

OPTYMALIZACJA PÓL TERMICZNYCH W TARCZACH

BOLESŁAW MOKRSKI (GLIWICE)

Celem pracy jest przedstawienie kryteriów i warunków optymalizacji pól termicznych w tarczach sprężystych. Rozwiązane są także przykłady numeryczne na podstawie algorytmów zadania programowania nieliniowego.

1. WPROWADZENIE

W procesie nagrzewania dźwigarów powierzchniowych często narzucamy pewne warunki na pola temperatury występujące w obszarze zajmowanym przez ośrodek; np. żądamy, aby na brzegu temperatura była określona lub też przyjmujemy, że w pewnym punkcie jest ona maksymalna. Powyższe warunki nie określają jednak w sposób jednoznaczny przebiegu konkretnego procesu nagrzewania. W zależności od sposobu nagrzewania możemy uzyskać różne rozkłady naprężeń, a w przypadkach termostateczności — różne wielkości temperatury krytycznej.

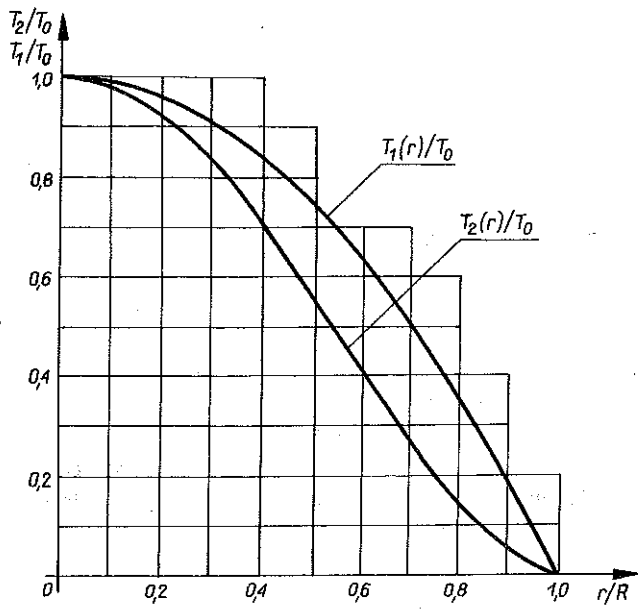
Przykładowo rozpatrzmy (rys. 1) dwa przypadki nagrzewania polami temperatury tarczy kołowej:

$$(1.1) \quad \begin{aligned} T_1(r) &= T_0 \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right], & r \in [0, R], \\ T_2(r) &= T_0 \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right]^2, & r \in [0, R]. \end{aligned}$$

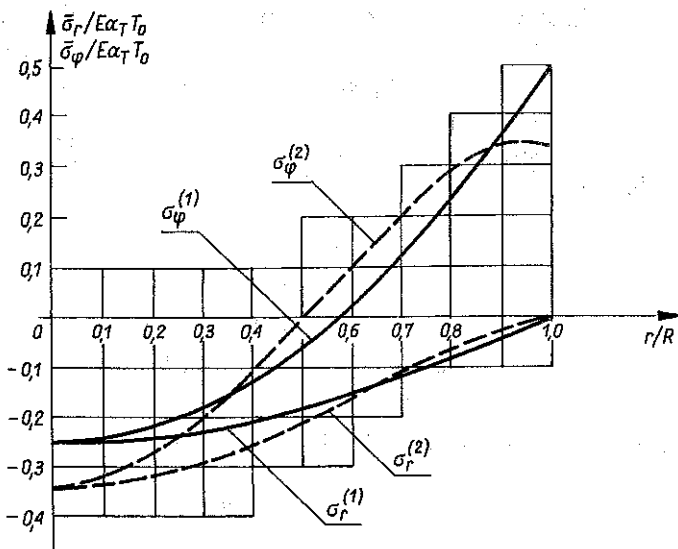
Pola temperatury określone przez (1.1) spełniają warunki

$$(1.2) \quad T_1(0) = T_2(0) = T_0, \quad T_1(R) = T_2(R) = 0.$$

Wykresy naprężeń radialnych i obwodowych dla pól termicznych określonych przez (1.1) przytoczono na rys. 2; natomiast wielkości temperatur krytycznych zestawiono w tablicy 1. Przez h oznaczono grubość tarczy, a przez R promień tarczy; E, α_T oznaczają kolejno moduł Younga i współczynnik



