

ANALIZA DRGAŃ ŻURAWIA SAMOCHODOWEGO

WOJCIECH JE D L I Ń S K I (WARSZAWA)

Przedstawiono analizę drgań żurawia samochodowego HY-63 przy różnych obciążeniach. Wykonano dwa przykłady, z których w pierwszym mającym charakter testu, tj. porównania wyników obliczeń z wynikami uzyskanymi eksperymentalnie, obciążenia aproksymowano dwoma impulsami w postaci połówek sinusoidy. Natomiast w drugim, bardziej ogólnym, przyjęto obciążenia rzeczywiste występujące w czasie ruchów nieustalonych mechanizmu podnoszenia. Przedstawiono również propozycje w odniesieniu do określania naprężeń w elementach żurawia na podstawie wyznaczonych przebiegów drgań. Treść tej pracy jest ściśle związana z pracami [1, 2 i 4] i stanowi nie tylko ich kontynuację, lecz wraz z nimi pewien konsekwentny system analizy dynamiki żurawia samochodowego.

1. WSTĘP

Wyniki eksperymentalnej identyfikacji modelu dynamicznego żurawia samochodowego w jego płaszczyźnie podnoszenia zamieszczono w pracy [1]. Zastosowano tam model o pięciu stopniach swobody i wyznaczono wszystkie współczynniki równań opisujących drgania. Jednocześnie wykazano, na podstawie wyznaczonych funkcji koherencji, że w eksperymencie identyfikacyjnym przy stosowanych wartościach obciążeń żurawia, liniowy model drgań opisywał drgania żurawia z wystarczającą dla praktyki dokładnością.

Ten wynik upoważnia do zastosowania wyznaczonego w pracy [1] modelu do analizy drgań także przy innego rodzaju obciążeniach niż te, które stosowane były w eksperymencie identyfikacyjnym, lecz przy zachowaniu tego samego rzędu ich wartości. Oznacza to, że model ten może być stosowany do symulacyjnych badań drgań żurawia polegających na wyznaczaniu amplitud drgań punktów przyjętych przy formułowaniu modelu, a następnie do dalszych analiz, jak np. wyznaczanie naprężeń w różnych elementach żurawia.

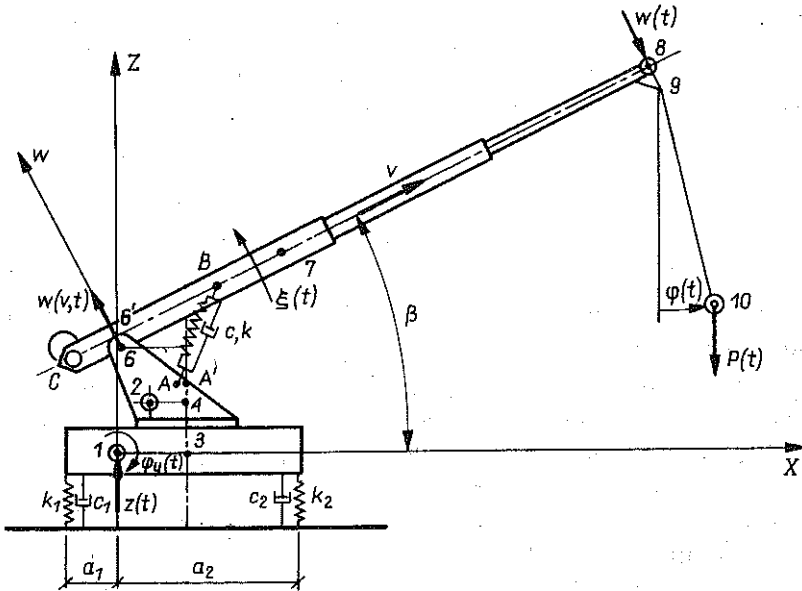
Niżej podano dwa przykłady analizy drgań żurawia przy różnych obciążeniach. Pierwszy przykład ma charakter testu, tj. porównania wyników obliczeń z wynikami uzyskanymi eksperymentalnie. Obciążenie działające w czasie pracy mechanizmu podnoszenia aproksymowano dwoma impulsami o postaci połówek sinusoidy. W drugim przykładzie przyjęto obciążenie wynikające

z rozruchu i hamowania mechanizmu podnoszenia. Przedstawiono również propozycję w odniesieniu do wyznaczania naprężeń w elementach żurawia na podstawie wyznaczonych obrazów drgań.

Treść naszej pracy jest ściśle związana z [1, 2 i 4] i stanowi nie tylko ich kontynuację, lecz wraz z nimi pewien konsekwentny system analizy dynamiki żurawia samochodowego.

2. OBCIĄŻENIA ŻURAWIA DWOMA IMPULSAMI

Rozważać będziemy drgania żurawia samochodowego HY-63 jedynie w płaszczyźnie podnoszenia ciężaru użytecznego. Model takich drgań przedstawiony jest na rys. 1. Drgania tego modelu w ujęciu liniowym opisane są



Rys. 1

następującym układem równań

$$\begin{aligned}
 & \underline{a_{11} \ddot{z} + a_{12} \ddot{\varphi}_y + b_{11} \dot{z} + b_{12} \dot{\varphi}_y + c_{11} z + c_{12} \varphi_y + a_{13} \ddot{\xi} + a_{14} \ddot{w}} = A \cdot P(t), \\
 & \underline{a_{21} \ddot{z} + a_{22} \ddot{\varphi}_y + b_{21} \dot{z} + b_{22} \dot{\varphi}_y + c_{21} z + c_{22} \varphi_y + a_{23} \ddot{\xi} + a_{24} \ddot{w}} + \\
 & \quad + b_{23} \dot{\xi} + b_{24} \dot{w} + c_{23} \xi + c_{24} w = B \cdot P(t), \\
 (2.1) \quad & \underline{a_{31} \ddot{z} + a_{32} \ddot{\varphi}_y + b_{32} \dot{\varphi}_y + c_{32} \varphi_y + a_{33} \ddot{\xi} + a_{34} \ddot{w} + b_{33} \dot{\xi} + b_{34} \dot{w}} +
 \end{aligned}$$

