

NUMERYCZNA ANALIZA TARCZ CIENKOŚCIENNYCH W STANIE PRZED I POKRYTYCZNYM POKRYCIA

ELŻBIETA PANKIEWICZ (BIAŁYSTOK) i JERZY JACHIMOWICZ
(WARSZAWA)

W pracy przedstawiono metodę rozwiązywania zagadnienia cienkościennych tarcz w przed i pokrytycznej fazie pracy pokrycia. Zamiast rzeczywistej konstrukcji przyjęto model półskorupowy. Obliczenia konstrukcji po osiągnięciu naprężeń krytycznych w ściankach pokrycia przeprowadzono wg teorii niepełnego pola ciągnięć. Opracowano program numeryczny wyznaczający obciążenie krytyczne, naprężenia we wszystkich elementach układu, przemieszczenia punktów węzłowych — naroży ścianek, odkształcenia prętów szkieletu oraz nośność graniczną cienkościennej tarczy. Wyniki obliczeń wykazały zgodność z doświadczalnymi, opisanymi w cytowanej literaturze.

1. WSTĘP

Analizę wielu przestrzennych konstrukcji metalowych można w przybliżeniu sprowadzić do analizy tarcz. Cienkościennie tarcze są stosowane jako elementy konstrukcji w samolotach, nadwoziach samochodowych, nadwoziach wagonów kolejowych i szeregu konstrukcji budownictwa przemysłowego. Rozwiązanie zagadnienia tarcz cienkościennych w zakresie sprężystym przed utratą stateczności nie przysparza trudności obliczeniowych. Można je bowiem rozwiązać numerycznie za pomocą metody elementów skończonych lub klasycznej teorii konstrukcji cienkościennych tworząc model półskorupowy.

W wielu konstrukcjach (np. samolotowych) ze względu na konieczność zmniejszenia ciężaru do minimum, dopuszcza się pracę cienkościennych elementów tarczowych po utracie stateczności ścianek pokrycia. Numeryczne określenie stanu naprężenia, odkształcenia i przemieszczenia konstrukcji, której elementy (ścianki pokrycia) utraciły stateczność metodą elementów skończonych wymagałoby wprowadzenia dużej ilości dodatkowych stopni swobody wewnątrz każdej, ukośnie sfalowanej ścianki, co w bardzo dużym stopniu zwiększałoby czas obliczeń oraz niezbędną pamięć komputera.

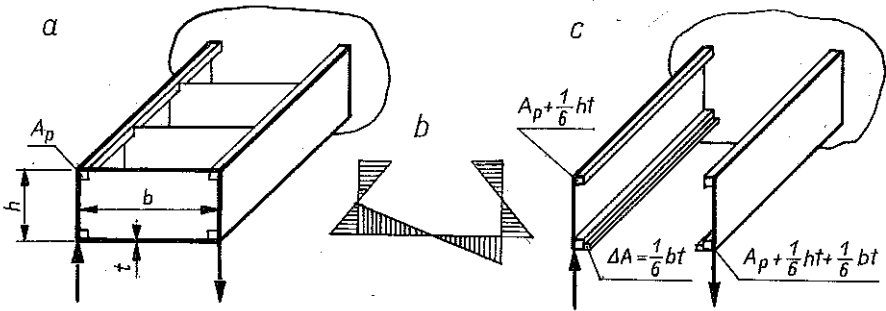
W pracy przedstawiono metodę obliczania cienkościennych tarcz zastępując układ półskorupowy płaskim układem kratownicowym. W rezultacie uzyskano skrócenie czasu obliczeń oraz możliwości wykorzystania łatwo dostępnych programów numerycznych rozwiązywania płaskich układów prętowych.

Analizę konstrukcji półskorupowej po przekroczeniu jej obciążenia krytycznego, przeprowadzono uwzględniając zmienną sztywność wyboczonej ścianki pokrycia przez zmienny na każdym kroku przyrostu obciążenia moduł odkształcenia postaciowego G . Proponowana metoda dotyczy prostokątnych, cienkościennych elementów tarczowych, odkształcających się po utracie stateczności pokrycia wg teorii opartej w znacznej mierze na bogatym materiale doświadczalnym, tzw. teorii niepełnego pola ciągnięć. Obliczenia obejmują sprężystą pracę konstrukcji do momentu osiągnięcia naprężeń krytycznych w pokryciu, odpowiadających utracie stateczności przez ściankę oraz analizę przyrostową w czasie pokrytycznej pracy pokrycia do osiągnięcia nośności granicznej konstrukcji.

Metoda pozwala określić siłę krytyczną, czyli obciążenie w chwili utraty stateczności przez ścianki elementów cienkościennych. W nadkrytycznej fazie pracy tarcz następuje redystrybucja naprężeń. Rozkład naprężeń w elementach konstrukcji wyznaczono wg teorii niepełnego pola ciągnięć. Proponowana metoda pozwala określić obciążenie w chwili powstania odkształceń trwałych w elementach oraz wyznacza nośność graniczną układu. Na każdym kroku analizy przyrostowej sprawdzana jest wytrzymałość wszystkich elementów konstrukcji, wyznaczane są odkształcenia elementów i przemieszczenia węzłów, punktów narożnych ścianek pokrycia.

2. KLASYCZNY MODEL PÓLSKORUPOWY

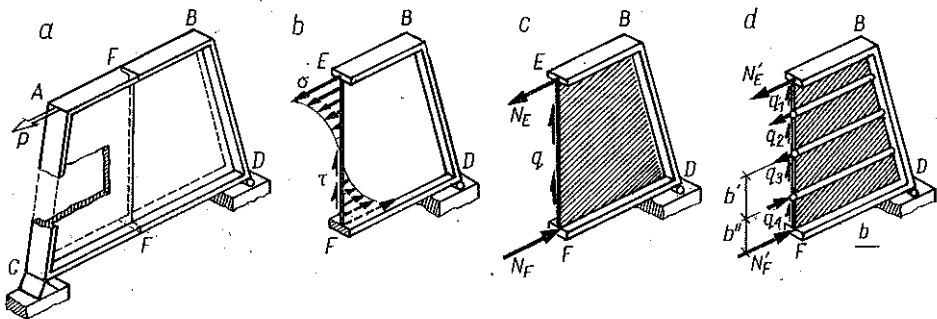
W drugiej połowie lat trzydziestych ukazało się w Niemczech szereg prac teoretycznych dotyczących obliczeń cienkościennych, żebrowanych konstrukcji kadłubów samolotów [1, 2 i 3]. Trudności w wyznaczaniu naprężeń i odkształceń tego typu konstrukcji spowodowały konieczność przyjęcia wielu uproszczeń. Pominęto przede wszystkim pracę zgięciową pokrycia i usztywnień wzdłużnych (tzw. podłużnic). W przypadkach niewielkiej liczby podłużnic na obwodzie, mających znaczne pola przekrojów poprzecznych oraz cienkiego pokrycia — pomijano również zdolność tego pokrycia do przenoszenia naprężeń normalnych, pozostawiając mu jedynie możliwość przenoszenia naprężeń stycznych [3]. Prace te zawierały więc elementy koncepcji modelu półskorupowego, ale za twórcę tej koncepcji uważany jest P. CICALA [4 i 5], który w swoich pracach opublikowanych w latach 1947–1948 zgrupował jako pierwszy całą powierzchnię przekroju poprzecznego kadłuba, biorącą udział w pracy naprężeń normalnych — w rozważaniach zastąpił powierzchnię krojów poprzecznych podłużnic. Pokryciu pozostawił Cicala możliwość pracy jedynie na ścinanie. Prace teoretyczne nad zastosowaniem modeli półskorupowych kontynuuje wielu teoretyków, wśród których warto wymienić LANGHARA i SMITHA [6], Mc COMBA [7], ARGYRISA [8] i KUHN [10].



