

PRÓBA INTERPRETACJI DOŚWIADCZALNEJ TENSORA α_{ij} W KINEMATYCZNYM PRAWIE WZMOCNIENIA

TEODOR B R E C Z K O (BIAŁYSTOK)

W pracy przedstawiono wyniki pomiarów średniokwadratowych mikroodkształceń w próbkach aluminiowych poddanych złożonym odkształceniom plastycznym. Badaniom poddano próbki ze stopów aluminiowych PA2 i PA4. Próbki były obciążone statycznie i cyklicznie. Na podstawie pomiarów obliczono funkcje proporcjonalne do drugiego i trzeciego niezmiennika tensora odkształceń. Funkcje te porównano z odpowiednimi funkcjami obliczonymi z modelu kostkowego. Przeprowadzone badania doświadczalne przemawiają za tym, że tensor translacji w kinematycznym prawie wzmocnienia może być interpretowany jako tensor mikro-naprężeń reszkowych.

1. WSTĘP

Opierając się na doświadczeniach w opisie fenomenologicznym przyjmuje się, że plastyczne płynięcie w materiałach izotropowych następuje wtedy, gdy spełniony jest warunek

$$(1.1) \quad F(D_2, D_3) = 0,$$

gdzie D_2 i D_3 jest drugim i trzecim niezmiennikiem dewiatora naprężeń.

Doświadczalnie wielokrotnie stwierdzono, że warunek (1.1) odpowiada tylko początkowi odkształceń plastycznych. Najczęściej, dla wywołania dużych odkształceń konieczny jest wzrost naprężeń spowodowanych siłami zewnętrznymi. Zjawisko to jest znane jako odkształceniowe wzmocnienie materiałów polikrystalicznych. Podczas wzmocnienia obserwuje się w przestrzeni naprężeń złożone zmiany kształtu powierzchni płynięcia (równanie (1.1)). Zmiany te, w świetle dotychczasowych badań doświadczalnych, opisuje się jako superpozycję przesunięcia, obrotu i zmian wymiarów powierzchni z zachowaniem jej podobieństwa geometrycznego. Przemieszczanie się i zmiany wymiarów powierzchni płynięcia można opisać równaniem

$$(1.2) \quad (s_{ij} - \alpha_{ij})(s_{ij} - \alpha_{ij}) = 2k^2(\kappa),$$

gdzie s_{ij} jest dewiatorem tensora naprężeń; $k(\kappa)$ oznacza stałą zależną od parametru skalnego κ ; α_{ij} , zgodnie z teorią wzmocnienia kinematycznego, jest interpretowany jako tensor translacji powierzchni plastyczności.

Równanie (1.2) opisuje hipotezę kinematycznego i izotropowego wzmocnienia. Hipoteza wzmocnienia kinematycznego była wprowadzona przez ISZLIŃSKIEGO [1], PRAGERA [2] i następnie rozważana przez KADASZEWICZA i NOWOZIŁOWA [3], MROZA [4], SZCZEPIŃSKIEGO [5] oraz innych autorów.

KADASZEWICZ i NOWOZIŁOW [3] zinterpretowali tensor α_{ij} w równaniu (1.2) jako tensor mikronaprężeń resztkowych. Koncepcja ta była następnie rozwijana na drodze obliczeniowej przez SZCZEPIŃSKIEGO [5].

W dostępnej literaturze brak jest weryfikacji doświadczalnej tensora α_{ij} , jako tensora mikronaprężeń resztkowych. Prace doświadczalne SZCZEPIŃSKIEGO i MIASTKOWSKIEGO [6 i 7], dotyczące zanikającej pamięci materiału, potwierdziły występowanie zjawiska wzmocnienia kinematycznego i izotropowego.

Celem niniejszej pracy jest doświadczalna próba oceny zmian mikronaprężeń resztkowych w materiale polikrystalicznym poddanym złożonym odkształceniom plastycznym. Badania doświadczalne wykonano metodami mechanicznymi, rentgenowskimi oraz elektronomikroskopowymi.

2. MATERIAŁ BADANY

Do badań użyto przemysłowych stopów aluminium PA4 i PA2. Składy chemiczne stopów przedstawiono w tablicach 1 i 2. Stop PA4 jest stopem utwardzalnym dyspersyjnie i w stanie wyżarzonym charakteryzuje się zdol-

Tablica 1. Skład chemiczny stopu PA4

Składnik	Mg	Mn	Si	Fe	Cu	Zn	Inne	Al
Zawartość [%]	0,7—1,2	0,6—1,0	0,7—1,2	0,5	0,1	0,2	0,1	Reszta

nością do dużych odkształceń plastycznych. Jest to spowodowane drobnymi wydzieleniami Mg_2Si , które, będąc rozszianymi koncentratorami naprężeń, zapobiegają tworzeniu się szyjki przy dużych jednoosiowych odkształceniach

Tablica 2. Skład chemiczny stopu PA2

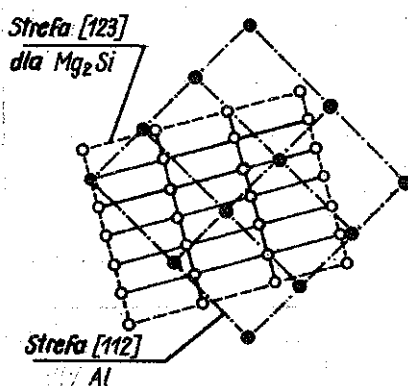
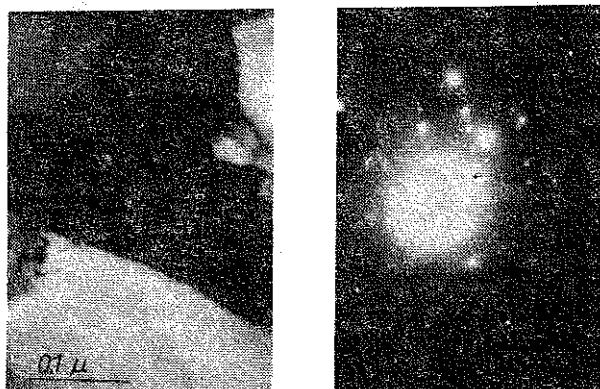
Składnik	Mg	Mn	Fe	Si	Fe+Si	Cu	Inne	Al
Zawartość [%]	2,0—2,8	0,15—0,4	0,4	0,4	0,6	0,1	0,1	Reszta

wywołanych rozciąganiem próbki. Stop PA2 jest również stopem przeznaczonym do przeróbki plastycznej. Charakteryzuje się on wysokim wzmocnieniem odkształceniowym.