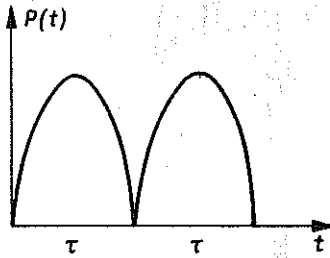
$$+ c_{33} \dot{\xi} + c_{34} \dot{w} = C \cdot P(t),$$

$$a_{41} \ddot{z} + a_{42} \ddot{\varphi}_y + b_{42} \dot{\varphi}_y + c_{42} \varphi_y + a_{43} \ddot{\xi} + a_{44} \ddot{w} + b_{43} \dot{\xi} + b_{44} \dot{w} + c_{43} \dot{\xi} + c_{44} \dot{w} = D \cdot P(t),$$

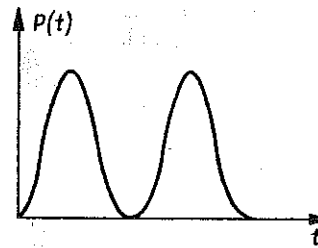
gdzie $z(t)$ oznacza pionowe przemieszczenie bryły podwozia i nadwozia żurawia, $\varphi_y(t)$ kąt obrotu bryły podwozia i nadwozia żurawia, $\xi(t)$ kąt odchylenia wysięgnika jako pręta sztywnego, $w(t)$ przemieszczenie końca wysięgnika, $P(t)$ obciążenie zewnętrzne żurawia działające na hak. Współczynniki liczbowe dotyczące żurawia HY-63 wyznaczono w pracy [1].

Przyjmijmy, że w czasie pracy mechanizmu podnoszenia działa na żuraw obciążenie w postaci dwóch impulsów (rys. 2). Obciążenie takie jest zbliżone do występującego w czasie badań eksperymentalnych (rys. 3). Równania (2.1) powstały w wyniku wprowadzenia znacznych uproszczeń i opisują w przybliżeniu jedynie drgania żurawia w płaszczyźnie podnoszenia.

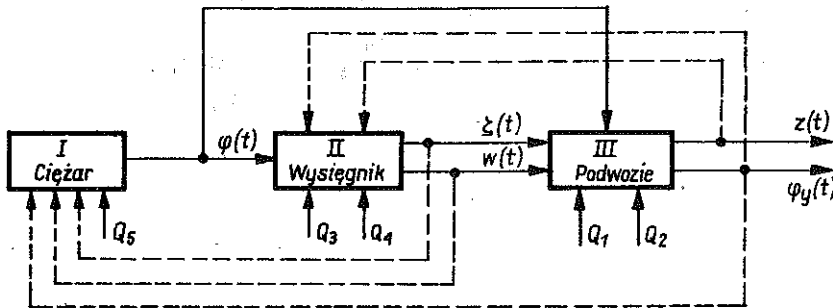
Rozwiązanie ich można łatwo otrzymać metodami numerycznymi, a na tej podstawie dokonać analizy drgań. Jednak dla konstruktora taka analiza jest mało przejrzysta, gdyż chciałby on znać bezpośrednie wpływy różnych czynników na wyniki analizy. Jedną z metod czyniących analizę drgań złożonych układów bardzo dogodną dla konstruktora jest podział większego



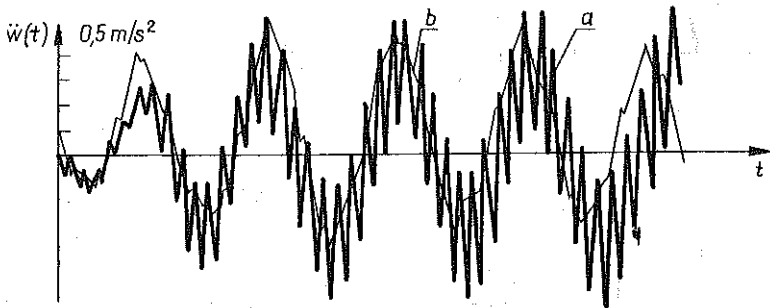
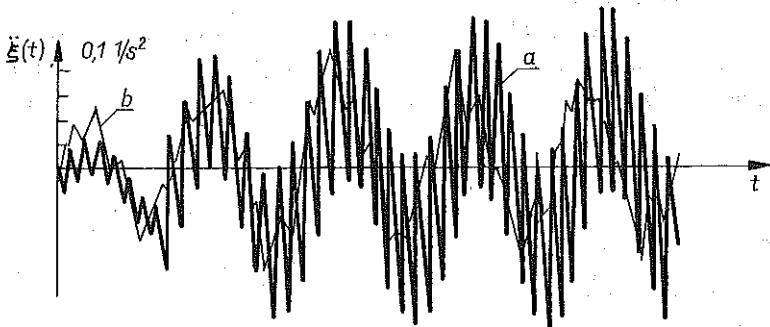
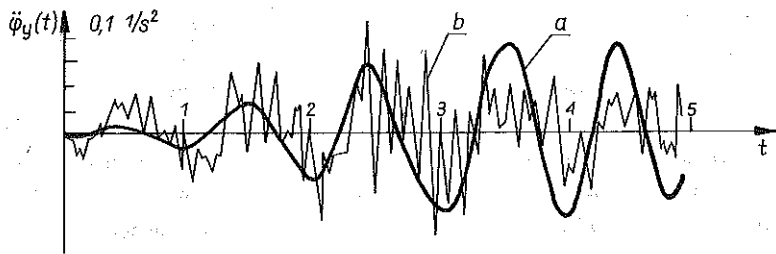
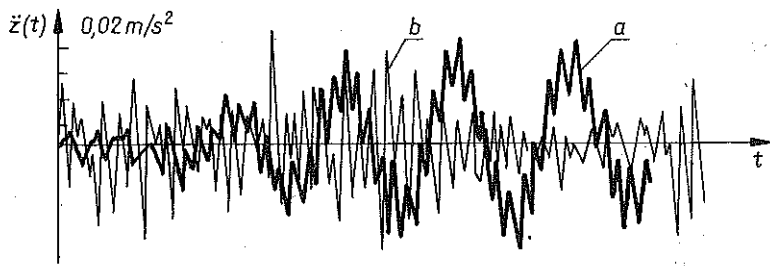
Rys. 2



Rys. 3



Rys. 4



Rys. 5

układu na tzw. układy częściowe. W przypadkach słabych sprzężeń drgań układów częściowych [5] analiza drgań pełnego układu może być przedstawiona w bardzo przejrzystej postaci. Podziału na układy częściowe dokonamy tutaj na podstawie znajomości konstrukcji żurawia oraz równań (2.1). Jako układy częściowe wydzielimy: ciężar użyteczny, wysięgnik i podwozie jak pokazano to na rys. 4. Sygnały na wejściu jednego z układów częściowych są wymuszeniami drgań innego układu częściowego.

