

ANALIZA PROCESU ŚCISKANIA PRÓBKII WALCOWEJ W UKŁADZIE ZMODYFIKOWANEGO PRĘTA HOPKINSONA

JAN Z. MALINOWSKI (WARSZAWA)

Przedmiotem pracy jest analiza wpływu tarcia, podłużnych i poprzecznych sił bezwładności próbki oraz efektów propagacji fal sprężysto-plastycznych na wyniki badań doświadczalnych w metodzie zmodyfikowanego pręta Hopkinsona. W pracy rozwiązano numerycznie proces dynamicznego ściskania próbki w układzie zmodyfikowanego pręta Hopkinsona oraz przeprowadzono badania eksperymentalne próbek o dziesięciu różnych wartościach stosunku wysokości od średnicy próbki $s_0 = h_0/d_0$ w zakresie od $s_0 = 0,1$ do 1. Zaproponowano energetyczną metodę opisu wpływu tarcia w procesie dynamicznego ściskania próbki walcowej, co pozwoliło dokładniej określić optymalny stosunek wymiarów próbki. Uwzględnienie wpływu tarcia w rozwiązaniu numerycznym umożliwiło bezpośrednie porównanie wyników obliczeń z wynikami badań doświadczalnych. Zarówno wyniki uzyskane eksperymentalnie jak i wyniki obliczeń świadczą o możliwości występowania wielokrotnych dociążeń próbki, spowodowanych odbitymi impulsami σ_R , powracającymi ponownie do próbki.

1. WSTĘP

Dotychczas opublikowane prace, których przedmiotem analizy jest metoda zmodyfikowanego pręta Hopkinsona, zajmują się dwoma następującymi problemami:

- a) dokonaniem oceny, w jakim stopniu tarcie, bezwładność próbki oraz efekty propagacji fal wpływają na dokładność metody;
- b) wyciągnięciem praktycznych wniosków co do sposobu zmniejszenia znaczenia tych czynników w procesie dynamicznego ściskania próbki.

W grupie prac zajmujących się tematyką punktu a) należy wymienić prace BERTHOLFA i KARNESA [1], której przedmiotem jest dwuwymiarowa numeryczna analiza układu zmodyfikowanego pręta Hopkinsona oraz doświadczalną pracę LINDHOLMA [2]. BERTHOLF i KARNES w pracy [1] obliczyli numerycznie wielkość efektów tarcia i bezwładności dla próbek o różnej wartości stosunku h/d (wysokości do średnicy próbki) równej 0,3; 0,6 i 1,2. W pracy tej nie zamieszczono jednak odpowiednio wnikliwej weryfikacji doświadczalnej uzyskanych rezultatów analizy numerycznej. LINDHOLM w pracy [2] ba-

dając próbki o różnym stosunku wymiarów h/d stwierdził, że wpływ tarcia można wyeliminować przez odpowiednie smarowanie czół próbek. Jednakże w pracy tej nie podano dostatecznych informacji odnośnie metody, która pozwoliła wyeliminować wpływ tarcia.

W drugiej grupie prac należy wymienić prace COOKA i LARKE'ŃA [3] oraz DAVISA i HUNTERA [4]. Cook i Larke w swojej pracy zaproponowali metodę eliminacji wpływu tarcia na podstawie wyników badań serii próbek o różnym stosunku h/d . W pracy [4] DAVIES i HUNTER podali kryterium optymalnego stosunku wymiarów próbki h/d ze względu na efekt bezwładności.

W obecnej pracy przeprowadzono analizę dynamicznego procesu ściskania, zakładając istnienie tarcia na powierzchniach kontaktu pomiędzy próbka i ściskającymi prętami. Praca przedstawia niektóre rezultaty kilkuletnich badań autora, obejmujących w pewnym zakresie zarówno tematykę punktu a) jak i b).

Stosując energetyczną metodę opisu tarcia w energetycznej analizie procesu ściskania uzyskano pewne uogólnienie kryterium optymalnego stosunku wymiarów h/d , a także uzasadnienie zaproponowanej przez Cooka i Larke'Ńa metody eliminacji wpływu tarcia. Wykonano badania doświadczalne na zmodyfikowanym pręcie Hopkinsona próbek aluminiowych o dziesięciu różnych wartościach stosunku h/d , a także rozwiązano numerycznie metodą charakterystyk zagadnienie propagacji fal wzdłużnych w układzie zmodyfikowanego pręta Hopkinsona z uwzględnieniem efektu tarcia. Obliczenia numeryczne przeprowadzono dla danych ściśle odpowiadających warunkom, jakie występowały w badaniach doświadczalnych, stwarzając przez to możliwość bezpośredniego porównania wyników obliczeń z wynikami uzyskanymi z doświadczenia.

2. ANALIZA ENERGETYCZNA. OPTIMALNY STOSUNEK WYMIARÓW PRÓBKŃ

W pracach [4, 5], w których podano energetyczną analizę dynamicznego procesu ściskania próbki, efekt tarcia został pominięty w równaniu bilansu mocy. Wpływ tarcia na powierzchniach kontaktu próbki i prętów uwzględniono w analizie energetycznej przeprowadzonej w pracy [6]. Analiza ta zostanie w skrócie przedstawiona poniżej.

Dodatkowa praca wywołana tarcieŃ i bezwładnościami podczas pewnego przyrostu odkształcenia w próbce jest równa sumie

$$(2.1) \quad \Delta E = \Delta E_T + \Delta E_K^R + \Delta E_K^Z,$$

gdzie E_T jest pracą spowodowaną tarcieŃ na powierzchniach kontaktu, E_K^R i E_K^Z przedstawiajŃ składowe energii kinetycznej w kierunku poprzecznym i podłużnym. Równanie to przyjęto jako podstawę energetycznej analizy dynamicznego procesu ściskania.

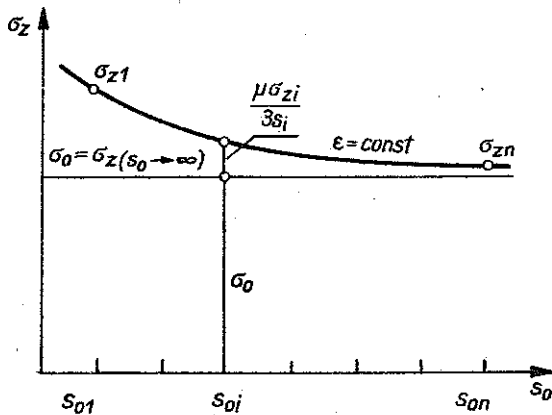
Uwzględniając w tym równaniu po prawej stronie tylko pracę tarcia E_T , otrzymuje się następującą zależność

$$(2.2) \quad \sigma_z = \sigma_0 + \frac{\mu \sigma_z}{3s}$$

lub przyjmując $\varepsilon = (h_0 - h)/h_0$

$$(2.3) \quad \sigma_z = \sigma_0 + \frac{\mu \sigma_z}{3s_0} (1 - \varepsilon)^{-\frac{3}{2}}$$

W powyższych zależnościach σ_z oznacza naprężenie ściskające próbkę mierzone eksperymentalnie, σ_0 jest rzeczywistym naprężeniem plastycznego płynięcia, μ oznacza współczynnik tarcia, $s_0 = h_0/d_0$ i $s = h/d$ oznaczają stosunek wysokości do średnicy próbki w chwili początkowej oraz po pewnym odkształceniu ε .



