

STOCHASTYCZNA STATECZNOŚĆ DYNAMICZNA PRĘTA PRZY NIESTACJONARNYM IMPULSOWYM WYMUSZENIU PARAMETRYCZNYM(*)

ZBIGNIEW WÓJCICKI i RADOŚLAW IWANKIEWICZ (WROCLAW)

Rozważana jest stateczność dynamiczna pręta przy wymuszeniu parametrycznym w formie niestacjonarnej losowej serii impulsów. Niestacjonarny charakter wymuszenia jest związany z harmoniczną zmiennością w czasie średniego natężenia impulsów. Równania opisujące pojedynczą odpowiedź modalną układu przedstawiono w postaci uogólnionych równań stochastycznych Itô (równań różniczkowo-całkowych). Następnie wyprowadzono równania dla momentów odpowiedzi, które stanowią układ równań różniczkowych o zmiennych współczynnikach. Rozwiązanie tych równań jest przedstawione za pomocą maczyntu i na tej podstawie jest numerycznie zbadana asymptotyczna stabilność momentów. Wyznaczone obszary stabilności momentów drugiego rzędu są porównane z obszarami stabilności momentów pierwszego rzędu.

1. WSTĘP

Stateczność dynamiczna elementów konstrukcyjnych poddanych stochastycznym wymuszeniom parametrycznym była przedmiotem badań od wielu lat i pozostaje nadal zagadnieniem aktualnym.

Większość prac z tej dziedziny dotyczyła wymuszeń parametrycznych o charakterze ciągłych procesów stochastycznych, na ogół stacjonarnych procesów gaussowskich, często w postaci „białego szumu”. Przykładowo można tu wymienić kilka najstarszych prac: SAMUELSA i ERINGENA [1], CAUGHEYA i GRAYA [2], ARIARATNAMA [3]. W badaniach stosowano różne kryteria stabilności stochastycznej, m.in. kryterium stabilności średniokwadratowej [1, 3] i stabilności prawie pewnej [2, 3]. W nowszych pracach na temat stochastycznej stateczności dynamicznej TYLIKOWSKI stosuje metodę funkcjonałów Lapunowa (np. [4]).

Jedną z pierwszych prac dotyczących stateczności dynamicznej elementów konstrukcyjnych przy wymuszeniu parametrycznym o charakterze losowej

(*) Praca wykonana w ramach CPBP 02.02/5.3.

serii impulsów jest praca SAMUÉLSA [5]. W pracy, tej na podstawie wypro-
wadzonych równań całkowych opisujących momenty pierwszego i drugiego
rzędu odpowiedzi układu, została zbadana stabilność w sensie średnio-
kwadratowym. Stateczność dynamiczna belki przy parametrycznym wymu-
szeniu stacjonarną losową serią impulsów jest także przedmiotem pracy
RENGERA [6]. Stabilność średniokwadratowa jest tu badana na podstawie
równań różniczkowych dla momentów, wyprowadzonych ogólną, podaną
w pracy metodą. Warunki jednostajnej stabilności stochastycznej, dla pręta
poddanego stacjonarnej serii impulsów wyprowadził, stosując metodę funkcjo-
nałów Lapunowa, TYLIKOWSKI [7].

Wymienione prace dotyczą stacjonarnych losowych wymuszeń impulso-
wych. W niniejszej pracy analizowana jest stateczność dynamiczna pręta
poddanego wymuszeniu parametrycznemu o charakterze niestacjonarnej
losowej serii impulsów. Niestacjonarny charakter wymuszenia polega tu
na harmonicznym zmienności w czasie średniego natężenia pojawiania się
impulsów.

