

RÓWNANIA PEŁZANIA DLA NIESTACJONARNYCH OBCIĄŻEŃ NA PRZYKŁADZIE PEŁZANIA PRÉSZPANU TRANSFORMATOROWEGO

MICHAŁ CZECH I EUGENIUSZ MIELESZKO (BIAŁYSTOK)

Na przykładzie pełzania preszpanu w jednoosiowym stanie naprężenia zbudowano ogólne równanie konstytutywne, opisujące pełzanie przy stacjonarnych i niestacjonarnych obciążeniach. Zastosowano oryginalną metodę budowy równań pełzania, opartą na uogólnieniu hipotez pełzania, podaną przez E. MIELESZKĘ [4]. Tak zbudowane równanie konstytutywne dla pełzania preszpanu w oleju transformatorowym o charakterystyce nieliniowo lepkosprężystej zostało zweryfikowane dla prób przy niestacjonarnych obciążeniach. Wynik weryfikacji potwierdził poprawność metody.

1. WPROWADZENIE

Odształcenia pełzania preszpanu transformatorowego w oleju zależą od historii naprężeń. Wykresy krzywych pełzania wyznaczone na podstawie hipotezy dziedziczności Rabotnowa oraz Rozowskiego różnią się od wykresów krzywych doświadczalnych [1].

W pracach [1, 2 i 3] przedstawiono modyfikację hipotezy Rozowskiego, wprowadzając naprężenie zastępcze. Metody tej nie można uogólnić na szeroką klasę materiałów.

W pracy [4] sformułowano uogólniony model hipotez pełzania. Zgodnie z modelem, przez dobór wykładnika potęgi operatora potęgowego, można opisać rzeczywiste krzywe pełzania przy dowolnym programie obciążeń.

Praca niniejsza zawiera praktyczne zastosowanie uogólnionego modelu hipotez pełzania, przedstawionego w pracy [4], do budowy równania konstytutywnego pełzania preszpanu transformatorowego w oleju. Zbudowane równanie zweryfikowano na przykładach pełzania przy dwóch programach skokowej zmiany naprężenia.

2. DANE DOŚWIADCZALNE

Dane doświadczalne odształceń pełzania zaczerpnięto z pracy [5]. Próby pełzania przeprowadzono przy ściskaniu próbek w jednoosiowym stanie, przy następujących stałych wartościach naprężenia: $\sigma = 5, 10, 15, 20, 25$ i 30 [MPa]/1MPa.

Przeprowadzono po sześć prób pełzania na każdym poziomie naprężenia. Próbki były złożone z 14 pierścieni o grubości 2 mm i średnicy wewnętrznej 4,2 mm oraz zewnętrznej 15,0 mm. Pierścienie te uzyskiwano z arkusza za pomocą cięcia specjalnym wykrojnikiem.

Krzywe odkształcenia całkowitego aproksymowano w pracy [6] funkcją o postaci

$$(2.1) \quad \varepsilon = a\sigma^\alpha (1 + bt^\beta)^\alpha,$$

gdzie

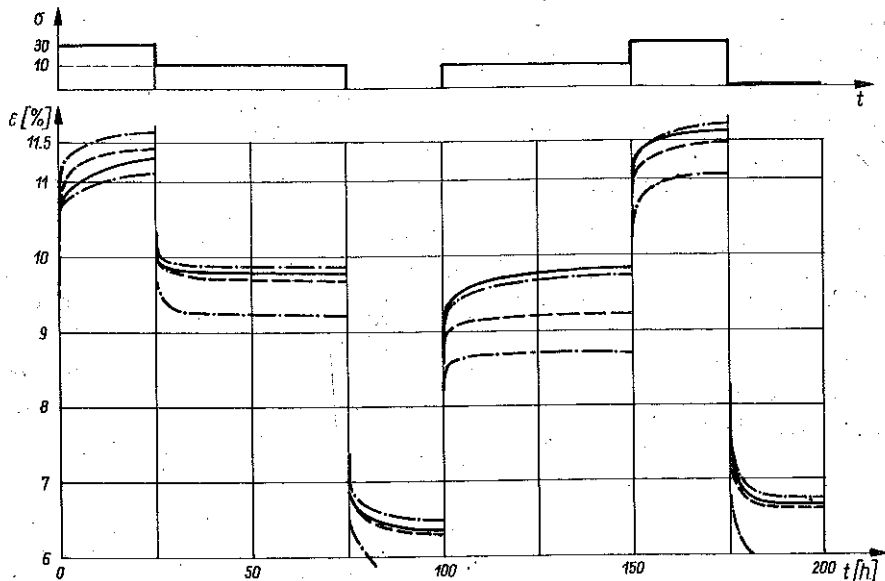
$$a = 3,21, \quad b = 0,37, \quad \alpha = 0,32, \quad \beta = 0,15, \quad \varepsilon [\%], \quad t \frac{[h]}{1h}.$$