Rys. 1. a) Konstrukcja otwartej od góry skrzynki cienkościennej. b) Rozkład naprężeń normalnych dla obciążenia z rys. 1a. c) Model półskorupowy ($t =$ grubość pokrycia; wymiary na rys. 1a) dla danych obciążeń

Wyczerpujące omówienie sposobów tworzenia i obliczeń modeli półskorupowych w języku polskim daje publikacja Z. BRZOSKI [9]. Wraz z rozwojem metod komputerowych, szczególnie metody różnic skończonych i metody elementów skończonych, modele półskorupowe są coraz częściej stosowane w analizach stanów naprężeń i odkształceń, czego przykładami mogą być prace [7 i 8]. Z tego też powodu znaczna część liczących się na świecie systemów obliczeniowych MES takich jak np: NASTRAN, SAPIV, ASAS czy DESAP posiada elementy półskorupowe.

Istotą modelu półskorupowego (rys. 1) jest rozdzielenie funkcji pracy elementów konstrukcji: praca naprężeń normalnych realizowana jest jedynie przez elementy jednowymiarowe (pręt przegubowy, belka), praca zaś naprężeń stycznych (ściananie) realizowana jest jedynie przez elementy pokrycia. W wyniku tego założenia konieczne jest odpowiednie do charakteru pracy konstrukcji myślowe zastąpienie materiału konstrukcji modelowymi podłużnicami lub poprzecznymi elementami. Przykład tworzenia takiego modelu ilustruje rys. 1.

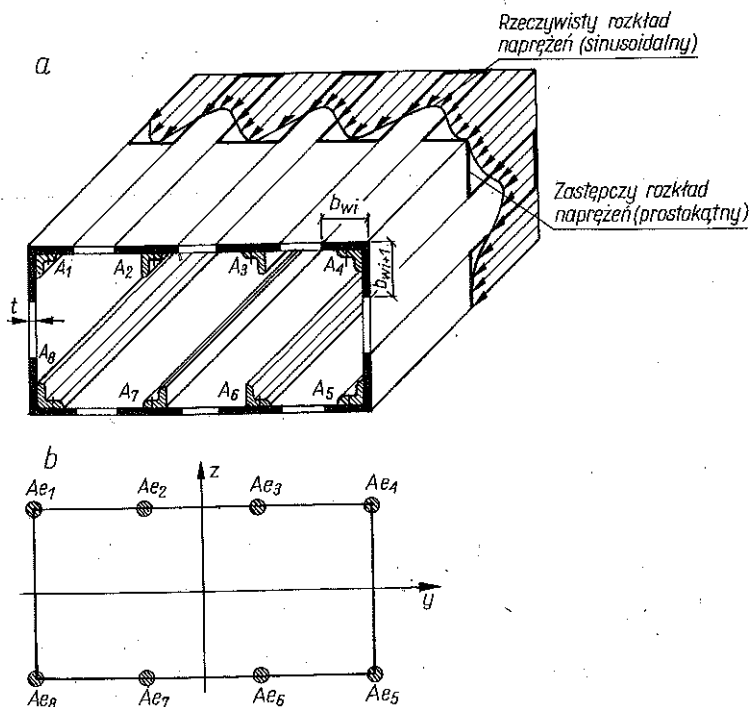


Rys. 2. Wprowadzenie fikcyjnych prętów zastępczych [9]. a) Szkic konstrukcji. b) Rzeczywisty rozkład naprężeń σ . c) Stan napięć w ustroju maksymalnie uproszczonym. d) Stan napięć po wprowadzeniu fikcyjnych prętów zastępczych

Pole przekroju poprzecznego elementów jednowymiarowych zostało tam zastąpione polem czterech podłużnic, a grubość pokrycia pozostała taka sama. W celu zwiększenia dokładności obliczeń można zagęścić liczbę modelowych podłużnic czy elementów poprzecznych (rys. 2).

Do zalet modelu półskorupowego zalicza się: 1) uproszczenie schematu pracy konstrukcji, co jest zaletą dla konstruktorów, 2) możliwość modelowania pracy konstrukcji przed i po utracie stateczności pokrycia na ściskanie, 3) uzyskanie stosunkowo dobrej dokładności obliczeń w porównaniu z wieloma klasycznymi i nowoczesnymi (MES) modelami (szczególnie w modelach prostych o małej liczbie elementów i stopni swobody [13]).

Model półskorupowy odzwierciedlający pracę konstrukcji w nadkrytycznym stanie dla elementów pokrycia można uzyskać przez „przydzielenie” odpowiednio obliczonego pola przekroju poprzecznego współpracującego z usztywnieniem pokrycia. Koncepcję tę pierwszy dał T. von Kármán, a za nim wykorzystywała ją wielu innych, opracowując swoje wzory na tzw. szerokość współpracującą (rys. 3). Należy do nich poza Kármánem–Marguerre, Sechler, Koiter, Cox i inni. Zestawienie różnych wzorów na szerokości współpracujące daje np. [11]. Uwzględnienie utraty stateczności przy ścinaniu



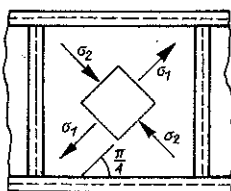
Rys. 3. Tworzenie modelu półskorupowego po utracie stateczności przy ściskaniu. a) Przekroje usztywnień: A_1, A_2, \dots, A_8 , b_{wi} szerokość współpracująca pokrycia, $A_{wi} = b_{wi} t$ oznacza pole współpracujące. b) Zastępczy przekrój w postaci efektywnych pól: A_{ei} ($i = 1, 8$), pole powierzchni $A_{ei} = A_i + (b_{wi-1} + b_{wi}) t$

stwarza częste trudności, gdyż wiele konstrukcji cienkościennych ma elementy pokrycia tracące stateczność w normalnym stanie pracy dla obciążeń dopuszczalnych w eksploatacji. W praktyce przekroczenie obciążenia, które powoduje utratę stateczności ścianek pokrycia, przy odpowiedniej ich grubości nie powoduje natychmiastowego jej zniszczenia i konstrukcja może przenosić działanie obciążeń znacznie wyższych.