Celem pracy jest zbadanie warunków asymptotycznej stabilności mo-
mentów w warunkach harmonicznym niestacjonarności impulsowego wymu-
szenia parametrycznego. Wyprowadzone są równania różniczkowe dla mo-
mentów, które ze względu na niestacjonarność wymuszenia parametrycznego
są równaniami o zmiennych współczynnikach. Stabilność momentów jest
zatem badana numerycznie; w wyniku otrzymuje się tzw. mapę obszarów
stabilności i niestabilności. W szczególności celem pracy jest uzyskanie
informacji o modyfikacji obszarów stabilności momentów wyższych rzędów
w stosunku do obszarów stabilności momentów rzędu pierwszego.

Ponieważ przy założonej harmonicznym zmienności w czasie średniego
natężenia pojawiania się impulsów współczynniki w równaniach dla mo-
mentów są także harmonicznym zmienne, zatem badanie asymptotycznej
stabilności momentów można przeprowadzić korzystając z teorii Floqueta
[8, 9], tzn. badając wartości własne macierzy dla argumentu równego
okresowi zmienności współczynników równań.

W pracy ograniczono się do badania stabilności podstawowej postaci
drgań pręta. Badanie stabilności przeprowadzono numerycznie wyznaczając
obszary stabilności momentów rzędu drugiego. Obszary te przedstawiono
graficznie na tle obszarów stabilności dla momentów pierwszego rzędu.

2. SFORMUŁOWANIE PROBLEMU. RÓWNANIA RÓZNICZKOWE DLA MOMENTÓW

Zasadniczym celem pracy jest zbadanie jak modyfikują się obszary
stabilności momentów statystycznych wyższych rzędów w stosunku do
obszarów stabilności momentów rzędu pierwszego. Do rozwiązania przyjęte

więc będzie równanie uproszczone, w którym pominięty jest wpływ drgań podłużnych na drgania poprzeczne pręta, a siła osiowa jest jedynie funkcją czasu.

Uproszczenie takie jest możliwe wówczas, gdy podstawowy okres własnych poprzecznych drgań pręta jest duży w porównaniu z czasem przejścia fali podłużnej przez całą jego długość [7]. Dla typowego elementu konstrukcyjnego, np. pręta stalowego o smukłości 100 i długości $l = 6$ m, czas przejścia fali podłużnej wynosi $t = l \sqrt{q/E} = 6 \sqrt{7910/2,1 \cdot 10^{11}} = 0,00116$ s, a podstawowy okres giętych drgań własnych (por. [15]) $T = 2\pi/\omega = 2\pi/84,28 = = 0,0746$ s, jest więc ponad 60 razy większy.

Ponadto, w pracy [16] pokazano, że dla analizowanego pręta podstawowa częstość własnych drgań osiowych jest około 16 razy większa od podstawowej częstości giętych drgań własnych. Nie występuje więc praktycznie zjawisko rezonansowego wzmocnienia drgań osiowych, bowiem rezonanse parametryczne pojawiają się przy niskich częstościach. Przy częstości wymuszenia harmonicznego równej 2ω , a więc najwyższej, bo odpowiadającej podstawowemu obszarowi rezonansu parametrycznego, wpływ drgań osiowych na poszerzenie obszarów niestabilności jest nie większy niż 1% [16]. Dopiero występowanie mas skupionych może w sposób istotny zwiększyć błąd wynikający z pominięcia odkształcalności osiowej [15]. Poprzez analogię powinno być podobnie przy innym charakterze wymuszenia parametrycznego.

Przyjęto więc, że parametryczne równanie drgań poprzecznych pręta ma postać

$$(2.1) \quad EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + P(t) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + c \frac{\partial w}{\partial t} = 0,$$

gdzie siła podłużna jest losową serią impulsów Diraca, tzn. $P(t) = = \sum_{i=1}^{N(t)} F_i \delta(t-t_i)$. Zakłada się, że impulsy pojawiają się niezależnie, czyli $N(t)$ jest procesem Poissona oraz że wielkości impulsów F_i są niezależnymi zmiennymi losowymi o jednakowym rozkładzie prawdopodobieństwa. Badany będzie przypadek gdy średnie natężenie pojawiania się impulsów $\lambda(t)$ ($\lambda(t) dt = = E [dN(t)]$) jest harmonicznie zmienne w czasie względem pewnego poziomu stałego

$$(2.2) \quad \lambda(t) = \lambda_0 + \lambda_t \sin pt,$$

musi być przy tym spełniony warunek $\lambda_t \leq \lambda_0$.