W pracach [2 i 3] wykazano, że między układami częściowymi przedstawionymi na rys. 4 występuje słabe sprzężenie drgań, a więc możliwa jest odrębna analiza drgań kolejnych układów częściowych i stosowanie metody perturbacji. W równaniach (2.1) wyodrębniano przez podkreślenie układ częściowy II opisujący drgania wysięgnika i układ częściowy III opisujący drgania podwozia. Wpływ układu częściowego I opisującego drgania ciężaru użytecznego na drgania układów częściowych II i III można pominąć, co wykazano w pracach [2 i 3]. Wzajemne wpływy drgań układów częściowych II i III uwzględnimy, przenosząc w kolejnych przybliżeniach nie podkreślone wyrazy na prawe strony równań.

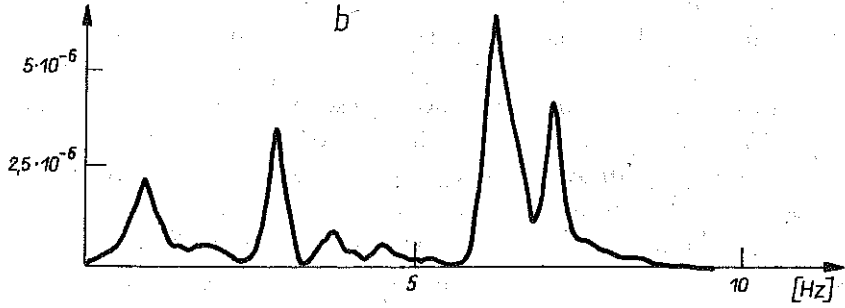
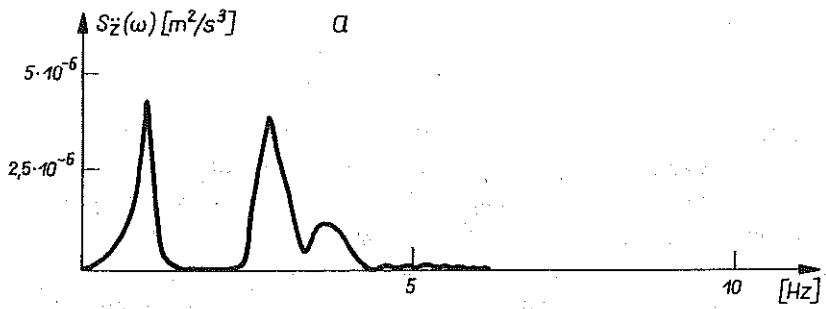
Analizę obliczeniową przeprowadzimy w pierwszym przybliżeniu (metody perturbacji opisanej w pracy [2]) przy sygnale wejściowym przedstawionym na rys. 2 oraz przy pominięciu tłumienia. Obliczenia wykonano metodą numeryczną, wykorzystując klasyczne metody całkowania równań na maszynie cyfrowej CYBER-76. Wyniki obliczeń pokazano na rys. 5a. Dla porównania na rys. 5b pokazano wykresy tych samych współrzędnych wyznaczonych eksperymentalnie.

Na wykresach 6, 7 8 i 9 pokazano widmowe gęstości mocy (a — dane obliczeniowe, b — dane wyznaczone eksperymentalnie⁽¹⁾).

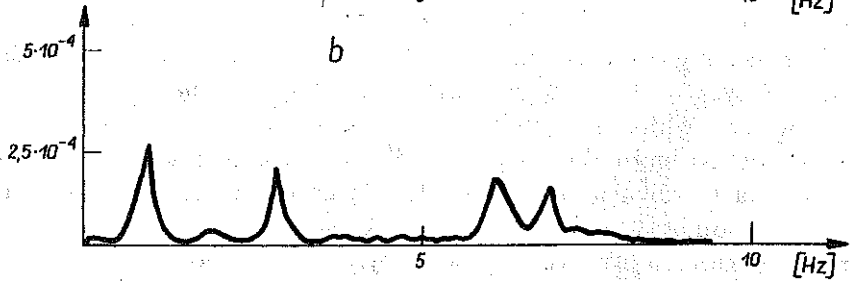
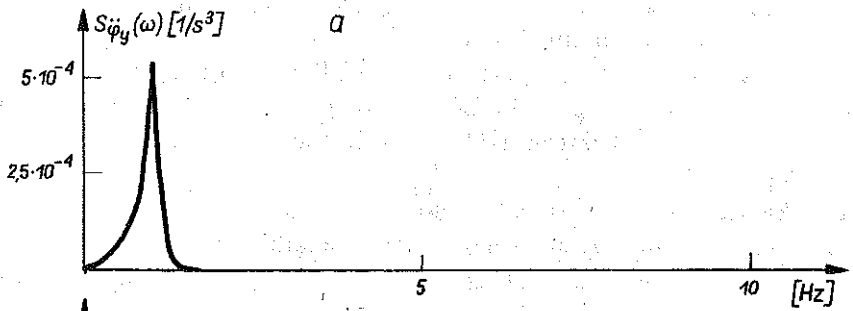
Można zauważyć widoczną zbieżność wyników (rys. 5) dla współrzędnych $\xi(t)$ i $\ddot{w}(t)$ określających drgania wysięgnika. Większe wartości obliczone wynikają z nieuwzględnienia tłumienia. Większe różnice występują dla drgań podwozia. Przyczyną tego mogą być lokalne odkształcenia ramy podwozia, powstałe w trakcie drgań i zarejestrowane przez czujniki.

Największe rozbieżności występują dla współrzędnej $\ddot{\varphi}_y(t)$; prawdopodobnie wynika to również nie tylko z lokalnych odkształceń, lecz być może niepełnej zgodności faz początkowych w kanałach pomiarowych czujników przyspieszeń, których różnice sygnałów były przetworzone na kąt obrotu żurawia [1]. Jednakże, biorąc pod uwagę prostotę przyjętego modelu oraz złożoność układu rzeczywistego, wydaje się, że otrzymane wyniki są dostatecznie zgodne.

