

NOŚNOŚĆ GRANICZNA OSIOWO-SYMETRYCZNYCH PRĘTÓW Z SZEREGIEM KARBÓW KOŁOWYCH

LECH DIETRICH, JÓZEF MIASTKOWSKI (WARSZAWA)
i RYSZARD SZCZEBIOT (BIAŁYSTOK)

W pracy przedstawiono kompletne rozwiązania dla zagadnienia rozciągania osiowo-symetrycznych prętów osłabionych dowolnym karbem kołowym. Na podstawie powyższych rozwiązań określono graniczne wartości średnicy części chwytowej i optymalne rozstawienie karbów w przypadku osłabienia prętów szeregiem wycięć oraz przeprowadzono analizę nośności granicznej tych prętów w całym zakresie zmienności ich geometrycznych parametrów. Uzyskane wyniki poddano weryfikacji doświadczalnej.

1. WPROWADZENIE

Metoda rozwiązywania zagadnień teorii plastyczności w warunkach osiowej symetrii, zaproponowana przez R. T. SHIELDA [1], polega na uzupełnieniu równań równowagi warunkiem pełnej plastyczności Haara-Kármána i przyjęciu warunku plastyczności Treski. Układ równań dla naprężeń jest wówczas typu hiperbolicznego i może być rozwiązany metodą charakterystyk, o ile warunki brzegowe dane są w naprężeniach. Równania dla prędkości są również typu hiperbolicznego i mogą być rozwiązane w dalszej kolejności. Typ układu równań różniczkowych i rozdzielenie równań dla statyki i kinematyki to podstawowe cechy procedury zaproponowanej przez Shielda, umożliwiające uzyskanie efektywnych rozwiązań szerokiej klasy zagadnień plastyczności. Znane już rozwiązania dotyczą wciskania płaskiego stempla w plastyczną półprzestrzeń bez uwzględnienia [1] i z uwzględnieniem [2] tarcia na powierzchni kontaktu, rozciągania elementów osłabionych symetrycznymi wycięciami o różnych kształtach [3], niesymetrycznym wycięciem kątowym [4] i szeregiem wycięć kątowych [5]. Podano również rozwiązania zagadnienia wciskania stożka w plastyczną półprzestrzeń [6 i 7], w których warunki brzegowe są wprawdzie dane w naprężeniach, ale kształt brzegu wolnego od obciążeń zewnętrznych jest nieznanymi i trzeba go wyznaczyć.

Procedura Shielda umożliwia uzyskanie efektywnych rozwiązań zagadnień brzegowych, ale w większości wymienionych wyżej prac ograniczano się

jedynie do przedstawienia rozwiązania dla naprężeń i prędkości w obszarze uplastycznionym. Rozwiązanie takie może być traktowane z formalnego punktu widzenia jako kinematycznie dopuszczalne, a wyznaczona na jego podstawie nośność graniczna jest górnym oszacowaniem wartości ścisłej. Rozwiązanie kompletne teorii plastyczności spełniające wszystkie statyczne i kinematyczne warunki musi być uzupełnione przedłużeniem stanu naprężenia w obszar sztywny. Sposób jego konstruowania jest wprawdzie analogiczny do przedstawionego przez J. F. BISHOPA [8] dla płaskiego stanu odkształcenia, ale jedynie kilka opublikowanych rozwiązań zadań osiowej symetrii tego typu zawiera przedłużenia stanu naprężenia w obszar sztywny. Podano je dla osiowo-symetrycznego elementu z niesymetrycznym wycięciem [4], z wycięciem kątowym [5] i dla wciskania stożka w plastyczną półprzestrzeń [7]. Zbudowanie przedłużenia stanu naprężenia dla rozwiązań zagadnień osiowo-symetrycznych jest znacznie trudniejsze niż dla przypadku płaskiego stanu odkształcenia. Przedłużenie stanu naprężenia stanowi nie tylko formalne uzupełnienie rozwiązania dla naprężeń, ale jest podstawą rozwiązań statycznie dopuszczalnych w takich przypadkach wymiarowych danego typu elementu, dla których zbudowanie rozwiązań kompletnej teorii plastyczności nie jest możliwe.