Rys. 1. Obserwowany doświadczalnie kształt zależności naprężenia ściskającego σ_z od stosunku wymiarów próbki s_0

Na rys. 1 przedstawiono kształt doświadczalnej zależności naprężenia ściskającego od stosunku początkowych wymiarów próbki s_0 dla stałej wartości odkształcenia. Przedstawiona krzywa $\sigma_z = \sigma_z(s_0)_{\varepsilon \neq \text{const}}$ odpowiada warunkom, gdy na powierzchniach kontaktu próbki i prętów współczynnik tarcia $\mu \neq 0$. Jak pokazano na rys. 1, wartość $\sigma_z \rightarrow \sigma_0$, gdy $s_0 \rightarrow \infty$; na tej podstawie COOK i LARKE w pracy [3] zaproponowali stosowanie metody ekstrapolacji wykresnej dla określenia σ_0 . Przy założeniu, że współczynnik tarcia μ nie zależy od wartości s_0 obserwowany doświadczalnie kształt krzywej $\sigma_z = \sigma_z(s_0)_{\varepsilon = \text{const}}$ można łatwo wyjaśnić opierając się na zależności (2.3). W pracy [7] pokazano, że biorąc pod uwagę n próbek σ zaznaczonych na rys. 1 wartościach s_0 równych $s_{01}, s_{02}, s_{03}, \dots, s_{0n}$ można wartość σ_0 określić z następującego wzoru:

$$(2.4) \quad \sigma_0 = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} s_{0i} - (n-1) s_{0n}}{\sum_{i=1}^{n-1} \frac{s_{0i}}{\sigma_i} - (n-1) \frac{s_{0n}}{\sigma_n}}$$

Uwzględniając w równaniu [1] oprócz efektu tarcia bezwładność próbki w kierunku podłużnym i poprzecznym, otrzymuje się następującą zależność określającą różnicę pomiędzy naprężeniem σ_z mierzonym eksperymentalnie oraz rzeczywistym naprężeniem plastycznego płynięcia σ_0 :

$$(2.5) \quad \sigma_z - \sigma_0 = \frac{\mu \sigma_z}{3s} + \frac{\rho d^2}{4} \left(\frac{1}{8} + \frac{s^2}{3} \right) \dot{\epsilon} - \frac{\rho d^2}{4} \left(\frac{1}{16} - \frac{s^2}{3} \right) \dot{\epsilon}^2,$$

gdzie $\dot{\epsilon}$ i $\dot{\epsilon}^2$ oznaczają prędkość oraz przyspieszenie odkształcenia próbki. Różnica $\sigma_z - \sigma_0$ zależy od stosunku s wymiarów próbki i przyjmuje najmniejszą wartość, gdy s jest określone następująco

$$(2.6) \quad s_{\text{opt}} = \left[\frac{2\mu \sigma_z}{\rho d^2 (\dot{\epsilon}^2 + \dot{\epsilon})} \right]^{\frac{1}{3}}$$

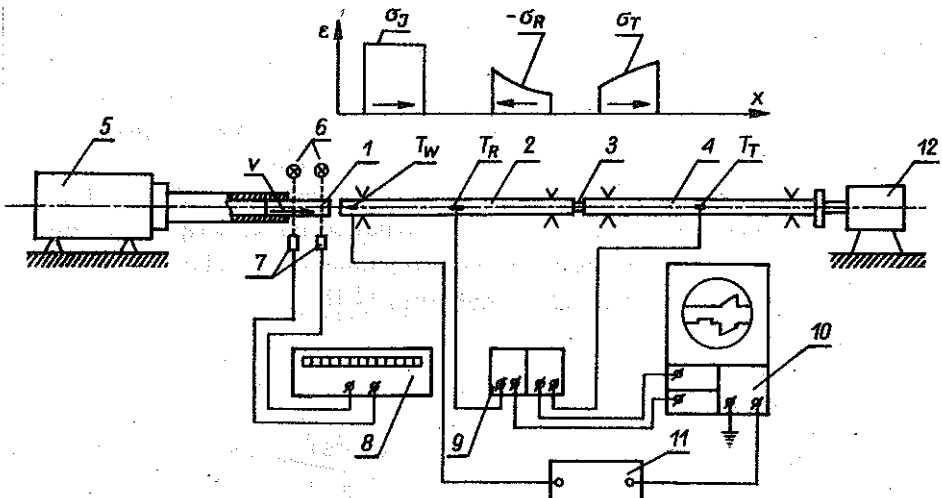
Z powyższego wzoru wynika, że im większa jest gęstość materiału ρ oraz średnica próbki d , a także prędkość i przyspieszenie odkształcenia $\dot{\epsilon}$ i $\dot{\epsilon}^2$ oraz im mniejsza jest wartość naprężenia ściskającego σ_z i współczynnika tarcia μ , tym krótsze próbki powinny być stosowane w dynamicznych badaniach z zastosowaniem zmodyfikowanego pręta Hopkinsona. Wzór (2.6) nadaje się do praktycznego wykorzystania w zakresie wartości $\dot{\epsilon} + \dot{\epsilon}^2 > 0$ oraz gdy wartość $\dot{\epsilon} + \dot{\epsilon}^2$ nie wykazuje dużych zmian w procesie odkształcenia próbki.

Kryterium optymalnej smukłości próbki uwzględniające tylko efekt bezwładności podali w pracy [4] DAVIES i HUNTER. Posiada ono następującą postać: $s_{\text{opt}} = \nu \sqrt{3}/2$, gdzie ν jest współczynnikiem Poissona.

Problem optymalnej smukłości próbki został bardziej wnikliwie przedstawiony w pracy [8].

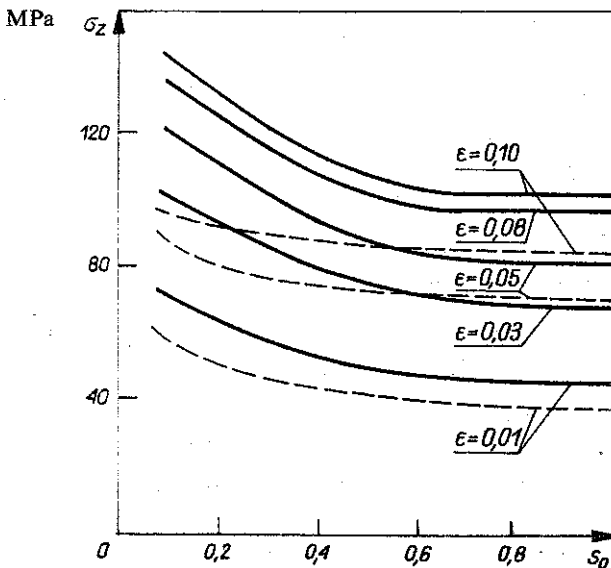
3. WYNIKI BADAŃ DOŚWIADCZALNYCH

Badania doświadczalne przeprowadzono na zmodyfikowanym pręcie Hopkinsona. Schemat stanowiska badawczego przedstawiony jest na rys. 2. W wyniku badań doświadczalnych wyznaczono dynamiczne krzywe naprężenia jako funkcji odkształcenia $\sigma_z = \sigma_z(\epsilon)$ dla próbek aluminiowych o dziesięciu różnych wartościach stosunku wymiarów próbki s_0 : 0,1; 0,125; 0,162; 0,2; 0,25; 0,33;



Rys. 2. Schemat stanowiska do badań dynamicznych na ściskanie, 1, 3 — Pręt pocisk, próbka, 2, 4 — pręty inicjujący i transmitujący, T_W , T_R , T_T — tensometry, 5, 12 — wyrzutnia i hamownik, 6, 7, 8 — żarówki i fotodiody, czasomierz, 9, 11 — wzmacniacze tensometryczne, 10 — oscyloskop

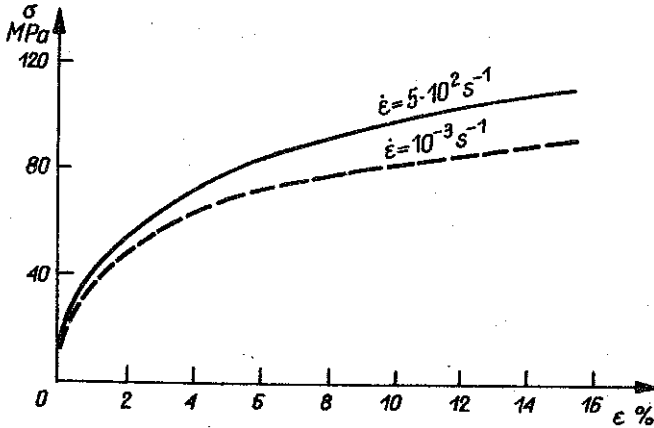
0,4; 0,5; 0,667; 1. Początkowa średnica próbek d_0 wynosiła $d_0 = 14$ mm. W celu zmniejszenia tarcia powierzchni kontaktu próbki z prętami były smarowane dwusiarczkiem molibdenu.



