

## HAMOWANIE ROZLOTU PRODUKTÓW DETONACJI PRZEZ WARSTWĘ OŚRODKA SPRĘŻYSTEGO

EDWARD WŁODARCZYK (WARSZAWA)

Rozwiązano w zamkniętej postaci problem rozlotu gazowych produktów detonacji (GPD), hamowanych przez warstwę ośrodka sprężystego. W celu porównania wyników problem ten rozwiązano również dla warstwy nieodkształcalnej (nieściśliwej). Wykazano, że różnice w wartościach parametrów stanu i ruchu, uzyskanych dla dwóch modeli warstw, sprężystej oraz nieodkształcalnej są istotne, szczególnie przy małych wartościach wielkości  $\omega$  i  $k$ . Występują one w początkowej fazie procesu rozlotu produktów detonacji. Natomiast końcowe (graniczne) wartości parametrów stanu i ruchu dla obydwu modeli są takie same.

### 1. WSTĘP

Napędzanie ciał stałych i ciekłych za pomocą energii zawartej w gazowych produktach detonacji (GPD) zajmuje ważne miejsce w dynamicznych zagadnieniach fizyki wybuchu [1–6]. Nabrało ono szczególnego znaczenia w badaniach nad kcm-presją materii do stanów ekstremalnych (napędzanie do dużych prędkości powłok lub płytek zwanych ogólnie linerami) [7–13].

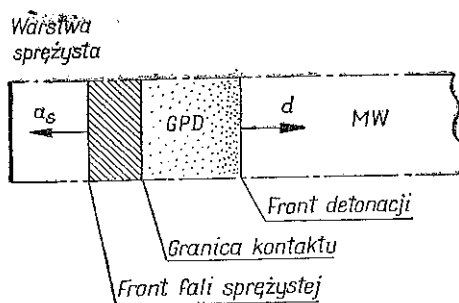
Napędzanie linerów badane było przez wielu autorów. Między innymi problem ten rozpatrywano w pracach teoretycznych [3 i 14] i eksperymentalnych [15 i 16]. Opierając się na przybliżonych modelach matematycznych układów miotających, oceniono graniczną prędkość miotania lineru przy określonych parametrach danego układu oraz sprawność energetyczną tego układu liczoną jako stosunek energii kinetycznej lineru do energii wyzwolonej z materiału wybuchowego (MW) w wyniku reakcji chemicznej. W większości prac z zasady zakłada się, że ciało napędzane jest w tym samym kierunku, w którym rozprzestrzenia się front detonacji (układ współbieżny). Rzadko rozpatruje się również procesy falowe w produktach detonacji i w linerze. Prowadzi to do skażonego obrazu rzeczywistego ruchu lineru, szczególnie w początkowej fazie jego napędzania [3].

W pracy [17] przeprowadzono numeryczną analizę procesu napędzania w próżni płytek za pomocą stałych materiałów wybuchowych w różnych układach miotających (współbieżnych i przeciwbieżnych). Stwierdzono, że w przypadku napędzania „ciężkich” linerów układy miotające z lokalizacją miejsca inicjacji detonacji MW od strony lineru, przy zastosowaniu ciężkiej osłony, są konkurencyjne w porównaniu z układami klasycznymi. Stwarzają one bowiem możliwość uzyskania większych końcowych prędkości lineru i zapobiegają jego fragmentacji.

W pracy naszej zbadamy proces jednowymiarowego rozlotu produktów detonacji hamowanych warstwą ośrodka sprężystego. Zagadnienie to jest równoważne przeciwbieżnemu (w stosunku do kierunku propagacji frontu detonacji) napędzaniu płyty sprężystej. Zbadamy dokładnie zjawiska falowe zachodzące w płycie i w gazowych produktach detonacji.

## 2. SFORMUŁOWANIE PROBLEMU

Niech prawą półprzestrzeń wypełnia materiał wybuchowy stały, ciekły lub gazowy. Z półprzestrzenią tą kontaktuje warstwa ośrodka o grubości  $l$  (rys. 1). Zakładamy, że przed warstwą ośrodka z lewej strony znajduje się próżnia. Uwzględnienie obecności powietrza, zgodnie z danymi podawanymi w literaturze [3], praktycznie nie zmienia wyników obliczeń. Fizyko-mechaniczne właściwości warstwy modelujemy ośrodkiem liniowo sprężystym o gęstości  $\rho_s$  i prędkości propagacji fal podłużnych  $a_s$ . Dalej przyjmujemy, że detonacja MW inicjowana jest jednocześnie w całej płaszczyźnie bezpośrednio pod powierzchnią warstwy (rys. 1). Zbadamy ruch takiego układu wybuchowego.



Rys. 1

Ciągłym jednowymiarowym płaskim przepływem GPD rządzą następujące równania:

$$(2.1) \quad \rho_e u_{,tt} = -p_{,r}, \quad \rho_e = \rho (1 + u_{,r}), \quad p = \rho_e S \left( \frac{\rho}{\rho_e} \right)^k,$$

gdzie  $r$  i  $t$  są współrzędnymi Lagrange'a, a symbole  $p$ ,  $\rho$ ,  $u$  i  $k$  odpowiednio oznaczają ciśnienie, gęstość, przemieszczenie i wykładnik politropy GPD;  $\rho_e$  jest gęstością początkową MW, a  $S$  — pewną funkcją entropii.

Równania charakterystyk układu (2.1) mają postać

$$(2.2) \quad dr = \pm a(u, r) dt,$$

$$(2.3) \quad du_{,t} = \pm a(u, r) du_{,r} - \delta dt,$$

gdzie

$$(2.4) \quad a(u, r) = \left[ \frac{kS}{(1 + u_{,r})^{k+1}} \right]^{1/2}, \quad \delta = \frac{S_{,r}}{(1 + u_{,r})^k};$$

$a(u, r)$  oznacza prędkość propagacji zaburzeń w GPD wyrażoną w opisie Lagrange'a.

Na froncie fali detonacyjnej równania różniczkowe (2.1) tracą sens. W ich miejsce zgodnie z klasyczną teorią detonacji [3-5] mamy

$$(2.5) \quad \begin{aligned} (u, t)_H = v_H &= \frac{d}{k+1}, & c_H &= \frac{k}{k+1} d, \\ 1 + (u, r)_H &= \frac{\rho_e}{\rho_H} = \frac{k}{k+1}, & p_H &= \frac{1}{k+1} \rho_e d^2, \end{aligned}$$

gdzie  $c_H$  i  $d$  oznaczają odpowiednio prędkości propagacji dźwięku i frontu fali detonacyjnej. Indeks  $H$  oznaczyliśmy wartości parametrów na froncie fali detonacyjnej.

Pozostałe warunki graniczne będziemy precyzować w trakcie rozwiązywania problemu w poszczególnych obszarach płaszczyzny  $r, t$ .

### 3. MATEMATYCZNY OPIS PROCESU NAPĘDZANIA WARSTWY OŚRODKA LINIOWO-SPRĘŻYSTEGO

Falowy obraz rozwiązania przedstawionego w poprzednim rozdziale problemu pokazujemy na Rys. 2. Jego interpretacja przedstawia się następująco.