Jak wskazuje przy tym doświadczenie, przekroczenie tego obciążenia powoduje pojawienie się biegnących ukośnie i mniej więcej równoległych do siebie fałd.

Pracę konstrukcji po utracie stateczności opisuje teoria niezupełnego pola ciągnięć, której granicznym przypadkiem jest stan idealnego pola ciągnięć. Opisy pracy konstrukcji wg tej teorii można znaleźć np. u [9 i 10] lub [15], a omówienie modeli teoretycznych obliczania nośności granicznej układów, których elementy pracują w stanach nadkrytycznych zawiera praca [14].

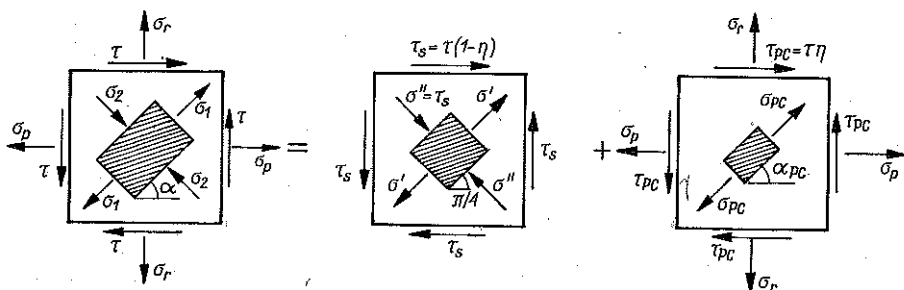
Przy obciążeniu wyższym od krytycznego rozkład naprężeń w ściance pokrycia konstrukcji półskorupowej w stosunku do stanu przed wyboczeniem ulega zasadniczej zmianie, o ile bowiem przed wystąpieniem naprężeń kry-



Rys. 4. Praca pokrycia przed utratą stateczności

tycznych w ściance naprężenia główne σ_1 i σ_2 były sobie równe, tj. $|\sigma_1| = |\sigma_2| = \tau$ (stan czystego ścianania), to po wyboczeniu występują różnice między wartościami tych naprężeń. Wzrost obciążenia powyżej krytycznego równoważony jest głównie przez wzrost naprężeń rozciągających.

Według teorii niezupełnego pola ciągnięć całkowite średnie naprężenie styczne τ jest sumą dwóch składników (rys. 5), z których pierwszy τ_s przed-



Rys. 5. Praca ścianki pokrycia po utracie stateczności

stawia stan czystego ścinania, drugi zaś τ_{PC} odpowiada pracy konstrukcji wg pola ciągnięć:

$$(2.1) \quad \tau = \tau_s + \tau_{PC},$$

$$(2.2) \quad \begin{aligned} \tau_{PC} &= \eta \tau, \\ \tau_s &= (1 - \eta) \tau; \end{aligned}$$

$$(2.3) \quad \tau = \frac{T}{h\delta},$$

T oznacza siłę tnącą w przekroju poprzecznym ścianki pokrycia. Współczynnik η ($0 \leq \eta \leq 1$) charakteryzujący w jakim stopniu obciążenie przeniesione jest pod postacią niezupełnego pola ciągnięć, można przedstawić wzorem ustalonym doświadczalnie [9, 10 i 14].

$$(2.4) \quad \eta = \operatorname{tgh} \left(0,5 \log_{10} \frac{\tau}{\tau_{kr}} \right).$$

Z warunków równowagi wycinka ścianki można wyznaczyć naprężenia:

$$(2.5) \quad \begin{aligned} \sigma_{PC} &= \frac{2\eta\tau}{\sin 2\alpha}, \\ \sigma_r &= \tau\eta \operatorname{tg} \alpha, \\ \sigma_p &= \tau\eta \operatorname{ctg} \alpha, \end{aligned}$$

oraz naprężenia główne w ściance

$$(2.6) \quad \sigma_1 = \frac{2\tau\eta}{\sin 2\alpha} + \tau(1 - \eta) \sin 2\alpha, \quad \sigma_2 = -\tau(1 - \eta) \sin 2\alpha.$$

W rzeczywistości pokrycie całkowicie współpracuje z prętami szkieletu w przenoszeniu naprężeń normalnych. Współpracę tę uwzględnia się zwiększając przekroje prętów szkieletu tak, aby siła przeniesiona przez zastępczy pręt była równa sile przenoszonej w ustroju rzeczywistym przez pręt szkieletu i współpracujący z nim pasek pokrycia. Zmodyfikowane pole przekroju poprzecznego można wyznaczyć np. ze wzorów [9] (rys. 3):

$$(2.7) \quad \begin{aligned} (A_p)_{zast} &= A_p + h_w \delta + \Delta h \delta, \\ (A_r)_{zast} &= A_r + b_w \delta; \end{aligned}$$

$$(2.8) \quad \begin{aligned} h_w &= 0,5(1 - \eta) h, \\ b_w &= 0,5(1 - \eta) b, \end{aligned}$$

gdzie A_p , A_r oznaczają odpowiednio pole przekroju poprzecznego prętów poziomych i pionowych (dla prętów pionowych jednostronnych względem pokrycia $A_r = A_{re}$),

$$(2.9) \quad A_{re} = \frac{A_r}{1 + \left(\frac{h_1}{i_z}\right)^2},$$

h oznacza wysokość rozpórki, b długość pręta poziomego szkieletu konstrukcji, δ grubość pokrycia, h_w szerokość współpracująca pokrycia, h_1 odległość środka ciężkości przekroju rozpórki od osi pokrycia, i_z promień bezwładności tego przekroju względem osi z , przechodzącej przez jego środek i równoległej do ścianki pokrycia.