Rys. 1



Rys. 2

Tablica 1

Funkcja pola temperatury	Temperatura krytyczna T_{kr}	Największe naprężenie zredukowane wg hipotezy H-M-H $\max \bar{\sigma}$ red $r \in [0, R]$
$T_1(r) = T_0 \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right]$	$\frac{80}{9(1-\nu^2)} \left(\frac{h}{R} \right)^2 \frac{1}{\alpha_T}$	$\frac{E\alpha_T T_0}{5}$
$T_2(r) = T_0 \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right]^2$	$\frac{4}{(1-\nu^2)} \left(\frac{h}{R} \right)^2 \frac{1}{\alpha_T}$	$\frac{E\alpha_T T_0}{3}$

rozszerzalności termicznej. Przy rozwiązaniu powyższego zadania korzystano ze znanych w teorii sprężystości wzorów dla osiowosymetrycznego stanu naprężenia [11] oraz przyjęto warunki brzegowe odpowiadające tarczy przegubowo podpartej na brzegu $r = R$:

$$(1.3) \quad \left. \frac{d\bar{F}}{dr} \right|_{r=0} = 0, \quad \left. \frac{1}{r} \frac{d\bar{F}}{dr} \right|_{r=R} = 0,$$

gdzie \bar{F} oznacza funkcję naprężeń Airy'ego.

Na rys. 2 przyjęto, że polom temperatury T_1 i T_2 odpowiadają pola naprężeń kolejno oznaczone przez wprowadzenie indeksów 1 i 2. Z tablicy 1 wynika, że dla pola $T_1(r)$ temperatura krytyczna jest większa niż dla pola $T_2(r)$; natomiast największe naprężenia zredukowane wyznaczone na podstawie hipotezy H-M-H są mniejsze w przypadku występowania pola $T_2(r)$ od tych naprężeń, wywołanych polami $T_1(r)$. Analiza powyższego przykładu prowadzi nas do postawienia następującego problemu: czy nie można zrealizować nagrzewania dźwigarów powierzchniowych w sposób optymalny (w sensie przyjętego przez nas dalej kryterium) tak, aby i) pole temperatury spełniało warunki, narzucone przez konkretny proces technologiczny; ii) naprężenia zredukowane były mniejsze od dopuszczalnych; iii) temperatura krytyczna była większa od maksymalnej temperatury nagrzewania?

Zagadnieniem tak sformułowanym zajmować się będziemy w niniejszej pracy. Przedstawimy dalej kryteria i warunki optymalizacji; podamy także przykłady numeryczne rozwiązań konkretnych zadań, stosując do rozwiązania problemu algorytmy zadania programowania nieliniowego. Omówione powyżej zagadnienia mogą znaleźć zastosowanie np. w technologii spawania. Lokalna obróbka cieplna spoiny jest jedną z metod zmniejszania naprężeń i odkształceń rzeczywistych (pozostałych po ostygnięciu konstrukcji spawanej).

Obszerny przegląd publikacji dotyczących poruszanych tutaj problemów jest przedstawiony w monografii [10]. W problemach rozpatrywanych w [10] nie uwzględnia się ograniczeń, wynikających z warunku utraty

stateczności, a często pomija się również ograniczenia typu naprężeniowego. Takie podejście, oczywiście, ułatwia obliczenia, jednak bez podania obszaru dopuszczalności rozwiązań — nie jest ono w pełni uzasadnione. W [10] zakłada się możliwość wprowadzenia na powierzchniach dźwigarów dowolnie rozłożonych źródeł ciepła, co nie zawsze jest możliwe i opłacalne z technicznego punktu widzenia. W [3] analizowano zagadnienie sprężenia termicznego na przykładzie kołowsymetrycznej tarczy wirującej. W szczególności wprowadzono dodatkowe ograniczenie dowolności pól temperatur do takich, które mogą być wywołane przez źródła ciepła przyłożone jedynie do brzegu wewnętrznego otworu tarczy. W pracach autora [6 i 7] rozpatrzono optymalizację pól temperatury w powłokach walcowych, przyjmując jako kryteria optymalizacji — czas nagrzewania [6] lub minimalne odchylenie od zadanej temperatury [7]. W pracach autora [8 i 9] stosowano metodę Powella zmodyfikowanej funkcji kary do rozwiązania problemu optymalizacji pól termicznych w powłokach sferycznych. Obszerny przegląd algorytmów zadania programowania nieliniowego znajduje się w pracach [1, 2 i 4].