Zgodnie z klasyczną hydrodynamiczną teorią detonacji [3-5], kontaktująca z MW sprężysta warstwa nie ma wpływu na przebieg procesu detonacji. Front fali detonacyjnej, niezależnie od warunków brzegowych, propaguje się z prędkością

$$(3.1) \quad d = \frac{r}{t}.$$

Prędkość ta określona jest przez fizykochemiczne właściwości MW. Za frontem fali detonacyjnej zachodzi proces rozprężania nagranych GPD. Tworzy się pęk prostoliniowych, rozbieżnych charakterystyk o dodatnich współczynnikach kierunkowych. Wśród tej rodziny prostych wyróżnia się charakterystyka o równaniu

$$(3.2) \quad r = a^* t,$$

wzdłuż której następuje całkowite wyhamowanie GPD ( $v_1 = 0$ ). Od tej charakterystyki poczynając, gazy powybuchowe poruszają się w przeciwnym kierunku w stosunku do frontu detonacji. Wstępny proces rozprężania GPD kończy się na charakterystyce granicznej

$$(3.3) \quad r = a_0^* t.$$

Współczynnik kierunkowy tej charakterystyki  $a_0^*$  określamy z warunku ciągłości ciśnienia i prędkości na granicy obszarów 2 i 3 (rys. 2).

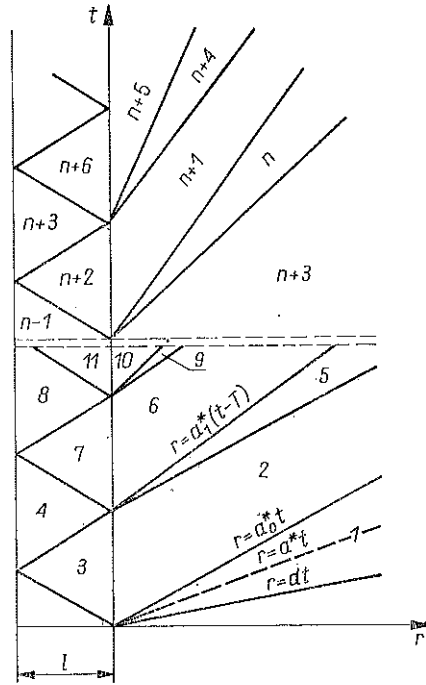
Kontaktujące GPD ze sprężystą warstwą ośrodka generują w niej front fali silnej nieciągłości  $r = a_s t$ , który propaguje się z prędkością  $a_s$  w przeciwnym kierunku w stosunku do fali detonacyjnej. Z kolei front fali sprężystej odbija się od swo bodnej powierzchni warstwy i wraca do GPD niosąc skokowe odciążenie. Powoduje to

pojawienie się nowego pęku fal charakteryzujących dalszy proces rozrzedzenia GPD. Zjawisko to periodycznie powtarza się, przy czym okres powtórzeń wynosi

$$(3.4) \quad T = \frac{2l}{a_s},$$

gdzie  $l$  jest grubością warstwy.

Przejdziemy z kolei do analitycznego określenia parametrów stanu i ruchu elementów układu w poszczególnych obszarach płaszczyzny fazowej  $r, t$ . Parametry w obszarach będziemy oznaczać dolnym indeksem liczbowym zgodnym z numerem obszaru.



Rys. 2

### Obszar 1

Ekspansja gazowych produktów detonacji za frontem fali detonacyjnej przebiega w sposób izentropowy ( $S = \text{const}$ ), zatem  $\delta = 0$  i wzory na charakterystykach (2.3) po scałkowaniu przyjmują postać

$$(3.5) \quad u_{1,t} - (u_{1,t})_p = \mp \frac{2\sqrt{kS}}{k-1} \left\{ (1 + u_{1,r})^{-\frac{k-1}{2}} - [1 + (u_{1,r})_p]^{-\frac{k-1}{2}} \right\},$$

gdzie indeksem  $p$  oznaczono wartości początkowe odpowiednich parametrów.

Oznaczmy przez  $(u_{1,t})_H$ ,  $(u_{1,r})_H$  i  $S_H$  wartości tych wielkości na froncie fali detonacyjnej. Wówczas wzdłuż pęku dodatnich charakterystyk w obszarze 1 mamy

$$(3.6) \quad u_{1,t} - (u_{1,t})_H = \frac{2\sqrt{kS_H}}{k-1} \left\{ (1 + u_{1,r})^{-\frac{k-1}{2}} - [1 + (u_{1,r})_H]^{-\frac{k-1}{2}} \right\}.$$

Na charakterystyce  $r = a^*t$ , wzdłuż której  $u_{1,t} = u_{1,t}^* = 0$ , zgodnie z (3.6) zachodzi

$$-\frac{k-1}{2} (u_{1,t})_H = \left\{ \frac{kS_H}{[1+(u_{1,t})_H]^{k-1}} \right\}^{\frac{1}{2}} \left\{ \left[ \frac{1+(u_{1,t})_H}{1+u_{1,t}^*} \right]^{\frac{k-1}{2}} - 1 \right\},$$

stąd

$$1+u_{1,t} = [1+(u_{1,t})_H] \left\{ 1 - \frac{k-1}{2} \frac{(u_{1,t})_H}{a_H} [1+(u_{1,t})_H]^{-1} \right\}^{-\frac{2}{k-1}},$$

lub

$$(3.7) \quad a^* = a_H \left\{ 1 - \frac{k-1}{2} \frac{(u_{1,t})_H}{a_H} [1+(u_{1,t})_H]^{-1} \right\}^{\frac{k+1}{k-1}},$$

gdzie

$$(3.8) \quad a_H = \left\{ \frac{kS_H}{[1+(u_{1,t})_H]^{k+1}} \right\}^{\frac{1}{2}}, \quad a^* = \left[ \frac{kS_H}{(1+u_{1,t}^*)^{k+1}} \right]^{\frac{1}{2}}.$$

Ze wzorów (3.8) i (2.5) wynika, że

$$(3.9) \quad a_H = d, \quad a^* = \left( \frac{k+1}{2k} \right)^{\frac{k+1}{k-1}} d.$$

Przejdziemy do określenia parametrów stanu GPD w centrowanej fali rozrzedzenia (w obszarze I, rys. 2).