Z warunku plastyczności Hubera-Misesa wynika, że przy przekroczeniu przez σ_i ,

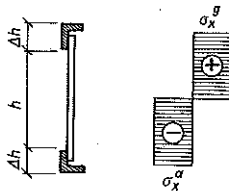
$$(2.10) \quad \sigma_i = \sqrt{(\sigma_p + \sigma_x)^2 + \sigma_r^2 - (\sigma_p + \sigma_x) \sigma_r + 3\tau^2},$$

granicy plastyczności przy rozciąganiu jednoosiowym σ_0 pojawią się trwałe odkształcenia (ukośne zmarszczenia pokrycia, nie znikające po zdjęciu obciążenia). Dalsze zwiększenie obciążenia powoduje pogłębianie się fałd do momentu zniszczenia tarczy. Liniowo zmienny rozkład naprężeń normalnych σ_x wzdłuż wysokości ścianek [14] zastąpiono przybliżonym rozkładem prostokątnym (rys. 6):

$$(2.11) \quad \sigma_x^g = \frac{P_g}{(A_p)_{zast}}, \quad \sigma_x^d = \frac{P_d}{(A_p)_{zast}},$$

$$(2.12) \quad P_g = \frac{M}{h} - T\eta \operatorname{ctg} \alpha;$$

$$P_d = -\frac{M}{h} - T\eta \operatorname{ctg} \alpha.$$



Rys. 6. Rozkład naprężeń normalnych w ściance pokrycia

Zniszczenie tarczy może nastąpić przez rozerwanie pokrycia lub zniszczenie prętów szkieletu układu.

Wytrzymałość poszczególnych elementów tarczy, pracującej w stanie niepełnego pola ciągnięć, można określić przyrównując naprężenia w tych elementach do naprężeń dopuszczalnych dla tego elementu w sposób następujący:

a) Naprężenia w pasach oblicza się ze wzorów:

$$(2.13) \quad (\sigma_g)_{\max} = \frac{P_g}{(A_p)_{\text{zast}}} + \frac{M_{\max}}{W}, \quad (\sigma_d)_{\max} = \frac{P_d}{(A_p)_{\text{zast}}} - \frac{M_{\max}}{W};$$

$$(2.14) \quad M_{\max} = K_M \frac{\tau \delta \eta b^2 \operatorname{tg} \alpha}{12},$$

gdzie K_M oznacza współczynnik podatności pasów, W wskaźnik wytrzymałości przekroju poprzecznego pasa na zginanie.

b) Naprężenia w prętach pionowych (rozpórkach) można określić ze wzoru

$$\sigma_r = \frac{P_r}{(A_r)_{\text{zast}}}.$$

c) Stan naprężenia w pokryciu określa się wg wzoru (2.10). W obliczeniach należy uwzględnić zmienny moduł odkształcenia postaciowego G_{NPC}

$$(2.15) \quad \frac{1}{G_{\text{NPC}}} = \frac{1-\eta}{G} + \frac{\eta}{G_{\text{PC}}},$$

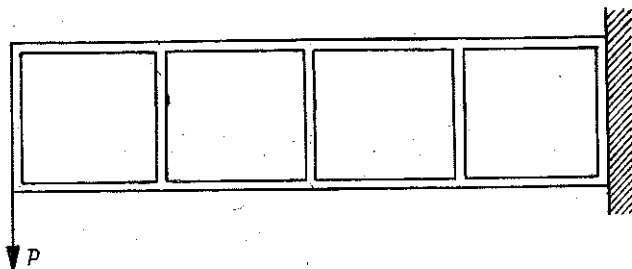
$$\frac{E_b}{G_{\text{PC}}} = 4 + \frac{2E_b b \delta}{E_r (A_r)_{\text{zast}}} \sin^2 \alpha + \frac{E_b h \delta}{E_p (A_p)_{\text{zast}}} \cos^2 \alpha.$$

Kąt α można wyznaczyć z analizy odkształceń konstrukcji

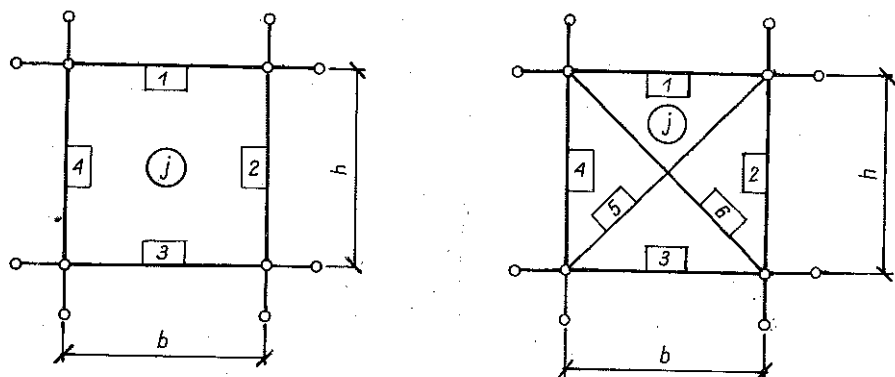
$$(2.16) \quad \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{\varepsilon - \varepsilon_p}{\varepsilon - \varepsilon_r}.$$

3. ANALIZA TARCZY W STANIE SPRĘŻYSTYM

Konstrukcję półskorupową (rys. 7), w której ścianki przenoszą wyłącznie naprężenia styczne, a pasy i rozpórki naprężenia normalne, można traktować jako model dyskretny, którego elementami są pręty szkieletu i ścianki pokrycia.



Rys. 7. Schemat konstrukcji półskorupowej



Rys. 8. Element układu półskorupowego i element zastępczego układu kratowniczego

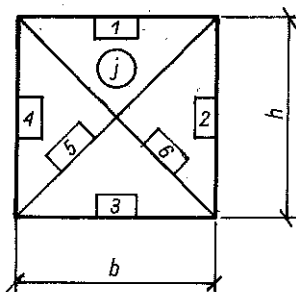
W celu usprawnienia obliczeń oraz możliwości wykorzystania istniejących programów, analizujących płaskie układy kratownicowe, zastąpiono ściankę dwoma prętami ukośnymi, których przekroje poprzeczne wyznaczono przyjmując założenie, że przemieszczenia węzłów układu półskorupowego muszą być takie same, jak zastępczego układu kratowniczego (rys. 8). Spełnienie tego warunku wymaga, aby wyrazy macierzy sztywności obu układów były sobie równe.

Przekroje poprzeczne prętów ukośnych zastępczego układu kratowniczego określone są za pomocą wzoru (rys. 9)

$$(3.1) \quad A_{5,6} = \frac{6 \sqrt{b^2 + h^2}}{E \cos^2 \beta \left(\frac{b}{E_1 A_1} + \frac{h^3}{b^2 E_2 A_2} + \frac{b}{E_3 A_3} + \frac{h^3}{b^2 E_4 A_4} + \frac{12h}{bG\delta} \right)},$$

gdzie E oznacza moduł Younga materiału pokrycia, E_i moduł Younga i -tego pręta $i = 1, 2, 3, 4$ (rys. 9), δ grubość ścianki, G moduł Kirchhoffa, b, h wymiary ścianki, A_i pola przekroju poprzecznego i -tego pręta $i = 1, 2, 3, 4$ oraz β kąt nachylenia prętów ukośnych do poziomu.