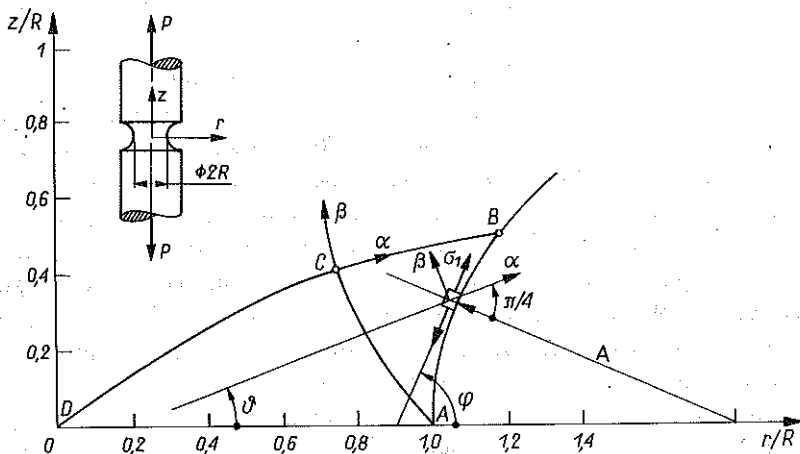
W pracy przedstawiono kompletne rozwiązania dla zagadnienia rozciągania osiowo-symetrycznego pręta osłabionego karbem kołowym o różnych promieniach. Rozwiązanie dla naprężeń w obszarze uplastycznionym i przedłużenie stanu naprężenia w obszar sztywny wykonano numerycznie dla kilku wartości promienia karbu. Rozwiązania te wykorzystano następnie do oszacowania wartości granicznej dla pręta osłabionego szeregiem wycięć kołowych, przedstawiając analizę nośności granicznej tych elementów w całym zakresie zmienności parametrów geometrycznych. Podano również doświadczalną weryfikację uzyskanych rozwiązań.

2. ANALIZA NOŚNOŚCI PRĘTÓW OSŁABIONYCH DOWOLNYM KARBEM KOŁOWYM

Rozwiązanie problemu plastycznego płynięcia materiału w warunkach osiowej symetrii sprowadza się do wyznaczenia czterech składowych stanu naprężenia i dwóch składowych prędkości. Układ równań dla naprężeń tworzą dwa równania równowagi, warunek plastyczności Treski i warunek pełnej plastyczności Haara-Kármána, który dla rozpatrywanego przypadku rozciąganych elementów przyjmuje postać

$$(2.1) \quad \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_\theta.$$

Wyrażając składowe naprężenia jako funkcje kąta ϑ określonego kątem φ nachylenia kierunku większego z naprężeń głównych do osi r w postaci (rys. 1)



Rys. 1

$$(2.2) \quad \vartheta = \varphi - \frac{\pi}{4},$$

oraz średniego naprężenia określonego związkiem

$$(2.3) \quad p = \frac{1}{2} (\sigma_1 + \sigma_2),$$

wyjściowy układ równań sprowadzamy do układu dwóch równań różniczkowych cząstkowych typu hiperbolicznego, którego równania charakterystyk i związki wzdłuż nich mają postać:

dla linii rodziny α

$$(2.4) \quad \frac{dz}{dr} = \operatorname{tg} \vartheta, \quad dp - 2kd\vartheta - \frac{k}{r} (dz - dr) = 0,$$

dla linii rodziny β

$$\frac{dz}{dr} = -\operatorname{ctg} \vartheta, \quad dp + 2kd\vartheta + \frac{k}{r} (dz + dr) = 0,$$

gdzie przez k oznaczono wartość granicy plastyczności materiału na ścinanie.

Uzyskanie rozwiązania dla naprężenia polega na numerycznym wyznaczeniu siatki charakterystyk w obszarze uplastycznionym $ABCD$ (rys. 1). Rozwiązujemy zaczynamy od krawędzi AB wycięcia kołowego, wzdłuż której kierunek największego naprężenia głównego jest określony styczną do konturu, a jego wartość jest równa granicy plastyczności materiału przy jednoosiowym