Z równania pęku charakterystyk

$$\frac{r}{t} = a_1 = \left[ \frac{kS_H}{(1+u_{1,t})^{k+1}} \right]^{\frac{1}{2}}$$

wynika, że

$$(1+u_{1,t})^{-1} = \left( \frac{r}{t \sqrt{kS_H}} \right)^{\frac{2}{k+1}},$$

a ponieważ

$$\sqrt{kS_H} = d [1+(u_{1,t})_H]^{\frac{k+1}{2}},$$

przeto

$$(3.10) \quad (1-u_{1,t})^{-1} = \left( \frac{r}{dt} \right)^{\frac{2}{k+1}} [1+(u_{1,t})_H]^{-1}.$$

Stąd, po wykorzystaniu równań (2.1) otrzymujemy

$$(3.11) \quad p_1(r, t) = \rho_H \left( \frac{r}{dt} \right)^{\frac{2}{k+1}}$$

Dalej z równania politropy mamy

$$p_1 = \rho_H \left( \frac{\rho_1}{\rho_H} \right)^k$$

lub

$$(3.12) \quad p_1(r, t) = \rho_H \left( \frac{r}{dt} \right)^{\frac{2k}{k+1}}$$

Wzór na prędkość ruchu GPD otrzymujemy ze związku (3.6). Podstawiając do niego wzory (2.5) i (3.10), po przekształceniach, otrzymujemy

$$(3.13) \quad v_1(r, t) = u_{1,r}(r, t) = \frac{d}{k-1} \left[ \frac{2k}{k+1} \left( \frac{r}{dt} \right)^{\frac{k-1}{k+1}} - 1 \right].$$

Na charakterystyce o zerowej prędkości przepływu ( $v^* = u_{1,r}^* = 0$ ) mamy

$$(3.14) \quad \begin{aligned} \rho^* &= \rho_H \left( \frac{a^*}{d} \right)^{\frac{2}{k+1}} = \frac{k+1}{k} \rho_e \left( \frac{k+1}{2k} \right)^{\frac{2}{k-1}} = 2 \left( \frac{k+1}{2k} \right)^{\frac{k+1}{k-1}} \rho_e, \\ p^* &= \rho_H \left( \frac{a^*}{d} \right)^{\frac{2k}{k+1}} = \frac{\rho_e d^2}{k+1} \left( \frac{k+1}{2k} \right)^{\frac{2k}{k-1}} = \frac{1}{2k} \left( \frac{k+1}{2k} \right)^{\frac{k+1}{k-1}} \rho_e d^2. \end{aligned}$$

Obszar centrowanej fali rozrzedzenia GPD ograniczony jest z lewej strony charakterystyką graniczną

$$(3.15) \quad \frac{r}{t} = a_0^*.$$

Wzdłuż tej charakterystyki zgodnie ze wzorami (3.11), (3.12) i (3.13) oraz (2.5), mamy

$$(3.16) \quad \begin{aligned} \rho_0^* &= \frac{k+1}{k} A_0^{*\frac{2}{k+1}} \rho_e, & p_0^* &= \frac{1}{k+1} A_0^{*\frac{2k}{k+1}} \rho_e d^2, \\ v_0^* &= \frac{1}{k-1} \left( \frac{2k}{k+1} A_0^{*\frac{k-1}{k+1}} - 1 \right) d, & A_0^* &= \frac{a_0^*}{d}. \end{aligned}$$

Parametr  $A_0^*$  określimy z warunku ciągłości ciśnienia i prędkości na granicy kontaktu GPD z warstwą sprężystą.

*Obszary 2 i 3*

W obszarach 2 i 3 parametry stanu i ruchu badanych ośrodków zachowują stałe wartości i odpowiednio wynoszą

$$(3.17) \quad \rho_2(r, t) = \rho_0^* = \frac{k+1}{k} A_0^{*k+1} \rho_e, \quad \rho_3(r, t) = \rho_s,$$

$$\rho_2(r, t) = -\sigma_3(r, t) = p_0^* = \frac{1}{k+1} A_0^{*k+1} \rho_e d^2,$$

$$v_2(r, t) = v_3(r, t) = \frac{\sigma_3(r, t)}{\rho_s a_s} = v_0^* = \frac{1}{k-1} \left( \frac{2k}{k+1} A_0^{*k+1} - 1 \right) d,$$

gdzie symbolem  $\sigma$  oznaczono naprężenie w warstwie sprężystej. Ze wzorów (3.17)<sub>2</sub> i (3.17)<sub>3</sub> wynika, że parametr  $A_0^*$  musi spełniać równanie przestępne o postaci

$$(3.18) \quad A_0^{*k+1} + \omega \frac{2k}{k-1} A_0^{*k+1} = \omega \frac{k+1}{k-1},$$

lub

$$z_0^{2k} + \omega \frac{2k}{k-1} z_0^{k-1} = \omega \frac{k+1}{k-1},$$

gdzie

$$(3.19) \quad \omega = \frac{\rho_s a_s}{\rho_e d}, \quad z_0 = A_0^{*k+1}.$$

Równanie (3.18) ma tylko jeden pierwiastek rzeczywisty. Wynika to bezpośrednio z Rys. 3, na którym przedstawiono w jakościowy sposób przebiegi lewej —  $L$  i prawej —  $P$  strony równania (3.18) w funkcji  $A_0$ .

*Obszar 4*

Mamy tutaj

$$(3.20) \quad \sigma_4(r, t) \equiv 0, \quad v_4(r, t) = 2v_3 = \frac{2}{k-1} \left( \frac{2k}{k+1} A_0^{*k+1} - 1 \right) d.$$

W następnych obszarach proces rozprężania GPD i napędzania warstwy sprężystej powtarza się cyklicznie. Parametry stanu i ruchu ośrodków w tych obszarach określamy według następujących wzorów:

*Obszar  $n$ , gdzie  $n=1+4i$ ,  $i=1, 2, 3, \dots$*

$$(3.21) \quad \rho_n(r, t) = \rho_H \left[ \frac{r}{d(t-iT)} \right]^{\frac{2}{k+1}} = \frac{k+1}{k} \left[ \frac{r}{d(t-iT)} \right]^{\frac{2}{k+1}} \rho_e,$$

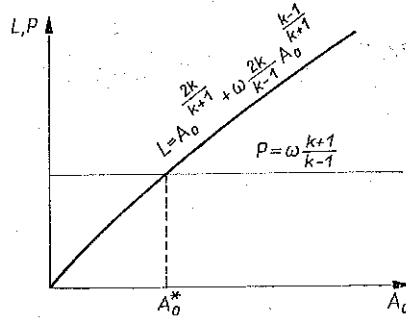
$$\rho_n(r, t) = p_H \left[ \frac{r}{d(t-iT)} \right]^{\frac{2k}{k+1}} = \frac{1}{k+1} \left[ \frac{r}{d(t-iT)} \right]^{\frac{2k}{k+1}} \rho_e d^2,$$

$$v_n(r, t) = \frac{d}{k-1} \left\{ \frac{2k}{k+1} \left[ \frac{r}{d(t-iT)} \right]^{\frac{k-1}{k+1}} - 1 \right\}.$$

Wzdłuż charakterystyki  $r = a_i^*(t - iT)$ , rozgraniczającej obszary  $n$  i  $n+1$ , zgodnie ze wzorami (2.5) i (3.21) mamy

$$(3.22) \quad \rho_i^* = \frac{k+1}{k} A_i^{*k+1} \rho_e, \quad p_i^* = \frac{1}{k+1} A_i^{*k+1} \rho_e d^2,$$

$$v_i^* = \frac{1}{k-1} \left( \frac{2k}{k+1} A_i^{*k+1} - 1 \right) d, \quad A_i^* = \frac{a_i^*}{d}.$$