Próby pełzania, przy skokowej zmianie naprężenia, przeprowadzono dla następujących programów obciążeń: $\sigma = 30, 25, 20, 15, 10, 0$; $\sigma = 30, 10, 0, 10, 30, 0$ [MPa]/1MPa. Dla każdego programu zrealizowano po osiem prób pełzania.

Wykres średnich oraz ekstremalnych odkształceń całkowitych przedstawiono na rys. 1 i 2.

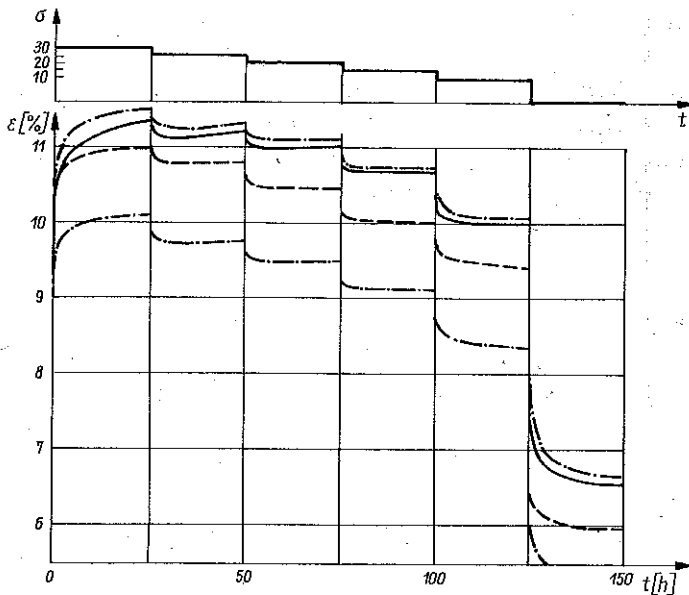
Do dalszej analizy wykorzystamy wzór (2.1) w postaci przybliżonej (użytej w rozwinęciu w szereg):

$$(2.2) \quad \varepsilon = a\sigma^\alpha + a\sigma^\alpha \alpha bt^\beta,$$



Rys. 1. Pełzanie przespanu transformatorowego w oleju.

— średnie wartości obliczone z ośmiu prób pełzania; - - - dane doświadczalne próbek o ekstremalnych odkształceniach; ——— krzywa teoretyczna.



Rys. 2. Pełzanie przespanu transformatorowego w oleju.

— — — — — średnie wartości obliczone z ośmiu prób pełzania; - - - - - dane doświadczalne próbek o ekstremalnych odkształceniach, — · — · — · — krzywa teoretyczna.

gdzie

$$(2.3) \quad a\sigma^\alpha = \varepsilon_n$$

oznacza odkształcenie natychmiastowe (doraźne) a

$$(2.4) \quad a\sigma^\alpha \alpha b t^\beta = \varepsilon_c$$

odkształcenie pełzania.

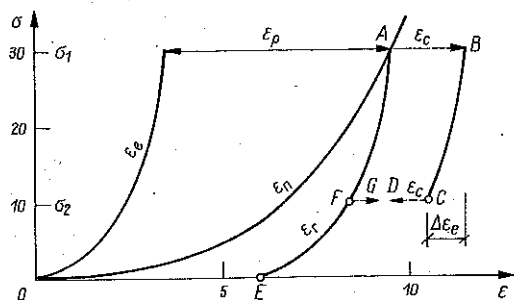
Maksymalny błąd bezwzględny przybliżenia (2.2) równania (2.1) nie przekracza 0,3. Wartość błędu oszacowano dla $\sigma_{\max} = 30$ i $t_{\max} = 200$.