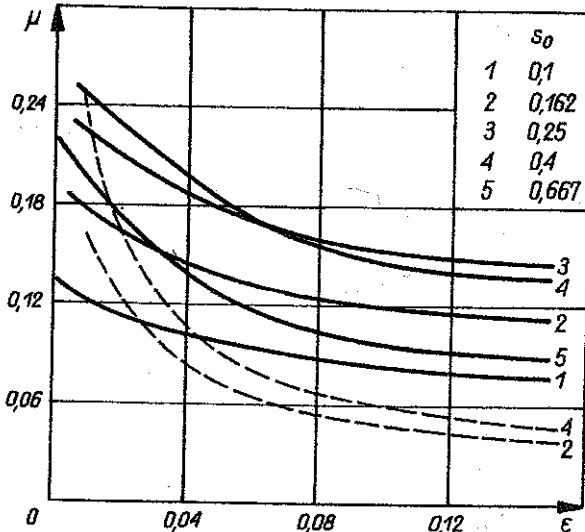
Rys. 3. Statyczne i dynamiczne wartości naprężenia ściskającego w zależności do stosunku wymiarów próbki

Na rys. 3 przedstawione są uzyskane zależności naprężenia ściskającego σ_z od początkowej wartości s_0 dla odkształceń 1, 3, 5, 8 i 10%. Dla porównania linią przerywaną naniesiono podobne wykresy odpowiadające quasi-statycznemu ściskaniu. Widoczny jest duży wpływ tarcia na wielkość naprężeń ściskających σ_z szczególnie dla próbek o stosunku wymiarów $s_0 < 0,5$.

Korzystając następnie z doświadczalnych zależności $\sigma_z(s_0)_{\dot{\epsilon}=\text{const}}$ oraz energetycznej metody opisu tarcia, określono dynamiczną krzywą umocnienia dla aluminium $\sigma_0(\epsilon)$ oraz dynamiczny współczynnik tarcia $\mu(\epsilon)$. Krzywą umocnienia wyznaczono korzystając z zależności (2.4).



Rys. 4. Krzywe umocnienia dla aluminium po eliminacji wpływu tarcia

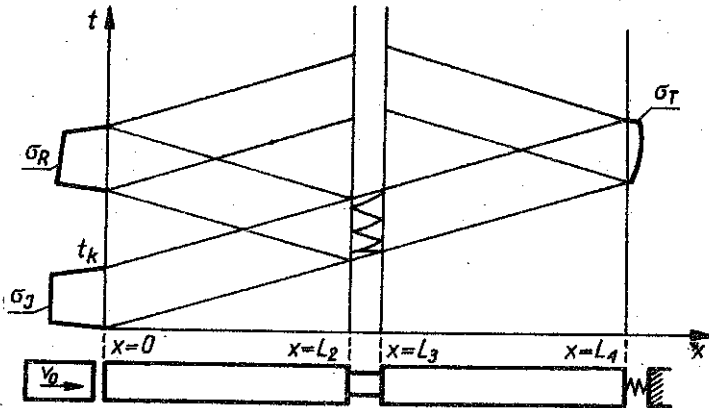


Rys. 5. Wartości współczynnika tarcia dla procesu quasi-statycznego i dynamicznego ściskania

Na rys. 4 przedstawiono dynamiczną oraz statyczną krzywą umocnienia z eliminacją wpływu tarcia dla badanego aluminium. Wartości dynamicznego współczynnika tarcia $\mu(\varepsilon)$ jako funkcja odkształcenia dla badanych próbek aluminiowych o różnej wartości s_0 są przedstawione na rys. 5. Dla porównania naniesiono również linią przerywaną wartości współczynnika tarcia odpowiadające quasi-statycznemu ścisnaniu. Przedstawione wartości $\mu(\varepsilon)$ wyznaczono korzystając z zależności (2.3).

4. ROZWIĄZANIE NUMERYCZNE Z UWZGLĘDNIENIEM WPLYWU TARCIA

Przedstawiony na rys. 6 układ zmodyfikowanego pręta Hopkinsona składa się z dwóch prętów sprężystych pomiędzy którymi znajduje się próbka wykazująca początkowo odkształcenia sprężyste a następnie plastyczne. W ana-



Rys. 6. Schemat propagacji fal wzdłużnych w układzie zmodyfikowanego pręta Hopkinsona

lizie falowej dynamicznego procesu ścisnania próbki przyjęto teorię Taylora-Kármána-Rachmatulina propagacji fal sprężysto-plastycznych w prętach. Tak postawione zadanie sprowadza się do rozwiązania następującego układu równań różniczkowych:

$$(4.1) \quad \rho \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial \sigma}{\partial x}, \quad \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{1}{\rho a^2(\sigma)} \frac{\partial \sigma}{\partial t}, \quad a^2(\sigma) = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma}{\partial \varepsilon},$$

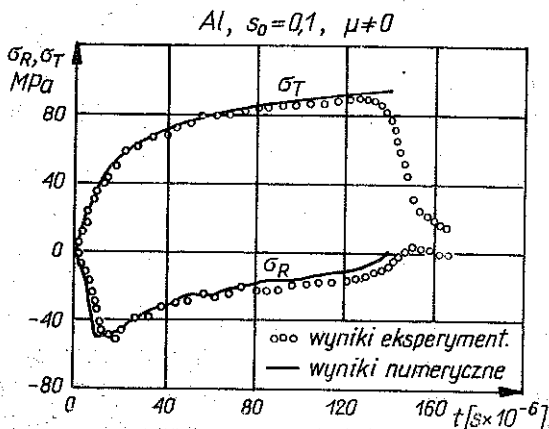
gdzie x i t oznaczają współrzędne przestrzenne i czas, natomiast v i a oznaczają prędkość masową i prędkość propagacji fali sprężysto-plastycznej.

Rozwiązanie powinno spełniać warunki początkowe $\sigma(x, t) = 0$, $v(x, t) = 0$ dla $t = 0$, co oznacza, że w chwili początkowej cały układ prętów znajduje się w stanie niezaburzonym. Ponadto muszą być spełnione warunki brzegowe, które zgodnie z rys. 6 można zapisać w formie następującej:

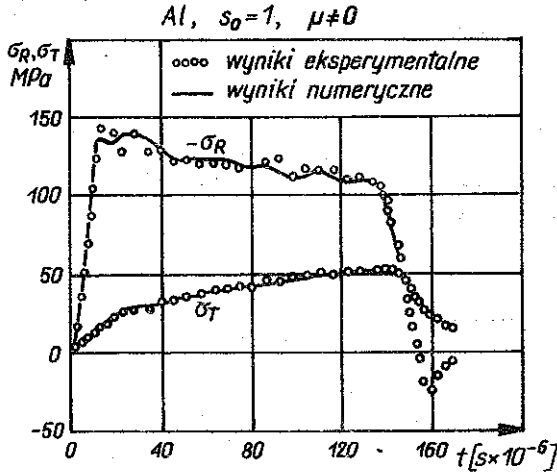
- dla $x = 0, 0 \leq t \leq t_K, \sigma(0, t) = \sigma_I(t)$;
 dla $x = L_2, A_B \sigma_B(L_2, t) = A_S(t) \sigma_S(L_2, t), v_B(L_2, t) = s(L_2, t)$;
 dla $x = L_3, A_B \sigma_B(L_3, t) = A_S(t) \sigma_S(L_3, t), v_B(L_3, t) = s(L_3, t)$;
 dla $x = L_4, \sigma_B(L_4, t) = Ku(L_4, t), K = 0, \sigma_B(L_4, t) = 0$.