Rys. 3

#### Obszary $n+1$ i $n+2$

W tych obszarach parametry stanu i ruchu GPD oraz warstwy zachowują stałe wartości i odpowiednio wynoszą

$$(3.23) \quad \rho_{n+1}(r, t) = \rho_i^*, \quad \rho_{n+2} = \rho_s, \quad p_{n+1}(r, t) = -\sigma_{n+2}(r, t) = p_i^*,$$

$$v_{n+1}(r, t) = v_{n+2}(r, t) = v_i^*.$$

Dalej na frontach fal  $r = -a_s(t - iT)$  oraz  $r = a_s[t - (i-1/2)T] - 3l$  odpowiednio mamy

$$(3.24) \quad \sigma_{n+2} - \sigma_{n-1} = \rho_s a_s (v_{n+2} - v_{n-1}), \quad \sigma_{n-1} - \sigma_{n-2} = -\rho_s a_s (v_{n-1} - v_{n-2}).$$

Ponieważ  $\sigma_{n-1} = 0$ , przeto z (3.24) po przekształceniach otrzymujemy

$$(3.25) \quad \sigma_{n+2} - \rho_s a_s v_{n+2} = -\sigma_{n-2} - \rho_s a_s v_{n-2}.$$

Podstawiając (3.23) i (3.22) do równania (3.25) otrzymamy następujące rekurencyjne równanie przestępne na parametr  $A_i^*$ :

$$(3.26) \quad A_i^{* \frac{2k}{k+1}} + \omega \frac{2k}{k-1} A_i^{* \frac{k-1}{k+1}} = -A_{i-1}^{* \frac{2k}{k+1}} + \omega \frac{2k}{k-1} A_{i-1}^{* \frac{k-1}{k+1}},$$

lub

$$(3.27) \quad z_i^{2k} + \omega \frac{2k}{k-1} z_i^{k-1} = -z_{i-1}^{2k} + \omega \frac{2k}{k-1} z_{i-1}^{k-1},$$

gdzie

$$(3.28) \quad z_i = A_i^{* \frac{1}{k+1}}.$$



Równanie (3.26) lub (3.27), podobnie jak (3.18), ma tylko jeden pierwiastek rzeczywisty, który w ogólnym przypadku określamy na drodze numerycznej.

#### Obszar $n+3$

W obszarze tym parametry warstwy zachowują stałe wartości określone następującymi wzorami:

$$(3.29) \quad \begin{aligned} \sigma_{n+3} &= 0, \\ v_{n+3} &= v_{n+2} + \frac{\sigma_{n+2}}{\rho_s a_s} = - \left[ \frac{1}{k-1} \left( 1 - \frac{2k}{k+1} A_i^{* \frac{k-1}{k+1}} \right) + \frac{1}{\omega(k+1)} A_i^{* \frac{2k}{k+1}} \right] d. \end{aligned}$$

W granicznym przypadku po nieskończonej ilości odbić zachodzi

$$(3.30) \quad A_\infty^* = 0$$

i wówczas z (3.29)<sub>2</sub> otrzymujemy

$$(3.31) \quad v_\infty = v_{\max} = - \frac{d}{k-1}.$$

Przejdziemy obecnie do rozpatrzenia kilku przypadków szczególnych.

### 4. PRZYPADKI SZCZEGÓLNE RÓWNANIA (3.26)

#### 4.1. Rozwiązania zamknięte

Dla wykładników izentropy GPD o wartościach  $k=3$  i  $k=2$  równanie (3.26) można rozwiązać *explicitie*. W przypadku  $k=3$  z równań (3.18) i (3.26) otrzymujemy

$$(4.1) \quad A_0^{* \frac{3}{2}} + 3\omega A_0^{* \frac{1}{2}} = 2\omega, \quad A_i^{* \frac{3}{2}} + 3\omega A_i^{* \frac{1}{2}} = -A_{i-1}^{* \frac{3}{2}} + 3\omega A_{i-1}^{* \frac{1}{2}}$$

lub

$$(4.2) \quad y_0^3 + p_0 y_0 + q_0 = 0, \quad y_0 = A_0^{* \frac{1}{2}}, \quad y_i^3 + p_i y_i + q_i = 0, \quad y_i = A_i^{* \frac{1}{2}},$$

gdzie

$$(4.3) \quad p_0 = p_i = 3\omega, \quad q_0 = -2\omega, \quad q_i = -2 \left( \frac{3}{2} \omega y_{i-1} - \frac{1}{2} y_{i-1}^3 \right).$$

Ponieważ

$$\frac{q_0^2}{4} + \frac{p_0^3}{27} = \omega^2 + \omega^3 > 0$$

oraz

$$\frac{q_i^2}{4} + \frac{p_i^3}{27} = \left( \frac{3}{2} \omega y_{i-1} - \frac{1}{2} y_{i-1}^3 \right)^2 + \omega^3 > 0,$$

przekształcając równania (4.2) mają po jednym pierwiastku rzeczywistym, które określają następujące wzory:

$$(4.4) \quad y_0 = \sqrt[3]{\omega + \omega\sqrt{1+\omega}} + \sqrt[3]{\omega - \omega\sqrt{1+\omega}},$$

$$y_i = \sqrt[3]{1,5\omega y_{i-1} - 0,5y_{i-1}^3 + \sqrt{(1,5\omega y_{i-1} - 0,5y_{i-1}^3)^2 + \omega^3}} +$$

$$+ \sqrt[3]{1,5\omega y_{i-1} - 0,5y_{i-1}^3 - \sqrt{(1,5\omega y_{i-1} - 0,5y_{i-1}^3)^2 + \omega^3}}.$$

Natomiast dla  $k=2$  z równań (3.18) i (3.26) wynika, że

$$(4.5) \quad A_0^{* \frac{4}{3}} + 4\omega A_0^{* \frac{1}{3}} = 3\omega, \quad A_i^{* \frac{4}{3}} + 4\omega A_i^{* \frac{1}{3}} = -A_{i-1}^{* \frac{4}{3}} + 4\omega A_{i-1}^{* \frac{1}{3}}$$

lub

$$(4.6) \quad z_0^4 + 4\omega z_0 - 3\omega = 0, \quad z_0 = A_0^{* \frac{1}{3}},$$

$$z_i^4 + 4\omega z_i + (z_{i-1}^4 - 4\omega z_{i-1}) = 0, \quad z_i = A_i^{* \frac{1}{3}},$$

a po rozwiązaniu

$$(4.7) \quad z_0 = \frac{-\sqrt{x_0} + \sqrt{8\omega/\sqrt{x_0} - x_0}}{2}, \quad z_i = \frac{-\sqrt{x_i} + \sqrt{8\omega/\sqrt{x_i} - x_i}}{2},$$

gdzie

$$(4.8) \quad x_0 = 2 \left[ \sqrt[3]{\omega^2 (1 + \sqrt{1 + 1/\omega})} + \sqrt[3]{\omega^2 (1 - \sqrt{1 + 1/\omega})} \right],$$

$$x_i = 2 \left[ \sqrt[3]{\omega^2 + \sqrt{\omega^4 - \frac{1}{27} (z_{i-1}^4 - 4\omega z_{i-1})^3}} + \right.$$

$$\left. + \sqrt[3]{\omega^2 - \sqrt{\omega^4 - \frac{1}{27} (z_{i-1}^4 - 4\omega z_{i-1})^3}} \right].$$

Pozostałe pierwiastki równań (4.6) nie spełniają warunków badanego problemu i nie bierzemy ich pod uwagę.