3. PRZYGOTOWANIE PRÓBEK

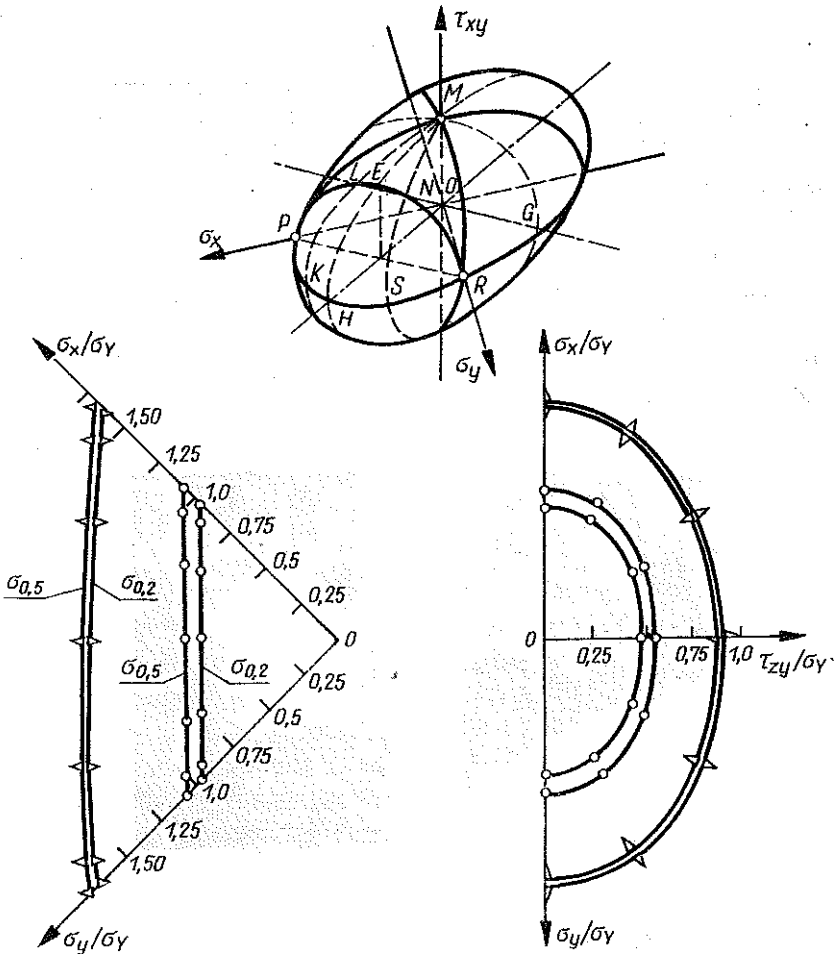
Ze względu na stosowane do pomiaru mikronaprężeń reszkowych metody rentgenowskie, do badań użyto płaskich próbek. Wykonano je z blachy o grubości 5 mm. Jako kryterium wyboru grubości blachy przyjęto stopień jej zteksturowania [8]. Blacha o grubości 5 mm praktycznie nie wykazała tekstury krystalograficznej i metalograficznej.

Z arkusza blachy walcowanej ze stopu PA4 wycięto (w kierunku walcowania) próbki o wymiarach 100×500 mm. Próbki te poddano wyżarzaniu odprężającemu w temperaturze 350°C w czasie 2,5 godziny i studzeniu wraz z piecem. Spowodowało to wydzielanie się drobnych wydzielań Mg_2Si (rys. 1), co pociągało za sobą zanik stref Guinier–Prestona, które umacniały materiał.



Rys. 1. Wydzielenia Mg_2Si

W celu sprawdzenia izotropii własności plastycznych wyżarzonego materiału, stosując metodę SZCZEPIŃSKIEGO [9], wyznaczono krzywe leżące na powierzchni plastyczności (rys. 2). Symetryczny kształt krzywych świadczy o izotropii



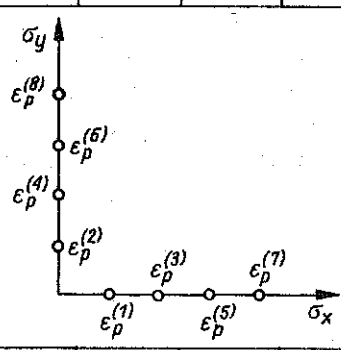
Rys. 2. Krzywe PLER reprezentujące powierzchnię plastyczności stopu PA4: \circ — po wyżarzaniu odprężającym, \triangle — po odkształceniu plastycznym $\varepsilon_p^I = 10,5\%$

własności plastycznych materiału stosowanego na próbki. Wyżarzone duże próbki rozciągnięto do odkształceń plastycznych $\varepsilon_p^I = 10,5\%$. Następnie z tych próbek wycięto, w kierunku prostopadłym do kierunku pierwotnego odkształcenia, serię próbek o wymiarach 10×100 mm. Próbki te następnie poddano rozciąganiu do odkształceń plastycznych od 0 do 17% . Tak przygotowane próbki ze stopu PA4 wykorzystano do zbadania, wywołanej wtórnym odkształceniem plastycznym, redystrybucji średniokwadratowych mikroodkształceń resztkowych, wprowadzonych do materiału przez pierwotne odkształcenie plastyczne.

Należy zaznaczyć, że przestrzenny stan naprężeń realizujący się w próbkach o przekroju 5×10 mm nie wpływał na wyniki pomiarów rentgenowskich.

Tablica 3. Wielkości odkształceń plastycznych

Nr próbki	$\epsilon_p^{(n)}$							
	$\epsilon_p^{(1)}$	$\epsilon_p^{(2)}$	$\epsilon_p^{(3)}$	$\epsilon_p^{(4)}$	$\epsilon_p^{(5)}$	$\epsilon_p^{(6)}$	$\epsilon_p^{(7)}$	$\epsilon_p^{(8)}$
I	1,24	0,98						
II	2,78	1,31	3,10	2,58				
III	5,59	2,70	1,69	3,38	1,03	1,86	—	—
IV	3,36	2,74	1,46	1,80	3,19	3,10	0,76	0,30



Stwierdzono to porównując wyniki pomiarów otrzymane z próbek o przekroju $5 \times 10 \text{ mm}$ i $5 \times 30 \text{ mm}$.

W celu prześledzenia zmian średniokwadratowych mikroodkształceń w trakcie wielokrotnych odkształceń plastycznych, stosowano próbki ze stopu PA2. Na próbki użyto blachy o grubości 5 mm, którą poddano takim wstępnym badaniom jak blachę ze stopu PA4. Wycięte z blachy próbki o wymiarach $60 \times 60 \text{ mm}$, po wyżarzeniu zmiękczającym, obciążono cyklicznie w dwóch prostokątnych kierunkach (tablica 3). Podane w tablicy wielkości odkształceń plastycznych obliczono ze wzoru

$$(3.1) \quad \epsilon_p^{(n)} = (l^{(n)} - l^{(n-1)})/l^{(n-1)},$$

gdzie przez l^n oznaczono długość bazową, mierzoną odpowiednio w kierunku x i y w n -tym obciążeniu. Zmiany długości bazowej w badanych próbkach określono za pomocą komparatora z dokładnością 10^{-3} mm .

4. BADANIA DOŚWIADCZALNE

Odształcone plastycznie próbki poddano badaniom rentgenowskim i elektronomikroskopowym. Pomiar średniokwadratowych mikroodkształceń resztkowych przeprowadzono metodą rentgenowską. Metody rentgenowskie pozwalają ocenić wielkość średniokwadratowych mikroodkształceń, które, jak się zakłada, są proporcjonalne do mikronaprężeń. Wielkości średniokwadratowych mikroodkształceń są oceniane na podstawie zmian rozkładu intensywności linii dyfrakcyjnej. W rozkładzie intensywności jest „zakodowana” informacja nie tylko o wielkości średniokwadratowych mikroodkształceń, ale

i o wielkościach obszarów rozpraszania spójnego i błędach ułożenia. Na te wpływy fizyczne nakładają się czynniki aparaturowe, a szczególnie wpływ poszerzenia aparaturowego. Do „wyselekcjonowania” informacji o wielkościach średniokwadratowych mikroodkształceń stosowano metodę analizy harmonicznej profilu linii dyfrakcyjnej [11].