W powyższych wyrażeniach A_B, σ_B, v_B oznaczają odpowiednio pole poprzecznego przekroju, naprężenie i prędkość masową dla prętów; podobnie A_S, σ_S, v_S oznaczają te same wielkości dla próbki. Na końcu układu prętów znajdował się miękki hamownik, którego sztywność można było w tym przypadku przyjąć $K = 0$. Na powierzchniach kontaktu próbki i prętów $x = L_2$ oraz $x = L_3$ występuje zjawisko tarcia. Zjawisko to wzięto pod uwagę w rozwiązaniu wykorzystując energetyczną metodę opisu tarcia w procesie ściskania, pozwalającą uwzględnić wpływ tarcia w warunkach brzegowych równowagi sił na powierzchniach kontaktu. Jako konstytutywną funkcję $\sigma(\varepsilon)$ materiału próbki przyjęto wyznaczoną doświadczalnie dynamiczną krzywą umocnienia $\sigma_0(\varepsilon)$ z eliminacją wpływu tarcia, pokazaną na rys. 4. Również przyjęte w analizie numerycznej wartości współczynnika tarcia odpowiadają wyznaczonym doświadczalnie wartościom $\mu(\varepsilon)$ przedstawionym na rys. 5. Dla pozostałych danych potrzebnych do obliczeń numerycznych przyjęto takie wartości, jakie występowały w przeprowadzonych badaniach na zmodyfikowanym pręcie Hopkinsona.

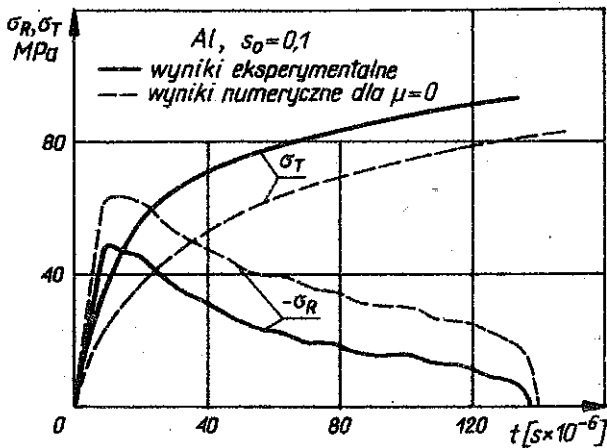
Numeryczne rozwiązanie tak sformułowanego problemu przeprowadzono metodą charakterystyk. Z rozwiązania numerycznego można obliczyć przebiegi w czasie impulsów odbitego od próbki $\sigma_R(t)$ i transmitowanego przez próbkę $\sigma_T(t)$. Na rys. 7 i 8 przedstawiono zarejestrowane w doświadczeniu i obliczone numeryczne wartości naprężeń impulsów odbitego $\sigma_R(t)$ i transmitowanego $\sigma_T(t)$ dla próbek aluminiowych o początkowym stosunku wy-



Rys. 7. Porównanie eksperymentalnych oraz obliczonych numerycznie wartości impulsów $\sigma_R(t)$ i $\sigma_T(t)$ dla próbki krótkiej



Rys. 8. Eksperymentalne oraz obliczone numerycznie wartości impulsów $\sigma_R(t)$ i $\sigma_T(t)$ dla próbki długiej



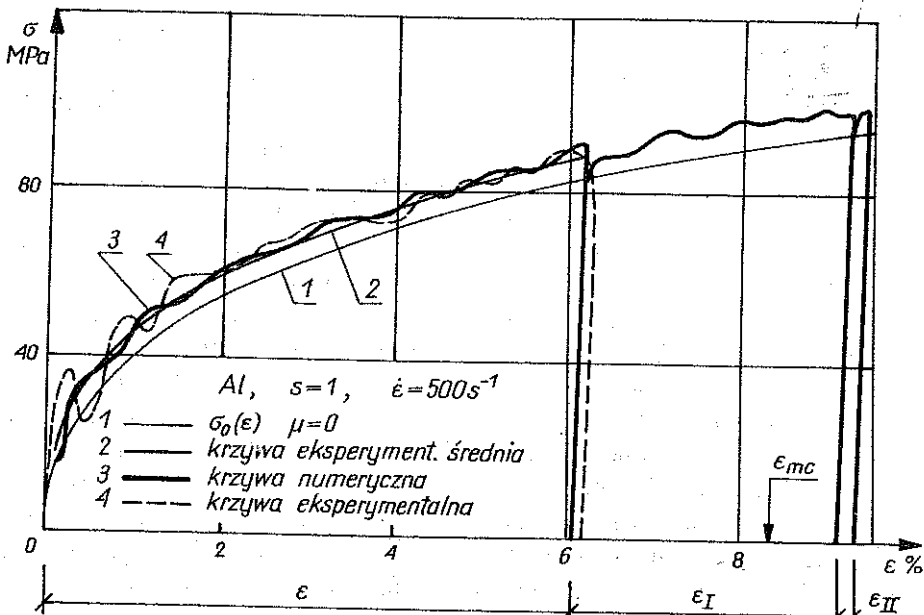
Rys. 9. Wpływ tarcia na wartości impulsów $\sigma_R(t)$ i $\sigma_T(t)$ dla próbki krótkiej

miarów $s_0 = 0,1$ oraz $s_0 = 1$. W obliczeniach uwzględniono wpływ tarcia na powierzchniach kontaktu. Porównanie wartości $\sigma_R(t)$ i $\sigma_T(t)$ uzyskanych eksperymentalnie oraz obliczonych numerycznie wykazuje dobrą zgodność w obu przypadkach, zarówno dla próbki krótkiej jak i długiej. Świadczy to o poprawności wyników analizy procesu dynamicznego ściskania z uwzględnieniem wpływu tarcia. Na rys. 9 przedstawiono impulsy $\sigma_R(t)$ i $\sigma_T(t)$ dla próbki krótkiej o wartości $s_0 = 0,1$, zmierzone eksperymentalnie oraz obliczone numerycznie z pominięciem tarcia tzn. przy założeniu, że $\mu(\varepsilon) = 0$. Widoczna różnica w przebiegu tych impulsów świadczy o dużym wpływie tarcia w tym przypadku.