## 4.2. Przypadki graniczne

### 1. Gaz izotermiczny $k=1$

Dla  $k=1$  w równaniach (3.18)<sub>2</sub> i (3.27) występuje nieoznaczność typu  $\infty - \infty$ . Po jej wyznaczeniu otrzymujemy

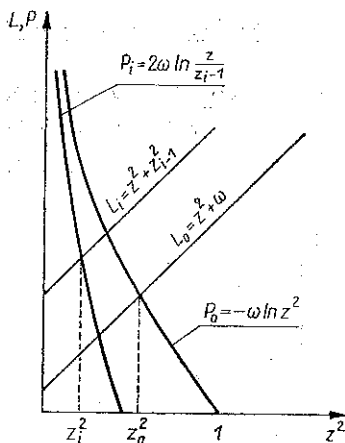
$$(4.9) \quad z_0^2 + \omega = -\omega \ln z_0^2, \quad z_0 = A_0^{* \frac{1}{2}} < 1,$$

$$z_i^2 + z_{i-1}^2 = 2\omega \ln \frac{z_{i-1}}{z_i}, \quad z_i = A_i^{* \frac{1}{2}} < 1, \quad z_i < z_{i-1}.$$

Jak już wcześniej stwierdzono, równania (4.9) mają po jednym pierwiastku rzeczywistym. Wykres rozwiązania równań (4.9) przedstawiono na rys. 4.

Parametry stanu i ruchu GPD o wykładniku  $k=1$ , zgodnie ze wzorami (3.21), odpowiednio wynoszą

$$(4.10) \quad \begin{aligned} \rho_n(r, t) &= 2 \left[ \frac{r}{d(t-iT)} \right] \rho_e, \\ p_n(r, t) &= \frac{1}{2} \left[ \frac{r}{d(t-iT)} \right] \rho_e d^2, \\ v_n(r, t) &= \frac{1}{2} \left\{ 1 + \ln \left[ \frac{r}{d(t-iT)} \right] \right\} d. \end{aligned}$$



Rys. 4

Ze wzoru (4.10)<sub>3</sub> bezpośrednio wynika, że w tym przypadku graniczna prędkość rozlotu produktów rośnie z upływem czasu do minus nieskończoności.

2. *Przypadek sztywnej przegrody ograniczającej rozlot GPD*  $\omega = \infty$  ( $\rho_s a_s = \infty$ )  
Z równań (3.18) i (3.26) dla  $\omega = \infty$  otrzymujemy

$$(4.11) \quad A_0^{*k+1} = \frac{k+1}{2k}, \quad A_i^{*k+1} = A_{i-1}^{*k+1}.$$

Stąd wynika, że

$$(4.12) \quad A_i^* = \left( \frac{k+1}{2k} \right)^{\frac{k+1}{k-1}} \rightarrow a_i^* = \left( \frac{k+1}{2k} \right)^{\frac{k+1}{k-1}} d.$$

Otrzymany wynik pokrywa się ze wzorem (3.9)<sub>2</sub>. Oznacza to, że w tym przypadku wszystkie charakterystyki  $r = a_i^* t$  pokrywają się z charakterystyką  $r = a^* t$ , na której kończy się proces rozprężania GPD.

Parametry stanu GPD między warstwą i charakterystyką  $r = a^* t$  określają wzory (3.14).

### 3. Przypadek rozlotu produktów detonacji w próżnię $\omega = 0$ ( $\rho_s a_s = 0$ )

Dla  $\omega = 0$  ze wzorów (3.18) i (3.26) wynika, że

$$(4.13) \quad A_0^* = 0 \quad \text{oraz} \quad A_1^* = 0.$$

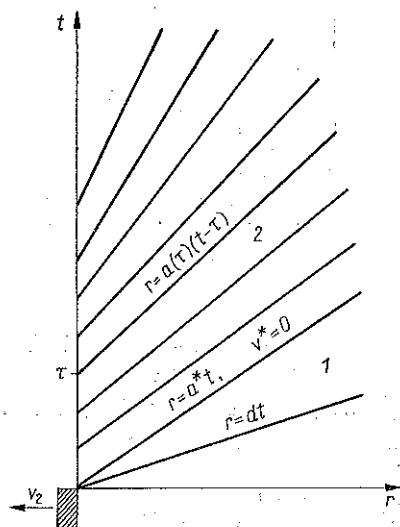
Natomiast ze wzorów (3.22) otrzymujemy

$$(4.14) \quad \rho_i^* = 0, \quad p_i^* = 0, \quad v_i^* = -\frac{1}{k-1} d.$$

Wynik ten jest zgodny z rozwiązaniem JA. B. ZELDOWICZA podanym w monografii [18].

## 5. ROZWIĄZANIE DLA WARSTWY NIEŚCISLIWEJ

W przypadku warstwy nieściśliwej falowy obraz badanego zjawiska przyjmie postać pokazaną na rys. 5. Za frontem fali detonacyjnej propaguje się prosta fala rozrzedzenia. W obszarze 1 nieściśliwa warstwa nie oddziałuje na proces dekom-



Rys. 5

presji GPD, dlatego rozwiązanie problemu w tym obszarze jest określone za pomocą wzorów (3.11), (3.12) i (3.13) oraz (3.14). Natomiast w obszarze 2, zgodnie z wyrażeniem (3.5), mamy (parametrów stanu i ruchu w tym obszarze dla odróżnienia od poprzednich nie oznaczamy indeksem 2)

$$(5.1) \quad u_{i,r} = v = \frac{2\sqrt{kS_H}}{k-1} \left[ (1+u_{i,r})^{-\frac{k-1}{2}} - (1+u_{1,r}^*)^{-\frac{k-1}{2}} \right].$$

Ponadto z równań (2.1) wynika, że

$$(5.2) \quad 1 + u_{1,r} = \frac{\rho_e}{\rho} = \left( \frac{p}{\rho_e S_H} \right)^{-\frac{1}{k}}$$

Dalej na podstawie wzorów (2.4), (3.9), (3.14) i (5.2) otrzymujemy

$$(5.3) \quad \frac{\sqrt{k S_H}}{(1 + u_{1,r})^{\frac{k-1}{2}}} = \left[ \frac{k S_H (1 + u_{1,r}^*)^2}{(1 + u_{1,r}^*)^{k+1}} \right]^{\frac{1}{2}} = a^* (1 + u_{1,r}^*) = \frac{d}{2},$$

$$\left( \frac{1 + u_{1,r}}{1 + u_{1,r}^*} \right)^{-\frac{k-1}{2}} = \left( \frac{p}{p^*} \right)^{\frac{k-1}{2k}}.$$

Podstawiając wyrażenia (5.3) do wzoru (5.1) znajdziemy

$$(5.4) \quad v(r, t) = \frac{d}{k-1} \left\{ \left[ \frac{p(r, t)}{p^*} \right]^{\frac{k-1}{2k}} - 1 \right\}.$$