Z kinematycznej teorii dyfrakcji wynika, że przy skanowaniu $\theta-2\theta$ zarejestrowany jest rozkład intensywności $I(\bar{h})$ wzdłuż wektora sieciowego \bar{h} w przestrzeni odwrotnej. Zgodnie z WASILJEWEM [12] wpływ pola symetrycznego tensora ε pola tensorowego $e = \varepsilon + \omega$ małych odkształceń na rozkład intensywności w pobliżu maksimum można przestawić jako

$$(4.1) \quad I^e(\Delta\bar{h}) = I_e N |F|^2 \mathcal{F}[C^e(n_3)],$$

gdzie I_e jest intensywnością promieniowania pierwotnego, N liczbą komórek elementarnych w obszarze rozpraszania spójnego spełniającego warunki dyfrakcji, $|F|$ czynnikiem strukturalnym oraz $\mathcal{F}[C^e(n_3)]$ transformantą Fouriera funkcji

$$(4.2) \quad C^e(n_3) = \langle \exp -i 2 \pi h_3^0 \varepsilon(n_3) n_3 \rangle,$$

uwzględniającej wpływ zmiany średniej długości „kolumn” złożonych z komórek elementarnych na rozkład intensywności.

Funkcja (4.2) jest dla uproszczenia rozważań napisana w bazie rombowej, gdzie h_3^0 jest wskaźnikiem Millera dla trzeciego kierunku krystalicznego. We wzorze (4.2) iloczyn $\varepsilon(n_3) n_3$ oznacza przyrost długości kolumny równoległej do 3-go kierunku krystalograficznego i złożonej z n_3 komórek elementarnych. Funkcja $\varepsilon(n_3)$ opisuje niejednorodny rozkład odkształceń wzdłuż kolumny. Dla małych wartości $\varepsilon(n_3) n_3$ można $C^e(n_3)$ (wzór (4.2)) rozłożyć w szereg

$$(4.3) \quad C^e(n_3) = 1 - i 2 \pi h_3^0 \langle \varepsilon(n_3) \rangle n_3 - 2 \pi^2 (h_3^0)^2 \langle \varepsilon^2(n_3) \rangle n_3^2.$$

Doświadczenie wykazuje, że odkształcenia plastyczne nie wprowadzają do materiału naprężeń resztkowych równoważących się w całym przekroju próbki. Naprężenia takie powinny wywoływać tylko przemieszczanie się piku dyfrakcyjnego. Doświadczalnie obserwuje się jego przesunięcie i poszerzenie. Rozpatrując poszerzenie piku, w szeregu (4.3) można przyjąć, że $\langle \varepsilon(n_3) \rangle = 0$ i dla objętości materiału formującego wiązkę ugiętą wyrażenie to można napisać

$$(4.4) \quad C^e(n_3) = 1 - 2 \pi^2 (h_3^0)^2 \langle \varepsilon^2(n_3) \rangle n_3^2.$$

Średniokwadratowe mikroodkształcenia $\langle \varepsilon^2(n_3) \rangle$ można zdefiniować następująco

$$(4.5) \quad \sqrt{\langle \varepsilon^2(n_3) \rangle} = \sqrt{\langle \Delta L^2(n_3) \rangle} / L(n_3),$$

gdzie $L(n_3)$ jest długością „kolumny” z n_3 komórek elementarnych, a

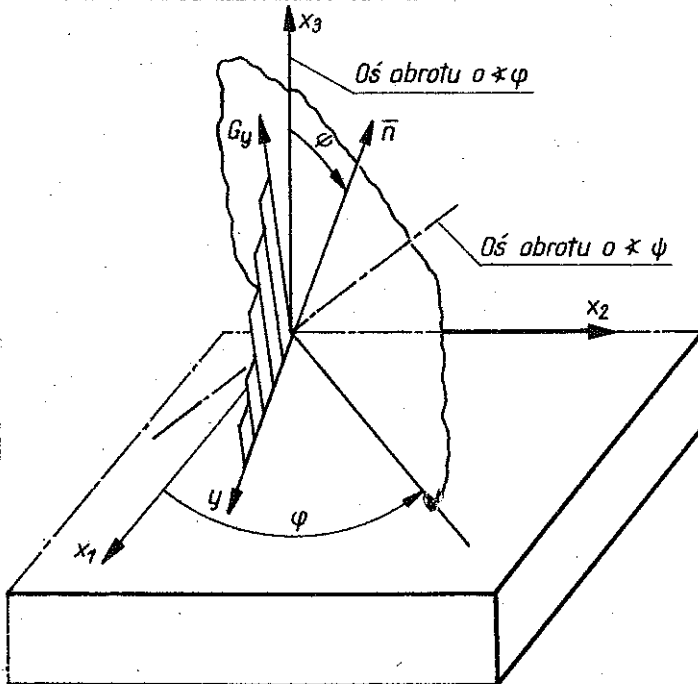
$$(4.6) \quad \langle \Delta I^2(n_3) \rangle = \langle \varepsilon^2(n_3) \rangle n_3^2 |\bar{a}_3|^2,$$

gdzie \bar{a}_3 oznacza wektor translacji równoległy do trzeciej osi układu rombowego.

Ze względu na równomierny rozkład orientacji „kolumn komórek elementarnych” w materiale polikrystalicznym, średniokwadratowe mikroodkształcenia można mierzyć w dowolnym makrokierunku (rys. 3). Własność tę wykorzystano do wyznaczenia macierzy formy kwadratowej

$$(4.7) \quad \sqrt{\langle \varepsilon^2(\bar{n}) \rangle} = \epsilon_{ij} n_i n_j,$$

gdzie \bar{n} jest wektorem jednostkowym, określonym cosinusami kierunkowymi n_i (rys. 3).



Rys. 3. Makrokierunki pomiarów średniokwadratowych mikroodkształceń

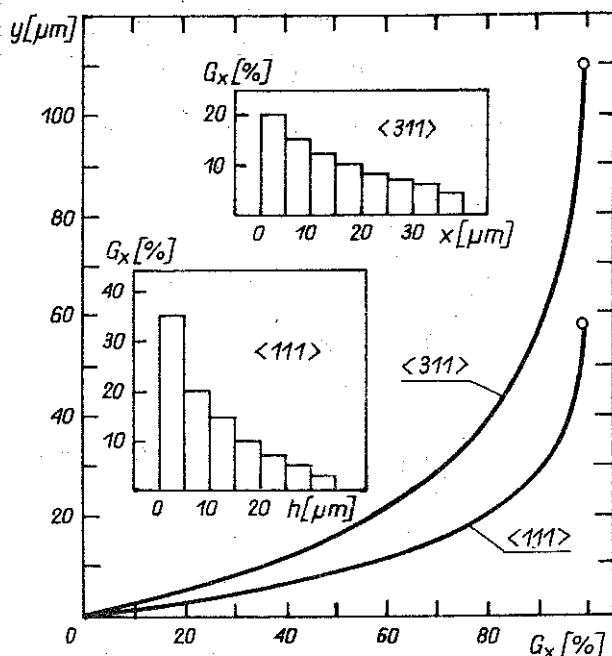
Należy zaznaczyć, że „wkład” w rozkład intensywności linii dyfrakcyjnej od komórek położonych na różnych głębokościach jest inny. Zależy on od efektywnej głębokości wnikania promieni Rentgena y , którą można oszacować ze wzoru

