

ZRÓŻNICOWANE DRGANIA PRZESIEWACZY Z DWUMASOWYMI WIBRATORAMI BEZWŁADNOŚCIOWYMI

TADEUSZ BANASZEWSKI (KRAKÓW)

Zróżnicowane drgania prostoliniowe wzdłuż pokładu sitowego spowodowane przesunięciem kierunku działania siły wymuszającej względem środka ciężkości dają się opisać prostymi wzorami uzyskanymi z analizy dynamiki układu przy pewnych dopuszczalnych założeniach upraszczających. Wyprowadzono wzory na obliczanie w dowolnym punkcie rzeszota, kąta nachylenia kierunku drgań, wartości amplitud drgań, maksymalnych przyspieszeń oraz prędkości w chwili wyrzutu, a więc parametrów decydujących o ruchu i prędkości ziarna na sicie.

1. WPROWADZENIE

W przesiewaczach nadrezonansowych z dwumasowymi wibratorami bezwładnościowymi kierunek działania siły wymuszającej przechodzi najczęściej przez środek ciężkości rzeszota. Ze stosunkowo prostej dynamiki takiego układu wynika, że wówczas wszystkie punkty na rzeszocie wykonują identyczne drgania prostoliniowe [2].

Jeżeli kierunek działania siły wymuszającej nie przechodzi przez środek ciężkości rzeszota, to wtedy dynamika takiego układu jest już bardziej skomplikowana, a więc i rozwiązania są trudniejsze. Spotkane w praktyce przypadki charakterystycznego zróżnicowania drgań wzdłuż pokładu sitowego często nie kojarzy się z faktyczną przyczyną tego zjawiska, gdyż w literaturze fachowej brak jest dokładnego opisu skutków wynikających z przesunięcia kierunku działania siły wymuszającej względem środka ciężkości rzeszota.

W niniejszej pracy przeanalizowana zostanie dynamika przesiewacza z dwumasowym wibratorem bezwładnościowym, aby dać odpowiedź na pytanie, jakie skutki wywołuje przesunięcie kierunku działania siły wymuszającej względem środka ciężkości rzeszota oraz w celu opracowania prostych wzorów dla konstruktorów na obliczanie amplitud drgań i ich kierunków wzdłuż pokładu sitowego.

2. RÓWNANIA RUCHU ŚRODKA CIĘŻKOŚCI PRZESIEWACZA

Do rozważań przyjmijmy model przesiewacza pokazany na rys. 1, w którym kierunek działania siły wymuszającej P jest nachylony do poziomu pod kątem α i jest przesunięty względem środka ciężkości S rzeszota o odległość b . Dokonajmy tych samych uproszczeń jak przy rozpatrywaniu dynamiki przesiewaczy z jednomasowymi wibratorami bezwładnościowymi [1]. A więc pomińmy tłumienie w układzie, które dla nadrezonansowych maszyn ma znikomy wpływ na amplitudy drgań. Łatwo można udowodnić, że dla przesiewaczy nadrezonansowych pracujących daleko poza rezonansem, dla których stosunek częstości wymuszającej ω do częstości własnej ω_0 wynosi $\omega/\omega_0 > 4$, można pominąć także wpływ elementów sprężystych na amplitudy drgań [2].

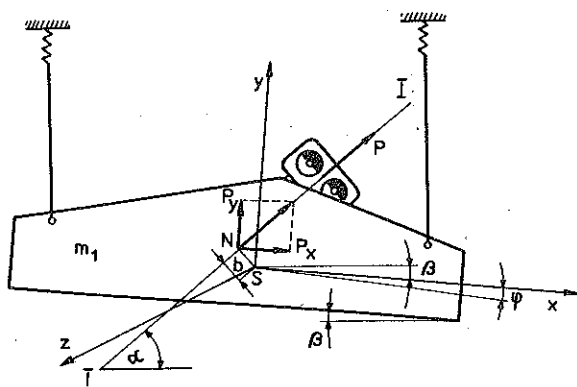
Przyjmijmy prostokątny układ współrzędnych xyz , tak aby jego początek znajdował się w środku ciężkości S rzeszota, a oś x była równoległa do pokładu sitowego nachylonego do poziomu pod kątem β . Przesuńmy siłę wymuszającą P po prostej $I-I$ do punktu N , leżącego najbliżej środka ciężkości S , rozkładając ją na składowe P_y i P_x .