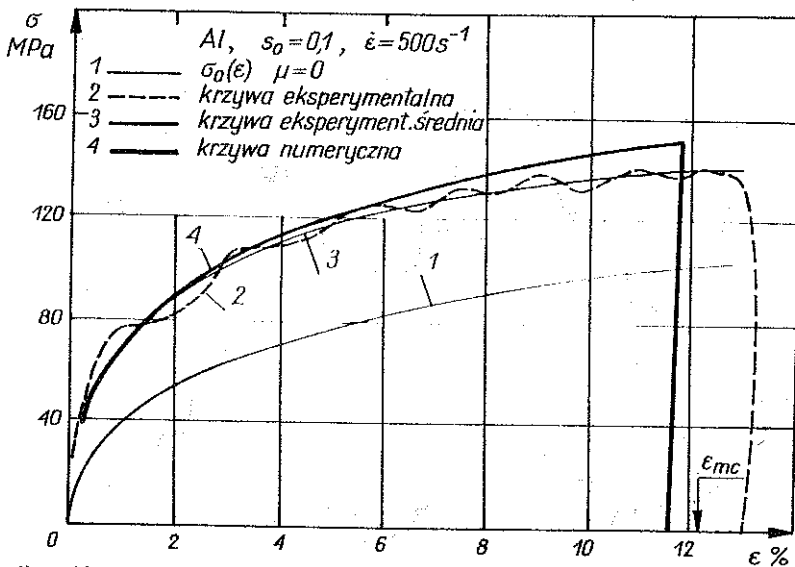
5. ANALIZA TRWAŁEGO ODKSZTAŁCENIA PRÓBEK

Po uzyskaniu wyników badań doświadczalnych sprawdzono zgodność wartości trwałego odkształcenia pomierzonego bezpośrednio z próbki oraz wyznaczonego metodą zmodyfikowanego pręta Hopkinsona. Porównanie wykazało, że wartości te są w przybliżeniu równe tylko dla próbek krótkich, natomiast dla próbek o stosunku wymiarów $s_0 > 0,3$ odkształcenia trwale pomierzone z próbki są większe od wyznaczonych metodą zmodyfikowanego pręta Hopkinsona. Ponieważ jak pokazano na rys. 8 dla próbek długich impuls odbity σ_R jest niewiele mniejszy od impulsu początkowego σ_J , przeto powstało przypuszczenie, że dłuższe próbki mogą być dodatkowo dociążone przez impuls σ_R , który po odbiciu od swobodnego końca pręta ponownie powraca do próbki. Dla sprawdzenia tego przypuszczenia opierając się na przedstawionej analizie numerycznej przeprowadzono odpowiednie obliczenia dla próbek o wartościach s_0 równych 0,1; 0,2; 0,33; 0,5; 0,67 i 1 traktując impuls odbity σ_R jako impuls początkowy $\sigma_J \equiv -\sigma_R$. W obliczeniach przyjęto wartości następujących danych: impulsu inicjującego, współczynnika tarcia, impedancji oraz geometrii próbki i prętów odpowiadające warunkom, jakie istniały w doświadczeniu. Ponieważ rozwiązanie numeryczne odnosi się tylko do zakresu obciążenia, w celu określenia trwałego odkształcenia próbki założono, że przebieg procesu odciążenia jest liniowo-sprężysty. Rozwiązanie numeryczne dla procesu obciążenia nie uwzględnia również ruchu pręta transmitującego wywołanego impulsem σ_T przy pierwszym dociążeniu oraz σ_T^I przy drugim. Krzywe $\sigma = \sigma(\epsilon)$ określone doświadczalnie oraz obliczone numerycznie wraz z przyrostami odkształcenia trwałego, spowodowanymi oddziaływaniem impulsów odbitych σ_R — przedstawione są na rys. 10. Jak pokazano na tym rysunku dla próbki o wartości $s_0 = 1$ zachodzą jeszcze dodatkowo dwa dalsze procesy odkształcenia, spowodowane kolejnymi, odbitymi od próbki impulsami σ_R i σ_R^I . Impulsy dociążające próbkę są równe $\sigma_J^I \equiv -\sigma_R$ oraz $\sigma_J^{II} \equiv -\sigma_R^I$. Wynikłe stąd przyrosty odkształcenia nie są już rejestrowane elektronicznie w eksperymencie i nie są brane od uwagę w normalnej procedurze badań na zmodyfikowanym pręcie Hopkinsona. Na rys. 10 oznaczono przez ϵ_{mc} wartość trwałego odkształcenia zmierzonego bezpośrednio z próbki. Wartość ta jest w przybliżeniu równa sumie obliczonych przyrostów odkształcenia $\epsilon + \epsilon^I + \epsilon^{II}$ wywołanych kolejno impulsami σ_J , σ_J^I i σ_J^{II} . Jak widać na rys. 10 kolejne przyrosty odkształcenia są znacznie mniejsze ze względu na odpowiednio mniejsze wartości impulsów inicjujących: $\sigma_J^{II} < \sigma_J^I < \sigma_J$.

Na rys. 11 przedstawiono krzywą $\sigma = \sigma(\epsilon)$ wyznaczoną eksperymentalnie oraz obliczoną numerycznie — dla próbki o wartości $s_0 = 0,1$. Otrzymane zależności $\sigma = \sigma(\epsilon)$ są w tym przypadku wynikiem tylko jednego procesu odkształcenia, odpowiadającego pierwszemu impulsowi σ_J . Warunkiem bowiem dalszego dociążenia próbki jest aby wartość naprężenia inicjującego



Rys. 10. Zależności naprężenia ściskającego od odkształcenia dla próbki długiej z uwzględnieniem dalszych dociążeń

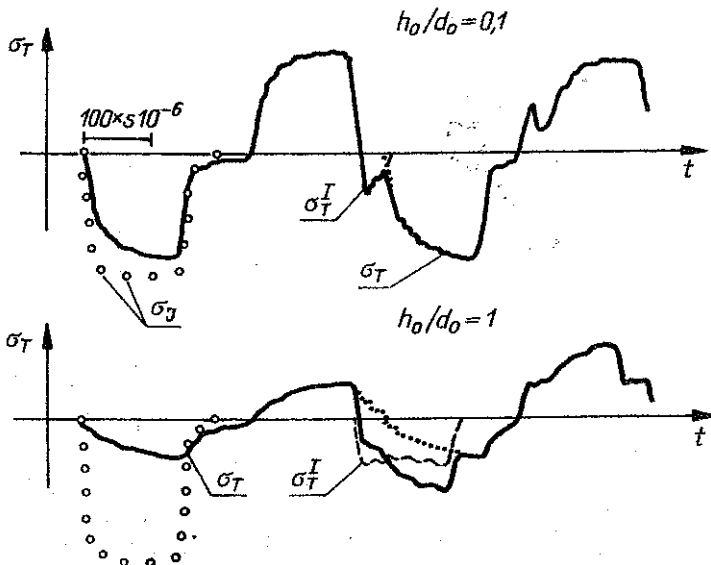


Rys. 11. Zależności naprężenia ściskającego od odkształcenia dla próbki krótkiej

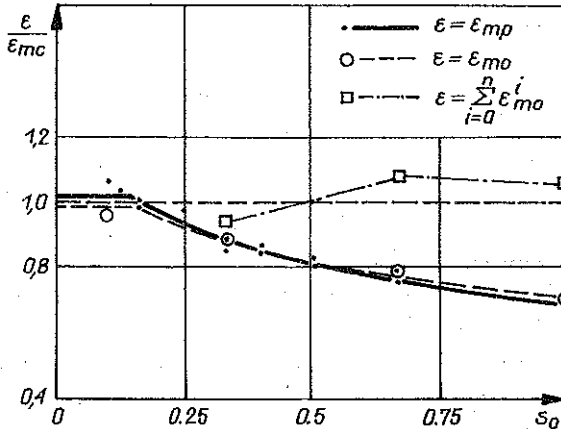
cego σ_T^I była większa od wartości maksymalnego naprężenia transmitowanego przez próbkę σ_T przy obciążeniu impulsem σ_J . Warunek ten, gdy średnica pręta transmitującego i odbierającego jest jednakowa, można napisać w postaci: $(\sigma_R)_{\max} > (\sigma_T)_{\max}$, przy czym $(\sigma_R)_{\max}$ i $(\sigma_T)_{\max}$ oznaczają maksymalne wartości w przebiegach impulsów odbitego i transmitowanego. Jak wynika z obliczeń dla próbek aluminiowych o stosunku wymiarów $s_0 = 0,1; 0,2; 0,33; 0,5; 0,67; 1,0$, dalsze dociążenia spowodowane impulsami odbitymi mogą wystąpić dla próbek o wartości $s_0 = 0,33; 0,5; 0,667; 1,0$. Taki sam rezultat daje porównanie wielkości impulsów odbitego i transmitowanego, zarejestrowanych doświadczalnie.

Potwierdzenie istnienia dalszych dociążen próbki wynika także z porównania wielkości impulsu σ_T z impulsem σ_T^I transmitowanym przy dociążeniu próbki impulsem σ_J^I . Na rys. 12 przedstawiono liniami ciągłymi zarejestrowane doświadczalnie w pręcie odbierającym przebiegi impulsów transmitowanych w czasie kilku pierwszych przejść wzdłuż długości pręta. Ponieważ przebiegi impulsów w czasie $\sigma_T(t)$ i $\sigma_T^I(t)$ nakładają się na siebie w pewnym okresie czasu, należy dla wyznaczenia impulsu σ_T^I odjąć od zarejestrowanej sumy impuls σ_T . Jest widoczne, że dla próbki dłuższej o stosunku wymiarów $s_0 = 1$ wartości impulsu $\sigma_T^I(t)$ są większe od $\sigma_T(t)$, podczas gdy dla próbki krótkiej o $s_0 = 0,1$ impuls σ_T^I jest kilkakrotnie mniejszy od impulsu σ_T .