3. ODKSZTAŁCENIE SPRĘŻYSTE I TRWAŁE

W pracy [7] wykazano, że odkształcenie trwałe, jakie pozostaje w próbce po odciążeniu, nie zależy od czasu obciążenia, lecz tylko od maksymalnego zastosowanego naprężenia. Ponieważ próbka jest zbudowana z pierścieni, przeto sposób ich ułożenia, nierówności i powichrowania powierzchni wpływają na wartość odkształcenia trwałego. Powoduje to przesunięcie względem siebie krzywych odkształcenia całkowitego. Duży rozrzut wartości doświad-

czalnych odkształceń (rys. 1 i 2) w głównej części jest rozrzutem odkształcenia trwałego.

Z analizy danych doświadczalnych przy skokowej zmianie naprężenia zawartych w pracy [8] wynika, że preszpan zachowuje się jak ciało nieliniowo lepkosprężyste. Doświadczalne wartości odkształcenia sprężystego układają się na krzywej ε_e na rys. 3.



Rys. 3. Ilustracja odkształceń preszpanu: ε_e — krzywa odkształcenia sprężystego, ε_n — krzywa odkształcenia doraźnego (natychmiastowego), ε_r — droga odkształceń doraźnych przy zmianie naprężenia, ε_p — odkształcenie plastyczne dla $\sigma_1 = \sigma_{\max}$, ε_c — odkształcenie pełzania.

W chwili przyłożenia naprężenia σ_1 próbka ulegnie odkształceniu natychmiastowemu.

$$(3.1) \quad \varepsilon_n = \varepsilon_e(\sigma_1) + \varepsilon_p(\sigma_1)$$

(punkt A na rys. 3), a po upływie czasu t_1 nastąpi odkształcenie pełzania $\varepsilon_c = \varepsilon_c(\sigma_1, t_1)$ (odcinek AB). Przy spadku naprężenia do wartości $\sigma_2 \leq \sigma_1$ w chwili $t = t_1$ nastąpi skok odkształcenia sprężystego $\Delta\varepsilon_e$ i dla $t > t_1$ zachodzi kontynuacja odkształcenia pełzania (odcinek CD), przy tym różnica

$$\varepsilon(\sigma_1, \sigma_2, t) - [\varepsilon_p(\sigma_1) + \varepsilon_e(\sigma_2) + \varepsilon_c(\sigma_2, t)]$$

maleje do zera ($\vec{CD} + \vec{FG} \rightarrow \vec{0}$).

Krzywą odkształcenia sprężystego, według danych z pracy [8], określono funkcją

$$(3.2) \quad \varepsilon_e = m [1 - \exp(-n\sigma)],$$

gdzie $m = 3,6$; $n = 0,1$.

Odształcenie trwałe, zgodnie z (3.1) przy uwzględnieniu wzorów (2.3) i (3.2), wynosi

$$(3.3) \quad \varepsilon_p = a\sigma_{\max}^\alpha - m [1 - \exp(-n\sigma_{\max})].$$

4. ODKSZTAŁCENIE PEŁZANIA

Odkształcenie pełzania przy stacjonarnym obciążeniu jest określone wzorem (2.4). Ponieważ pełzanie przy obciążeniu jest odwracalne, przeto adekwatne równanie konstytutywne będzie wynikało z uogólnionej hipotezy [4]:

$$(4.1) \quad \Phi [\varepsilon_c(t)] = \int_0^t \frac{d\Phi(\varepsilon_c(\sigma, \tau))}{d\varepsilon_c(\sigma, \tau)} \frac{\partial \varepsilon_c(\sigma, s)}{\partial s} d\tau,$$

gdzie $s = t - \tau$.