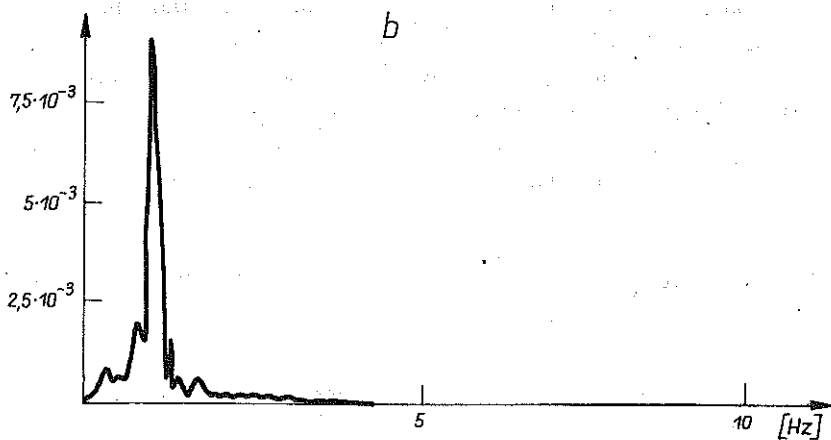
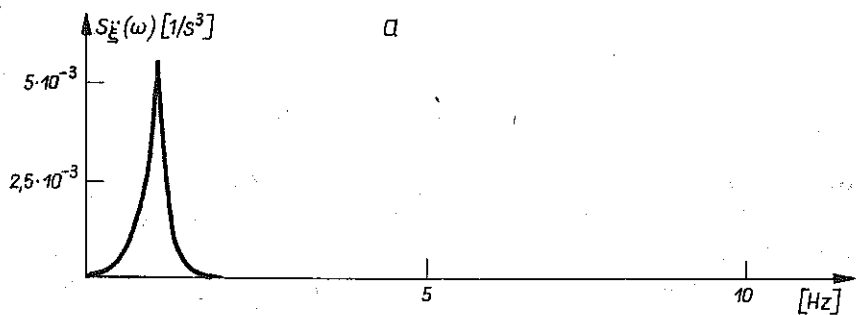
⁽¹⁾ W pracy [1] do rys. 14 wkradł się błąd. Poprawny wykres winien być taki jak na rys. 7 w niniejszej pracy.



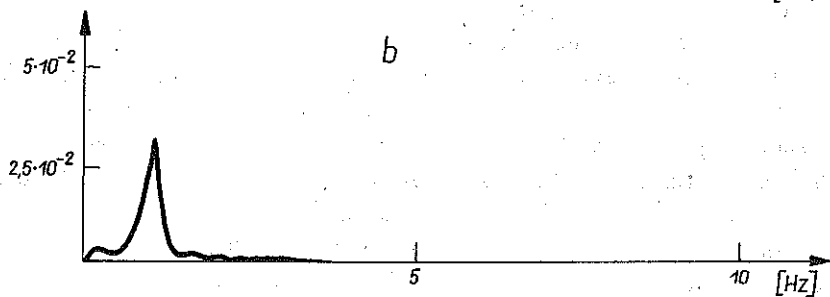
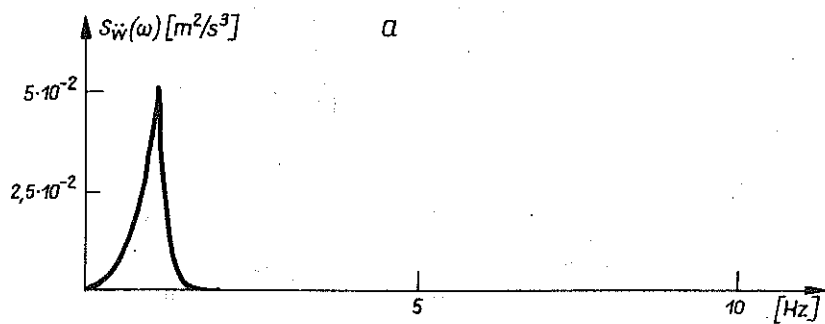
Rys. 6



Rys. 7



Rys. 8



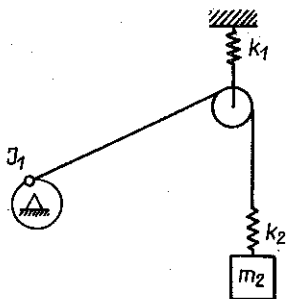
Rys. 9

3. OBciążENIA POWSTAŁE PODCZAS PRACY MECHANIZMU PODNOSZENIA

Rozpatrzmy pracę żurawia w płaszczyźnie podnoszenia. Główne obciążenia, które należy wyznaczyć powstają w czasie rozruchu i hamowania mechanizmu podnoszenia.

W opisanym uprzednio modelu określone są one siłą $P(t)$, której wyznaczenie może być zrealizowane trzema sposobami. Pierwszym sposobem jest pomiar siły na rzeczywistym żurawiu podczas jego eksploatacji. Jednak dla obliczeń konstruktorskich siła ta winna być znana już w trakcie konstruowania. Stąd drugi sposób jej wyznaczenia możliwy po zbudowaniu modelu fizycznego realizującego rozruch i hamowanie mechanizmu podnoszenia. Wreszcie trzecim sposobem jest sformułowanie modelu matematycznego, jego identyfikacja eksperymentalna, a następnie wyznaczenie siły $P(t)$ na drodze obliczeniowej. W niniejszym przykładzie zastosowano sposób drugi, tj. pomiar siły $P(t)$ na zbudowanym modelu fizycznym.