Analiza rozpatrywanego układu dokonana zostanie przy wykorzystaniu równań Lagrange'a II rodzaju:

$$(2.1) \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial U}{\partial q_i} = 0,$$

gdzie T oznacza całkowitą energię kinetyczną układu, U całkowitą energię potencjalną układu oraz q_i niezależne współrzędne.

Przy przyjętych założeniach upraszczających analizowana będzie tylko energia kinetyczna układu. Ponieważ kąt obrotu φ rzeszota przyjmuje bardzo małe wartości, przeto całkowitą energię kinetyczną układu dla ruchu usta-



Rys. 1. Schemat przesiewacza z dwumasowym wibratorem bezwładnościowym i przesuniętym kierunkiem działania siły wymuszającej względem środka ciężkości S

lonego można opisać następująco:

$$(2.2) \quad T = \frac{1}{2} m_1 (\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + \frac{1}{2} I \dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2} m_0 [\dot{x} + \dot{\varphi} b \cos(\alpha + \beta) + \omega r_0 \cos(\alpha + \beta) \cos \omega t]^2 + \frac{1}{2} m_0 [\dot{y} + \dot{\varphi} b \sin(\alpha + \beta) + \omega r_0 \sin(\alpha + \beta) \cos \omega t]^2 + \frac{1}{2} I_0 \dot{\omega}^2,$$

gdzie m_1 oznacza masę rzeszota, m_0 sumę mas niewyważonych wibratora, r_0 promień mas niewyważonych, I moment bezwładności przesiewacza względem osi z , I_0 moment bezwładności mas niewyważonych względem osi wałów wibratora oraz φ kąt obrotu rzeszota wokół osi z .

Po podstawieniu w równanie (2.1) kolejnych niezależnych współrzędnych, otrzyma się następujące równania ruchu środka ciężkości przesiewacza:

$$(2.3) \quad \begin{aligned} m\ddot{x} + m_0 \ddot{\varphi} b \cos(\alpha + \beta) &= m_0 r_0 \omega^2 \cos(\alpha + \beta) \sin \omega t, \\ m\ddot{y} + m_0 \ddot{\varphi} b \sin(\alpha + \beta) &= m_0 r_0 \omega^2 \sin(\alpha + \beta) \sin \omega t, \\ m_0 b \cos(\alpha + \beta) \ddot{x} + m_0 b \sin(\alpha + \beta) \ddot{y} + (I + m_0 b^2) \ddot{\varphi} &= m_0 r_0 b \omega^2 \sin \omega t, \end{aligned}$$

gdzie $m = m_0 + m_1$.

Rozwiązaniami tych równań są funkcje

$$(2.4) \quad \begin{aligned} x &= A_x \sin \omega t, \\ y &= A_y \sin \omega t, \\ \varphi &= \Phi \sin \omega t, \end{aligned}$$

Po podstawieniu tych funkcji i ich drugich pochodnych do równań (2.3) otrzymamy trzy równania algebraiczne:

$$(2.5) \quad \begin{aligned} -mA_x - m_0 b \cos(\alpha + \beta) \Phi &= m_0 r_0 \cos(\alpha + \beta), \\ -mA_y - m_0 b \sin(\alpha + \beta) \Phi &= m_0 r_0 \sin(\alpha + \beta), \\ -m_0 b \cos(\alpha + \beta) A_x - m_0 b \sin(\alpha + \beta) A_y - (I + m_0 b^2) \Phi &= m_0 r_0 b, \end{aligned}$$