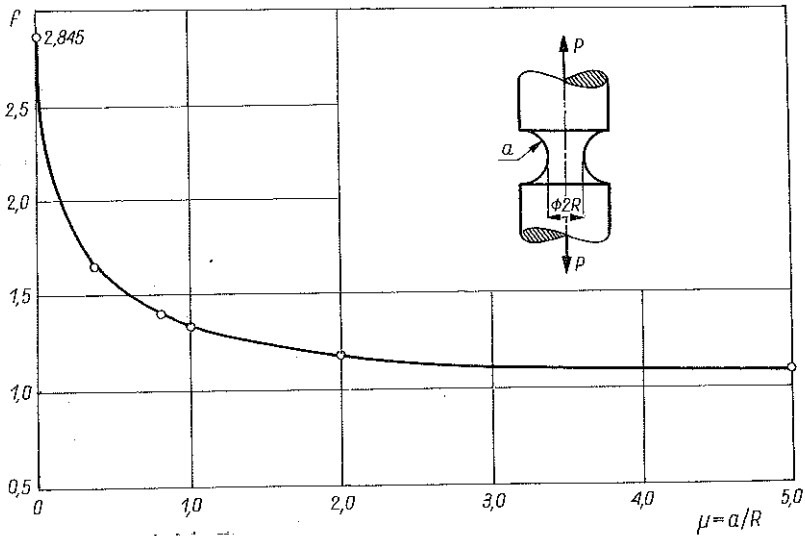
rozciąganiu. Zagadnienie Cauchy'ego w obszarze ABC rozwiązujemy kolejno dla poszczególnych linii α przechodząc (poczynając od linii AC) do zagadnienia mieszanego z warunkiem $z=0$ i $\vartheta = \pi/4$ dla punktów leżących wzdłuż osi r . Położenie punktu B jest nieznane w pierwszej fazie rozwiązania i określone jest przez charakterystykę α (DCB) przechodzącą przez początek układu r, z . Wyjściowy krok obliczeń numerycznych definiowany jako różnica wartości kątów φ dla sąsiednich punktów brzegowych dobierany jest w ten sposób, żeby rozwiązanie obejmowało około 8-miu linii α , przy czym zagęszczano linie w miarę zmniejszania się kąta φ punktów brzegowych i zbliżania się charakterystyk do punktu B (rys. 1). Współrzędne r, z i wartości średniego ciśnienia p i kąta ϑ dla węzłowych punktów charakterystyk obliczano iteracyjnie metodą MASSAU [9]. Proces iterowania uznawano za zakończony, jeśli różnica między wartościami kąta ϑ w dwóch kolejnych iteracjach była mniejsza niż $5 \cdot 10^{-6}$ rad. Położenie punktu B określone zostało w rozwiązaniu przez ostatnią charakterystykę α obszaru uplastycznionego, którą iterowano zmieniając wyjściowy krok obliczeń dla tej linii do osiągnięcia wartości współrzędnej r ostatniego jej punktu D w przedziale $0 < r_0 \leq 0,05$. Wyznaczenie siatki charakterystyk jest równoznaczne z rozwiązaniem równań dla naprężeń w całym obszarze uplastycznionym. Wartości funkcji p i φ określone są w węzłowych punktach przecięcia dwóch rodzin charakterystyk o znanych współrzędnych r i z . Całkując numerycznie dyskretny rozkład naprężeń σ_z wzdłuż minimalnego przekroju próbki (dla $z=0$) obliczamy siłę P^* odpowiadającą uplastycznieniu materiału w minimalnym przekroju pręta osłabionego karbem. Dzieląc wartość siły P^* przez wartość siły P^0 odpowiadającą uplastycznieniu jednorodnego pręta bez karbu o średnicy równej $2R_0$, otrzymujemy współczynnik zwiększenia nośności granicznej f :

$$(2.5) \quad \frac{P^*}{P_0} = f = 0,5 + \frac{1}{kR^2} \int_0^R pr \, dr.$$

Obliczenia numeryczne wykonano dla sześciu wartości parametru $\mu = a/R$ równych 0,4; 0,8; 1,0; 2,0; 5,0; 10,0, a odpowiadające im wartości współczynników zwiększenia nośności granicznej podano w tablicy 1. Wartości

Tablica 1

$\mu = a/R$	0,4	0,8	1,0	2,0	5,0	10,0
$f = P^*/P_0$	1,6543	1,4063	1,3448	1,1803	1,0904	1,0499
$\kappa = C/R$	1,724	1,454	1,366	1,263	1,118	1,096
$\eta = S/R$	2,091	1,762	1,697	1,602	1,440	—