Mając określone wg wzoru (3.1) pola przekroju poprzecznego prętów ukośnych, można rozwiązać układ zastępczy za pomocą dowolnego znanego



Rys. 9. Numeracja elementów zastępczego układu kratowniczego

programu, rozwiązującego płaskie układy kratowe. Przemieszczenia węzłów oraz odkształcenia prętów zastępczego układu kratowniczowego i modelu półskorupowego będą takie same, a obliczane dla konstrukcji półskorupowych siły w prętach szkieletu w przekrojach przywęzłowych można określić ze wzorów

$$(3.2) \quad \begin{aligned} N'_{1j} &= -S_{1j} - S_{6j} \cos \beta, \\ N''_{1j} &= S_{1j} + S_{5j} \cos \beta. \end{aligned}$$

Wzory (3.2) wyznaczają siły w przekrojach przywęzłowych pręta nr 1 (rys. 9). Siły w przekrojach przywęzłowych w prętach 2, 3, 4 wyznacza się z podobnych wzorów.

Wydatek styczny oraz naprężenia styczne w ściankach pokrycia oblicza się wg wzorów

$$\begin{aligned} q_j &= \frac{N''_{1j} - N'_{1j}}{b_j}, \\ \tau_j &= \frac{q_j}{\delta_j}, \end{aligned}$$

gdzie S_{ij} oznacza siły obliczone w zastępczym układzie kratownicowym w i -tym pręcie przylegającym do j -tej ścianki, j numer kolejny ścianki, i numer pręta usztywniającego ściankę oraz N'_{ij} , N''_{ij} siły w przekrojach przywęzłowych z prawej i lewej strony i -tego pręta.

4. PRZYROSTOWA ANALIZA TARCZY

PO UTRACIE STATECZNOŚCI PRZEZ ŚCIANKI POKRYCIA

Po przekroczeniu obciążenia, powodującego utratę stateczności ścianek układu półskorupowego, charakter konstrukcji ulega zasadniczym zmianom. Pracę konstrukcji opisuje teoria niepełnego pola ciągnięń.

Zmiany charakteru pracy konstrukcji zostały uwzględnione w obliczeniach. Wprowadzono ustalony doświadczalnie współczynnik η (wzór (2.4)). Współczynnik ten musi być aktualizowany dla każdego kroku analizy przyrostowej. Zmienną szerokość pasm pokrycia, współpracujących z prętami szkieletu, obliczono ze wzorów (2.7) i (2.8). Kąt nachylenia ukośnych sfalowań pola ciągnięń, malejący wraz ze wzrostem obciążenia, wyznaczono ze wzoru (2.16), przy czym

$$(4.1) \quad \varepsilon = \frac{\tau}{E_b} \left[\frac{2\eta}{\sin 2\alpha} + (1 + \eta)(1 - \eta) \sin 2\alpha \right],$$

$$\varepsilon_p = -\frac{\tau h \delta \eta \operatorname{ctg} \alpha}{2E_p (A_p)_{\text{zast}}}, \quad \varepsilon_r = -\frac{\tau \delta b \eta \operatorname{tg} \alpha}{E_r (A_r)_{\text{zast}}}$$

Naprężenia normalne w ściance pokrycia obliczono ze wzoru (2.11) i wg rys. 6.

Efektom działania tych naprężeń są następujące siły w prętach szkieletu układu półskorupowego w pasach

$$(4.2) \quad P_p = -\eta \tau h \delta \operatorname{ctg} \alpha,$$

i w rozpórkach

$$(4.3) \quad P_r = -\eta \tau b \delta \operatorname{tg} \alpha.$$

Naprężenia normalne σ_p , działające prostopadłe do osi prętów poziomych (pasów), powodują ich zginanie. Maksymalny moment zginający pochodzący od tych naprężeń można obliczyć wg wzoru (2.14). Rozpórki skrajne są dodatkowo zginane przez naprężenia σ_p , a maksymalny moment zginający jest mniejszy od wartości $\sigma_p h^2/8$ ze względu na sztywne połączenia z pasami.

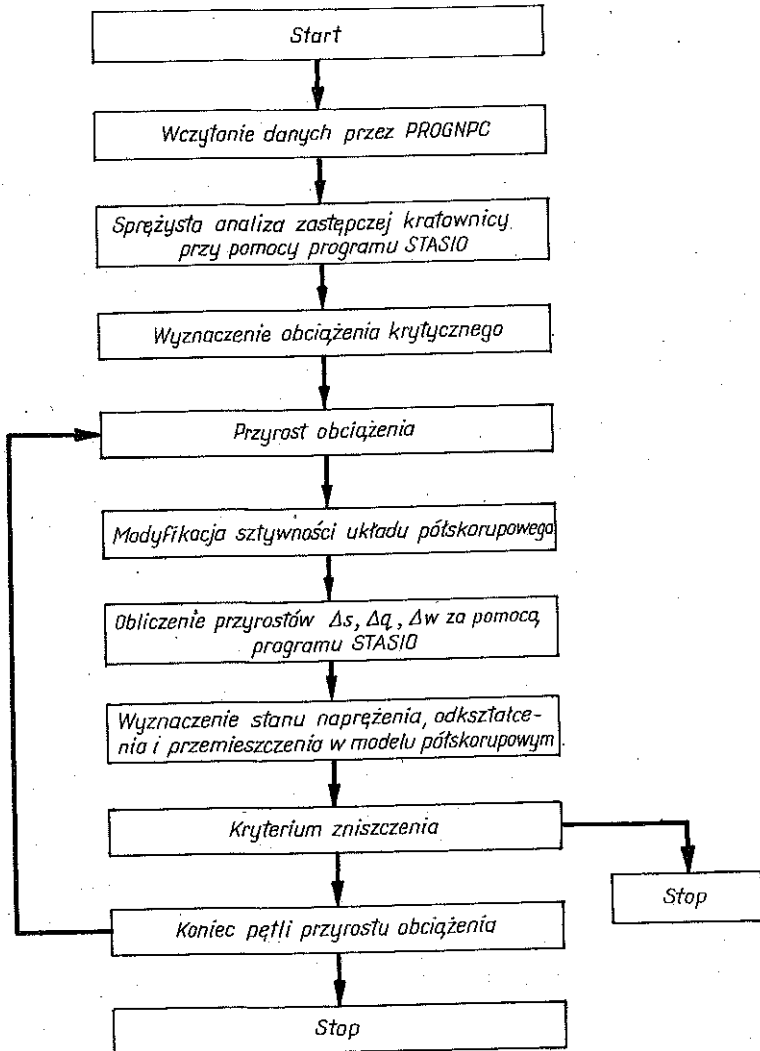
Szywność pokrycia, która przed utratą stateczności była stała w stanie niepełnego pola ciągnięć, zmienia się wraz ze wzrostem obciążenia. Moduł Kirchhoffa można obliczyć ze wzoru (2.15). Zmienny moduł odkształcenia postaciowego G_{NPC} uwzględniono przy obliczaniu pola przekroju prętów ukośnych zastępczego układu kratownicowego. Stan naprężenia w pokryciu określono według wzoru (2.10).