Po rozwiązaniu otrzymamy następujące wzory na amplitudy drgań na kierunku osi x i y oraz amplitudy drgań obrotowych względem osi z :

$$(2.6) \quad A_x = \frac{m_0 r_0 \cos(\alpha + \beta)}{m \left(1 + \frac{m_0 m_1 b^2}{Im} \right)},$$

$$A_y = \frac{m_0 r_0 \sin(\alpha + \beta)}{m \left(1 + \frac{m_0 m_1 b^2}{Im} \right)},$$

$$\Phi = - \frac{m_0 r_0 b}{m_0 b^2 + I \frac{m}{m_1}}.$$

Ponieważ

$$\frac{m_0 m_1 b^2}{Im} \ll 1, \quad \frac{m}{m_1} \approx 1, \quad m_0 b^2 \ll I,$$

przeto wzory na amplitudy drgań dla celów praktycznych można uprościć do postaci

$$(2.7) \quad A_x = - \frac{m_0 r_0}{m} \cos(\alpha + \beta),$$

$$A_y = - \frac{m_0 r_0}{m} \sin(\alpha + \beta),$$

$$\Phi = - \frac{m_0 r_0 b}{I}.$$

Ze wzoru (2.7)₃ wynika, że główny wpływ na wartość amplitudy drgań obrotowych, obok momentu statycznego $m_0 r_0$, ma odległość b , określająca przesunięcia kierunku działania siły wymuszającej względem środka ciężkości przesiewacza, oraz moment bezwładności I , którego wpływ na amplitudę drgań obrotowych jest odwrotnie proporcjonalny.

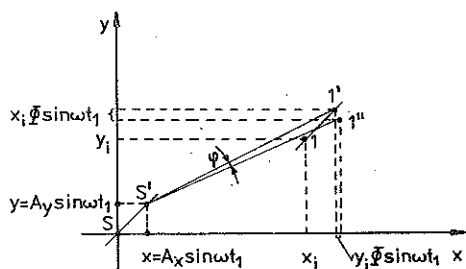
3. RÓWNANIA TRAJEKTORII DOWOLNEGO PUNKTU NA RZESZOCIE

Wzory na amplitudy drgań środka ciężkości przesiewacza (2.6) i (2.7) łącznie ze wzorami (2.4) stanowią podstawę do określenia trajektorii drgań dowolnego punktu na rzeszocie oraz jego prędkości i przyspieszeń. Funkcje parametryczne ruchu dowolnego punktu 1 (x_1, y_1) na rzeszocie można wywodzić posługując się schematem pokazanym na rys. 2. Na rysunku tym zaznaczono środek rzeszota S , który przy kącie ωt_1 zajmuje położenie S' . Punkt 1 o współrzędnych (x_1, y_1), którego ruch chcemy określić, przy kącie ωt_1 zajmowałby położenie tam gdzie punkt 1' i wykonywałby identyczny ruch z ruchem punktu S , gdyby nie drgania obrotowe powodujące, że rzeczywiste położenie tego punktu będzie odpowiadało punktowi 1''.

Równania parametryczne dowolnego punktu 1 (x_1, y_1) na rzeszocie będą następujące:

$$(3.1) \quad \begin{aligned} x &= x_i + A_x \sin \omega t + y_i \Phi \sin \omega t, \\ y &= y_i + A_y \sin \omega t - x_i \Phi \sin \omega t, \end{aligned}$$

gdzie A_x , A_y i Φ określone są wzorami (2.6) lub (2.7).



Rys. 2. Schemat położenia środka ciężkości S i dowolnego punktu 1 na rzeszocie w czasie t_1

Dla określenia trajektorii drgań dowolnego punktu wygodniej jest przesunąć równolegle układ współrzędnych do badanego punktu, gdyż wówczas równania parametryczne przyjmą postać

$$(3.2) \quad \begin{aligned} x &= (A_x + y_i \Phi) \sin \omega t, \\ y &= (A_y - x_i \Phi) \sin \omega t. \end{aligned}$$

Jak widać z tych równań, dowolny punkt na rzeszocie będzie drgał po odcinkach prostej o równaniu

$$(3.3) \quad y = \frac{A_y - x_i \Phi}{A_x + y_i \Phi} x,$$

której kąt nachylenia do osi x można wyliczyć ze wzoru

$$(3.4) \quad \alpha_1 = \arctg \left(\frac{A_y - x_i \Phi}{A_x + y_i \Phi} \right).$$

Amplitudę drgań dowolnego punktu określa wzór

$$(3.5) \quad A = \sqrt{(A_x + y_i \Phi)^2 + (A_y - x_i \Phi)^2}.$$

Wzory (3.4) i (3.5) pozwalają na wykreślenie trajektorii dowolnego punktu drgającego na rzeszocie.