2. RÓWNANIA PROBLEMU

Występujące w równaniach problemu funkcje będą bezwymiarowe: takie podejście ułatwia obliczenia numeryczne.

Stan termosprężysty kołowej tarczy, przegubowo podpartej na brzegu, znajdującej się w osiowo-symetrycznym polu temperatury, określa następujące zadanie brzegowe:

$$(2.1) \quad \frac{d}{dr} (\nabla^2 F) = -\gamma \frac{df}{dr}, \quad r \in (0, 1),$$

$$\frac{dF}{dr} \Big|_{r=0} = 0, \quad \frac{1}{r} \frac{dF}{dr} \Big|_{r=1} = 0,$$

gdzie $F = \tilde{F}/(Eh^2)$ oznacza bezwymiarową funkcję naprężeń Airy'ego, $r = \varrho/R$, $\varrho \in (0, R)$; $\nabla^2 () = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{d()}{dr} \right)$; $\gamma = \alpha_T T_0 (R/h)^2$, a $T(r) = T_0 f(r)$ — pole temperatury.

Rozwiązując problem (2.1), a następnie korzystając ze znanych związków łączących naprężenia z funkcją Airy'ego uzyskujemy

$$(2.2) \quad \sigma_r(r) = \gamma \left[\int_0^1 f(x) x dx - \frac{1}{r^2} \int_0^r f(x) x dx \right],$$

$$(2.2) \quad \sigma_\varphi(r) = \gamma \left[\int_0^1 f(x) x dx + \frac{1}{r^2} \int_0^r f(x) x dx - f(r) \right], \quad r \in (0, 1),$$

[cd.]

gdzie $\sigma_r = \frac{\tilde{\sigma}_r}{E} (R/h)^2$ oznacza bezwymiarowe naprężenie radialne oraz $\sigma_\varphi = \frac{\tilde{\sigma}_\varphi}{E} (R/h)^2$ bezwymiarowe naprężenie obwodowe.

W celu określenia wielkości temperatury krytycznej, korzystamy z nieliniowych równań teorii płyt [11]:

$$(2.3) \quad \frac{d}{dr} (\nabla^2 F) = -\frac{1}{2r} \left(\frac{dw}{dr} \right)^2 - \gamma \frac{df}{dr},$$

$$\frac{1}{12(1-\nu^2)} \frac{d}{dr} (\nabla^2 w) = \frac{1}{r} \frac{dw}{dr} \frac{dF}{dr}, \quad r \in (0, 1),$$

$$w|_{r=1} = \frac{dw}{dr} \Big|_{r=1} = 0, \quad \frac{dF}{dr} \Big|_{r=0} = 0, \quad \frac{1}{r} \frac{dF}{dr} \Big|_{r=1} = 0.$$

Na podstawie równań (2.3) w pracy [11] uzyskano przybliżoną wartość temperatury krytycznej

$$(2.4) \quad T_{kr} = \frac{8}{9(1-\nu^2)} \left(\frac{h}{R} \right)^2 \frac{1}{\alpha_T B}.$$

W równaniu (2.4) przyjęto następujące oznaczenia:

$$(2.5) \quad B = -\frac{2}{3} K(1) + 16 \int_0^1 K(r) (1-r^2)^2 r dr,$$

$$K(r) = \int_0^r f(x) x dx.$$

3. SFORMUŁOWANIE PROBLEMU OPTIMALIZACJI

W pracy przyjmować będziemy niżej podane kryteria, na podstawie których formułowane będą funkcje celu:

a) Minimalizacja energii sprężystej [10]

$$(3.1) \quad V = \pi \int_0^1 (\sigma_r^2 + \sigma_\varphi^2 - 2\nu\sigma_r\sigma_\varphi) r dr,$$

gdzie $V = \tilde{V}R^2/(Eh^5)$ jest bezwymiarową energią sprężystą tarczy. Po wy-

korzystaniu związków (2.2) w równaniu (3.1) energia będzie funkcjonałem określonym na przestrzeni funkcyjnej, której elementami będą funkcje pola temperatury.