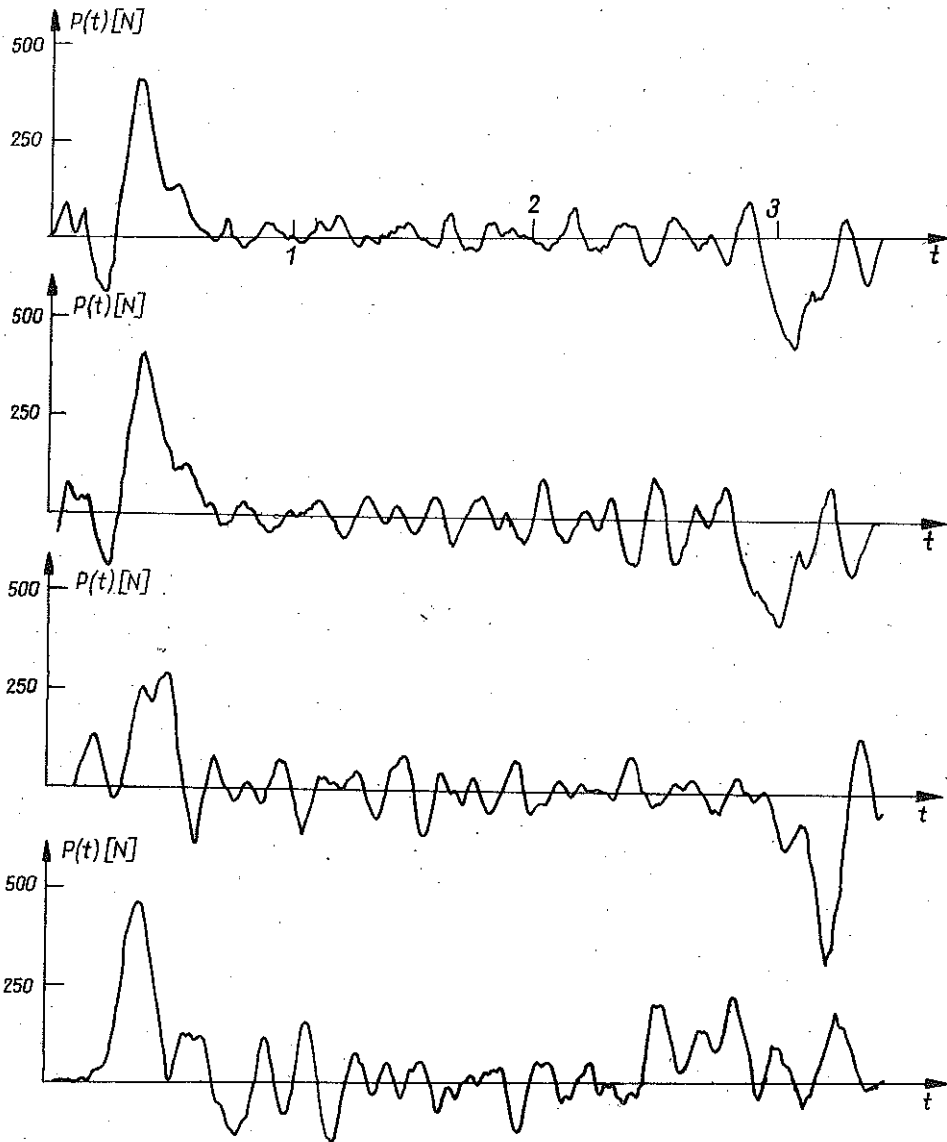
Na rys. 10 przedstawiono schemat modelu fizycznego składającego się z wysięgnika i wciągarki liniowej. Przyjęto przy tym następujące oznaczenia:



Rys. 10

I_1 — moment bezwładności wirnika silnika wciągarki, k_1 — zredukowana sztywność wysięgnika, k_2 — zredukowana sztywność układu linowego oraz m_2 — masa ciężaru podnoszonego.

Stanowisko wyposażone jest w czujnik do pomiaru przyspieszeń umieszczony na ciężarze użytecznym oraz dynamometr tensometryczny. Zestaw aparatury służy do równoczesnej rejestracji wartości przyspieszenia i siły $P(t)$, działającej na ciężar użyteczny w fazie rozruchu i hamowania. Kilka przykładów wykresów «funkcji» $P(t)$ opracowanych na podstawie pomiarów pokazano na rys. 11. Wykresy te przedstawiają następujące fazy pracy mechanizmu podnoszenia występujące w czasie rzeczywistej eksploatacji: 1) rozruch i hamowanie przy napiętych linach podnoszenia (ciężar użyteczny wisi na linach podnoszenia), 2) rozruch i hamowanie przy luźnych linach podnoszenia (ciężar użyteczny znajduje się na podłożu).



Rys. 11

Różnorodność faz pracy, zmieniające się ciężary podnoszone oraz nie zawsze takie same manualne czynności operatora (losowość) powodują, że otrzymany przebieg siły $P(t)$ jest procesem losowym. Przyjmując dalej, że $P(t)$ stanowi stacjonarną funkcję losową (rys. 11 przedstawia tylko kilka jej realizacji) równania różniczkowe otrzymane z równań (2.1), po wyodrębnieniu układów częściowych (rys. 4), poddajemy transformacji Fouriera.

Otrzymujemy następujące wyniki:

Dla układu częściowego II opisującego drgania wysięgnika

$$(3.1) \quad \begin{aligned} F_{\xi} (i\omega) &= H_{\xi p} (i\omega) F_p (i\omega), \\ F_{\ddot{w}} (i\omega) &= H_{\ddot{w} p} (i\omega) F_p (i\omega), \end{aligned}$$

gdzie na podstawie równań z pracy [2],

$$\begin{aligned} H_{\xi p} (i\omega) &= \\ &= \frac{-\omega^2 [C(c_{44} - a_{44} \omega^2 + i\omega b_{44}) - D(c_{34} - a_{34} \omega^2 + i\omega b_{34})]}{c_{33} - a_{33} \omega^2 + i\omega b_{33} (c_{44} - a_{44} \omega^2 + i\omega b_{44}) - (c_{34} - a_{34} \omega^2 + i\omega b_{34})^2}, \\ H_{\ddot{w} p} (i\omega) &= \\ &= \frac{-\omega^2 [D(c_{33} - a_{33} \omega^2 + i\omega b_{33}) - C(c_{43} - a_{43} \omega^2 + i\omega b_{43})]}{(c_{33} - a_{33} \omega^2 + i\omega b_{33})(c_{44} - a_{44} \omega^2 + i\omega b_{44}) - (c_{34} - a_{34} \omega^2 + i\omega b_{34})^2}, \end{aligned}$$

$$F_{\xi} (i\omega) \leftrightarrow \xi^{\ddot{}} (t), \quad F_{\ddot{w}} (i\omega) \leftrightarrow \ddot{w} (t).$$

Przy stochastycznym charakterze funkcji $P(t)$ równania (3.1) przyjmują postać

$$(3.2) \quad \begin{aligned} S_{\xi} (\omega) &= |H_{\xi p} (i\omega)|^2 S_p (\omega), \\ S_{\ddot{w}} (\omega) &= |H_{\ddot{w} p} (i\omega)|^2 S_p (\omega), \end{aligned}$$

gdzie

$$\begin{aligned} S_{\xi} (\omega) &= E \{ F_{\xi} (i\omega) F_{\xi}^* (i\omega) \}, \\ S_{\ddot{w}} (\omega) &= E \{ F_{\ddot{w}} (i\omega) F_{\ddot{w}}^* (i\omega) \}, \\ S_p (\omega) &= E \{ F_p (i\omega) F_p^* (i\omega) \}, \end{aligned}$$

a E oznacza symbol uśrednienia.