4. ZMIANA PARAMETRÓW RUCHU PUNKTÓW WZDŁUŻ POKŁADU SITOWEGO

Zmiana amplitudy i kierunku drgań wzdłuż pokładu sitowego pociąga za sobą zmianę maksymalnych przyspieszeń poszczególnych punktów oraz zmianę wskaźnika podrzutu i prędkości w chwili wyrzutu ziaren.

Wychodząc z równań (3.2) można określić składowe prędkości i przyspieszeń dowolnego punktu na rzeszocie:

$$(4.1) \quad \begin{aligned} \dot{x} &= (A_x + y_i \Phi) \omega \cos \omega t, \\ \dot{y} &= (A_y - x_i \Phi) \omega \cos \omega t, \\ \ddot{x} &= -(A_x + y_i \Phi) \omega^2 \sin \omega t, \\ \ddot{y} &= -(A_y - x_i \Phi) \omega^2 \sin \omega t. \end{aligned}$$

Drogę kątową ωt_2 , przy której następuje oderwanie materiału od powierzchni sitowej, można określić z równania

$$-\ddot{y} = g \cos \beta.$$

Po podstawieniu za \ddot{y} funkcji (4.1) otrzymamy

$$(4.2) \quad (A_y - x_i \Phi) \omega^2 \sin \omega t_2 = g \cos \beta,$$

skąd

$$(4.3) \quad \omega t_2 = \arcsin \left[\frac{g \cos \beta}{(A_y - x_i \Phi) \omega^2} \right].$$

Maksymalne przyspieszenie normalne, potrzebne do obliczenia wskaźnika podrzutu wynosi

$$(4.4) \quad \ddot{y}_{\max} = (A_y - x_i \Phi) \omega^2.$$

Po wstawieniu wielkości kątowej ωt_2 (4.3) do równań (3.2) uzyskuje się współrzędne punktu oderwania. Prędkość w chwili wyrzutu można obliczyć, wychodząc z ogólnego wzoru na prędkość:

$$(4.5) \quad v = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}.$$

Po podstawieniu do wzoru (4.5) składowych prędkości (4.1)_{1,2} oraz wielkości ωt_2 otrzyma się wzór na prędkość punktu rzeszota w chwili wyrzutu materiału:

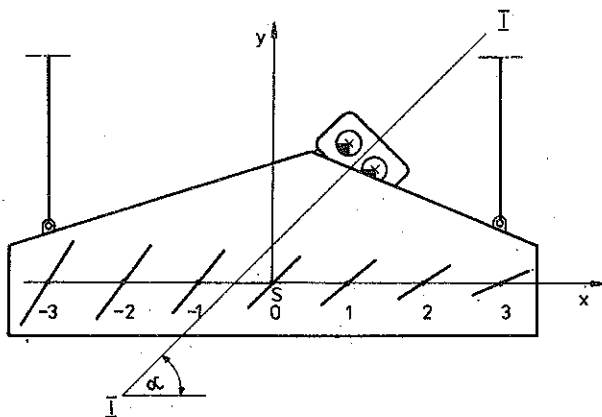
$$(4.6) \quad v = \omega \sqrt{(A_x + y_i \Phi)^2 + (A_y - x_i \Phi)^2} \cos \omega t_2.$$

Na rys. 3 pokazano w powiększeniu trajektorie punktów na rzeszocie oddalonych od siebie w odstępach jednocentymetrowych i leżących na osi x . Obliczenia wykonano dla następujących danych:

$$\begin{aligned} m_1 &= 5800 \text{ kg}, & m_0 &= 200 \text{ kg}, & b &= 0,35 \text{ m}, & \alpha &= 45^\circ, \\ \beta &= 0^\circ, & I &= 15000 \text{ kgm}^2, & r_0 &= 0,15 \text{ m}, & \omega &= 90 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}. \end{aligned}$$