Dla operatora potęgowego $\Phi(X) = X^p$ równanie (4.1) przy uwzględnieniu wzoru (2.2) będzie miało postać

$$(4.2) \quad [\varepsilon_c(t)]^p = (ab\alpha)^p \int_0^t \sigma(\tau)^{\alpha p} \frac{d(t-\tau)^{\beta p}}{d(t-\tau)} d\tau.$$

Przy skokowej zmianie naprężenia

$$(4.3) \quad \sigma(t) = \sigma_1 H(t) + (\sigma_2 - \sigma_1) H(t - t_1) + (\sigma_3 - \sigma_2) H(t - t_2) + \dots$$

otrzymamy

$$(4.4) \quad \varepsilon_c(t) = ab\alpha [\sigma_1^{\alpha p} t^{\beta p} H(t) + (\sigma_2^{\alpha p} - \sigma_1^{\alpha p}) (t - t_1)^{\beta p} H(t - t_1) + \dots]^{1/p}.$$

Równanie (4.2) jest uogólnieniem hipotez dziedziczności Rabotnowa ($p = 1/\alpha$) i Rozowskiego ($p = 1$) [9].

Iloczyn βp charakteryzuje prędkość odkształcenia pełzania przy zmianie naprężenia. Im mniejszy jest iloczyn $\beta p \in \langle 0, 1 \rangle$, tym w krótszym czasie będzie spełniona nierówność

$$(4.5) \quad |\varepsilon_c(\sigma_1, \sigma_2, t) - \varepsilon_c(\sigma_2, t)| < \delta,$$

gdzie δ jest dowolną liczbą dodatnią.

Potęę p wyznaczono na podstawie doświadczalnego odkształcenia w wybranej chwili $t > t_1$ po zmianie naprężenia z równania

$$(4.6) \quad \varepsilon_c(\sigma_1, \sigma_2, t) = ab\alpha [(\sigma_1^\alpha t^\beta)^p - (\sigma_1^\alpha (t - t_1)^\beta)^p + (\sigma_2^\alpha (t - t_2)^\beta)^p]^{1/p}.$$

Rozwiązanie równania (4.6), np. dla $t = 30$, $t_1 = 25$, $\sigma_1 = 30$, $\sigma_2 = 10$ i doświadczalnej wartości $\varepsilon_c = 1,42$, daje $p = 0,82$.

Podsumowując przedstawioną analizę procesu pełzania przedstawiono hipotezę, że całkowite odkształcenie pełzania przeszpanu jest określone wzorem

$$(4.7) \quad \varepsilon(\sigma, t) = \varepsilon_e(\sigma) + \varepsilon_p(\sigma_{\max}) + \varepsilon_c(\sigma, t),$$

gdzie $\varepsilon_e(\sigma)$ oznacza odkształcenie sprężyste opisane nieliniowym związkiem (3.2), $\varepsilon_p(\sigma_{\max})$ odkształcenie trwale określone równaniem (3.3); odkształcenie

pełzania $\varepsilon_c(\sigma, t)$ określa hipoteza dziedziczności (4.2) lub, przy skokowej zmianie naprężenia (4.3), równanie (4.4).

Parametry poszczególnych rodzajów odkształceń, wchodzących do wzoru (4.7), wyznaczono wcześniej:

1) a, b, α i β dla równań (2.1) i (2.2), oznaczając parametry aproksymacji danych doświadczalnych pełzania przy stacjonarnych obciążeniach, zaczerpnięto z pracy [6];

2) m i n dla równania (3.2), oznaczające parametry aproksymacji krzywej odkształcenia sprężystego, wyznaczone zostały z danych doświadczalnych pracy [8];

3) wykładnik operatora p , występujący w równaniu (4.6) przy realizacji jednostopniowej zmiany naprężenia, wyznaczono z danych dla pierwszego skoku naprężenia.

Odkształcenia, obliczone ze wzoru (4.7) przy uwzględnieniu (3.2), (3.3) i (4.4), porównano z danymi doświadczalnymi dla dwóch programów obciążeń (rys. 1 i rys. 2). Przesunięcie krzywej teoretycznej względem doświadczalnych na rys. 2 wynika z rozrzutu odkształceń trwałych, analizowanych wcześniej w punkcie 3.

Z porównania ilościowego odkształceń pełzania doświadczalnych z teoretycznymi wynika, że postawiona hipoteza pełzania jest poprawna.