Dla układu częściowego III opisującego drgania podwozia

$$(3.3) \quad \begin{aligned} F_{\ddot{z}} (i\omega) &= H_{\ddot{z} p} (i\omega) F_p (i\omega), \\ F_{\ddot{\varphi}_y} (i\omega) &= H_{\ddot{\varphi}_y p} (i\omega) F_p (i\omega), \end{aligned}$$

gdzie na podstawie równań z pracy [2]

$$\begin{aligned} H_{\ddot{z} p} (i\omega) &= \\ &= \frac{-\omega^2 [A(c_{22} - a_{22} \omega^2 + i\omega b_{22}) - B(c_{12} - a_{12} \omega^2 + i\omega b_{12})]}{(c_{11} - a_{11} \omega^2 + i\omega b_{11})(c_{22} - a_{22} \omega^2 + i\omega b_{22}) - (c_{12} - a_{12} \omega^2 + i\omega b_{12})^2}, \\ H_{\ddot{\varphi}_y p} (i\omega) &= \\ &= \frac{-\omega^2 [B(c_{11} - a_{11} \omega^2 + i\omega b_{11}) - A(c_{21} - a_{21} \omega^2 + i\omega b_{21})]}{(c_{11} - a_{11} \omega^2 + i\omega b_{11})(c_{22} - a_{22} \omega^2 + i\omega b_{22}) - (c_{12} - a_{12} \omega^2 + i\omega b_{12})^2}, \\ F_{\ddot{z}} (i\omega) &\leftrightarrow \ddot{z} (t), \quad F_{\ddot{\varphi}_y} (i\omega) \leftrightarrow \ddot{\varphi}_y (t). \end{aligned}$$

Przy stochastycznym charakterze funkcji $P(t)$ równania (3.3) przyjmują postać

$$S_z(\omega) = |H_{z_p}(i\omega)|^2 S_p(\omega),$$

$$S_{\varphi_y}(\omega) = |H_{\varphi_y p}(i\omega)|^2 S_p(\omega),$$

gdzie

$$S_z(\omega) = E \{F_z(i\omega) F_z^*(i\omega)\},$$

$$S_{\varphi_y}(\omega) = E \{F_{\varphi_y}(i\omega) F_{\varphi_y}^*(i\omega)\},$$

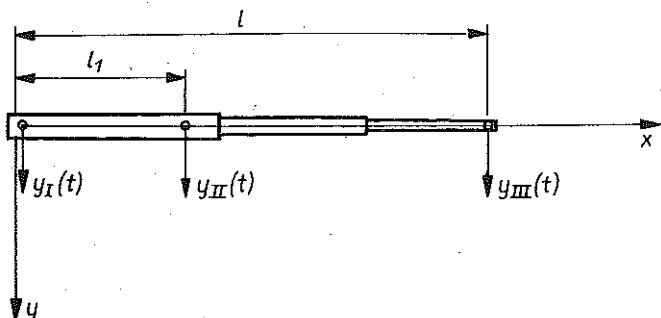
$$S_p(\omega) = E \{F_p(i\omega) F_p^*(i\omega)\},$$

E zaś oznacza symbol uśrednienia.

W ten sposób wobec liniowości modelu drgań żurawia (co wykazała jego identyfikacja [1]) możemy przeprowadzać różnorakie obliczenia «odpowiedzi» na dane obciążenia, zdeterminowane lub losowe. Sygnały te mogą być dalej wykorzystane do analiz różnych problemów mechaniki żurawia.

4. OBLICZENIA WYTRZYMAŁOŚCI WYSIĘGNIKA

W pracy [4] pokazano dyskretyzację układu ciągłego, którym wstępnie modelowany był wysięgnik żurawia. Redukcję układu ciągłego do układu dyskretnego przeprowadzono za pomocą metody Galerkin. W ten sposób wyznaczone w poprzednich punktach pracy reakcje układu przedstawiają pionowe przemieszczenia podwozia (z), kąt obrotu podwozia (φ_y), kąt obrotu wysięgnika (ξ) oraz przemieszczenia końca wysięgnika (w) w płaszczyźnie podnoszenia. Chcąc wykorzystać te reakcje układu dla obliczeń wytrzymałościowych można postąpić trzema sposobami. Pierwszy polegałby na wyznaczeniu quasi-statycznego ugięcia wysięgnika na podstawie $\xi(t)$ i $w(t)$. Znając linię ugięcia można metodą statyczną wyznaczyć momenty zginające przy uwzględnieniu wszystkich elementów konstrukcyjnych wysięgnika (przekrój skrzynkowy, zmienny skokowo wzdłuż długości, połączenia itp.), a następnie wyznaczyć wszystkie składowe naprężenia. Drugi sposób polegałby na wykorzystaniu metody Galerkin, w której korzystano już z arbitralnie przyjętej linii ugięcia (postaci drgań). W ten sposób można określić rozkład momentów zginających wzdłuż wysięgnika, w zależności od $\xi(t)$ i $w(t)$. Jednak metoda ta może prowadzić do większych błędów, linia ugięcia bowiem (postać drgań) przyjęta tam była ze względu na dyskretyzację układu, a nie ze względu na zachowanie rozkładów sił wewnętrznych wysięgnika. Trzeci sposób traktuje wysięgnik jako belkę ciągłą i polega na analizie jej drgań giętych pod wpływem wymuszeń kinematycznych określonych funkcjami $y_I(t)$, $y_{II}(t)$, $y_{III}(t)$ (rys. 12). Funkcje te można wyznaczyć na podstawie analizowanych uprzednio przemieszczeń $z(t)$, $\varphi_y(t)$, $\xi(t)$ i $w(t)$. Jeżeli moment gnący działający na



Rys. 12

wysięgnik wyznaczony zostaje na podstawie analizy przy zdeterminowanych obciążeniach żurawia, to moment ten, tym samym i naprężenia będą zdeterminowanymi funkcjami czasu. Jeżeli obciążenia traktujemy jako procesy losowe, to moment zginający i naprężenia też będą procesami losowymi. W rozważanym modelu (liniowym) otrzymujemy widmowe gęstości mocy momentów zginających (w każdym konkretnym przekroju) oraz widmowe gęstości mocy naprężeń w poszczególnych punktach danego przekroju. Pozwala to na ocenę wytrzymałości zmęczeniowej elementów wysięgnika. Skorzystać tu możemy ze stosownej stochastycznej teorii zmęczeniowej.