Ograniczając się do badania stabilności drgań pręta swobodnie podpartego według postaci podstawowej, przyjmujemy

$$(2.3) \quad w(x, t) = q(t) \sin \pi x/l,$$

gdzie l jest długością pręta. Prowadzi to do równania

$$(2.4) \quad \ddot{q} + 2\alpha\omega\dot{q} + \omega^2 q - \beta P(t) q = 0,$$

gdzie $\omega^2 = \frac{EI}{m} \left(\frac{\pi}{l}\right)^4$, $\beta = \frac{1}{m} \left(\frac{\pi}{l}\right)^2 = \omega^2/P_E$ oraz $P_E = \pi^2 EI/l^2$ jest siłą krytyczną Eulera, α — liczbą tłumienia.

Podstawiając $y_1 = q$, $y_2 = \dot{q}$, równanie (2.4) sprowadzamy do następującego układu równań różniczkowo-całkowych typu Itô [8, 9]

$$(2.5) \quad \begin{aligned} dy_1 &= y_2 dt, \\ dy_2 &= -\omega^2 y_1 dt - 2\alpha\omega y_2 dt + \beta y_1 \int_{-\infty}^{\infty} Fv(dt, dF), \end{aligned}$$

gdzie $v(dt, dF)$ jest losową miarą Poissona podającą liczbę impulsów w przedziale $(t, t+dt)$ o wielkościach z przedziału $(F, F+dF)$ [10].

W celu wyprowadzenia równań dla momentów należy zastosować uogólnioną formułę Itô różniczkowania funkcji $V(y_1, y_2)$ procesu stochastycznego [8, 10]. W przypadku procesu (y_1, y_2) spełniającego równania (2.5) formuła ta ma postać (por. [11])

$$(2.6) \quad \begin{aligned} dV(y_1, y_2) &= \frac{\partial V(y_1, y_2)}{\partial y_1} y_2 dt - \frac{\partial V(y_1, y_2)}{\partial y_2} (\omega^2 y_1 + 2\alpha\omega y_2) dt + \\ &+ \int_{R^2} \{V(y_1, y_2 + \beta y_1 F) - V(y_1, y_2)\} v(dt, dF). \end{aligned}$$

Następnie należy przeprowadzić uśrednienie tak otrzymanych równań.

W rezultacie otrzymujemy następujący układ zwyczajnych równań różniczkowych rzędu pierwszego, jaki spełniają momenty statystyczne rozwiązania

$$(2.7) \quad \frac{d\bar{m}}{dt} = Q(t) \bar{m},$$

gdzie w przypadku momentów pierwszego rzędu $\bar{m}(t) = (E[y_1], E[y_2])^T$, a macierz $Q(t)$ ma postać

$$(2.8) \quad Q(t) = A_2(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \beta\lambda(t) E[F] - \omega^2 & -2\alpha\omega \end{bmatrix}.$$

W przypadku momentów drugiego rzędu:

$$(2.9) \quad \begin{aligned} m(t) &= (E[y_1^2], E[y_1 y_2], E[y_2^2])^T, \\ Q(t) = A_3(t) &= \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ \beta\lambda(t) E[F] - \omega^2 & -2\alpha\omega & 1 \\ \beta^2 \lambda(t) E[F^2] & 2(\beta\lambda(t) E[F] - \omega^2) & -4\alpha\omega \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Analogiczne równania dla momentów pierwszego i drugiego rzędu otrzymał inną metodą RENGER [6]. Ponieważ rozważane jest tam stacjonarne wymuszenie impulsowe wobec tego równania dla momentów mają stałe współczynniki i do badania asymptotycznej stabilności średniokwadratowej zostało zastosowane kryterium Routha-Hurwitza.