$$(4.8) \quad y = K_y \sin \theta / (2 \mu)$$

gdzie

$$(4.9) \quad K_y = -\ln(1 - G_y).$$

We wzorze tym G_y oznacza część całkowitego natężenia wiązki ugiętej pochodzącej od dostatecznie cienkiej warstwy materiału położonej na głębokości y od powierzchni, μ — liniowy współczynnik pochłaniania promieniowania rentgenowskiego oraz θ — kąt Bragga. Obliczoną ze wzorów (4.8) i (4.9) głębokość wnikania stosowanego promieniowania $\text{CuK}\alpha$ w aluminium przedstawiono na rysunku 4.



Rys. 4. Efektywna głębokość wnikania promieniowania $\text{CuK}\alpha$ w aluminium mierzona w makro-kierunku \bar{n}

Stosowana metoda obliczania średniokwadratowych mikroodkształceń wymaga eliminacji wpływu małych obszarów rozpraszania spójnego na zmianę rozkładu intensywności linii dyfrakcyjnej. Osiągnąć to można przez analizę dwóch rzędów odbicia od jednej rodziny płaszczyzn [11] lub też analizując odbicia od różnych rodzin płaszczyzn z uwzględnieniem anizotropii sprężystej komórki elementarnej badanego materiału [13].

Powstawanie obszarów rozpraszania spójnego promieni Rentgena podczas odkształceń plastycznych zależy od zdolności dyslokacji do grupowania się w niskoenergetycznych konfiguracjach zwanych granicami wąskokątowymi. Zdolność ta zależy od energii błędu ułożenia. Dotyczy to szczególnie metali o sieci A1. Zjawisko to jest wywołane dyslokacjami rozciągniętymi, których energia zależy od szerokości pasma błędu ułożenia. Dyslokacje rozciągnięte o wysokiej energii błędu ułożenia łatwiej pokonują bariery, prze-

chodząc przez poślizg poprzeczny do innej płaszczyzny poślizgu. Dodatki stopowe obniżają ściskające oddziaływanie sieci krystalicznej na odpychające się dyslokacje częściowe, powodując w ten sposób wzrost szerokości pasma błędu ułożenia, a zatem obniżenie jego energii. Dyslokacje rozciągnięte o dużej szerokości pasma błędu ułożenia (niskiej energii), zatrzymując się na przeszkodach, tworzą tównomierne rozkłady dyslokacji, które można obserwować na zdjęciach z transmisyjnego mikroskopu elektronowego. W odkształconych plastycznie metalach polikrystalicznych o niskiej energii błędu ułożenia interpretacja obszarów rozpraszania spójnego promieni rentgenowskich jest utrudniona.

W niniejszej pracy energię błędu ułożenia w stopie PA4 oceniono metodą rentgenowską [8]. Wartość energii błędu ułożenia dla stopu PA4 wyniosła 66 mJm^{-2} .

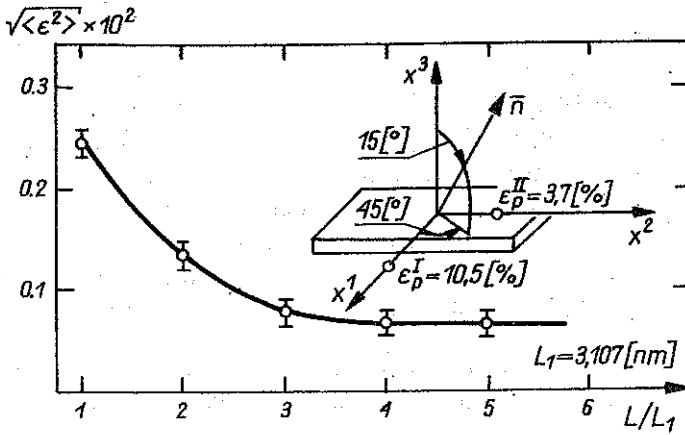
Pomiar średniokwadratowych mikroodkształceń przeprowadzono na dyfraktometrze rentgenowskim DRON-3, stosując promieniowanie $\text{CuK}\alpha$. W celu wyeliminowania wpływu promieniowania fluorescencyjnego na wyniki pomiarów stosowano na wiązce ugiętej monochromator LiF . Pomiarów intensywności linii dyfrakcyjnej dokonano metodą krokową, stosując stały czas zliczania wynoszący 100 s w punktach pomiarowych linii i 200 s w punktach pomiarowych tła. Obrona wielkość kroku wynosiła $0,05^\circ$ w skali 2θ . Doświadczalnie mierzono rozkłady intensywności linii 111 oraz 311. Linie te należą do różnych rodzin płaszczyzn krystalograficznych, które nachylone są względem siebie o kąt $29,49^\circ$. Stosunek modułów Younga, obliczony dla aluminium z modelu REUSSA [14] wynosi $E \langle 111 \rangle / E \langle 311 \rangle = 1,11$. Stosunek ten odzwierciedla anizotropię sprężystą sieci krystalicznej aluminium i uwzględnienie jego pozwoliło obliczać średniokwadratowe mikroodkształcenia w kierunku krystalograficznym $\langle 111 \rangle$ na podstawie pomiarów rozkładu intensywności linii 111 i 311 [13].

Pomiarów średniokwadratowych mikroodkształceń dokonano w siedmiu makrokierunkach określonych kątami ψ i ϕ (rys. 3). Wartości tych kątów przedstawiono w tabelicy 4. Przykładowe wyniki średniokwadratowych mikro-

Tablica 4. Wielkości kątów

ψ	0	15	15	15	30	30	30
α	—	15	45	75	15	45	75

odkształceń dla próbki ze stopu PA4 przedstawiono na rysunku 5. Takim pomiarom poddano cztery próbki. Pomiarów powtórzono czterokrotnie, kierując wiązkę na różne obszary odkształconej próbki oraz przyjmując różne wzorce. Podczas pomiarów stosowano wiązkę o średnicy 1,5 mm. Zmiany obszaru pomiarowego pozwoliły uśrednić wyniki i obliczyć odchylenie standardowe ze wzoru

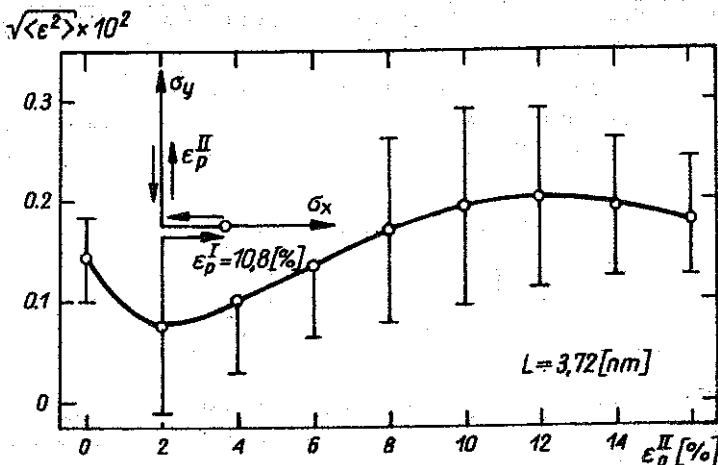


Rys. 5. Zmiany średniokwadratowych mikroodkształceń $\sqrt{\langle \epsilon^2 \rangle}$ jako funkcje krotności długości pomiarowej L .