W niniejszej pracy przeprowadzimy obliczenia wysięgnika przedstawionego na rys. 12 wspomnianym wyżej trzecim sposobem.

Rozważać będziemy drgania giętne wysięgnika pod wpływem wymuszeń kinematycznych, opisane równaniem

$$(4.1) \quad EI_i \frac{\partial^4 y_i(x, t)}{\partial x^4} + \rho A_i \frac{\partial^2 y_i(x, t)}{\partial t^2} = 0,$$

gdzie $i = 1$ dla $0 < x < l_1$, $i = 2$ dla $l_1 < x < l$. Szukamy rozwiązania równania (4.1) spełniającego następujące warunki brzegowe

$$(4.2) \quad \begin{aligned} y_1(0, t) &= y_I(t), & y_1(l_1, t) &= y_{II}(t), & y_2(l, t) &= y_{III}(t), \\ \frac{\partial^2 y_1(x, t)}{\partial x^2} \Big|_{x=0} &= 0, & y_2(l_1, t) &= y_{II}(t), & \frac{\partial^2 y_2(x, t)}{\partial x^2} \Big|_{x=l} &= 0, \\ \frac{\partial y_1(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=l_1} &= \frac{\partial y_2(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=l_1}, \\ \frac{\partial^2 y_1(x, t)}{\partial x^2} \Big|_{x=l_1} &= \frac{\partial^2 y_2(x, t)}{\partial x^2} \Big|_{x=l_1} \end{aligned}$$

Przyjmujemy rozwiązanie w następującej postaci

$$(4.3) \quad y_i(x, t) = \varphi_i(x) \psi(t), \quad i = 1, 2.$$

Transformatą Fouriera względem czasu rozwiązania (4.3) jest funkcja

$$(4.4) \quad F_{yi}(x, j\omega) = \varphi_i(x) F_\psi(j\omega).$$

Po podstawieniu (4.4) do (4.1) otrzymujemy

$$(4.5) \quad EI_i \varphi_i^{IV}(x) F_\psi(j\omega) - \rho A_i \omega^2 \varphi_i(x) F_\psi(j\omega) = 0.$$

Podzielmy równanie (4.5) stronami przez EI_i ; w wyniku otrzymamy równanie

$$(4.6) \quad [\varphi_i^{IV}(x) - k_i^4 \varphi_i(x)] F_\psi(j\omega) = 0,$$

gdzie

$$k_i^4 = \frac{\rho A_i}{EI_i} \omega^2.$$

Ponieważ $F_\psi(j\omega) \neq 0$, przeto

$$(4.7) \quad \varphi_i^{IV}(x) - k_i^4 \varphi_i(x) = 0, \quad i = 1, 2.$$

Rozwiązanie ogólne równania (4.7) ma postać

$$(4.8) \quad \varphi_i(x) = A_{i1} \sin k_i x + A_{i2} \cos k_i x + A_{i3} \operatorname{sh} k_i x + A_{i4} \operatorname{ch} k_i x.$$

Po przeprowadzeniu transformacji Fouriera warunków brzegowych (4.2) i uwzględnieniu (4.4) otrzymujemy

$$(4.9) \quad \begin{aligned} \varphi_1(0) F_\psi(j\omega) &= F_{yI}(j\omega), & \varphi_2(l) F_\psi(j\omega) &= F_{yIII}(j\omega), \\ \varphi_1^{II}(0) F_\psi(j\omega) &= 0, & \varphi_2^{II}(l) F_\psi(j\omega) &= 0, \\ \varphi_1(l_1) F_\psi(j\omega) &= F_{yII}(j\omega), & \varphi_1(l_1) F_\psi(j\omega) &= \varphi_2(l_1) F_\psi(j\omega), \\ \varphi_2(l_1) F_\psi(j\omega) &= F_{yII}(j\omega), & \varphi_1(l_1) F_\psi(j\omega) &= \varphi_2(l_1) F_\psi(j\omega). \end{aligned}$$

Funkcję $\varphi_i(x)$ określoną wzorem (4.8) podstawimy do warunków brzegowych (4.9). Otrzymamy układ równań algebraicznych niejednorodnych (4.10).

$$(4.10) \quad \sum_{i=1}^4 A_{1i} X_{ki} + \sum_{i=5}^8 A_{2,i-4} X_{ki} = Y_k, \quad k = 1, 2, \dots, 8.$$

Z układu równań (4.10) możemy wyznaczyć stałe A_{i1} , A_{i2} , A_{i3} , A_{i4} , co pozwala na określenie rozwiązania ogólnego równania (4.7), a tym samym i rozwiązania równania drgań giętych wysięgnika (4.3) i jego transformaty Fouriera (4.4) (Tabl. 1).

Możemy więc wyznaczyć moment gnący oraz siłę poprzeczną i ich transformaty w dowolnym przekroju wysięgnika:

$$(4.11) \quad EI_i \frac{\partial^2 F_{yi}(x, j\omega)}{\partial x^2} = F_{Mgi}(x, j\omega),$$

Tablica 1. Wartości X_{ki} do równań (4.10).