5. WNIOSKI

1. Zastosowanie uogólnionej hipotezy dziedziczności (4.1) do budowy równania konstytutywnego pełzania preszpanu dało poprawny opis zjawiska (rys. 1 i rys. 2).

2. Zastosowanie operatora potęgowego do opisu badanego tworzywa pozwoliło przypisać preszpanowi stałą materiałową $p = 0.82$.

3. Przedstawiona hipoteza pełzania rozszerza i czyni ciągłymi znany zbiór hipotez. Daje możliwość opisu pełzania szerokiej klasy materiałów według jednej metody.

LITERATURA. CYTOWANA W TEKŚCIE

1. A. JAKOWLUK, E. MIELESZKO, *A generalization of the description of creep phenomena of linearly viscoelastic bodies for non-linearly viscoelastic bodies with non-stationary loading*, Bull. Acad. Polon. Sci., Série Sci. techn., **24**, 221 [355], 1976.
2. A. JAKOWLUK, E. MIELESZKO, *Descriptive method for creep of alloys by non-stationary loading on the example of creep in the aluminium alloy*, Bull. Acad. Polon. Sci., Série Sci. techn., **25**, 161 [307], 1977.
3. E. MIELESZKO, *Dobór optymalnej metody opisu pełzania, relaksacji i pełzania przy niestacjonarnych obciążeniach niektórych tworzyw*, Praca doktorska, Politechn. Białostocka, Białystok, 1977.

4. E. MIELESZKO, *Matematyczny model mechaniczny hipotez pełzania*, Rozpr. Inżyn. 32, 4, 1984.
5. M. CZECH, *Badania mechanicznych własności reologicznych papieru i preszpanu transformatorowego*, Praca doktorska, Wyższa Szkoła Inżynierska, Białystok, 1973.
6. A. JAKOWLUK, E. MIELESZKO, *A generalization of the description of creep and relaxation phenomena of lineary viscoelastic bodies on non-lineary viscoelastic bodies*, Bull. Acad. Polon. Sci., Série Sci. techn., 24, 213 [347], 1976.
7. A. JAKOWLUK, J. KOLYBKO, *Pełzanie preszpanu transformatorowego zanurzonego w oleju przy niestacjonarnych obciążeniach*, V Sympozjon poświęcony reologii, PTMTS, Wrocław 1972.
8. M. CZECH, J. KOLYBKO, *Badania niektórych własności fizyko-mechanicznych preszpanu transformatorowego*, Zesz. Nauk. Politechn. Białostocka, Nauki Techn., No 6, 1975.
9. Ю. Н. РАБОТНОВ, *Ползучесть элементов конструкции*, Изд. Наука, Москва 1966.

РЕЗЮМЕ

URAVNENIA POLZUCHESTI ПРИ НЕСТАЦИОНАРНЫХ НАГРУЗКАХ НА ПРИМЕРЕ
ПОЛЗУЧЕСТИ ЭЛЕКТРОКАРТОНА

На примере ползучести электрокартона в одноосном напряженном состоянии сформулировано определяющее уравнение, описывающее ползучесть при стационарных и нестационарных нагрузках. В работе применяется оригинальный метод формулировки уравнений ползучести, базирующийся на обобщению гипотез ползучести и предложенный Е. Мелешко [4]. Так сформулированное определяющее уравнение для ползучести электрокартона в трансформаторном масле, с нелинейной вязкоупругой характеристикой этого электрокартона проверено при сложной программе нестационарного нагружения. Результат проверки подтвердил правильность метода.

SUMMARY

EQUATIONS OF CREEP ON NON-STATIONARY LOADING ON THE EXAMPLE
OF CREEP IN THE TRANSFORMER PRESSBOARD

On the example of pressboard in a uniaxial stress state, a general constitutive law is formulated for creep under stationary and non-stationary loadings. An original method of formulating the creep equations is applied on the basis of generalization of the creep hypotheses, proposed by MIELESZKO [4]. The constitutive equation derived for pressboard creep in transformer oil of nonlinear viscoelastic characteristics is verified by tests performed on non-stationary loadings. The results obtained confirm the method proposed in the paper.

POLITECHNIKA BIAŁOSTOCKA.

Praca została złożona w Redakcji dnia 16 grudnia 1983 r.