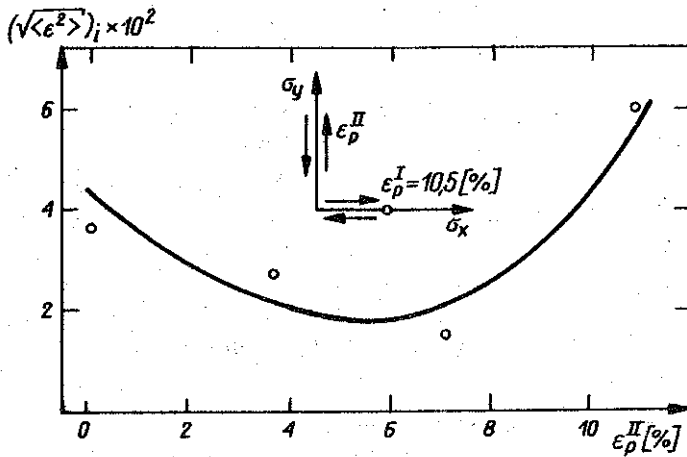
$$(4.10) \quad s = (x - \bar{x})^2 / (n - 1)^{1/2},$$

gdzie przez n oznaczono liczbę pomiarów, x jest wielkością mierzoną, a \bar{x} średnią arytmetyczną z n pomiarów.

Uśrednione wyniki obliczeń z czterech pomiarów, wykonanych prostopadle do powierzchni próbki ($\psi = 0$, rys. 3), przedstawiono na rysunku 6. Odchylenie standardowe obliczone ze wzoru (4.10) przedstawiono na tym rysunku pionowymi kreskami.



Rys. 6. Uśrednione z czterech pomiarów wartości średniokwadratowych mikroodkształceń, mierzone prostopadle do powierzchni próbki ($\psi = 0$, rys. 3) jako funkcje wtórnych odkształceń plastycznych ϵ_p^{II} .

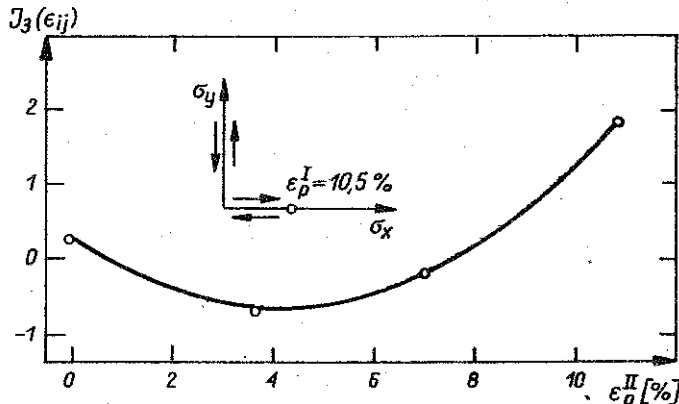


Rys. 7. Zmiany intensywności $(\sqrt{\langle \epsilon^2 \rangle})_i$, obliczone ze wzoru (4.11) jako funkcje wtórnych odkształceń plastycznych ϵ_p^{II}

Na podstawie wyników obliczeń średniokwadratowych mikroodkształceń dla sześciu kierunków \bar{n} ze wzorów (4.7) obliczono macierz formy kwadratowej. Do obliczeń przyjmowano wartości średniokwadratowych mikroodkształceń (wzór (4.5)) obliczonych na długości pomiarowej $L = 3,11$ mm (rys. 5). Analogicznie do intensywności dewiatora tensora o walencji dwa obliczono funkcję $(\sqrt{\langle \epsilon^2 \rangle})_i$ proporcjonalną do drugiego niezmiennika dewiatora tensora ze wzoru

$$(4.11) \quad (\sqrt{\langle \epsilon^2 \rangle})_i = ((\epsilon_{11} - \epsilon_{22})^2 + (\epsilon_{22} - \epsilon_{33})^2 + (\epsilon_{33} - \epsilon_{11})^2)^{\frac{1}{2}},$$

gdzie ϵ_{ii} oznacza wartości główne macierzy ϵ_{kl} we wzorze (4.7) oraz trzeci niezmiennik dewiatora tensora

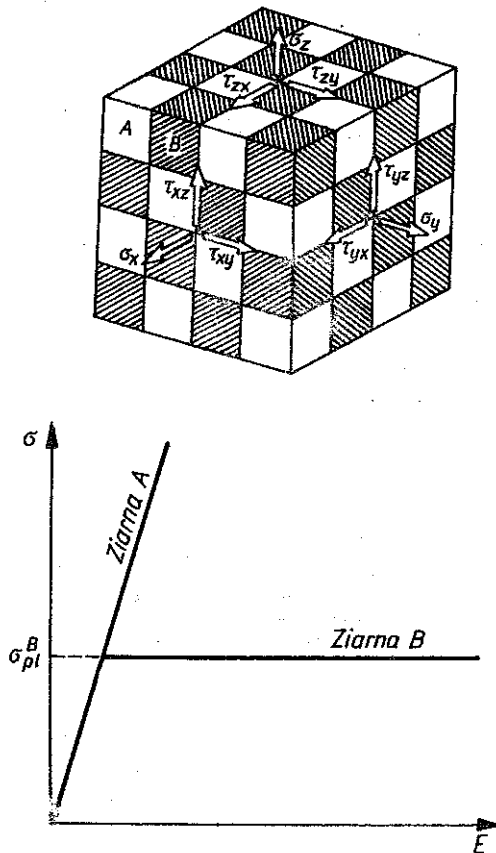


Rys. 8. Zmiany trzeciego niezmiennika $J_3(\epsilon_{ij})$ obliczone ze wzoru (4.12) jako funkcje wtórnych odkształceń plastycznych ϵ_p^{II}

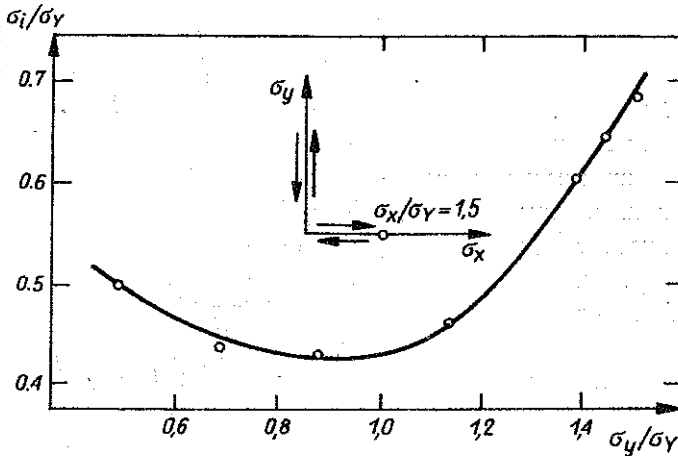
$$(4.12) \quad J_3 = \det \left(\epsilon_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \epsilon_{kk} \right)$$

Na rysunkach 7 i 8 przedstawiono zmiany tych miar jako funkcji wtórnych odkształceń plastycznych próbek ze stopu PA4.

