla układu



Rys. 5. Wykres wartości własnych jako funkcja obrotów wirnika

opisanego we współrzędnych ruchomych, częstości rezonansowe wyznacza się ze wzoru [8]

$$(5.2) \quad \kappa_1(\Omega) + \Omega = \Omega,$$

czyli

$$(5.3) \quad \kappa_1(\Omega) = 0.$$

Na podstawie wykresu (rys. 5) można stwierdzić, że częstości rezonansowe wynoszą odpowiednio 70 1/s (I częstość rezonansowa) i 190 1/s (II częstość rezonansowa). Po przekroczeniu prędkości obrotowej równej II-giej częstości rezonansowej pojawiają się bieguny w prawej półpłaszczyźnie; wirnik jest więc niestabilny dla  $\Omega > 190$  1/s. Przy prędkościach wirnika  $\Omega > 130$  1/s jedno z zer transmitancji  $\tilde{P}(s)$  ma część rzeczywistą dodatnią. Dla prędkości  $\Omega > 130$  1/s obiekt nie jest więc obiektem minimalnofazowym.

Dla obrotów wirnika  $\Omega = 120$  1/s mamy

zera	bieguny
$\lambda_1 = -1,6141 + 50,1777 i,$	$\gamma_1 = -1,6141 + 50,1777 i,$
$\lambda_2 = -4,0850 + 141,1297 i,$	$\gamma_2 = -4,0850 + 141,1297 i,$
$\lambda_3 = -4,3122 - 146,4328 i,$	$\gamma_3 = -4,3122 - 146,4328 i,$
$\lambda_4 = -1,6671 + 190,2273 i,$	$\gamma_4 = -1,6671 + 190,2273 i,$
$\lambda_5 = -0,5068 + 19,7852 i,$	$\gamma_5 = -1,6141 - 50,1777 i,$
$\lambda_6 = -3,5806 - 139,7852 i,$	$\gamma_6 = -4,0850 - 141,1297 i,$
	$\gamma_7 = -4,3122 + 146,4328 i,$
	$\gamma_8 = -1,6671 - 190,2273 i.$

Łatwo zauważyć, że pierwsze cztery zera i cztery bieguny są identyczne. Transmitancja  $\tilde{P}(s)$  redukuje się więc do postaci

$$(5.4) \quad \tilde{P}(s) = K \frac{(s - \lambda_5)(s - \lambda_6)}{(s - \gamma_5)(s - \gamma_6)(s - \gamma_7)(s - \gamma_8)},$$

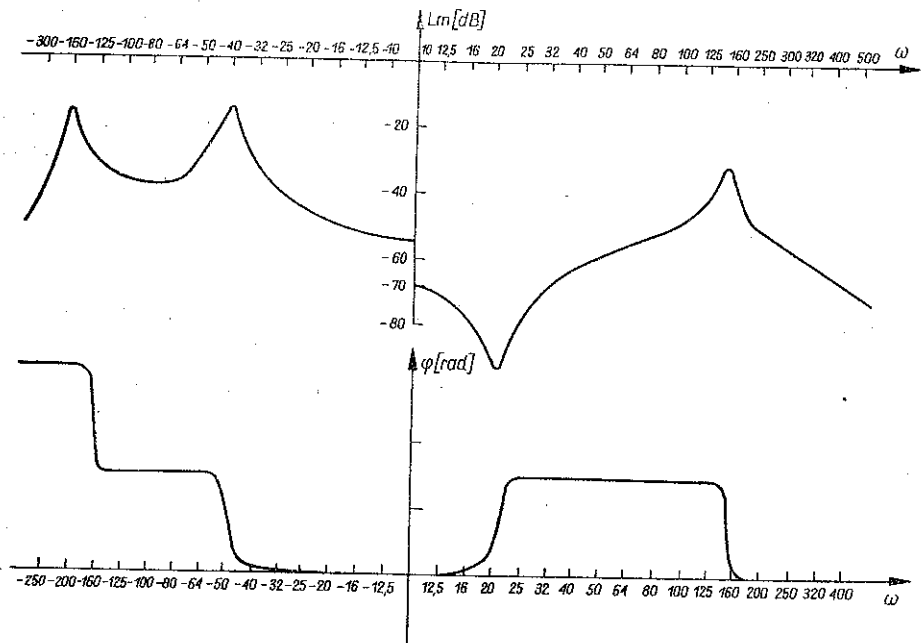
gdzie  $K = -0,068$  1/kg.