5. OPIS PROGRAMU

Do analizy cienkościennych układów tarczowych wg metody proponowanej w niniejszej pracy opracowano program o nazwie PROGNPC na komputer Odra 1305 w języku FORTRAN. Program ten wykonuje wszystkie obliczenia dotyczące układów półskorupowych oraz przygotowuje dane do programu STASIO-82 [19], liczącego zastępczy układ kratownicowy. Dane do obu programów wczytywane są przez program PROGNPC i dotyczą kształtu układu, stałych materiałowych i obciążenia. Numerację prętów układu przyjęto wg rys. 9.

Dla każdego przyrostu obciążenia drukowane są wartości naprężeń we wszystkich elementach konstrukcji, wydatek i naprężenia styczne w ściankach, przemieszczenia punktów węzłowych (naroża ścianek), odkształcenia prętów szkieletu, kąt α_{NPC} nachylenia ukośnych sfalowań pokrycia, wartości modułu odkształcenia postaciowego G_{NPC} oraz siły w przekrojach przywęzłowych szkieletu tarczy. Program podaje również informacje o wystąpieniu odkształceń trwałych w elementach i o przyczynie zniszczenia konstrukcji.

Współpracę obu programów zrealizowano poprzez system operacyjny GEORGE 3. Schemat współdziałania przedstawiono na rys. 10. Program PROGNPC wczytuje wszystkie informacje dotyczące konstrukcji i drukuje dane do programu „STASIO”, rozwiązującego układ zastępczy metodą sił.



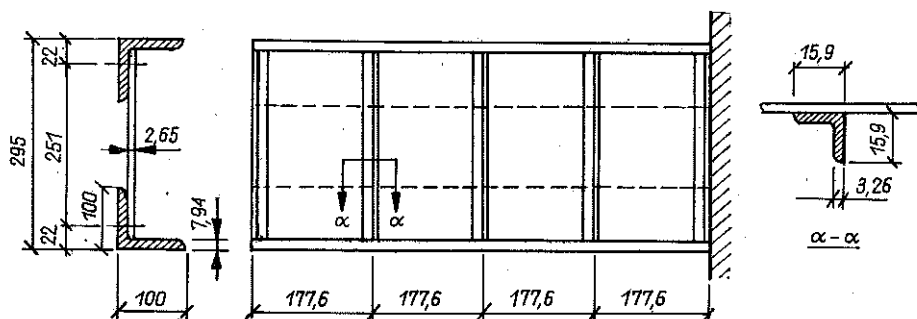
Rys. 10. Schemat współdziałania programów PROGNPC i STASIO

Po obliczeniu układu zastępczego program PROGNPC rozwiązuje tarcze w zakresie sprężystym i wyznacza obciążenie krytyczne. Następnie zwiększane jest obciążenie, modyfikowana jest macierz sprężystości układu; liczona jest zastępcza kratownica i na podstawie otrzymanych wyników z układu zastępczego

czego, wyznaczane są wielkości charakterystyczne dla tarcz cienkościennych. Obliczenia prowadzone są do momentu, gdy w którymś z elementów nie zostaną przekroczone naprężenia dopuszczalne.

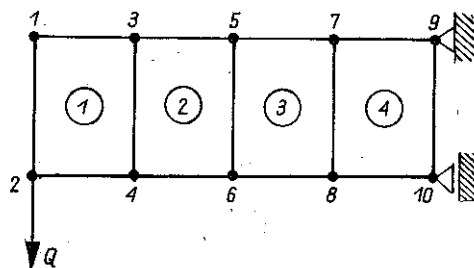
6. PRZYKŁADY

Jako pierwszy przykład rozwiązano zagadnienie tarczy wspornikowej zamieszczonej w pracy [10] z rys. 11. Należało określić wielkość obciążeń dopuszczalnego i niszczącego dla tej tarczy wykonanej ze stopu duralumi-



Rys. 11. Dane dla przykładu nr 1

nium 23S-T3 i obciążonej jak to pokazano na rys. 12. Ścianki połączone są z rozpórkami za pomocą śrub z podkładkami. Stałe materiałowe stopu 24S-T3: moduł Younga $E = 7450 \text{ kN/cm}^2$, współczynnik Poissona $\nu = 0,3$,



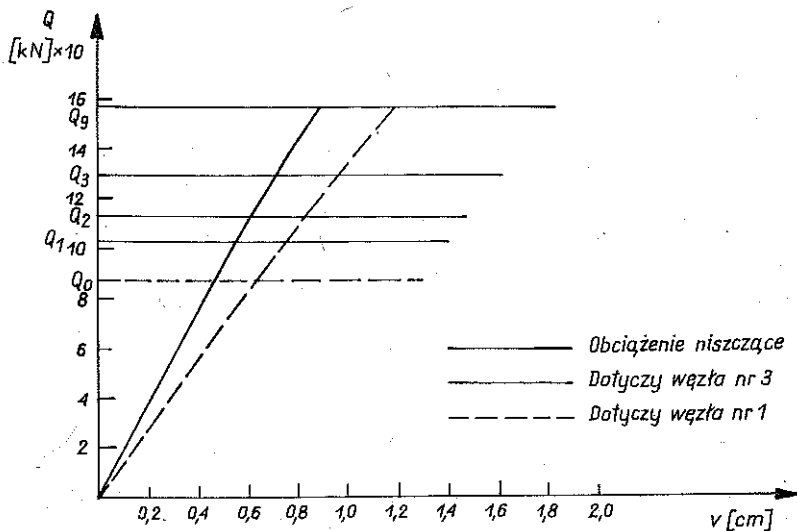
Rys. 12. Numeracja węzłów i elementów oraz schemat obciążenia dla przykładu nr 1

granica plastyczności $\sigma_0 = 30 \text{ kN/cm}^2$, wytrzymałość doraźna materiału $R_r = 45 \text{ kN/cm}^2$. Naprężenia krytyczne pokrycia τ_{kr} wyznaczone ze wzorów wg np. [9], uwzględniające sposób zamocowania brzegów ścianek do prętów szkieletu układu, wynoszą $\tau_{kr} = 13 \text{ kN/cm}^2$. Efektywne pole powierzchni prze-

kroju rozpórki, wyznaczone wg wzoru (2.9) wynosi $A_{re} = \frac{0,93}{1 + \left(\frac{6,37}{4,62}\right)} =$

$= 0,3206 \text{ cm}^2$. Wskaźnik wytrzymałości W kątownika użytego w pasach względem osi zginania ma wartość $W = 20,426 \text{ cm}^3$.