Wyniki badań doświadczalnych porównano z wynikami obliczeń otrzymanymi z modelu kostkowego, zaproponowanego przez SZCZEPIŃSKIEGO [5] (rys. 9). Porównanie takie jest uzasadnione przy założeniu, że średniokwadratowe mikronaprężenia równoważą się w przylegających do siebie obszarach rozpraszania spójnego. W tym przypadku obszary te mogą być modelowane odpowiednio przez kostki „A” i „B”. Niespełnienie warunku równowagi wewnętrznej w modelu [5] jest równoznaczne z założeniem o zachowaniu kształtu kostek w obciążonym i następnie odciążonym modelu. Można uważać, że zachowanie kształtu kostek w modelu jest równoważne z przesuwaniami się komórki elementarnej w kierunku kolumny bez zmiany jej

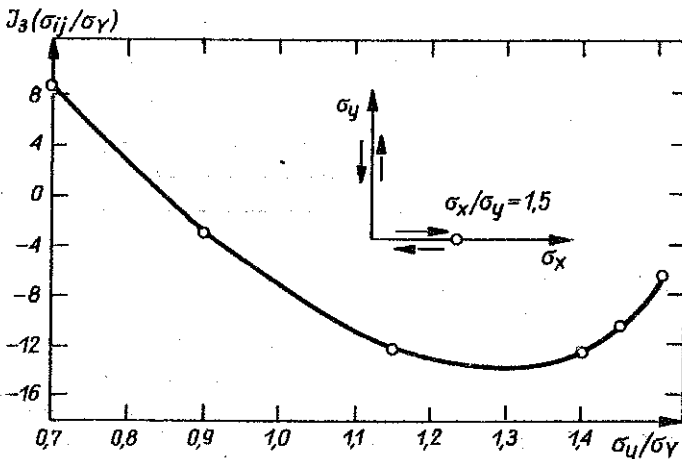


Rys. 9. Model kostkowy [5]

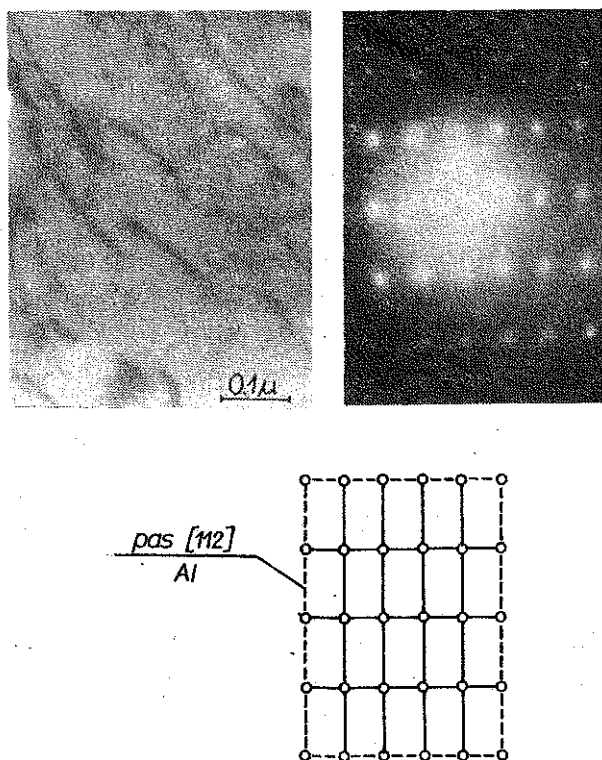


Rys. 10. Zmiany intensywności σ_i/σ_γ mikronaprzeżeń reszkowych jako funkcje wtórnych obciążeń σ_y/σ_γ obliczone ze wzoru (4.11) dla $\epsilon_{ij} = \sigma_{ij}/\sigma_\gamma$ (σ — granica plastyczności)

kształtu. Uwzględnienie warunków równowagi wewnętrznej pociąga za sobą uwzględnienie zmiany kształtu kostek w modelu, co byłoby równoważne z uwzględnieniem naprzeżeń reszkowych 3-go rodzaju, które są wynikiem zmiany kształtu komórek elementarnych. W celu porównania wyników obliczeń z wynikami doświadczenia, model kostkowy obciążono powyżej granicy plastyczności kostek „B” (rys. 9) i odciążono. Po odciążeniu w kostkach powstają mikronaprzeżenia reszkowe, które wykorzystano do obliczenia funkcji proporcjonalnej do drugiego oraz trzeciego niezmiennika dewiatora. Wartości tych funkcji jako funkcji wtórnego obciążenia przedstawiono na rysunkach 10 i 11.



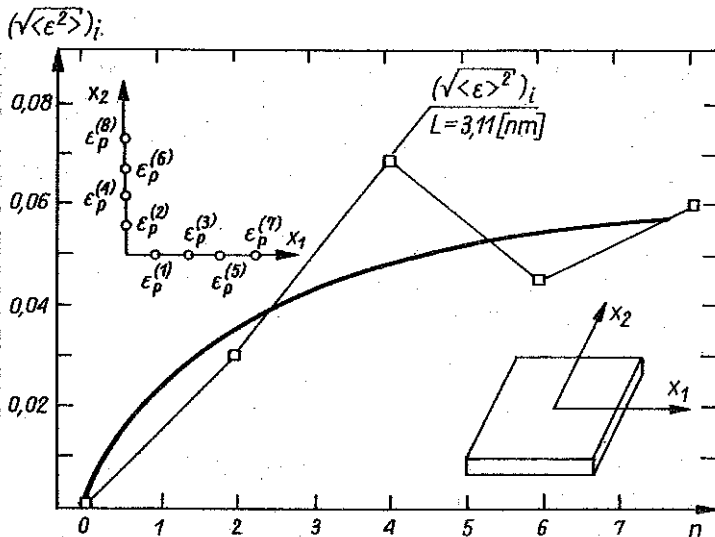
Rys. 11. Zmiany trzeciego niezmiennika $J_3(\sigma_{ij}/\sigma_\gamma)$ jako funkcje wtórnego obciążenia σ_y/σ_γ obliczone ze wzoru (4.12) dla $\epsilon_{ij} = \sigma_{ij}/\sigma_\gamma$ (σ_γ — granica plastyczności)



Rys. 12. Struktura dyslokacyjna stopu PA4 po odkształceniu plastycznym $\epsilon_p^I = 10,5\%$; $\epsilon_p^{II} = 7\%$