b) Minimalizacja odchylenia kwadratowego. Niech narzucony będzie rozkład temperatury $\tilde{T}(r)$

$$(3.2) \quad \tilde{T}(r) = T_0 g(r), \quad r \in (0, 1),$$

który nie musi spełniać wszystkich ograniczeń. W tym zagadnieniu, w tarczy, należy uzyskać pole temperatury $T(r) = T_0 f(r)$, najbliższe zadanemu (3.2) przy spełnieniu wszystkich ograniczeń. Jest to przypadek, gdy funkcja celu przyjmuje postać

$$(3.3) \quad J(f) = \int_0^1 [g(r) - f(r)]^2 r dr.$$

Optymalizacja sprowadza się do określenia pola temperatury $T(r) = T_0 f(r)$ z warunku minimum energii (3.1) lub minimum funkcjonału (3.3) przy spełnieniu następujących ograniczeń:

i) Na pole naprężeń

$$(3.4) \quad \sup_{r \in [0, 1]} \sqrt{[\sigma_r(r)]^2 + [\sigma_\varphi(r)]^2} - \sigma_r(r) \sigma_\varphi(r) \leq \sigma_{\text{dop}}$$

ii) Na pole temperatury

$$(3.5) \quad \alpha_N(T) \leq \chi_N, \quad N = 1, \dots, K.$$

Przy rozwiązywaniu poszczególnych zadań dotyczących nagrzewania tarcz nie ma zazwyczaj możliwości wprowadzenia dowolnych pól temperatury. Należy przeto wprowadzić pewne ograniczenia wynikające np. z analizy procesów technologicznych realizowanych w konkretnym procesie nagrzewania. Ograniczenia tego typu napisaliśmy symbolicznie w postaci nierówności (3.5).

iii) Na temperaturę krytyczną

$$(3.6) \quad T_{kr} \geq T_0$$

lub w równoważnej postaci

$$(3.7) \quad B \leq \frac{d}{T_0},$$

gdzie

$$d = \frac{8}{9(1-\nu^2)} \left(\frac{h}{R} \right)^2 \frac{1}{\alpha_r},$$

a funkcja B określona jest równaniem (2.5)₁.

4. METODA ROZWIĄZANIA

Funkcję $T(r)$, określającą poszukiwany rozkład pola temperatury w tarczy, aproksymować będziemy następującymi funkcjami:

$$(4.1) \quad T(r) \approx T^{(n)}(r) = T_0 \sum_{i=0}^n x_i^{(n)} \Theta_i(r),$$

gdzie $x_i^{(n)}$ ($i = 0, 1, \dots, n$) są poszukiwanymi współczynnikami rozwinięcia w bazie wielomianów $\{\Theta_i(r)\}$.

Wstawiając (4.1) do (2.2) uzyskujemy

$$(4.2) \quad \begin{aligned} \sigma_r^{(n)} &= \gamma \sum_{i=0}^n x_i^{(n)} G_i(r), \\ \sigma_\varphi^{(n)} &= \gamma \sum_{i=0}^n x_i^{(n)} H_i(r), \quad r \in (0, 1), \end{aligned}$$

gdzie postać wielomianów $G_i(r)$, $H_i(r)$ ($i = 0, \dots, n$) zależy od przyjętego zbioru $\Theta_i(r)$ ($i = 0, \dots, n$). W szczególnym przypadku dla

$$(4.3) \quad \Theta_i(r) = (1-r^2)r^i, \quad i = 0, \dots, n$$

wielomiany $H_i(r)$ oraz $G_i(r)$ przyjmują postać

$$(4.4) \quad \begin{aligned} G_i(r) &= \frac{2}{(i+2)(i+4)} - \frac{r^i}{(i+2)} + \frac{r^{i+2}}{(i+4)}, \\ H_i(r) &= \frac{2}{(i+2)(i+4)} - \frac{(i+1)}{(i+2)}r^i + \frac{(i+3)}{(i+4)}r^{i+2}, \quad r \in (0, 1). \end{aligned}$$

Wstawiając (4.1) do (2.5), (3.1) i (3.3) uzyskujemy

$$(4.5) \quad \begin{aligned} V^{(n)} &= a + \sum_{i=0}^n a_i x_i^{(n)} + \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n a_{ij} x_i^{(n)} x_j^{(n)}, \\ J^{(n)} &= b + \sum_{i=0}^n b_i x_i^{(n)} + \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n b_{ij} x_i^{(n)} x_j^{(n)}, \\ B^{(n)} &= c + \sum_{i=0}^n c_i x_i^{(n)}. \end{aligned}$$