Ruch warstwy nieściśliwej określony jest następującym warunkiem brzegowym:

$$(5.5) \quad m \frac{dv(0, t)}{dt} = -p(0, t),$$

gdzie

$$(5.6) \quad m = \rho_s l.$$

Z równań (5.4) i (5.5), po scałkowaniu i wykorzystaniu warunku początkowego  $p(0, 0) = p^*$  oraz wzoru (3.14)<sub>2</sub>, otrzymujemy

$$(5.7) \quad \frac{p(0, t)}{\rho_e d^2} = \frac{1}{2k} \left( \frac{k+1}{2k} \right)^{\frac{k+1}{k-1}} \left[ 1 + \frac{\rho_e d}{\rho_s l} \left( \frac{k+1}{2k} \right)^{\frac{2k}{k-1}} t \right]^{-\frac{2k}{k+1}}$$

Z kolei podstawiając wyrażenie (5.7) do wzorów (5.2) i (5.4) znajdziemy

$$(5.8) \quad \frac{p(0, t)}{\rho_e} = 2 \left( \frac{k+1}{2k} \right)^{\frac{k+1}{k-1}} \left[ 1 + \frac{\rho_e d}{\rho_s l} \left( \frac{k+1}{2k} \right)^{\frac{2k}{k-1}} t \right]^{-\frac{2}{k+1}},$$

$$\frac{v(0, t)}{d} = \frac{1}{k-1} \left\{ \left[ 1 + \frac{\rho_e d}{\rho_s l} \left( \frac{k+1}{2k} \right)^{\frac{2k}{k-1}} t \right]^{-\frac{k-1}{k+1}} - 1 \right\}.$$

W granicznym przypadku, gdy  $t \rightarrow \infty$ , ze wzorów (5.7) i (5.8) wynika, że

$$(5.9) \quad p(0, \infty) = 0, \quad \rho(0, \infty) = 0, \quad v(0, \infty) = -\frac{d}{k-1}.$$

Takie same wyniki otrzymujemy z rozwiązania dla warstwy ściśliwej. Ze wzorów (3.30) i (3.22) otrzymujemy

$$(5.10) \quad \rho_i^* = 0, \quad p_i^* = 0, \quad v_i^* = -\frac{d}{k-1}.$$

Dla  $k=1$  wzory (5.7) i (5.8) przyjmują postać następującą:

$$(5.11) \quad \begin{aligned} \frac{p(0, t)}{\rho_e d^2} &= \frac{1}{2e} \left( 1 + \frac{2}{\omega e} \frac{t}{T} \right)^{-1}, \\ \frac{\rho(0, t)}{\rho_e} &= \frac{2}{e} \left( 1 + \frac{2}{\omega e} \frac{t}{T} \right)^{-1}, \\ \frac{v(0, t)}{d} &= -\frac{1}{2} \ln \left( 1 + \frac{2}{\omega e} \frac{t}{T} \right), \end{aligned}$$

gdzie

$$e = 2,718, \dots$$

Na zakończenie rozważań wyprowadzimy jeszcze wzory na impuls ciśnienia działającego na warstwę oraz na przemieszczenie warstwy.

Dla warstwy sprężystej mamy

$$(5.12) \quad I_s = \sum_{i=0}^n p_i \frac{2l}{a_s} = \sum_{i=0}^n 2 \frac{P_i}{\omega} md, \quad u_s = \sum_{i=0}^n v_i T = \sum_{i=0}^n v_i \frac{2l}{a_s} = 2l \sum_{i=0}^n \frac{v_i}{a_s},$$

gdzie

$$P_i = \frac{p_i}{\rho_e d^2}, \quad m = \rho_s l, \quad \omega = \frac{\rho_s a_s}{\rho_e d},$$

$n$  oznacza ilość odbić fali sprężystej od swobodnej powierzchni do momentu zniknięcia ciśnienia między warstwą i GPD;

Dla warstwy nieściśliwej mamy

$$(5.13) \quad \begin{aligned} I_m &= \int_0^t p(\tau) d\tau = \frac{md}{k-1} \left\{ 1 - \left[ 1 + \frac{\rho_e d}{\rho_s l} \left( \frac{k+1}{2k} \right)^{\frac{2k}{k-1}} t \right]^{\frac{k-1}{k+1}} \right\}, \\ u_m &= \int_0^t v(\tau) d\tau = \frac{l}{k-1} \left\{ k \left( \frac{k+1}{2k} \right)^{\frac{k+1}{k-1}} \frac{\rho_s}{\rho_e} \left[ 1 + \left( \frac{k+1}{2k} \right)^{\frac{2k}{k-1}} \frac{\rho_e}{\rho_s} \frac{dt}{l} \right]^{\frac{2k}{k+1}} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{dt}{l} - k \left( \frac{k+1}{2k} \right)^{\frac{k+1}{k-1}} \frac{\rho_s}{\rho_e} \right\}. \end{aligned}$$

W granicznym przypadku dla  $t \rightarrow \infty$  znajdziemy

$$(5.14) \quad I_{m \max} = \frac{md}{k-1}, \quad u_m \rightarrow -\infty.$$

Przejdziemy z kolei do rozpatrzenia krótkiego przykładu liczbowego.

Tablica 1

$k=3$

$\omega$	0.1			1			10		
	$y_i$	$-V_i \times 10$	$P_i \times 10^2$	$y_i$	$-V_i \times 10$	$P_i \times 10^2$	$y_i$	$-V_i \times 10$	$P_i \times 10^2$
0	0,4199	1,851	1,851	0,5961	0,529	5,295	0,6572	0,071	7,100
1	0,1597	3,802	0,102	0,4870	1,348	2,888	0,6390	0,207	6,524
2	0,1380	3,965	0,066	0,4232	1,826	1,895	0,6223	0,333	6,025
3	0,1230	4,078	0,047	0,3797	2,152	1,369	0,6068	0,449	5,586
4	0,1121	4,159	0,035	0,3475	2,394	1,049	0,5925	0,557	5,199
5	0,1037	4,222	0,028	0,3223	2,583	0,837	0,5790	0,658	4,853
6	0,0969	4,273	0,023	0,3020	2,795	0,688	0,5665	0,751	4,544
7	0,0914	4,315	0,019	0,2851	2,862	0,579	0,5547	0,839	4,268