Logarytmiczną charakterystykę amplitudową i fazową transmitancji  $\tilde{P}(s)$  przedstawia rys. 6.

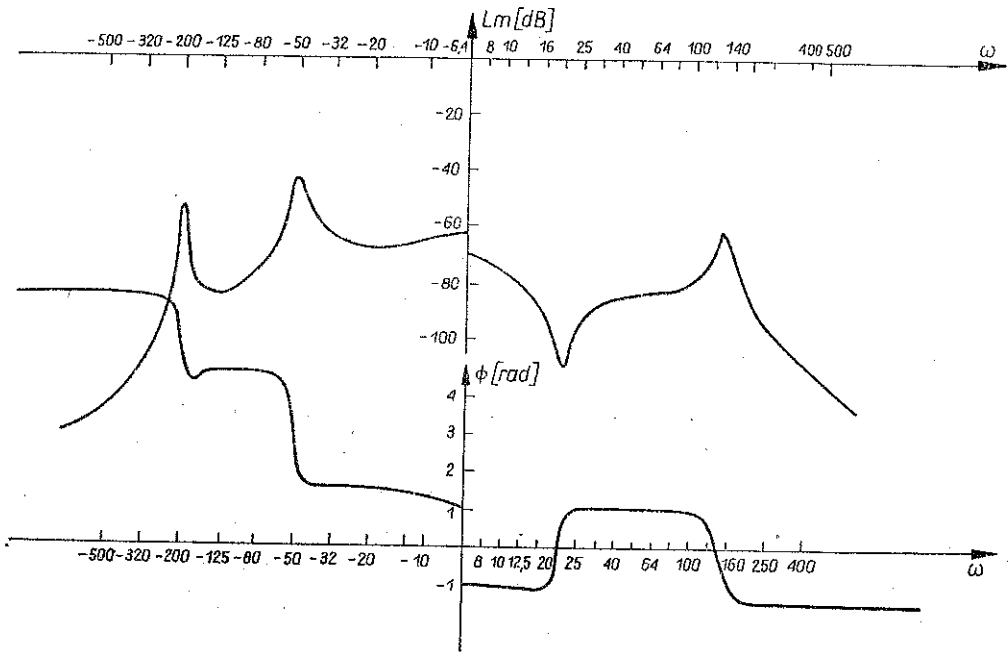
Dla oceny wpływu sprzężeń skrośnych przedstawimy transmitancję  $\tilde{P}(s)$  w postaci

$$(5.5) \quad \tilde{P}(s) = P_1(s) \left[ 1 + \frac{P_2(s)}{P_1(s)} i \right] = P_1(s) G(s),$$

gdzie  $G(s)$  opisuje wpływ sprzężenia skrośnego na główny kanał o transmitancji  $P_1(s)$ . Z obliczeń wynika, że dla prędkości wirnika  $\Omega > 70$  1/s, a więc powyżej I-ej prędkości rezonansowej, w transmitancji  $P_1(s)$  pojawia się zero leżące w prawej półpłaszczyźnie. Jednakże jednocześnie w transmitancji  $G(s)$  pojawia się biegun o tej samej wartości, kompensujący się z wyżej wspomnianym zerem transmitancji  $P_1(s)$ . Istnienie więc sprzężenia skrośnego w obiekcie rozszerza zakres obrotów



Rys. 6. Logarytmiczne charakterystyki: amplitudowa i fazowa wirnika jako obiektu regulacji



Rys. 7. Logarytmiczne charakterystyki: amplitudowa i fazowa obiektu z uwzględnieniem bezwładności elementu wykonawczego

wirnika (w naszym przypadku do  $\Omega=130$  1/s), dla których wirnik jest obiektem minimalnofazowym, a więc łatwym do wyregulowania. Powyższe zjawiska wynika z faktu, że sprzężenia skrośne związane są z działaniem sił Coriolisa oraz sił tarcia. Siły Coriolisa związane z precesją wirnika pojawiają się zawsze, gdy zakłócony zostaje normalny, ustalony ruch wirnika. Nie zachodzi więc obawa przerwania tych sprzężeń i pozbawienia wirnika ich stabilizującego działania, ponieważ nie jest możliwa realizacja fizyczna wirnika, ruchowi którego nie towarzyszyłyby te efekty.