Dla powyższych parametrów amplitudy drgań środka ciężkości obliczone wzorami (2.6), przyjmują następujące wartości:

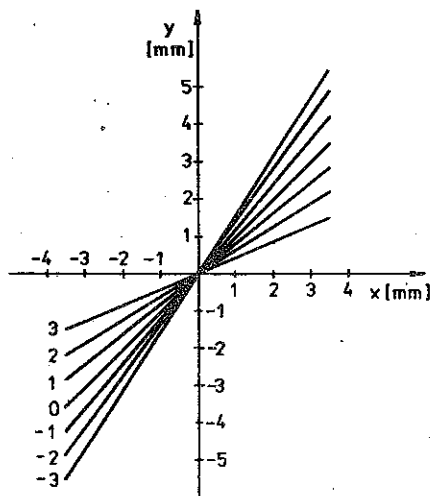
$$A_x = -3,53 \text{ mm}, \quad A_y = -3,53 \text{ mm}, \quad \Phi = -6,756 \cdot 10^{-4} \text{ rad}.$$



Rys. 3. Rozkład trajektorii punktów na rzeszocie, gdy kierunek działania siły wyruszającej przebiega poza środkiem ciężkości, dla przypadku przedstawionego na rys. 1

Tablica 1

| Punkt | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
|--|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Amplituda drgań na osi y $A_y - x_i \Phi$ [mm] | -5,56 | -4,88 | -4,21 | -3,53 | -2,85 | -2,18 | -1,50 |
| A [mm] | 6,54 | 6,03 | 5,50 | 5,00 | 4,54 | 4,16 | 3,84 |
| Współrzędne x [mm] | 0,77 | 0,87 | 1,01 | 1,21 | 1,50 | 1,96 | 2,85 |
| Współrzędne y [mm] | 1,21 | 1,21 | 1,21 | 1,21 | 1,21 | 1,21 | 1,21 |
| α_1 [...°] | 57,6 | 54,1 | 50,0 | 45,0 | 39,0 | 31,7 | 23,1 |
| v [$m \cdot s^{-1}$] | 0,58 | 0,53 | 0,47 | 0,42 | 0,37 | 0,31 | 0,20 |
| u_2 | 4,59 | 4,03 | 3,48 | 2,91 | 2,35 | 1,80 | 1,25 |



Rys. 4. Kolejne fazy zmian trajektorii w dużym powiększeniu

Pozostałe wyniki obliczeń zestawiono w tablicy 1. Na rys. 4 pokazano w dużym powiększeniu kolejne fazy zmian trajektorii na długości rzeszota. Charakterystyczne jest to, że składowe x -owe amplitud drgań punktów leżących na osi x pozostają stałe, a jedynie zmieniają amplitudy drgań rzutowane na oś y .

Ze wskaźnika podrzutu (tablica 1) w poszczególnych punktach wynika, że spadek dynamiki przesiewacza na jego długości jest tu wyjątkowo duży. O ile na początku jest wysoki wskaźnik podrzutu $u_2 = 4,59$, to pod koniec obserwuje się prawie zanik podrzutu $u_2 = 1,25$, a prędkość wyrzutu spada z 0,58 m/s do 0,2 m/s. Warto przypomnieć, że otrzymane wyniki dotyczą przypadku, gdy odległość pomiędzy punktem ciężkości a kierunkiem działania siły wymuszającej wynosi tylko 0,35 m. Zamieszczone wyniki świadczą, jak ważne jest w tych przesiewaczach dokładne określenie środka ciężkości przesiewacza. Nieduże pomyłki w tych obliczeniach odbijają się na zróżnicowaniu amplitud i pochyleniach kierunku drgań. Stąd też w praktyce bardzo często środek ciężkości przesiewacza określa się eksperymentalnie podwijając na lince przesiewacz w jednej płaszczyźnie, kolejno w dwóch jego punktach, w celu wyznaczenia za pomocą pionu linii przechodzących przez środek ciężkości przesiewacza. Przecięcie tych linii określa dokładnie położenie środka ciężkości przesiewacza.