W przypadku momentów trzeciego rzędu $\bar{m} = (E[y_1^3], E[y_1^2 y_2], E[y_1 y_2^2], E[y_2^3])^T$ otrzymujemy

$$(2.10) \quad Q(t) = A_4(t) = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 0 & 0 \\ \beta\lambda(t)E[F] - \omega^2 & -2\alpha\omega & 2 & 0 \\ \beta^2\lambda(t)E[F^2] & 2(\beta\lambda(t)E[F] - \omega^2) & -4\alpha\omega & 1 \\ \beta^3\lambda(t)E[F^3] & 3\beta^2\lambda(t)E[F^2] & 3(\beta\lambda(t)E[F] - \omega^2) & -6\alpha\omega \end{bmatrix}$$

W celu przeprowadzenia analizy numerycznej wygodnie jest przyjąć przykładowo konkretny rozkład prawdopodobieństwa wielkości impulsów. Dla rozkładu równomiernego na odcinku $(0, a)$ otrzymujemy

$$(2.11) \quad E[F] = \frac{a}{2}, \quad E[F^2] = \frac{a^2}{3}, \quad E[F^3] = \frac{a^3}{4},$$

czyli

$$E[F^2] = \frac{4}{3} E^2[F], \quad E[F^3] = 2E^3[F].$$

Przyjmując oznaczenia

$$(2.12) \quad \begin{aligned} \sigma(t) &= \frac{\lambda(t)\beta a}{2} - \omega^2, \\ \delta(t) &= \frac{\beta^2\lambda(t)a^2}{3}, \\ \gamma(t) &= \frac{\beta^3\lambda(t)a^3}{4}, \\ \zeta &= -2\alpha\omega, \end{aligned}$$

oraz uwzględniając zależności (2.11) macierze A_2, A_3, A_4 zapisujemy następująco

$$(2.13) \quad A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \sigma(t) & \zeta \end{bmatrix},$$

$$(2.14) \quad A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ \sigma(t) & \zeta & 1 \\ \delta(t) & 2\delta(t) & 2\zeta \end{bmatrix},$$

$$(2.15) \quad A_4 = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 0 & 0 \\ \sigma(t) & \zeta & 2 & 0 \\ \delta(t) & 2\sigma(t) & 2\zeta & 1 \\ \gamma(t) & 3\delta(t) & 3\sigma(t) & 3\zeta \end{bmatrix}$$

Można zauważyć wyraźną prawidłowość w budowie tych macierzy. Macierze A_m wygodnie jest przedstawić w postaci $A_m = A_m^0 + A_m^i(t)$. Należy poza tym zwrócić uwagę, że dowolnego stopnia układ równań (2.7) jest zależny zawsze tylko od dwóch parametrów wymuszenia: λ_0 oraz λ_i .

Celem analizy jest zbadanie asymptotycznej stabilności momentów czyli asymptotycznej stabilności układu (2.7). Przy założonej periodycznej zmienności w czasie średniego natężenia $\lambda(t)$ (2.2) macierz $Q(t)$ określona wzorami (2.8), (2.9), (2.10) jest okresowa o okresie $T = 2\pi/p$.

Rozwiązanie ogólne układu równań (2.7) można zapisać w postaci

$$(2.16) \quad \bar{m}(t) = M(t) \bar{m}(0),$$

gdzie $M(t)$ jest macierzycą równania (2.7) i zgodnie z teorią Floqueta [12, 13] wyraża się wzorem

$$(2.17) \quad M(t) = S(t) e^{At},$$

gdzie $S(t)$ jest macierzycą okresową o okresie T oraz spełniającą warunek $S(0) = I$, gdzie I jest macierzycą jednostkową.