Tablica 2

$\omega=1$

3

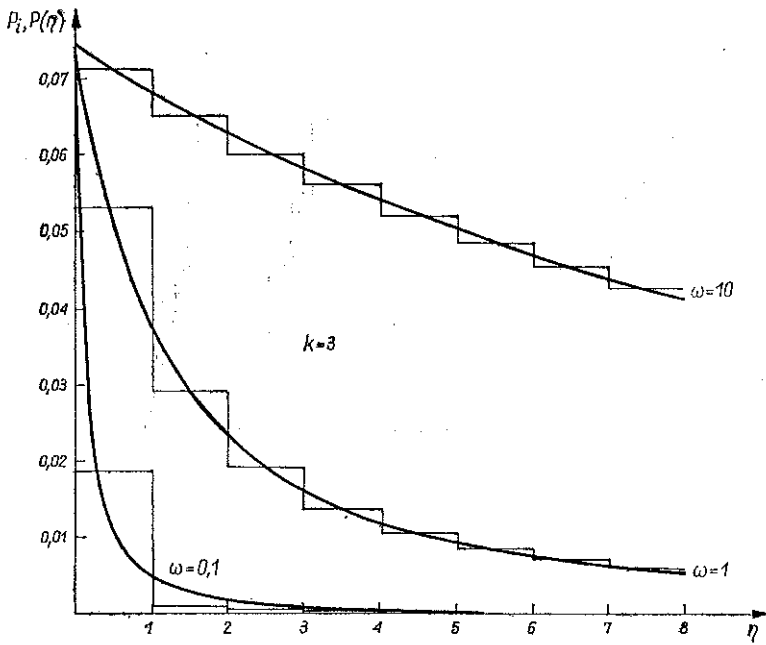
2

1

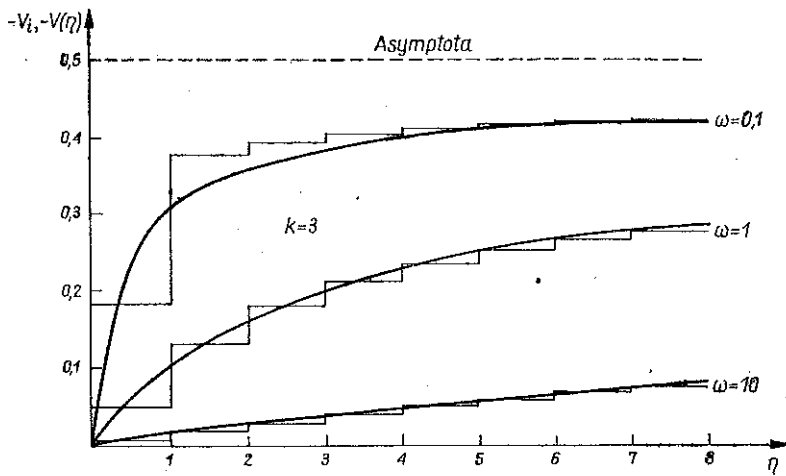
$k$

$i$	$z_i$	$-V_i \times 10$	$P_i \times 10$	$z_i$	$-V_i \times 10$	$P_i \times 10$	$y_i$	$-V_i \times 10$	$P_i \times 10$
0	0,528	1,392	1,392	0,6925	0,767	0,767	0,5961	0,529	0,529
1	0,420	3,675	0,882	0,6021	1,971	0,438	0,4870	1,348	0,289
2	0,360	5,216	0,648	0,5469	2,708	0,298	0,4232	1,826	0,190
3	0,320	6,394	0,512	0,5079	3,228	0,222	0,3797	2,152	0,137
4	0,292	7,310	0,426	0,4782	3,624	0,174	0,3475	2,394	0,105
5	0,270	8,093	0,365	0,4545	3,941	0,142	0,3223	2,583	0,084
6	0,252	8,783	0,318	0,4349	4,202	0,119	0,3020	2,735	0,069
7	0,237	9,397	0,281	0,4183	4,423	0,102	0,2851	2,862	0,058

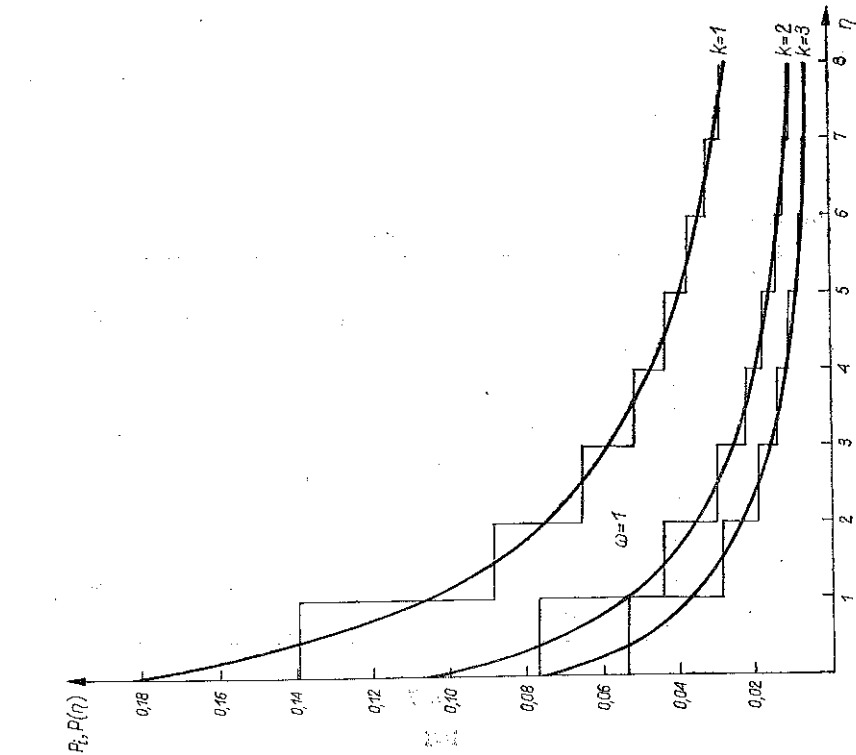




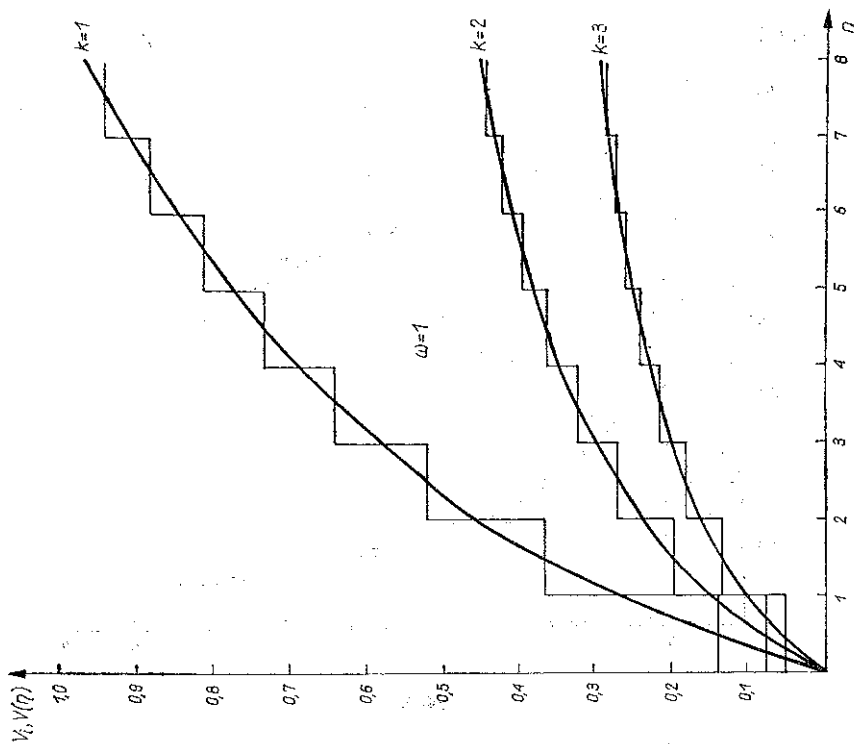
Rys. 6



Rys. 7



Rys. 8



Rys. 9

## 6. PRZYKŁAD

Obliczenia liczbowe wykonano w następujących wielkościach bezwymiarowych:

$$P(\eta) = \frac{p(0, \eta)}{\rho_e d^2}, \quad V(\eta) = \frac{v(0, \eta)}{d}, \quad P_i(\eta) = \frac{p_i(0, \eta)}{\rho_e d^2}, \quad V_i(\eta) = \frac{v_i(0, \eta)}{d},$$

$$\eta = \frac{t}{T}, \quad T = \frac{2l}{a_s}, \quad i=0, 1, 2, \dots$$

Wyniki obliczeń przedstawiamy w tablicach 1 i 2 oraz w postaci graficznej na rysunkach 6-9. Wartości liczbowe parametrów  $k$  i  $\omega$ , dla których wykonano obliczenia podajemy bezpośrednio na rysunkach. Liniami schodkowymi oznaczono wyniki dla warstwy sprężystej, a liniami ciągłymi — dla warstwy nieściśliwej.