Nie przytaczamy wartości współczynników $a, b, c, a_i, b_i, c_i, a_{ij}, b_{ij}$ ($i, j = 0, \dots, n$); można je bowiem łatwo uzyskać przez wykonanie odpowiedniego całkowania. W przypadku gdy całki obliczamy numerycznie (jest to włączone do programu obliczeń) postać jawna tych współczynników nie jest konieczna. W ten sposób korzystając z aproksymacji (4.1) w (3.1)–(3.7), sprowadzamy

zagadnienie do następującego zadania programowania nieliniowego:
znaleźć

$$(4.6) \quad \min f_0(x), \quad x = (x_0^{(n)}, x_1^{(n)}, \dots, x_n^{(n)}) \in R^{n+1}$$

przy ograniczeniach

$$(4.7) \quad \begin{aligned} f_j(x) &\leq 0, & j &= 1, \dots, M, \\ f_j(x) &= 0, & j &= M+1, \dots, M+K, \end{aligned}$$

gdzie współrzędnymi wektora x są poszukiwane wartości rozwinięcia (4.1). f_0 i f_j oznaczają kolejno funkcję celu i ograniczenia otrzymane po podstawieniu do (3.1)–(3.7) szeregu (4.1).

Istnieje szereg metod rozwiązania zadań (4.4)–(4.5) [1, 2 i 4]. W celu numerycznego rozwiązania sformułowanego problemu opracowano program na maszynie cyfrową ODRA 1305, wykorzystujący algorytm metody funkcji kary. Zadania poszukiwania minimum bezwarunkowego, do którego sprowadza się metoda funkcji kary, rozwiązano stosując a) algorytm Powella lub b) algorytm Broydena-Fletcher-Shanno. Algorytm Powella [1] zaliczany jest do metod bezgradientowych, natomiast algorytm Broydena-Fletcher-Shanno [5] jest zmodyfikowaną wersją metody Newtona.

5. PRZYKŁADY LICZBOWE

Stosując metodę przedstawioną w p. 4 rozpatrzmy proces optymalizacji pól temperatury w tarczy kołowej, przegubowo podpartej na brzegu. Własności materiału, z którego wykonano tarczę określają następujące dane: współczynnik termicznej rozszerzalności liniowej $\alpha_T = 1,4 \cdot 10^{-5} \left[\frac{1}{K} \right]$, moduł

Younga $E = 2 \cdot 10^5 \left[\frac{MN}{m^2} \right]$, liczba Poissona $\nu = 0,3$, naprężenie dopuszczalne $\tilde{\sigma}_d = 150 \text{ [MN/m}^2\text{]}$. Jako kryterium optymalizacji przyjęto zarówno funkcjonal (3.1) jak i funkcjonal (3.3). Rozpatrzmy następujące przypadki:

ZADANIE 1. Jako kryterium optymalizacji przyjmujemy funkcjonal (3.1). Ograniczenia określają warunki (i) i (iii) (por. p. 3) oraz następujące warunki na pole temperatury:

$$(5.1) \quad T(0) = T_0, \quad T(1) = 0, \quad 0 \leq T(r) \leq T_0, \quad r \in (0, 1).$$

Za wielomiany bazowe przyjmujemy (4.3).

ZADANIE 2. Jako kryterium optymalizacji przyjmujemy funkcjonal (3.3), gdzie $g(r) = (1-r^2)$. Ograniczenia są te same co w zadaniu 1.

Tablica 2

Przypadek	Zadanie	T_0 [°C]	h/R	r_0	$\sigma_d = \frac{\bar{\sigma}_d(R/h)^2}{E}$	$x_0^{(2)}$	$x_1^{(2)}$	$x_2^{(2)}$	T_{kr} [°C]	max σ_{red}	Funkcja celu $V/[\pi\alpha_T T_0 (h/R)]^2$ lub J
I	1	120	0,01	—	7,5	1,00	-3,836	4,384	485	6,66	$0,514 \cdot 10^{-2}$
II	2	120	0,01	—	7,5	1,00	-4,140	4,406	626	7,3	$1,415 \cdot 10^{-2}$
III	1	153	0,005	—	30,0	1,00	-3,75	4,81	165	29,95	$0,592 \cdot 10^{-2}$
IV	2	153	0,005	—	30,0	1,00	-3,76	4,81	166	30,0	$5,082 \cdot 10^{-2}$
V	1	153	0,015	—	3,33	1,00	-3,65	4,67	1194	3,31	$0,591 \cdot 10^{-2}$
VI	2	153	0,015	—	3,33	1,00	-3,65	4,646	1171	3,328	$5,11 \cdot 10^{-2}$
VII	3	110	0,015	0,3	3,33	1,00	0,005	0,045	610	3,33	$0,94 \cdot 10^{-6}$