Układ (2.7) jest zatem asymptotycznie stabilny (tzn. momenty są asymptotycznie stabilne) jeżeli części rzeczywiste wszystkich wartości własnych macierzy A są ujemne, lub równoważnie — jeśli moduły wszystkich wartości własnych (mnożników) macierzy $M(T)$, zwanej macierzy monodromii, są mniejsze od jedności.

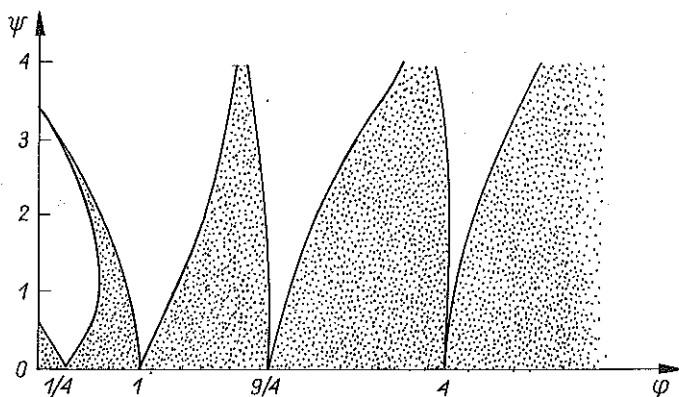
3. WYNIKI ANALIZY NUMERYCZNEJ

Analizę numeryczną przeprowadzono dla pręta swobodnie podpartego o długości $l = 6$ m, przekroju pierścieniowym o średnicy zewnętrznej 17,8 cm oraz o masie 35,53 kg/m. Podstawowa częstość własna drgań giętych pręta wynosi $\omega = 84,28 \text{ s}^{-1}$ oraz statyczna siła krytyczna $P_E = 920,6 \text{ kN}$. Przyjęto następujące wielkości: $\eta = p/\omega = 0,5$, $\alpha = 0,001$ oraz $E [F] = 0,001 P_E$, tzn. $a = 0,002 P_E$. Układ równań (2.7) dla tego zadania zawiera zatem tylko dwa parametry: λ_0 oraz λ_i . Układ równań (2.7) w przypadku momentów pierwszego rzędu może być sprowadzony do równania Mathieu o postaci

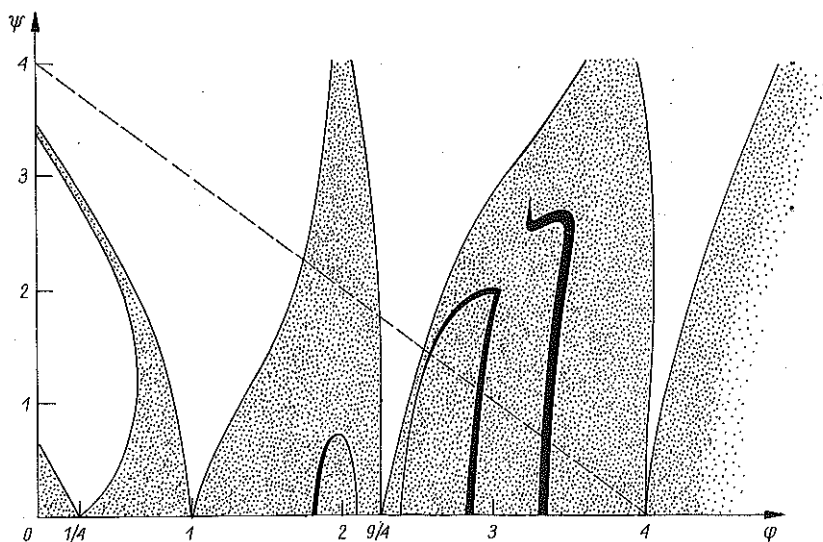
$$(3.1) \quad \frac{d^2 m_1}{dt^2} + 2\alpha\omega \frac{dm_1}{dt} + \{\omega^2 - (\lambda_0 + \lambda_t \sin pt) \beta E [F]\} m_1 = 0.$$