Różnice w wynikach uzyskanych dla warstwy odkształcalnej i nieściśliwej są funkcją dwóch wielkości: stosunku impedancji  $\omega = \rho_s a_s / \rho_e d$  i wykładnika politropy  $k$ . Różnice te rosną wraz z maleniem obu parametrów  $k$  i  $\omega$ . Występują one w trakcie trwania procesu rozlotu GPD, szczególnie w początkowej jego fazie. Na przykład początkowa wartość ciśnienia działającego na warstwę nieściśliwą dla  $k=3$  (niezależnie od wartości  $\omega$ ) wynosi  $p(0)=0,0741 \rho_e d^2$ . Natomiast dla warstwy ściśliwej mamy  $p(0)=0,0185 \rho_e d^2$ ,  $p(0)=0,0530 \rho_e d^2$  i  $p(0)=0,0710 \rho_e d^2$  odpowiednio dla  $\omega=0,1$ ,  $\omega=1$  i  $\omega=10$ . Zatem dla  $\omega=0,1$  i  $k=3$  wartość początkowego ciśnienia jest czterokrotnie mniejsza od ciśnienia działającego na warstwę nieściśliwą.

Z danych zamieszczonych w tablicach oraz z wykresów wynikają następujące wnioski:

1. Ściśliwość warstwy odgrywa istotną rolę w procesie hamowania rozlotu produktów detonacji. Pomijanie wpływu odkształcalności warstwy dla małych wartości  $k$  i  $\omega$  prowadzi do błędnych wyników w początkowej fazie procesu rozlotu GPD.
2. Jeśli stosunek  $\omega \geq 10$ , to z wystarczającą dla celów praktyki dokładnością warstwę można modelować ośrodkiem nieściśliwym.

## LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. R. KINSLOW, *High-velocity impact phenomena*, New York and London 1970.
2. H. L. BRODE, *Theoretical description of the performance of the UTIAS hypervelocity launcher*, RAND Corporation, RM-6298-PR, July 1970.
3. Ф. А. Баум, Л. П. Орленко, К. П. Станюкович, В. П. Чельшев, Б. И. Шехтер, *Физика взрыва*, Москва 1975.
4. Я. Б. Зельдович, Ю. П. Райзер, *Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений*, Москва 1966.
5. К. П. Станюкович, *Неустановившиеся движения сплошной среды*, Москва 1971.
6. J. HENRYCH, *The dynamics of explosion and its use*, Academia, Prague 1979.
7. K. A. BRUECKNER, S. JORNA, *Laser driven fusion*, KMSF Inc., Ann Arbor, Michigan 1973.
8. S. KALISKI, *Lasery; synteza jądrowa*, Wiedza Powszechna, Omega, Warszawa 1982.
9. H. DERENTOWICZ, S. KALISKI, *Implementation of biconical system of explosion-induced plasma microfusion*, Bull. Acad. Polon. Sci., Série Sci. Techn., 27, 2, 1979.

10. H. DERENTOWICZ, S. KALISKI, J. WOLSKI, Z. ZIÓŁKOWSKI, *On generating the neutrons of nuclear fusion by a pure explosion*, Bull. Acad. Polon. Sci., Série Sci. Techn., **25**, 10, 1977.
11. S. KALISKI, *Explosive compression of plasma to critical values of the micronuclear fusion, Part I and II*, J. Techn. Phys., **18**, 2, 1977.
12. В. А. Чураев, К. М. Лобанов, В. П. Федяков, В. Д. Дятлов, А. М. Томовин, *Сжатие плазмы проводящим лайнером ускоренным с помощью взрыва*, ЖТФ, **45**, 7, 1975.
13. A. GAŁKOWSKI, W. GŁUCHOWSKI, S. KALISKI, R. ŚWIERCZYŃSKI, *Neutron yield for explosion-induced D-T compression in cylindrical system with heavy inertial layer*, J. Techn. Phys., **20**, 3, 1979.
14. H. KNOEFFEL, *Pulsed high magnetic fields*, North-Holland Publishing Company, Amsterdam-London 1970.
15. Г. И. Канель, А. М. Молодец, А. А. Воробьев, *О метании пластин взрывом*, Физика Горения и Взрыва, **6**, 1974.
16. W. BABUL, J. BAGROWSKI, M. FRUCZEK, S. KALISKI, M. KORZUŃ, *Experimental analysis of motion of explosion-accelerated metal liners*, J. Techn. Phys., **18**, 1, 1977.
17. J. TYL, E. WŁODARCZYK, *Analiza procesu napędzania linerów w próżni za pomocą materiałów wybuchowych*, Rozpr. Inż., **26**, 3, 1981.
18. Я. Б. Зельдович, А. С. Компанец, *Теория детонации*, Гос. Изд. Тех. Теорет. Лит., Москва 1955.

#### Резюме

#### ТОРМОЖЕНИЕ РАЗЛЕТА ПРОДУКТОВ ДЕТОНАЦИИ СЛОЕМ УПРУГОЙ СРЕДЫ

Решена в замкнутом виде проблема разлета газовых продуктов детонации (ГПД), торможенных слоем упругой среды. С целью сравнения результатов эта проблема решена тоже для недеформируемого (несжимаемого) слоя. Показано, что различия в значениях параметров состояния и движения, полученные для двух моделей слоев, упругого и недеформируемого, существенны, особенно при малых значениях величин  $\omega$  и  $k$ . Выступают они в начальной фазе процесса разлета продуктов детонации. Конечные (предельные) же значения параметров состояния и движения для обеих моделей такие же самые.

#### SUMMARY

#### BLOCKING OF THE SCATTERED PRODUCTS OF DETONATION BY A LAYER OF ELASTIC MEDIUM

The scattering problem of gaseous products of detonation blocked by a layer of elastic medium is solved in a closed form. For comparisons the same problem is also discussed in the case of undeformable (incompressible) layers. It is shown that the differences between the values of state and motion parameters obtained for both models of elastic and undeformable layers are essential, especially at small values of the parameters  $\omega$  and  $k$ . These parameters appear in the other hand, the final limit values of state and motion parameters are identical for both models.

*Praca została złożona w Redakcji dnia 2 marca 1983 r.*