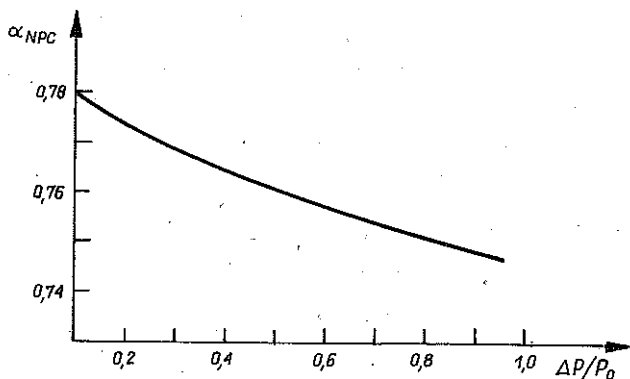
W pierwszej kolejności numeryczna analiza pozwoliła określić obciążenie krytyczne. Obciążenie to jest równe $Q_0 = 86,46 \text{ kN}$ (rys. 13). Po osiągnięciu naprężenia krytycznego przez ścianki pokrycia, analizę numeryczną przeprowadzono zwiększając obciążenie krokami o wartości 0.1 obciążenia krytycznego.



Rys. 13. Przemieszczenia pionowe węzła nr 1 i węzła nr 3

Analiza wykazała, że przekroczenie obciążenia $Q_1 = 103,76 \text{ kN}$ spowodowało powstanie trwałych odkształceń w ściance nr 4 (rys. 12). Dalsze zwiększenie obciążenia do $Q_2 = 112,40 \text{ kN}$ spowodowało powstanie trwałych odkształceń również w ściance nr 2 i 3, a przekroczenie obciążenia $Q_3 = 129,70 \text{ kN}$ doprowadziło do powstania trwałych odkształceń we wszystkich ściankach.

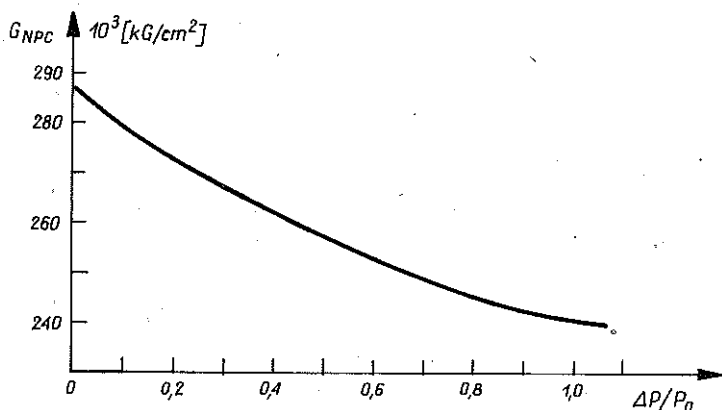
Przy sile $Q_g = 155,64 \text{ kN}$ została przekroczona doraźna wytrzymałość materiału ścianki pokrycia, co w rezultacie jest równoznaczne ze zniszczeniem układu przez zerwanie pokrycia. Różnica rozwiązania z wynikami pomiarów [10] (dla przyjętego kroku przyrostu obciążenia) wynosi $Q_g = 156,49 - 155,64 = 0,85$, co stanowi około 0,5% wyniku pomiarów. Na rysunku nr 14 przedstawiono zmienność kąta α_{NPC} nachylenia ukośnych zmarszczek ścianki nr 4 w zależności od wzrastającego obciążenia, działa-

Rys. 14. Kąt α_{NPC} dla przykładu nr 1

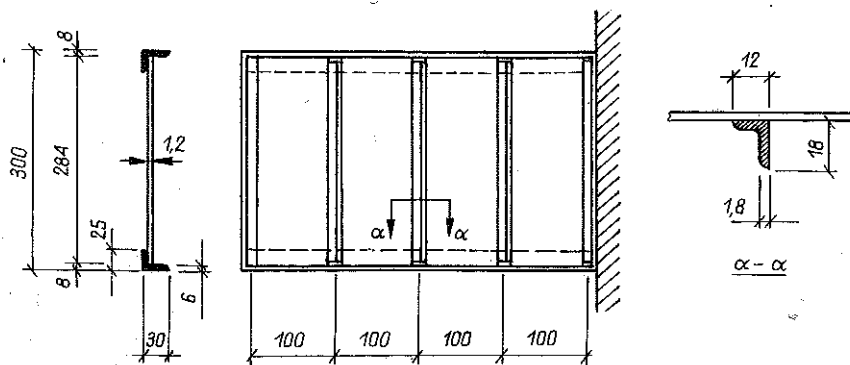
jącego na układ. Przedstawiono również zmienność sztywności ścianki nr 4 od wzrastającego obciążenia zewnętrznego (rys. 15).

Jako przykład drugi rozwiązano zagadnienie tarczy z pracy [9], przedstawione na rys. 16. W tym przypadku należało również wyznaczyć wartości obciążeń krytycznego i niszczonego. Tarczę obciążono według rys. 12. Konstrukcję wykonano ze stopu duraluminium. Stałe materiałowe wynosiły $E = 7200 \text{ kN/cm}^2$, $\sigma_0 = 28 \text{ kN/cm}^2$, $\nu = 0,33$, $R_r = 43 \text{ kN/cm}^2$. Naprężenia krytyczne, wyznaczone wg [9] $\tau_{kr} = 6,8 \text{ kN/cm}^2$. Wskaźnik wytrzymałości przekroju pasa $W = 0,83 \text{ cm}^3$. Efektywna powierzchnia przekroju rozpórki $A_{ref} = 0,207 \text{ cm}^2$. Obciążenie powodujące utratę stateczności ścianek pokrycia $Q_0 = 21,94 \text{ kN}$.