Tablica 3

Przypadek	Zadanie	T_0 [°C]	h/R	r_0	$\sigma_d = \frac{\bar{\sigma}_d(R/h)^2}{E}$	$x_0^{(4)}$	$x_1^{(4)}$	$x_2^{(4)}$	$x_3^{(4)}$	$x_4^{(4)}$	T_{kr}	max σ_{red}	Funkcja celu $V/[\pi\alpha_T T_0 (h/R)]^2$ lub J
I	1	120	0,01	—	7,5	1,00	-3,84	4,406	-0,022	-0,001	483	6,66	$0,513 \cdot 10^{-2}$
II	2	120	0,01	—	7,5	1,00	-4,14	4,406	0,053	-0,301	470	7,47	$1,181 \cdot 10^{-2}$
III	1	153	0,005	—	30,0	1,00	-3,655	4,669	0,101	0,003	152	29,33	$0,622 \cdot 10^{-2}$
IV	2	153	0,005	—	30,0	1,00	-3,727	4,688	0,101	0,003	164	30,01	$5,072 \cdot 10^{-2}$
V	1	153	0,015	—	3,33	1,00	-3,65	4,571	0,10	0,005	1244	3,329	$0,596 \cdot 10^{-2}$
VI	2	153	0,015	—	3,33	1,00	-3,65	4,564	0,10	0,005	1230	3,335	$5,062 \cdot 10^{-2}$
VII	3	110	0,015	0,3	3,33	1,00	-0,027	0,488	-1,373	1,149	609	3,33	$0,995 \cdot 10^{-6}$
VIII	3	100	0,01	0,5	7,5	1,00	-0,146	0,035	0,184	0,649	100	6,50	$0,349 \cdot 10^{-4}$

ZADANIE 3. Poszukujemy minimum funkcjonau (3.3), gdzie

$$(5.2) \quad g(r) = \begin{cases} 1 - 3\left(\frac{r}{r_0}\right)^2 + 2\left(\frac{r}{r_0}\right)^3, & 0 \leq r \leq r_0, \quad r_0 \in (0, 1), \\ 0, & r_0 \leq r \leq 1 \end{cases}$$

przy ograniczeniach (i) i (iii) (por. p. 3) oraz

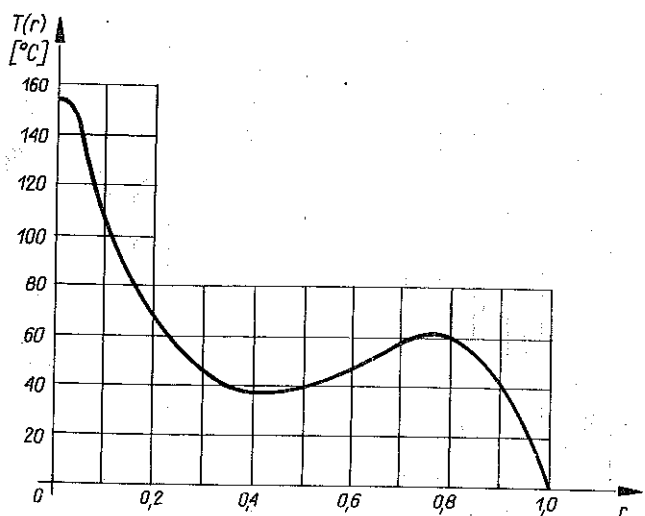
$$(5.3) \quad T(0) = T_0, \quad T(r_0) = 0, \quad \frac{dT}{dr} \Big|_{r=r_0} = 0, \quad T(r) = 0 \text{ dla } r_0 \leq r \leq 1.$$

Wprowadzenie ograniczeń (5.3) może wynikać ze względów technologicznych, zakładających przyłożenie źródeł ciepła jedynie do określonych podobszarów tarczy.