Rozkład obszarów stabilności momentów pierwszego rzędu jest zatem taki sam jak dla równania Mathieu; jest to tzw. karta Strutta [14]. Obszary te w analizowanym zakresie zmienności parametrów: $\varphi \in \langle 0, 4 \rangle$ oraz $\psi \in \langle 0, 4 \rangle$ są przedstawione na rys. 1, gdzie obszary stabilności są zaciemnione. Parametry φ oraz ψ wyrażają się następująco:

$$(3.2) \quad \begin{aligned} \varphi &= (1 - \lambda_0/P_E)/\eta^2 = 4 - 0,004 \lambda_0, \\ \psi &= \lambda_t/(P_E \eta^2) = 0,004 \lambda_t. \end{aligned}$$

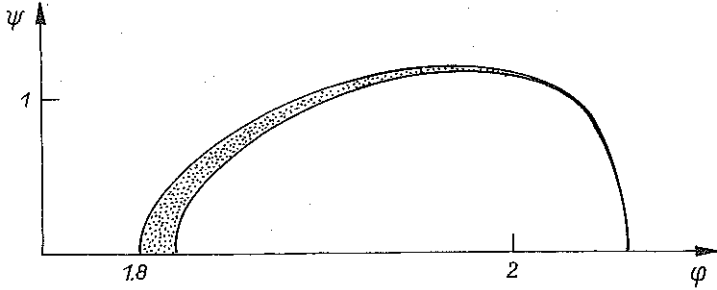


Rys. 1



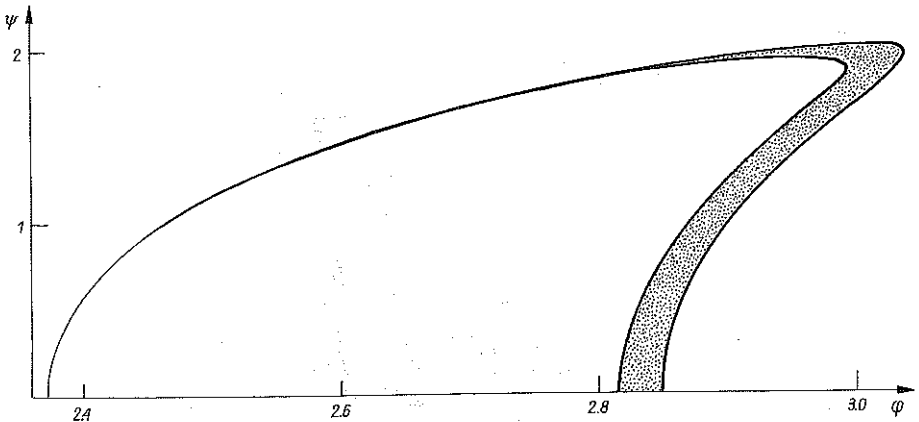
Rys. 2

Ponieważ musi być spełniona relacja $\lambda_t \leq \lambda_0$, dlatego interpretowalny fizycznie obszar znajduje się poniżej prostej $\psi = 4 - \varphi$ (przerywana linia na rys. 2).