Numeryczna analiza tarczy wykazała, że obciążenie $Q_1 = 41,69 \text{ kN}$ spowodowało powstanie trwałych odkształceń w ściance nr 4 (rys. 9), a przekroczenie obciążenia $Q_2 = 46,08 \text{ kN}$ we wszystkich ściankach. W tym przypadku zniszczenie konstrukcji nastąpi przez wyboczenie rozpórek przy obciążeniu zewnętrznym $Q_g = 54,85 \text{ kN}$ (w przykładzie z pracy [9] nośność graniczna $Q_g = 53 \text{ kN}$).



Rys. 15. Moduł odkształcenia postaciowego w stanie niepełnego pola ciągnięć



Rys. 16. Dane dla przykładu nr 2

7. UWAGI KOŃCOWE

Zautomatyzowanie obliczeń cienkościennych elementów konstrukcyjnych w stanie sprężystym przez zamianę konstrukcji półskorupowej na zastępczy układ kratownicowy pozwala w prosty sposób wyznaczyć przemieszczenie węzłów, odkształcenia prętów szkieletu oraz siły w żądanych przekrojach.

Istnieje możliwość wykorzystania dowolnego programu obliczającego konstrukcje prętowe. Zautomatyzowanie obliczeń nie wprowadza dodatkowych założeń poza założeniami przyjętymi wraz z przyjęciem modelu półskorupowego. Proponowana metoda rozwiązania tarcz cienkościennych obejmuje również nadkrytyczną fazę pracy pokrycia. Dzięki temu uzyskuje się znaczne rozszerzenie zakresu zastosowań oprogramowania przeznaczonego dla kratownic przez możliwość analizy układów tarczowych w zakresie liniowo-sprężystym i nieliniowym odnośnie pracy elementów.

Opracowany program oblicza siłę krytyczną, a po przekroczeniu naprężeń krytycznych w ściankach wyznacza na każdym kroku analizy przyrostowej wartości przemieszczeń węzłów, odkształcenia prętów, siły w przekrojach poprzecznych prętów, naprężenia we wszystkich elementach. Umożliwia to pełną analizę obciążonej konstrukcji, pracującej w stanie niezupełnego pola ciągłości do chwili osiągnięcia nośności granicznej.

LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. O. S. HECK, *Über die Berechnung versteifter Scheiben und Schalen*, Luftfahrtforschung, 1937.
2. H. EBNER, H. KOLLER, *Über die Einleitung von Lagskräften in versteifte Zylinderschalen*, Luftfahrtforschung, 1937.

3. H. WAGNER, *Einiges über schalenformige Flugzeug — Bauteile*, Luftfahrtforschung, 1936, tłum. polskie *Uwagi o powłokowych elementach konstrukcyjnych samolotów*, Techn. Lotn., 1938.
4. P. CICALA, *Il cuscioa direttrice circolare con pannelle correnti uguali soggetto a carichi trasversali*, Monografie Scientifiche di Aeronautica, Ministero della Difesa-Aeronautica, Roma, nr 7, August, 1947.
5. P. CICALA, *Effects of cutouts in semimonocoque structures*, J. Aero. Sci., 15, 3, 1948.
6. H. L. LANGHAR and C. SMITH, *Stresses in cylindrical semimonocoque open beams*, J. Aero. Sci., 14, 4, 1947.
7. H. G. MC COMB, *Stress analysis of circular semimonocoque cylinders with cutouts*, Report 1251 NACA, 1955.
8. J. H. ARGYRIS, *Energy theorems and structural analysis*, Butterworth 1960.
9. Z. BRZOSKA, *Statyka i stateczność konstrukcji prętowych i cienkościennych*, PWN, Warszawa 1965.
10. P. KUHN, *Stresses in aircraft and shell structures*, McGraw-Hill Book Co., 1956.
11. J. JACHIMOWICZ, *Zastosowanie macierzowej metody sil w obliczeniach konstrukcji lotniczych*, Prace Inst. Lotnictwa, Nr 89, 1982.
12. J. JACHIMOWICZ, S. MIARKA, *Dźwiąg skrzynekowy*, Prob. wzorc. nr 3 „Problemy wzorcowe” OBR Tekoma 1985 (opracowanie wewnętrzne).
13. J. S. SIEPAK, *Nośność blachownic w stanach nadkrytycznych*, Politechnika Krakowska, Kraków 1983.
14. H. HERTEL, *Leichtbau*, New York 1980.
15. Z. DYLAŁ, E. KRZEMIŃSKA-NIEMIEC, F. FILIP, *Mechanika budowli*, T. I i II, PWN, Warszawa 1980.
16. A. BORKOWSKI, *Statyczna analiza układów prętowych w zakresach sprężystym i plastycznym*, PWN, Warszawa 1985.
17. A. BORKOWSKI, C. BRANICKI i in., *Mechanika budowli z elementami ujęcia komputerowego*, Arkady, Warszawa 1984.
18. O. C. ZIENKIEWICZ, *Metoda elementów skończonych*, Arkady, Warszawa 1972.
19. A. BORKOWSKI, Program „STASIO” — instrukcja użytkowania, Politechnika Białostocka, 1982.

РЕЗЮМЕ

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ТОНКОСТЕННЫХ ДИСКОВ В ДОКРИТИЧЕСКОМ И ПОСЛЕКРИТИЧЕСКОМ СОСТОЯНИЯХ ПОКРЫТИЯ

В работе представлена методика решения задачи тонкостенных дисков в докритической и послекритической фазах работы покрытия. Вместо реальной конструкции принята полуболобочная модель. Расчеты конструкции, после достижения критических напряжений в стенках покрытия, проведены согласно теории неполного поля натяжений. Разработана численная программа, определяющая критическое нагружение, напряжения во всех элементах системы, перемещения узловых точек-ребер стенок, деформации стержней скелета, а также предельную несущую способность тонкостенного диска. Результаты вычислений показали совпадение с экспериментальными данными, описанными в цитированной литературе.

SUMMARY

NUMERICAL ANALYSIS OF THIN-WALLED FOLDED PLATE COVERINGS
IN THE PRE- AND POSTCRITICAL STATE

The paper deals with the method of solving the problem of thin-walled folded plate coverings in the pre- and post-critical state. The semi-shell model has been chosen rather than the real structure. Calculations for the structure after it has reached the critical stresses in the walls of the covering have been carried out according to the incomplete tension field theory. A computer program has been developed to calculate critical load, stresses in all elements of the structure, displacements of the nodes-vertices of walls, strains in the skeleton bars and limit load carrying capacity of the thin-walled panel. Results of the calculations are in good conformity with the experimental ones which have been described in the cited literature.

POLITECHNIKA BIAŁOSTOCKA
INSTYTUT BUDOWNICTWA LĄDOWEGO
i
OBR. PTIKM TEKOMA, WARSZAWA

Praca została złożona w Redakcji w dniu 9 maja 1986 r.