Na rys. 13 przedstawiono porównanie następujących wartości trwałego odkształcenia próbki: określonego metodą zmodyfikowanego pręta Hopkinsona ε_{mp} , pomierzonego bezpośrednio z próbki ε_{mc} , oraz obliczonego numerycz-



Rys. 12. Kolejne, zarejestrowane na pręcie odbierającym, impulsy $\sigma_T(t)$ dla próbki krótkiej i długiej



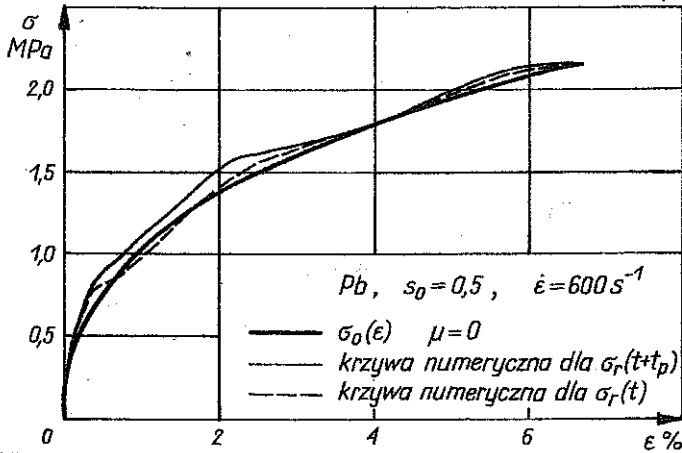
Rys. 13. Porównanie wartości trwałego odkształcenia ϵ_{mp} określonego doświadczalnie na zmodyfikowanym pręcie Hopkinsona oraz ϵ_{mo} obliczonego numerycznie dla próbek o różnym stosunku wymiarów s_0

nie ϵ_{mo} . Stosunek wartości odkształceń ϵ_{mp} i ϵ_{mo} do trwałego odkształcenia pomierzonego bezpośrednio z próbki ϵ_{mc} przedstawiono jako funkcję s_0 . Krzywe narysowane linią ciągłą i przerywaną odnoszą się do odkształcenia trwałego wyznaczonego eksperymentalnie metodą zmodyfikowanego pręta Hopkinsona oraz obliczonego numerycznie z uwzględnieniem obciążenia próbki tylko impulsem σ_J . Linia kreska-kropka przedstawia natomiast stosunek sumy obliczonych numerycznie przyrostów odkształcenia próbki wywołanych impulsem σ_J oraz impulsami σ_R odbitymi od próbki, a następnie powracającymi i dociążającymi próbkę.

6. INNE OBSERWOWANE EFEKTY

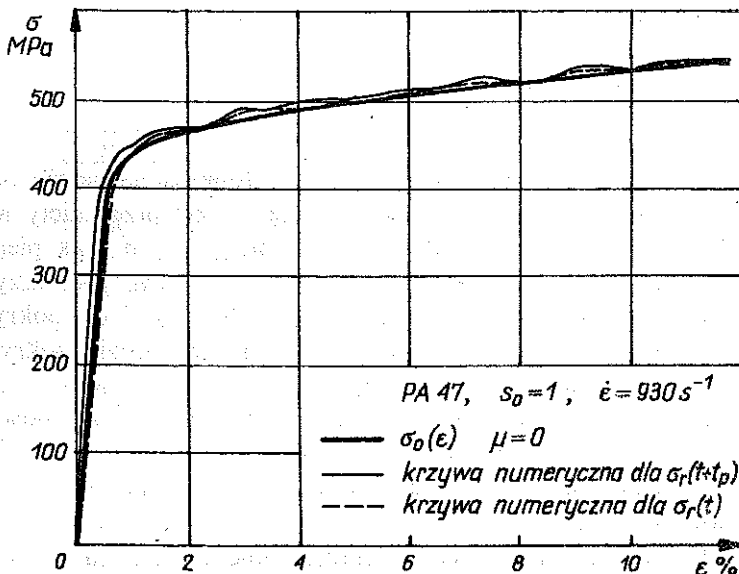
W praktyce metody zmodyfikowanego pręta Hopkinsona należy pamiętać również, że impuls transmitowany przez próbkę σ_T jest przesunięty w czasie w stosunku do impulsów inicjującego σ_J i odbitego σ_R o czas pierwszego przejścia fali obciążenia przez próbkę. W związku z tym, jeśli przyjmąc, że początek zarejestrowanych w doświadczeniu impulsów σ_J i σ_R pokrywa się z punktem $t=0$ skali czasu, to początek impulsu σ_T będzie pokrywał się z punktem $t=t_p$. Nieuwzględnienie tego przesunięcia oznacza stosowanie w obliczeniach wartości impulsu σ_T odpowiadających nie zależności $\sigma_T(t)$ ale zależności $\sigma_T(t+t_p)$. Błąd jaki może z tego powodu wynikać jest tym większy, im większy jest czas t_p oraz im większa jest zmienność przebiegu w czasie impulsu $\sigma_T(t)$.

Na rys. 14 przedstawiono obliczone numerycznie krzywe dla próbki z ołowiu o stosunku wymiarów $s_0 = 0,5$, przyjmując impuls transmitowany jako $\sigma_T(t)$ oraz jako $\sigma_T(t+t_p)$. Wyniki podobnych obliczeń dla próbki z duralu



Rys. 14. Wpływ uwzględnienia przesunięcia w czasie początku impulsu $\sigma_T(t=0)$ na krzywą $\sigma = \sigma(\epsilon)$ dla próbki z ołowiu

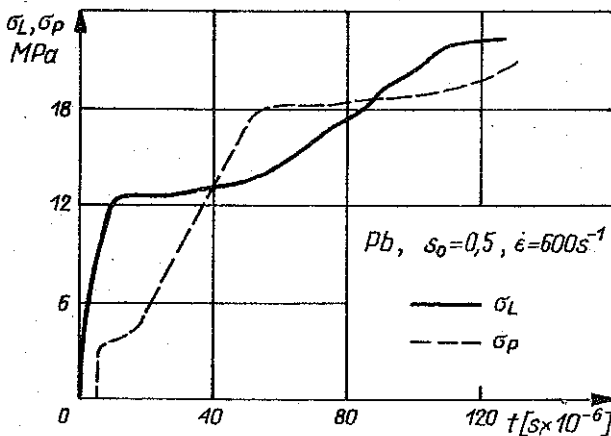
PA 47 o wartości $s_0 = 1$ przedstawiono na rys. 15. W obydwu przypadkach w zakresie odkształcenia, gdzie impuls $\sigma_T(t)$ zmienia się szybko w czasie, występują istotne różnice w naprężeniach spowodowane przesunięciem skali czasu impulsu transmitowanego o wartość t_p . Dla próbek aluminiowych uzyskano kilkakrotnie mniejsze różnice w naprężeniach w stosunku do przed-



Rys. 15. Wpływ uwzględnienia przesunięcia w czasie początku impulsu $\sigma_T(t=0)$ na krzywą $\sigma = \sigma(\epsilon)$ dla próbki z duralu PA 47

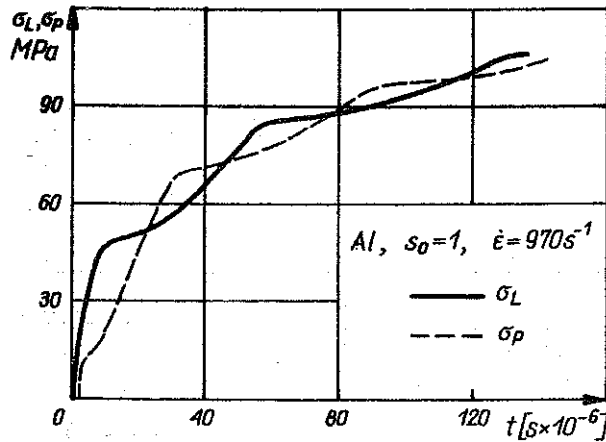
stawionych na rys. 14 i 15, co świadczy, że dla niektórych materiałów błąd ten można pominąć.