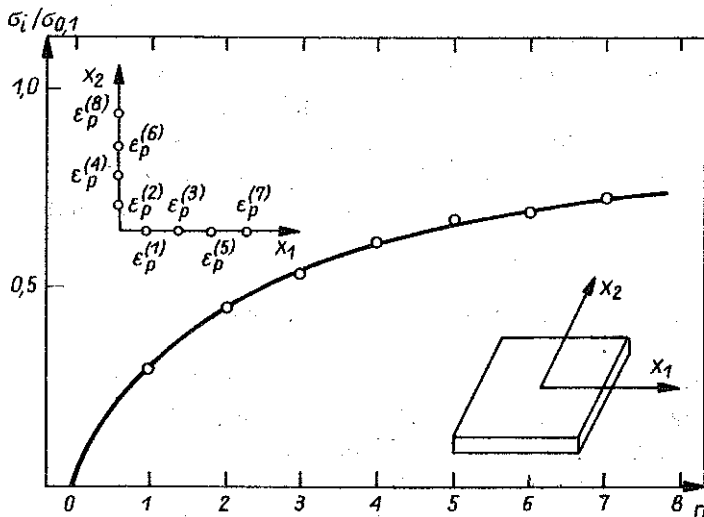
W celu nadania interpretacji obszarów rozpraszania spójnego promieni rentgenowskich i jednocześnie pośredniego sprawdzenia wyników pomiarów średniokwadratowych mikroodkształceń przeprowadzono badania elektronomikroskopowe odkształconego plastycznie stopu PA4. W tym celu z odkształconych plastycznie próbek, prostopadłe do kierunku wtórnych odkształceń plastycznych, wycięto próbki, z których sporządzono cienkie folie. Zdjęcia wykonano na mikroskopie transmisyjnym BS540 przy napięciu przyspieszającym wynoszącym 120 kV. Charakterystyczne zdjęcie, wraz z dyfrakcją elektronową wykonaną z tego samego obszaru folii co i zdjęcie struktury, przedstawiono na rysunku 12.

W celu wyjaśnienia zmian średniokwadratowych mikroodkształceń podczas wielokrotnych obciążeń próbki w prostopadłych do siebie kierunkach, próbki kwadratowe ze stopu PA2 obciążono jak w tabelicy 3. W obciążonych próbkach pomierzono w sześciu kierunkach \bar{n} (rys. 3) średniokwadratowe mikroodkształcenia. Dla długości pomiarowej, $L = 3,11$ nm, obliczono intensywność średniokwadratowych mikroodkształceń $(\sqrt{\langle \epsilon^2 \rangle})_i$. Wyniki obliczeń przedstawiono na rysunku 13.



Rys. 13. Zmiany intensywności $(\sqrt{\langle \epsilon^2 \rangle})_i$ wywołane obciążeniami cyklicznymi jako funkcje ilości cykli n odpowiadających odkształceniom $\epsilon_p^{(n)}$ przedstawionym na rysunku i w tablicy 3

Policzone zmiany intensywności średniokwadratowych mikroodkształceń porównano z wynikami uzyskanymi z rozważań teoretycznych, opartych na zmodyfikowanej koncepcji wzmocnienia kinematycznego [15]. Uzyskane teoretyczne wyniki zmian wektora translacji, powierzchni plastyczności w płaskim stanie naprężeń przedstawiono jako funkcje ilości obciążeń n na rysunku 14.



Rys. 14. Względna długość wektora translacji $\sigma_i/\sigma_{0,1}$ jako funkcja ilości cykli n otrzymana z rozwiązania teoretycznego według zmodyfikowanej hipotezy ZIEGLERA [15]

5. Dyskusja wyników i wnioski końcowe

Jak wynika ze wzoru (4.4), pole mikronaprężeń resztkowych jest reprezentowane przez średnią wartość z kwadratów mikroodkształceń. Jest to spowodowane tym, że wymiary objętości, w których równoważą się mikronaprężenia, są znacznie mniejsze od objętości materiału formującego wiązkę ugiętą.

Średnie mikronaprężenia w rozpatrywanej objętości są równe zeru. Łatwo się o tym przekonać obliczając średnią wartość tensora mikronaprężeń α_{ij} w objętości V . Jest ona równa

$$(5.1) \quad \langle \sigma_{ij} \rangle = \frac{1}{V} \int_V \sigma_{ij} dv = \oint_S t_i x_k ds,$$

gdzie t_i jest naprężeniem działającym na element powierzchni S ograniczającej objętość V ; x_k oznacza współrzędną.

Z równania (5.1) wynika, że obciążenie zewnętrzne t_i , działające na ds równe jest zeru, to $\langle \sigma_{ij} \rangle = 0$, ale lokalnie $\sigma_{ij} \neq 0$. Załóżmy analogicznie, że średnia wartość składowej normalnej odkształcenia

$$(5.2) \quad \langle \varepsilon \rangle = \frac{1}{V} \int_V \varepsilon_{ij} n_i n_j dv = 0.$$

Średnia wartość z kwadratów składowych normalnych tensora mikroodkształceń jest natomiast różna od zera:

$$(5.3) \quad \langle \varepsilon^2 \rangle = \frac{1}{V} \int_V (\varepsilon_{ij} n_i n_j)^2 dv \neq 0$$

i ją mierzono metodą rentgenowską.

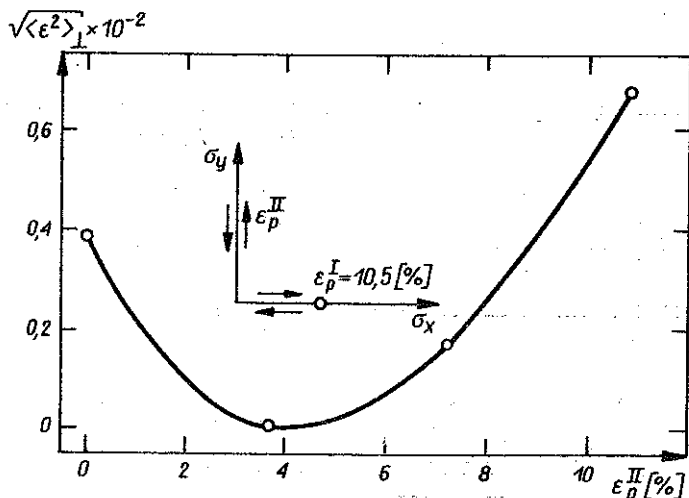
W celu doświadczalnego sprawdzenia teorii KADASZEWICZA i NOWOZIŁOWA [3], według której tensor α_{ij} w kinematycznym prawie wzmocnienia (wzór (1.2)) można interpretować jako tensor mikronaprężeń wewnętrznych, wyniki pomiarów aproksymowano formą kwadratową (4.7). Traktując macierz ε_{ij} formy kwadratowej (4.7) jako nasunięcie tensora mikroodkształceń

$$(5.4) \quad \varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ik} \varepsilon_{kj},$$

zbadano zmiany funkcji analogicznych do drugiego i trzeciego niezmiennika dewiatora tensora ε_{ij} .

Przedstawione na rysunkach 7 i 8 wyniki pomiarów jako funkcji wtórnych odkształceń plastycznych wykazują zgodność jakościową z przebiegiem analogicznych funkcji otrzymanych z modelu kostkowego SZCZEPIŃSKIEGO [5] i przedstawionych na rysunkach 10 i 11.