Ponieważ elementem wykonawczym jest siłownik pneumatyczny, przeto aby uwzględnić jego dużą bezwładność (dużą stałą czasową  $T_p$  w stosunku do stałych czasowych wirnika) — do obiektu dołączamy szeregowo dodatkowy człon, opisujący dynamikę elementu wykonawczego o transmitancji

$$(5.6) \quad W_p(s) = \frac{F}{1 + T_p s},$$

gdzie  $T_p=0,3$  s,  $F=12$  cm<sup>2</sup>.

Logarytmiczną charakterystykę amplitudową i fazową tak rozbudowanego obiektu przedstawia rys. 7.

Ponieważ współczynnik wzmocnienia krytycznego  $k_{kr}$  i czas oscylacji drgań samowzbudnych układu  $T_{osc}$  wynoszą

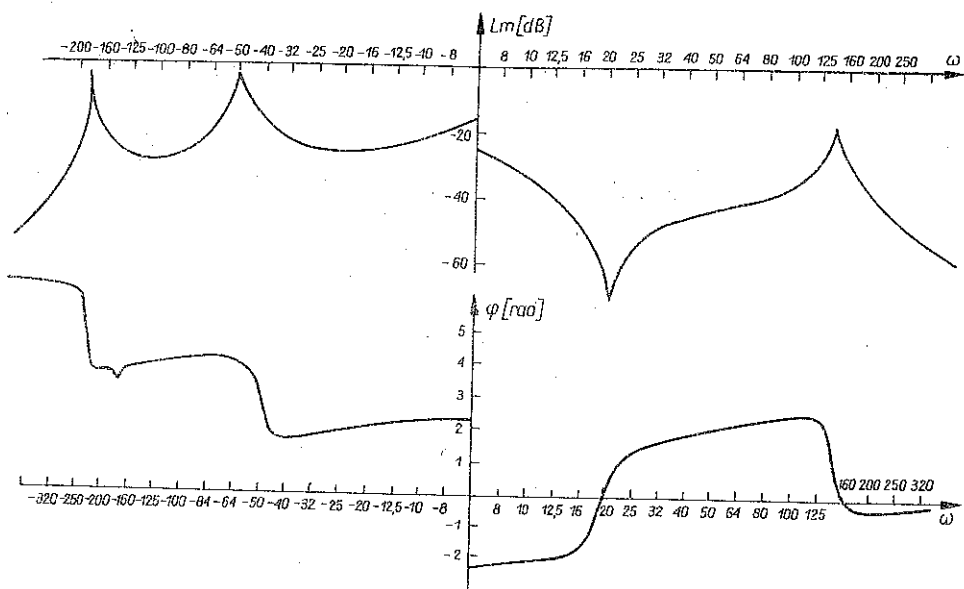
$$k_{kr}=11,5, \quad T_{osc} = \frac{2\pi}{\kappa_1} = 0,126 \text{ s},$$

gdzie  $\kappa_1$  oznacza pierwszą częstość drgań własnych, przeto na podstawie reguł Zieglera-Nicholsa dobrano regulator *PID* (włączono do regulatora przetwornik pomiarowy będący członem proporcjonalnym)

$$(5.7) \quad H(s)R(s) = 7 \left( 1 + \frac{1}{0,063 \text{ s}} + 0,015 \text{ s} \right).$$

Po przyjęciu takiego regulatora logarytmiczne charakterystyki układu otwartego przedstawiono na rys. 8.

Na podstawie tych wykresów możemy sądzić, że regulatory *PID* w stosunku do regulatora *P* nie wnoszą zasadniczych korzyści. Wynika to z faktu, że charakterystyka fazowa obiektu przecina poziom 180° przy częstości niewiele większej niż I-sza częstość własna  $\kappa_1=50,2$  1/s, natomiast charakterystyka fazowa układu otwartego z regulatorem *PID* minimalnie dalej; aby więc układ zamknięty był stabilny, charakterystyka modułu musi leżeć poniżej poziomu 0 dB. Zasadniczą poprawę można uzyskać wprowadzając np. duże tłumienie (wygładzając piki rezonansowe). Przy dużym tłumieniu uwidoczniłaby się przewaga regulatora *PID* nad regulatorem *P*.