Zagadnieniem niejednorodności stanu odkształcenia i naprężenia w próbce w czasie procesu deformacji zajmowano się dotychczas w pracach [1 i 9]. W obecnej pracy przedstawiono numerycznie obliczone wartości naprężeń jako funkcje czasu $\sigma_L(t)$ oraz $\sigma_P(t)$ na obu powierzchniach kontaktu próbki z prętami. Zgodnie z rys. 6 $\sigma_L(t) \equiv \sigma_S(L_2, t)$, $\sigma_P(t) \equiv \sigma_S(L_3, t)$. Obliczenia przeprowadzono przyjmując różne wartości stosunku wymiarów próbki s_0 a także dla próbek z materiałów o różnych własnościach: aluminium, duralu PA 47 oraz ołowiu. Uzyskane rezultaty wskazują, że względna wielkość różnic w naprężeniach $(\sigma_L - \sigma_P)(t)/\sigma_0$ jest większa dla materiałów o małej wartości stosunku naprężeń plastycznego płynięcia do gęstości właściwej σ_0/ρ , a także dla próbek dłuższych o większej wartości s_0 .

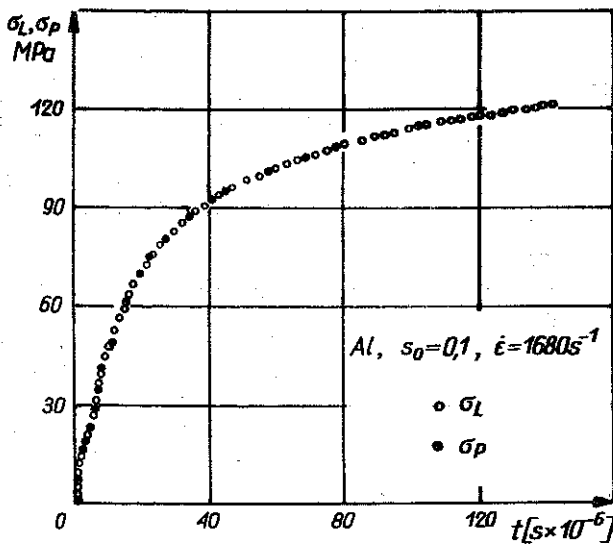


Rys. 16. Rozkład naprężeń w czasie na powierzchniach czołowych dla próbki z ołowiu

Na rys. 16 przedstawiono rozkłady naprężeń $\sigma_L(t)$ oraz $\sigma_P(t)$ dla próbki z ołowiu o stosunku wymiarów $s_0 = 0,5$. Ze względu na dużą różnicę w naprężeniach $(\sigma_L - \sigma_P)(t)$ korzystne jest w tym przypadku stosowanie próbek krótszych o małej wartości s_0 . Podobny wniosek dla próbek z ołowiu wynika z zależności (2.6) określającej optymalny stosunek wymiarów s_0 . Na rys. 17 i 18 przedstawiono rozkłady naprężeń $\sigma_L(t)$ i $\sigma_P(t)$ dla próbek aluminiowych o wartości $s_0 = 1$ oraz $s_0 = 0,1$. Widoczne jest, że względna wielkość różnicy w naprężeniach jest mniejsza niż dla ołowiu oraz, że znika prawie zupełnie dla próbki krótkiej o $s_0 = 0,1$. Dla próbki z duralu o dużej wartości stosunku σ_0/ρ uzyskano w porównaniu do próbek z ołowiu i aluminium kilkakrotnie mniejszą względną wartość różnicy w naprężeniach $(\sigma_L - \sigma_P)(t)/\sigma_0$.

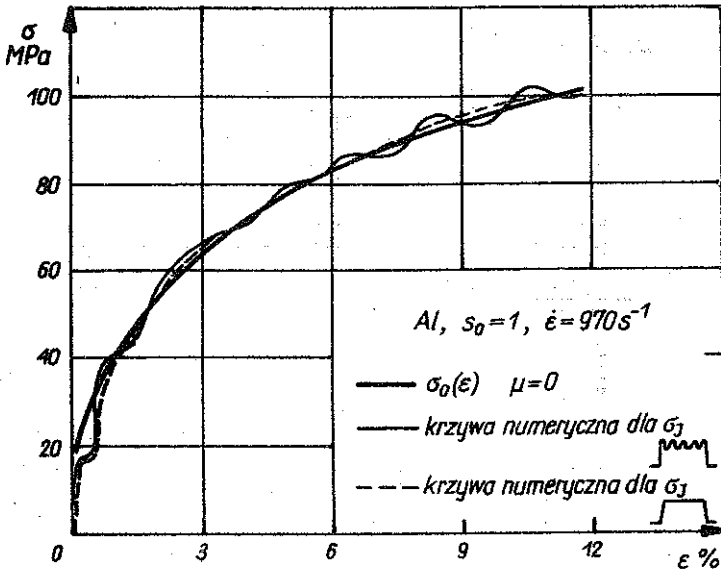


Rys. 17. Rozkład naprężeń w czasie na powierzchniach czołowych dla długiej próbki z aluminium



Rys. 18. Rozkład naprężeń w czasie na powierzchniach czołowych dla krótkiej próbki z aluminium

Na krzywej umocnienia $\sigma = \sigma(\epsilon)$ wyznaczanej metodą zmodyfikowanego pręta Hopkinsona występują zwykle oscylacje spowodowane efektami bezwładności poprzecznej. BERTHOLF i KARNES w pracy [1] wykazali, że oscylacje te są tym większe, im krótszy jest czas narastania impulsu początkowego σ_j . Wyniki obliczeń przeprowadzonych w obecnej pracy wskazują, że oscylacje na krzywej $\sigma = \sigma(\epsilon)$ mogą być również następstwem oscylacji w przebiegu



Rys. 19. Wpływ oscylacji w przebiegu impulsu inicjującego $\sigma_j(t)$ na wynikową krzywą $\sigma = \sigma(\epsilon)$

impulsu inicjującego $\sigma_j(t)$. Na rys. 19 przedstawiono porównanie krzywej $\sigma = \sigma(\epsilon)$ dla przypadku, gdy impuls $\sigma_j(t)$ wykazuje oscylacje typu Pochhammera-Chree oraz krzywej $\sigma = \sigma(\epsilon)$ obliczonej dla tego samego impulsu inicjującego po uśrednieniu oscylacji. Jest widoczne, że gdy wartość impulsu $\sigma_j(t)$ jest stała w czasie wówczas na krzywej umocnienia $\sigma = \sigma(\epsilon)$ występują tylko regularne oscylacje będące efektem propagacji fal wzdłużnych, natomiast gdy przebieg $\sigma_j(t)$ nie jest gładki wówczas pojawiają się nieregularne oscylacje o większej amplitudzie, zniekształcające rzeczywisty obraz poszukiwanej zależności $\sigma = \sigma(\epsilon)$.

7. WNIOSKI

Rezultaty uzyskane w obecnej pracy świadczą, że dla dokładnego wyznaczenia dynamicznej krzywej $\sigma = \sigma(\epsilon)$ metodą ściskania krótkich próbek walcowych w układzie zmodyfikowanego pręta Hopkinsona konieczne jest uwzględnienie wpływu tarcia na powierzchniach kontaktu próbki i prętów. Szczególnie duży wpływ tarcia zaznacza się na krzywych $\sigma = \sigma(\epsilon)$ dla próbek o stosunku wymiarów $s_0 < 0,5$.