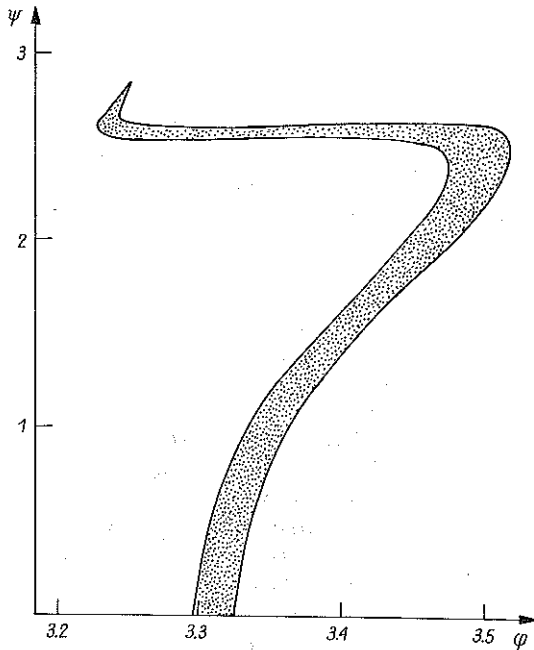


Rys. 3

Dla momentów rzędu drugiego przeprowadzono natomiast pełną numeryczną analizę stabilności. Obszary stabilności i niestabilności wyznaczono metodą przeszukiwania, tzn. dla każdego punktu z obranego dyskretnego zbioru punktów na karcie Strutta przeprowadzono badanie czy punkt ten należy do obszaru stabilności, czy nie. Macierz monodromii $M(T)$ wyznaczono całkując numerycznie równanie (2.7) w okresie T przy wszystkich liniowo niezależnych zaburzeniach jednostkowych tworzących kanoniczną bazę wersorową w przestrzeni trójwymiarowej. Całkowanie wykonano metodą Rungego-Kutty trzeciego rzędu. Następnie obliczono multiplikatory (wartości własne macierzy monodromii) i na tej podstawie orzekano o stabilności rozwiązania.



Rys. 4



Rys. 5

W analizowanym zakresie zmienności parametrów wykryto w ten sposób trzy obszary stabilności ze względu na momenty drugiego rzędu (rys. 3, 4 5) przedstawione na tle karty Strutta na rys. 2. Obszary te mają odmienny kształt od obszarów stabilności ze względu na momenty pierwszego rzędu czyli od obszarów stabilności równania Mathieu.

Na rys. 3 przedstawiono pierwszy z omawianych, obszar stabilności. Jest on stosunkowo wąski i oddziela obszary rezonansu kombinowanego (na zewnątrz) od obszaru rezonansu periodycznego (wewnątrz). Podobny kształt ma obszar stabilności przedstawiony na rys. 4, przy czym jest on znacznie większy i oddziela obszar niestabilności periodycznej (wewnątrz) od obszaru rezonansu kombinowanego. Trzeci obszar (ostatni z wykrytych w analizowanym zakresie zmienności parametrów, ma odmienny kształt i oddziela obszar rezonansu kombinowanego (na lewo) od obszaru rezonansu periodycznego (na prawo). Odmiennością tego obszaru jest nakładanie się obszaru rezonansu kombinowanego i periodycznego, co powoduje „urwanie się” tego obszaru na poziomie $\psi = 2,8$ (rys. 5).

Istotnym wnioskiem jakościowym jest to, że obszary stabilności dla momentów drugiego rzędu zawierają się wewnątrz obszarów dla momentów pierwszego rzędu i są od nich znacznie mniejsze.

Interesujące byłoby zbadanie obszarów stabilności dla momentów wyższych rzędów, np. rzędu trzeciego. Będzie to przedmiotem następnej pracy.

LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. J. C. SAMUELS, A. C. ERINGEN, *On stochastic linear systems*, J. Math. and Physics, **38**, 85—103, 1959.
2. T. K. CAUGHEY, A. H. GRAY, *On the almost sure stability of linear dynamic systems with stochastic coefficients*, J. Appl. Mech., ASME, **32**, 365—372, June 1965.
3. S. T. ARIARATNAM, *Dynamic stability of a column under a random loading*, in: Dynamic Stability of Structures, ed. by G. HERMANN, 255—265, J. W. Arrow-Smith Ltd., Bristol 1967.
4. W. KURNIK, A. TYLIKOWSKI, *Stochastic stability and nonstability of a linear cylindrical shell*, Ingenieur-Archiv, **53**, 6, 363—369, 1983.
5. J. C. SAMUELS, *The dynamics of impulsively and randomly varying systems*, J. Appl. Mech., ASME, **30**, 25—30, March 1963.
6. A. RENGER, *Eine Dichtgleichung für Schwingungssysteme bei gleichzeitigen kontinuierlichen und diskreten stochastischen Erregungen*, ZAMM, **59**, 1, 1—13, 1979.
7. A. TYLIKOWSKI, *Stochastic stability of beams with impulse parametric excitation*, Proc. 9th Int. Conf. On Non-linear Oscillations, Vol. 1, Analytical Methods of the Non-linear Oscillation Theory, Ed. by Yu. A. MITROPOLSKY, Naukova Dumka, Kiev 1984.
8. I. I. GICHMAN, A. V. SKOROKHOD, *Stochastic differential equations*, Ergebnisse der Mathematik, Vol. 72, Springer Verlag, Berlin-New York 1972.
9. B. SKALMIERSKI, A. TYLIKOWSKI, *Stabilność układów dynamicznych*, PWN, Warszawa 1973.
10. И. И. ГИХМАН, А. Я. ДОРОГОВЦЕВ, *Об устойчивости решений стохастических дифференциальных уравнений*, Украинский математический журнал, **17**, 6, 1965.
11. A. TYLIKOWSKI, *Drgania oscylatora harmonicznego wywołane ciągiem przypadkowych zderzeń*, Prace Inst. Podstaw Budowy Maszyn Polit. Warsz., z. 13, 101—112, 1982.
12. B. DEMIDOWICZ, *Matematyczna teoria stabilności*, WNT, Warszawa 1972.
13. R. GUTOWSKI, W. A. ŚWIETLIICKI, *Dynamika i drgania układów dynamicznych*, PWN, Warszawa 1986.
14. W. NOWACKI, *Dynamika budowli*, Arkady, Warszawa 1972.
15. Z. WÓJCICKI, J. LANGER, *Bezpośrednią metoda analizy dynamicznej stateczności konstrukcji w przestrzeni konfiguracyjnej*, Arch. Inż. ląd., **28**, 195—204, 1982.
16. В. В. БОЛОТИН, *Динамическая устойчивость упругих систем*, ГИТТЛ, Москва 1956.

Резюме

**СТОХАСТИЧЕСКАЯ ДИНАМИЧЕСКАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ СТЕРЖНЯ
ПРИ НЕСТАЦИОНАРНОМ ИМПУЛЬСНОМ ПАРАМЕТРИЧЕСКОМ
ВЫНУЖДЕНИИ**

Рассматривается динамическая устойчивость стержня, при параметрическом вынуждении в форме нестационарной случайной серии импульсов. Нестационарный характер вынуждения связан с гармоническим изменением во времени средней интенсивности импульсов. Уравнения, описывающие единичный модельный отклик системы, представлены в виде обобщенных стохастических уравнений Ито (дифференциально-интегральных уравнений). Затем выведены уравнения для моментов отклика, которые составляют систему дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами. Решение

этих уравнений представлено при помощи матриканта и на этой основе численно исследована асимптотическая стабильность моментов. Определенные области стабильности моментов второго порядка сравнимы с областями стабильности моментов первого порядка.

SUMMARY

STOCHASTIC STABILITY OF A BEAM UNDER NON-STATIONARY
IMPULSIVE PARAMETRIC EXCITATION

Dynamic stability of a beam under the parametric excitation in form of a non-stationary random train of impulses is considered. The non-stationarity of the excitation is due to the harmonic time variation of the average arrival rate of impulses. The generalized Itô differential equations governing the single-mode response of the beam are obtained. The equations for moments are derived which constitute the set of first-order ordinary differential equations with time-varying coefficients. The solution of the moment equations is expressed in terms of the matrixer of the system and the asymptotic stability is investigated with the help of a numerical procedure. The regions of second-order moments stability and instability are evaluated and compared with those of first-order moments.

POLITECHNIKA WROCLAWSKA
INSTYTUT INŻYNIERII LĄDOWEJ
INSTYTUT MATERIAŁOZNAWSTWA I MECHANIKI TECHNICZNEJ

Praca została złożona w Redakcji dnia 18 listopada 1987 r.