Poprawność aproksymacji formą kwadratową (4.7) wyników pomiarów kierunkowych średniokwadratowych mikroodkształceń sprawdzono doświad-



Rys. 15. Obliczone z macierzy formy kwadratowej (wzór (5.5)) zmiany składowej normalnej średniokwadratowych mikroodkształceń jako funkcje wtórnych odkształceń plastycznych ϵ_p^{II} .

czalnie. W tym celu obliczono zmiany składowej normalnej do powierzchni próbki średniokwadratowych mikroodkształceń ze wzoru

$$(5.5) \quad \sqrt{\langle \epsilon^2 \rangle_{\perp}} = n_{i3} \epsilon_{ii} n_{i3},$$

gdzie n_{i3} są cosinusami kierunkowymi kierunków własnych z osią prostopadłą do powierzchni próbki (rys. 3); ϵ_{ii} oznacza wartości własne macierzy formy kwadratowej (4.7).

Wyniki obliczeń $\sqrt{\langle \epsilon^2 \rangle_{\perp}}$, przedstawione na rysunku 15, wykazują jakościową zgodność z uśrednionymi z czterech pomiarów wynikami przedstawionymi na rysunku 6 przy odkształceniach plastycznych $\epsilon_p^{II} < 11\%$.

Jak można przypuszczać, zgodność ta przemawia za trafnością aproksymacji wyników pomiarów formą kwadratową (4.7), to znaczy, że z pewnym przybliżeniem zachodzi równość

$$(5.6) \quad \epsilon_{ik} \epsilon_{ij} \simeq \epsilon_{ik} \epsilon_{ij} \delta_{kl}.$$

Przedstawione na rysunku 13 wyniki pomiarów wykazują również dobrą zgodność jakościową z przedstawionym na rysunku 14 rozwiązaniem teoretycznym zmodyfikowanej przez ZIEGLERA [15] hipotezy wzmocnienia kinematycznego.

Przedstawione na rysunku 12 zdjęcie elektronomikroskopowe przedstawia pojedyncze dyslokacje odległe od siebie w przybliżeniu o 1000 Å. Odległości te są tego samego rzędu co zmierzone metodą rentgenowską wielkości bloków $\bar{D} \approx 800$ Å. Z tego porównania nasuwa się wniosek, że w badanym materiale PA4 wielkość obszarów rozpraszania spójnego jest tego samego rzędu co średnie odległości między ułożonymi chaotycznie dyslokacjami. Chaotycznego

ułożenia dyslokacji należało oczekiwać w stopie aluminiowym PA4, charakteryzującym się średnią wartością energii błędu ułożenia $\gamma = 66 \text{ mJm}^{-2}$.

Wobec powyższego wyniki pomiarów elektronomikroskopowych wydają się potwierdzać wyniki uzyskane metodą rentgenowską.

Uzyskane wyniki doświadczalne wydają się potwierdzać słuszność interpretacji tensora α_{ij} w kinematycznym prawie wzmocnienia jako tensora mikro-naprężeń resztkowych.

Wyniki pomiarów przedstawione na rysunku 6 wydają się wskazywać na to, że podczas odkształceń plastycznych wzmocnienie kinematyczne występuje w początkowej fazie odkształceń plastycznych. Jeżeli założymy, że zgodność jakościowa wyników pomiarów (rys. 6) z wynikami obliczeń (rys. 10) świadczy o występowaniu wzmocnienia kinematycznego, to brak takiej zgodności może świadczyć o niewystępowaniu tego zjawiska. Z analizy rysunku 6 i rysunku 10 wynika, że wzmocnienie kinematyczne miało miejsce przy $\epsilon_p^{\text{II}} < 11\%$.

LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. А. Ю. Ишлинский, *Общая теория пластичности с линейным упрочнением*, Укр. Матем. Журн., 3, 314—324, 1954.
2. W. PRAGER, *The theory of plasticity; a survey of recent achievements*, James Clayton Lecture, Proc. Inst. Mech. Engrs., p. 41—57, 1955.
3. Ю. И. Кадашевнич, В. В. Новожилов, *Теория пластичности учитывающая остаточные микронапряжения*, Прикл. Матем. и Механ., 22, 78—89, 1958.
4. Z. MRÓZ, *On the description of anisotropic work hardening*, J. Mech. Phys. Solids, 15, 163—175, 1967.
5. W. SZCZEPIŃSKI, *On the concept of residual microstresses in plasticity, a more fundamental approach*, Arch. Mech., 32, 431—443, 1980.
6. W. SZCZEPIŃSKI, J. MIASTKOWSKI, *An experimental study of the effect of the prestraining history in the yield surface of an aluminium alloy*, J. Mech. Phys. Solids, 16, 153—172, 1968.
7. J. MIASTKOWSKI, *Yield surface of material subjected to combined cyclic loading*, Arch. Mech., 30, 2, 203—215, 1978.
8. T. BRECZKO, *Mikronapężenia w mechanice złożonych odkształceń plastycznych metali o sieci A1 — studium doświadczalne*, Prace IPPT PAN, 22, 1985.
9. W. SZCZEPIŃSKI, *On the effect of plastic deformation on yield condition*, Arch. Mech., 15, 2, 275—296, 1963.
10. T. BRECZKO, *A study of plastic processes in PA4 aluminium alloy*, Arch. Mech., 35, 5—6, 591—601, 1983.
11. В. Е. WARREN, *X-ray studies of deformed metals* [in Russian], ГНТИ Москва, Успехи физики металлов, 5, 172—237, 1963.
12. Д. М. Васильев, *Дифракционные методы исследования структур*, Металлургия, Москва 1977.
13. T. BRECZKO, *Calculation of lattice distortion and crystallite size*, J. Techn. Phys., 24, 1, 97—103, 1983.
14. A. REUSS, *Berechnung der Fließgrenze von Mischkristallen auf Grund der Plastizitätsbedingung für Einkristalle*, Z. angew. Math. und Mech., 9, 1, 49, 1929.

РЕЗЮМЕ

ПОПЫТКА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ ИНТЕРПРЕТАЦИИ ТЕНЗОРА α_{ij}
В КИНЕМАТИЧЕСКОМ ЗАКОНЕ УПРОЧНЕНИЯ

В работе представлены результаты измерений среднеквадратических микродеформаций в алюминиевых образцах подвергаемых сложным пластическим деформациям. Исследованиям подвергались образцы из алюминиевых сплавов PA2 и PA4. Они нагружались как статически так и циклически. На основе измерений были рассчитаны функции пропорциональные второму и третьему инвариантам тензора деформации. Функции эти были сравнены с рассчитанными на основе теоретической модели. Проведённые экспериментальные исследования указывают на факт, что тензор трансляции в кинематическом законе упрочнения может быть интерпретирован как тензор остаточных микронапряжений.

SUMMARY

EXPERIMENTAL INTERPRETATION OF α_{ij} TENSOR IN THE KINEMATIC
HARDENING LAW

The paper presents the results of RMS microstress measurements in aluminium specimens subject to complex plastic deformation. The specimens were made of PA2 and PA4 aluminium alloys and tested under static and cyclic loading. The measurements were used to determine the functions proportional to the second and third tensor invariant; the functions were then compared with the corresponding functions obtained from the cube model. The experimental investigations performed confirm the hypothesis that the translation tensor used in the kinematic hardening law may be interpreted as the residual microstress tensor.

POLITECHNIKA BIAŁOSTOCKA

Praca została złożona w Redakcji dnia 19 czerwca 1986 r.