Rys. 8. Logarytmiczne charakterystyki: amplitudowa i fazowa układu otwartego (po zastosowaniu regulatora PID)

## 6. PODSUMOWANIE

Przedstawiony dwuwymiarowy serwomechanizm do automatycznego wyrównywania charakteryzuje się dużą szybkością działania (nadażania za zakłóceniem) oraz możliwością uzyskania stabilnej pracy w szerokim zakresie obrotów wirnika. Przy projektowaniu serwomechanizmu dla konkretnej maszyny wirnikowej należy uwzględnić charakterystyczne dla niej pasmo zakłóceń. Ze względów praktycznych zaprojektowano dość arbitralnie regulator diagonalny, ale w większości możliwych zastosowań regulator ten spełni w zupełności wymagania. Cenną zaletą przedstawionego serwomechanizmu jest dość prosta konstrukcja, jak również prosta metoda syntezy układu automatycznego wyrównywania.

Przedstawiony serwomechanizm można zastosować do ciągłego wyrównywania tarcz szlifierskich, wirników w wentylatorach odpylania, wirników w wirówkach filtracyjnych itd. W czasie pracy wymienionych maszyn wirnikowych nierównomierne zużycie wirnika lub osadzanie się na nim masy, wywołuje niewyrównoważenie zmienne w czasie. Powstałe w ten sposób niewyrównoważenie eksploatacyjne możemy zlikwidować (lub przynajmniej zmniejszyć) jedynie za pomocą układów automatycznego wyrównywania, do których należy zaproponowany dwuwymiarowy serwomechanizm.

## LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. Z. GOSIEWSKI, *Aktywne regulowanie poziomu drgań maszyn wirnikowych o sztywnych wirnikach o zmiennym niewyrównoważeniu*. Maszynopis pracy doktorskiej, IPPT PAN, 1981.
2. W. T. MOROZOWSKI, *Wielowymiarowe układy automatyki*, WNT, Warszawa 1974.

3. Z. GOSIEWSKI, Patent nr 117196 oraz zgłoszenie patentowe nr P-224860.
4. A. NIEDERLIŃSKI, *Układy wielowymiarowe automatyki*, Podstawy teoretyczne, WNT, Warszawa 1974.
5. S. PASZKOWSKI, *Stabilność pewnych dwuwymiarowych układów regulacji automatycznej*, Biuletyn WAT, 3/103, Warszawa 1961.
6. M. Z. KOBOWSKI, *Awtomaticzeskoje uprawlenie wibrozaszczitnymi sistemami*, Nauka, Moskwa 1976.
7. A. A. KAZAMAROW, A. M. POŁATNIK, L. O. RODNIANSKI, *Dynamika dwumiernych sistem awtomatičeskogo regulirowania*, Nauka, Moskwa 1967.
8. A. MUSZYŃSKA, *Modelowanie i analiza dynamiczna wirników*, praca habilitacyjna, Instytut Podstawowych Problemów Techniki PAN, Warszawa 1975.

## Резюме

ДВУХМЕРНЫЙ СЕРВОМЕХАНИЗМ ДЛЯ НЕПРЕРЫВНОЙ КОРРЕКЦИИ  
РАСПРЕДЕЛЕНИЯ МАССЫ ЖЕСТКОГО РОТОРА (ЭКСПЛУАТАЦИОННОЕ  
ВЫРАВНИВАНИЕ В ОДНОЙ ПЛОСКОСТИ КОРРЕКЦИИ)

В работе представлен двухмерный сервомеханизм для автоматической коррекции распределения массы жесткого ротора неуравновешенного „статически“. Для избранной модели ротора проведены синтез и оценка стабильности сервомеханизма.

## SUMMARY

TWO-DIMENSIONAL SERVOMECHANISM FOR CONTINUOUS CONTROL OF ROTOR  
MASS DISTRIBUTION (EXPLOITATION BALANCING AT ONE CORRECTION PLANE)

A two-dimensional servomechanism for the automatic control of mass distribution of a rigid rotor statically unbalanced is presented. For a chosen rotor model, synthesis and evaluation of servomechanism stability are made.

WYŻSZA SZKOŁA INŻYNIERSKA, KOSZALIN

*Praca została złożona w Redakcji dnia 3 lipca 1979 r.*