$i \backslash k$	1	2	3	4	5	6	7	8	Y_k
1	0	1	0	1	0	0	0	0	$F_{yI}(j\omega) F_{\psi}(j\omega)$
2	0	$-k_1^2$	0	k_1^2	0	0	0	0	0
3	$\sin k_1 l_1$	$\cos k_1 l_1$	$\text{sh } k_1 l_1$	$\text{ch } k_1 l_1$	0	0	0	0	$F_{yII}(j\omega) F_{\psi}(j\omega)$
4	0	0	0	0	$\sin k_2 l_1$	$\cos k_2 l_1$	$\text{sh } k_2 l_1$	$\text{ch } k_2 l_1$	$F_{yIII}(j\omega) F_{\psi}(j\omega)$
5	0	0	0	0	$\sin k_2 l$	$\cos k_2 l$	$\text{sh } k_2 l$	$\text{ch } k_2 l$	$F_{yIII}(j\omega) F_{\psi}(j\omega)$
6	0	0	0	0	$-k_2^2 \sin k_2 l$	$-k_2^2 \cos k_2 l$	$k_2^2 \text{sh } k_2 l$	$k_2^2 \text{ch } k_2 l$	0
7	$k_1 \cos k_1 l_1$	$-k_1 \sin k_1 l_1$	$k_1 \text{ch } k_1 l_1$	$k_1 \text{sh } k_1 l_1$	$-k_2 \cos k_2 l_1$	$k_2 \sin k_2 l_1$	$-k_2 \text{ch } k_2 l_1$	$-k_2 \text{sh } k_2 l_1$	0
8	$-k_1^2 \sin k_1 l_1$	$-k_1^2 \cos k_1 l_1$	$k_1^2 \text{sh } k_1 l_1$	$k_1^2 \text{ch } k_1 l_1$	$k_2^2 \sin k_2 l_1$	$k_2^2 \cos k_2 l_1$	$-k_2^2 \text{sh } k_2 l_1$	$-k_2^2 \text{ch } k_2 l_1$	0

$$EI_i \frac{\partial^3 F_{yi}(x, j\omega)}{\partial x^3} = F_{Ti}(x, j\omega).$$

Wzory (4.11) można wykorzystać w hipotezach przydatnych do wyznaczenia zarówno doraźnej jak i zmęczeniowej wytrzymałości elementu.

Analiza tej wytrzymałości może być podzielona na dwa etapy. W etapie pierwszym metodami wytrzymałości materiałów można wyznaczyć rozkłady naprężeń normalnych i stycznych w przekroju stosownie do jego kształtu i wymiarów oraz uwzględnić lokalne spiętrzenie naprężeń lub wyznaczyć rozkład wyężenia w przekroju.

W etapie drugim oceniamy wytrzymałość doraźną wraz ze statecznością lokalną przekroju. Również wytrzymałość zmęczeniową można ocenić przy wykorzystaniu odpowiednich hipotez [6, 7 i 8]. Ocena ta sprowadza się najczęściej do wyznaczenia czasu określającego trwałość zmęczeniową rozważanego elementu żurawia w trakcie jego eksploatacji.

W ten sposób taka analiza wytrzymałości uwzględnia pełny przebieg naprężeń w czasie, tj. wynikający nie tylko z tzw. obciążeń stałych [PN-74/M-065 14] lecz również wynikających z drgań elementów żurawia powstałych w czasie jego pracy. Inaczej mówiąc pozwala ona na dokładniejsze uwzględnienie chwilowych przeciążeń oraz zwiększoną liczbę cykli zmian naprężeń związanych z drganiami jego elementów.

Wydaje się, że wraz z rozważaniami przedstawionymi w pracach [1, 2 i 4] otrzymujemy w ten sposób pewną metodę przybliżonej analizy dynamiki złożonego układu przy wspomaganii eksperymentalnym, dającym lepszą jej adekwatność do zjawisk występujących w rzeczywistości. Należy również zaznaczyć, że metoda ma charakter uniwersalny, a żuraw samochodowy należy tu traktować jedynie jako przykład.

LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. W. JEDLIŃSKI, *Identyfikacja modelu dynamicznego żurawia samochodowego*, Rozpr. Inż., 2, 1984.
2. W. JEDLIŃSKI, *Analiza struktury i parametrów modelu drgań żurawia samochodowego*, Rozpr. Inż., 2, 1984.
3. H. FRĄCKIEWICZ, W. JEDLIŃSKI, *Analiza drgań własnych pewnego typu żurawia wieżowego*, Arch. Bud. Maszyn, 14, 3, 1967.
4. W. JEDLIŃSKI, *Modelowanie drgań żurawia samochodowego*, Prace Nauk. PW, Mechanika, 79, 1982.
5. J. OSIECKI, *Zagadnienia budowy dyskretnego modelu drgań obiektu rzeczywistego oraz słabych sprężeń drgań w praktycznej analizie dynamiki maszyn*, Zagadn. Drgań Nielin., 10, 1969.
6. W. W. BOLOTIN, *Metody statystyczne w mechanice budowli*, Arkady, Warszawa 1968.
7. M. BILY, B. KORMAN, V. TYDLACZKA, *Eksperymentalne określenie obciążeń eksploatacyjnych konstrukcji*, Strojirenstvi, 23, 1973.
8. С. В. СЕРЕНСЕН, В. П. КОГАЕВ, П. М. ШЕЙДЕРОВИЧ, *Несущая способность и расчет деталей машин на прочность*, Машиностроение, Москва 1975.

РЕЗЮМЕ

АНАЛИЗ КОЛЕБАНИЙ АВТОМОБИЛЬНОГО КРАНА

Представлен анализ колебаний автомобильного крана НУ-63 при разных нагрузениях. Выполнены два примера, из которых в первом, имеющим характер теста, т.е. сравнения результатов расчетов с результатами полученными экспериментально, нагружения аппроксимированы двумя импульсами в виде половин синусоид. Во втором же, более общем, приняты реальные нагружения, выступающие во время неустановившихся движений механизма подъема. Представлены тоже предположения по отношению к определению напряжений в элементах крана на основе определенного хода колебаний. Содержание этой работы тесно связано с работами [1, 2 и 4] и составляет не только их продолжение, но совместно с ними некоторую последовательную систему анализа динамики автомобильного крана.

SUMMARY

VIBRATION ANALYSIS OF TRUCK CRANES

HY-63 truck crane vibrations produced by various loads are analyzed. Two examples are presented; in the first one, aimed at testing the analytical method, the load was approximated by two semi-sinusoidal pulses. In the second example, actual load was taken into account due to non-stationary motions of the lifting mechanism. The method is proposed of determining the stresses in crane elements on the basis of the vibration course measured. The paper is a direct continuation of earlier papers [1, 2, 3] and forms a complete system of truck crane analysis.

INSTYTUT MASZYN ROBOCZYCH CIĘŻKICH
POLITECHNIKA WARSZAWSKA

Praca została złożona w Redakcji dnia 13 marca 1985 r.