Bezwładność próbki, ze względu na falowy charakter zjawiska powoduje oscylacje na dynamicznej krzywej $\sigma = \sigma(\epsilon)$. Amplituda oraz długość tych oscylacji są tym większe im większa jest długość h oraz gęstość materiału próbki ρ , a także im większa jest prędkość odkształcenia $\dot{\epsilon}$. Należy pod-

kreślić, że znaczenie efektów bezwładności próbki jest tym większe, im niższa jest wartość naprężeń plastycznego płynięcia badanego materiału.

Okazuje się, że istotne znaczenie może mieć również uwzględnienie przesunięcia w czasie impulsu transmitowanego $\sigma_T(t)$ o czas pierwszego przejścia fali obciążenia przez próbkę. Ze względu na to, że oscylacje w przebiegu impulsu inicjującego $\sigma_J(t)$ przenoszą się na poszukiwaną rzywną $\sigma = \sigma(\varepsilon)$, zniekształcając jej rzeczywisty obraz pożądanym jest, aby kształt impulsu $\sigma_J(t)$ jako funkcji czasu był gładki.

Na podstawie przeprowadzonej w pracy analizy można stwierdzić, że trwałe odkształcenie próbki odpowiadające zarejestrowanym impulsom σ_J , σ_R , σ_T jest wynikiem tylko jednego obciążenia impulsem σ_J , podczas gdy próbka może być jeszcze kilkakrotnie dociążana i dalej odkształcana powracającymi impulsami odbitymi σ_R . W rezultacie całkowite trwałe odkształcenie zmierzone po eksperymencie bezpośrednio z próbki może być większe niż określone w sposób przyjęty w metodzie zmodyfikowanego pręta Hopkinsona. Efekt wielokrotnych dociążeń próbki występuje wówczas, gdy wartość impulsu odbitego σ_R jest stosunkowo duża, co ma miejsce szczególnie dla próbek dłuższych oraz dla materiałów o małych wartościach naprężeń plastycznego płynięcia.

Ponieważ wpływ tarcia i bezwładności jak również innych czynników występujących w dynamicznym procesie ściskania zależy w dużym stopniu od stosunku wymiarów próbki s_0 przeto celowe jest dla zwiększenia dokładności badanie próbek o odpowiednich wartościach s_0 . Jak świadczą wyniki uzyskane w obecnej pracy dla warunków podobnych do występujących w przeprowadzonym eksperymencie, tzn. dla próbek o średnicy $d = 14$ mm oraz $\dot{\varepsilon} = 50 \times 10^6$ 1/s², optymalna wartość s_0 dla różnych materiałów zawiera się w granicach od 0,1 do 1,5. Wartość ta zależy bezpośrednio od stosunku naprężenia ściskającego do gęstości materiału próbki σ_z/ρ i pod tym względem można wyróżnić dla celów praktycznych trzy grupy materiałów. Dla materiałów takich jak tytan i konstrukcyjne stopy aluminium o wysokich wartościach naprężeń plastycznego płynięcia $\sigma_0(\varepsilon)$, a więc i $\sigma_z(\varepsilon)$ oraz małej gęstości właściwej ρ , a także dla stali — celowe jest używanie do badań próbek o wartości s_0 w granicach $1 < s_0 < 1,5$. Natomiast dla materiałów ciężkich o niskich wartościach naprężeń $\sigma_0(\varepsilon)$, do których można zaliczyć ołów, bardziej odpowiednie są próbki określone stosunkiem wymiarów s_0 w granicach $0,1 < s_0 < 0,5$. Do trzeciej pośredniej grupy, do której można zaliczyć np. aluminium, miedź oraz niektóre stopy miedzi, optymalne wartości s_0 zawarte są w granicach $0,5 < s_0 < 1$.

Ogólnym wnioskiem przeprowadzonej analizy jest, że dla uzyskania odpowiedniej dokładności wyników badań na zmodyfikowanym pręcie Hopkinsona należy stosować próbki o optymalnej wartości stosunku wymiarów s_0 , a także przez właściwe opracowanie danych doświadczalnych eliminować błędy wywołane różnymi czynnikami.

LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. L. D. BERTHOLF, G. M. KARNES, *Two dimensional analysis of the split Hopkinson pressure bar*, J. Mech. Phys. Solids, **23**, 1, 1975.
2. U. S. LINDHOLM, *Some experiments with the split Hopkinson pressure bar*, J. Mech. Phys. Solids, **12**, 317, 1964.
3. M. COOK, E. C. LARKE, *Resistance of copper and copper alloys to homogeneous deformation in compression*, J. Inst. Metals, **71**, 371, 1945.
4. E. D. DAVIES, S. G. HUNTER, *The dynamic compression testing of solids by the method of the split-Hopkinson pressure bar*, J. Mech. Phys. Solids, **11**, 155, 1963.
5. S. K. SAMANTA, *Dynamic deformation of aluminium and copper at elevated temperatures*, J. Mech. Phys. Solids, **19**, 117, 1971.
6. I. KLEPACZKO, Z. MALINOWSKI, *Dynamic frictional effects as measured from the split Hopkinson pressure bar*, IUTAM Symposium, Tokyo 1977.
7. Z. MALINOWSKI, *O pewnej metodzie analizy wpływu tarcia w procesie plastycznego ściskania próbki walcowej*, Mech. Teoret. i Stos., **14**, 347, 1976.
8. J. Z. MALINOWSKI, I. R. KLEPACZKO, *An unified analytical and numerical approach to specimen behaviour in the split-Hopkinson pressure bar*, Int. J. of Mech. Sci., **28**, 381, 1986.
9. J. L. RAND, I. W. JACKSON, *The split Hopkinson pressure bar. Behaviour of dense media under high dynamic pressures*, Gordon and Breach, New York 1967.

РЕЗЮМЕ

АНАЛИЗ ПРОЦЕССА СЖАТИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ОБРАЗЦА
В СИСТЕМЕ МОДИФИЦИРОВАННОГО СТЕРЖНЯ ГОПКИНСОНА

В настоящей работе проведён анализ влияния трения, продольных и поперечных инерционных сил и распространения упруго-пластических волн на результаты экспериментов модифицированного метода стержня Гопкинсона. Дается численное решение динамической задачи сжатия образца в системе модифицированного стержня Гопкинсона. Был тоже проведён эксперимент с образцами различающимися отношением $s_0 = h_0/d_0$, высоты к диаметру, для десяти разных значений этого отношения в диапазоне $s_0 = 0.1-1.0$. Был предложен энергетический метод анализа влияния трения в процессе динамического сжатия цилиндрического образца. Благодаря этому, можно было определить оптимальное отношение размеров образца. Так как в численном решении было учтено влияние трения, стало возможным сравнение численных и экспериментальных результатов. Как численные расчёты, так и эксперимент указывают на возможность появления многократных догрузок образца из за отражённых импульсов Π_R , попадающих обратно в образец.

SUMMARY

CYLINDRICAL SPECIMEN COMPRESSION ANALYSIS IN THE SPLIT
HOPKINSON PRESSURE BAR SYSTEM

The paper deals with the problem of analysis of the effects of friction, axial and radial forces and elastic-plastic wave propagation upon the experimental results obtained by the split Hopkinson pressure bar method. Problem of dynamic compression of the

specimen is solved numerically, and experimental results are presented for ten specimens of various length-to-diameter ratio $s = h_0/d_0$ ranging from 0.1 to 1.0. Energy method is proposed to describe the friction effect in the dynamic compression process what makes it possible to determine the optimum proportions of the specimen. Accounting for the friction effects enables direct comparison of theoretical and experimental results; both of them show the possibility of multiple reloading of the specimen caused by reflected σ_R stress pulses returning to the specimen.

POLSKA AKADEMIA NAUK
INSTYTUT PODSTAWOWYCH PROBLEMÓW TECHNIKI

Praca została złożona w Redakcji dnia 24 kwietnia 1987 r.