Przyjmujemy następujące funkcje bazowe:

$$(5.4) \quad \Theta(r) = \left[1 - 3\left(\frac{r}{r_0}\right)^2 + 2\left(\frac{r}{r_0}\right)^3 \right] \left(\frac{r}{r_0}\right)^i, \quad i = 0, 1, \dots, n.$$

W tablicach 2 i 3 zestawiono wartości funkcji celu, maksymalnego naprężenia zredukowanego, współczynników poszukiwanego pola temperatury, temperatury krytycznej w zależności od przyjętego kryterium, temperatury T_0 i ilorazu h/R . Do obliczeń zastosowano algorytm Powella.



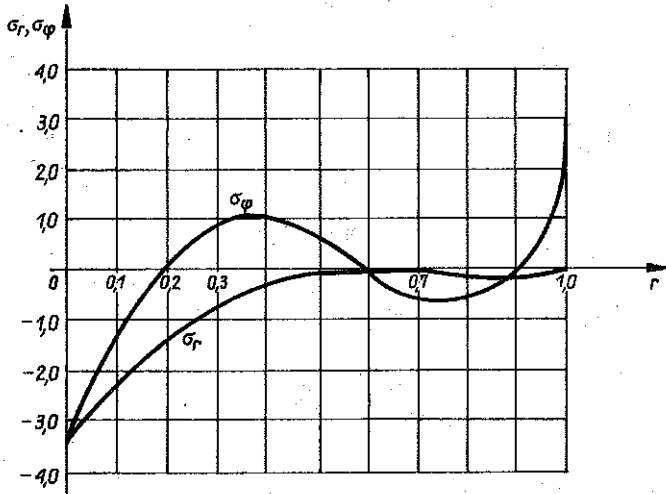
Rys. 3

Przypadek V (por. tablicę 2) analizowano również stosując algorytm Broydena-Fletcher-Shanno. W tym przypadku uzyskano następujące wyniki:

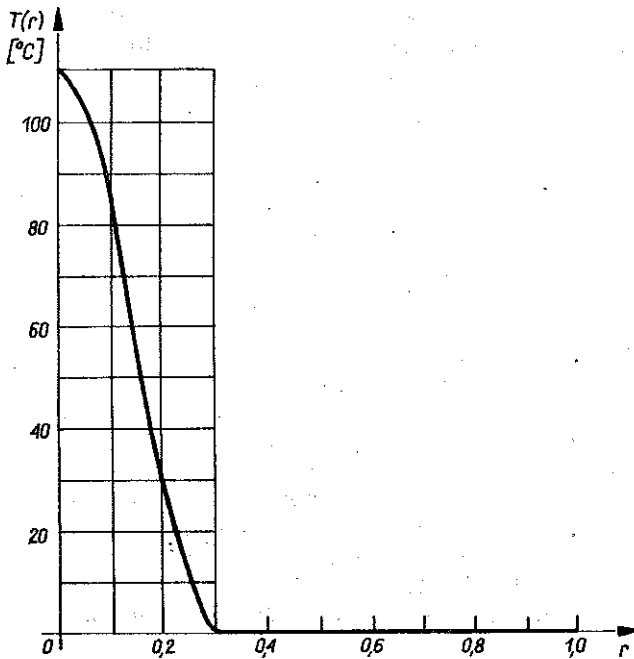
$$(5.5) \quad x_0^{(2)} = 1,0, \quad x_1^{(2)} = -3,66, \quad x_2^{(2)} = 4,66,$$

$$\max \sigma_{\text{red}} = 3,33, \quad V = 0,584 \cdot 10^{-2} [\pi \alpha_T T_0 (h/R)^2]^2.$$

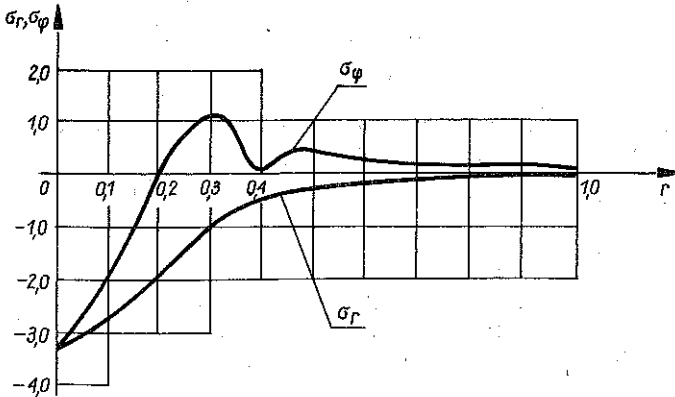
Na rysunkach 3–6 podano wykresy optymalnego pola temperatury i naprężeń dla przypadku V (rys. 3 i 4) oraz VII (rys. 5 i 6) (por. tablicę 3).