Jeżeli kierunek siły wymuszającej będzie leżał po przeciwnej stronie środka ciężkości, niż jest to pokazane na rys. 1, to moment siły względem środka ciężkości będzie przeciwny. W związku z tym w równaniu (2.2) przy wyrazach $\dot{\phi}b \cos(\alpha + \beta)$ i $\dot{\phi}b \sin(\alpha + \beta)$ należy zmienić znak na minus. Konsekwencją tego będzie zmiana znaku przy amplitudzie drgań obrotowych (2.6)₃ i (2.7)₃. Chcąc skorzystać w takim przypadku z pozostałych wzorów należy wszędzie zmienić znaki przy wyrazach z Φ . Przebieg trajektorii wzdłuż sita będzie wtedy odwrotny niż to jest pokazane na rys. 3. Najmniejsze drgania i o najmniejszym nachyleniu, wystąpią na początku przesiewacza, a największe i najbardziej nachylone na końcu.

5. WNIOSKI

1. Wyprowadzone wzory (3.4), (3.5), (4.4) i (4.6) umożliwiają obliczenie w dowolnym punkcie rzeszota kąta nachylenia kierunku drgań, amplitudy drgań, maksymalnych przyspieszeń punktu oraz prędkości w chwili wyrzutu. Wymienione parametry decydują o ruchu i prędkości materiału na sicie, a te z kolei wpływają w istotny sposób na efekty technologiczne klasyfikacji; stąd też ich znajomość jest wyjątkowo ważna w procesie projektowania przesiewaczy.

2. Główny wpływ na amplitudę drgań obrotowych (2.7)₃ powodujących zróżnicowanie drgań wzdłuż pokładu sitowego ma odległość b między kierun-

kiem działania siły wymuszającej a środkiem ciężkości przesiewacza S oraz moment bezwładności przesiewacza I względem osi z (rys. 1). Ponieważ zmiana wartości I jest dość trudna ze względów konstrukcyjnych, przeto najłatwiej jest uzyskiwać zamierzone zmiany drgań odległością b .

LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. T. BANASZEWSKI, *Schwingungsformen der Siebmaschinen mit Einmassen — Unwuchtantrieb, Aufbereitungs* — Technik, 7, 1985.
2. A. BATTAGLIA, T. BANASZEWSKI, *Maszyny do przeróbki węgla, rud i surowców mineralnych. Cz. 1*, PWN, Warszawa—Kraków, 1972.

РЕЗЮМЕ

РАЗНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ГРОХОТОВ С ДВУХМАССОВЫМИ ИНЕРЦИОННЫМИ ВИБРАТОРАМИ

Разные прямолинейные колебания вдоль ситовой палубы, вызванные сдвигом направления действия вынуждающей силы по отношению к центру тяжести, можно описать простыми формулами, полученными из анализа динамики системы при некоторых допустимых упрощающих предположениях. Выведены формулы для расчета, в произвольной точке сита, угла наклона направления колебаний, значения амплитуд колебаний, максимальных ускорений и скорости в моменте выброса, а значит параметров решающих о движении и скорости зерна на сите.

SUMMARY

DIVERSIFIED SIEVES VIBRATIONS WITH TWO-MASS INERTIAL VIBRATORS

Diversified rectilinear vibrations along a sieve's deck caused by the displacement of the direction of exciting force with respect to the gravity center, can be described by simple formulae derived from the analysis of dynamics of the system, with some simplifying assumptions. Formulae are derived for calculating the inclination angle of the direction of vibrations, the values of vibration amplitudes, the maximal accelerations and velocities at the moment of throw, at any point of the sieve. All these quantities are the crucial parameters for determining the motion and velocity of grains on the sieve.

AKADEMIA GÓRNICZO-HUTNICZA, KRAKÓW

Praca została złożona w Redakcji dnia 15 lipca 1985 r.