Rys. 4



Rys. 5



Rys. 6

Analizując wyniki zestawione w tablicach 2 i 3 wyciągamy następujące wnioski:

a) Wielkości współczynników $x_i^{(n)}$ (dla $n > 4$, $i > 4$) nie mają istotnego wpływu na wartości funkcji celu.

b) Zadanie 1. Punkt realizujący minimum funkcji celu może należeć do wnętrza obszaru dopuszczalnego (por. np. tablicę 2, przyp. I) jak i znajdować się na brzegu (por. np. tablicę 3, przyp. V).

c) Zadanie 2. Ponieważ funkcja $g(r)$ nie spełnia wszystkich ograniczeń, rozwiązanie optymalne przeto należy do brzegu obszaru dopuszczalnego. Ograniczeniami aktywnymi mogą być naprężenia dopuszczalne lub warunek na temperaturę krytyczną. O tym decyduje, przy danej temperaturze T_0 , wielkość ilorazu grubości tarczy do promienia.

LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. W. FINDEISEN, J. SZYMANOWSKI, A. WIERZBICKI, *Teoria i metody optymalizacji*, PWN, Warszawa 1977.
2. E. J. HAUG, J. S. ARORA, *Applied optimal design*, A Wiley-Interscience Publication, New York 1979.
3. J. HOLNICKI-SZULC, *Sprężanie termiczne na przykładzie zagadnienia kołowo-symetrycznego*, Mech. Teoret. Stos., **18**, 4, 649—654, 1980.
4. M. P. KĀMAT, R. J. HAYDUK, *Recent development in quasi-Newton methods for structural analysis and synthesis*, AIAA J., **20**, 5, 672—679, 1982.
5. H. MATTHIES, G. STRANG, *The solution of nonlinear finite element equations*, Int. J. Num. Met. Eng., **14**, 1613—1626, 1979.
6. B. MOKRSKI, *Najszybsze nagrzewanie powłoki walcowej*, ZN Pol. Śl., Mat.-Fiz., **31**, 123—129, 1980.
7. B. MOKRSKI, *Najdokładniejsze nagrzewanie powłoki walcowej*, ZN Pol. Śl., Mat.-Fiz., **31**, 131—138, 1980.

8. В. МОКРСКИ, *Nieliniowe problemy optymalizacji pól termicznych w powłokach sprężystych. I. Podstawowe zależności nieliniowej teorii optymalizacji*, (w druku).
9. В. МОКРСКИ, *Nieliniowe problemy optymalizacji pól termicznych w powłokach sprężystych. II. Metody rozwiązań zadań optymalizacji*, (w druku).
10. Э. И. ГРИГОЛЮК, Я. С. ПОДСТРИГАЧ, Я. И. БУРАК, *Оптимизация нагрева оболочек и пластин*, Наук. Думка, Киев 1979.
11. П. М. ОГИБАЛОВ, В. Ф. ГРИБАНОВ, *Термоустойчивость пластин и оболочек*, Изд. Моск. Унив. 1968.

РЕЗЮМЕ

ОПТИМИЗАЦИЯ ТЕРМИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ В ДИСКАХ

Целью работы является представление критериев и условий оптимизации термических полей в упругих дисках. Решены также численные примеры на основе алгоритмов задачи нелинейного программирования.

SUMMARY

OPTIMIZATION OF THE TEMPERATURE FIELDS IN DISCS

The paper is aimed at presenting the criteria and conditions of optimization of thermal fields in plane stress problems of elasticity. Admissible stresses and critical temperature are assumed as the optimization constraints. The problem is solved by means of the Powell algorithm.

POLITECHNIKA ŚLĄSKA
INSTYTUT MECHANIKI TEORETYCZNEJ

Praca została złożona w Redakcji dnia 8 maja 1984 r.