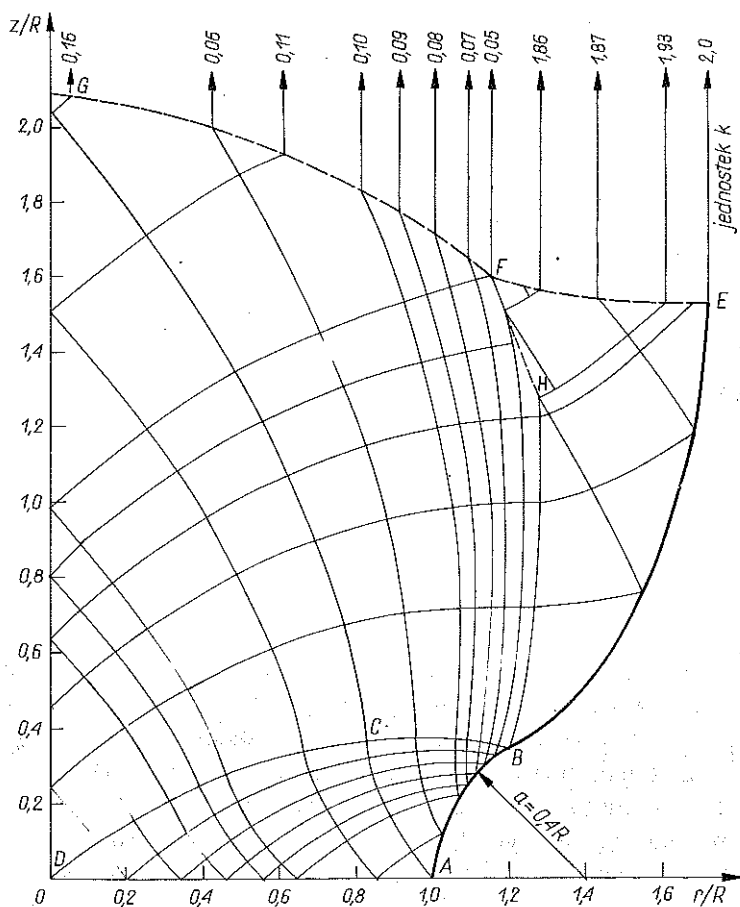
Rys. 2

te razem z wynikami wcześniejszych obliczeń [1 i 9] umożliwiają zbudowanie wykresu współczynnika zwiększenia nośności granicznej f jako funkcji parametru geometrycznego μ zdefiniowanego stosunkiem promienia karbu a do promienia R najmniejszego przekroju pręta (rys. 2). Siatki charakterystyk dla dwóch przykładowych rozwiązań pokazano na rys. 3 dla promienia zaokrąglenia karbu równego $0,4 R$ i na rys. 4 dla $a = 0,8 R$.

Następnym elementem rozwiązania jest wyznaczenie prędkości płynięcia poszczególnych cząstek materiału. Wyjściowy układ równań dla prędkości stanowi warunek izotropii i nieściśliwości materiału [1]. Ponieważ charakterystyki dla prędkości i naprężeń pokrywają się, przeto uzyskanie rozwiązania sprowadza się do całkowania wzdłuż znanych już charakterystyk zależności różniczkowych, jakie muszą być wzdłuż nich spełnione w postaci:

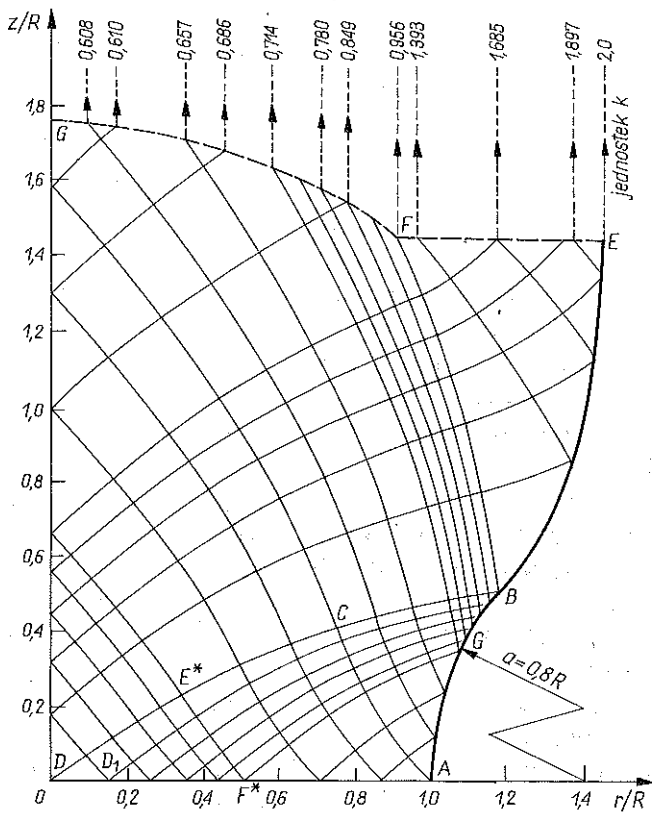
$$(2.6) \quad \begin{aligned} dU - Wd\vartheta &= -\frac{V_r}{2r} ds_\alpha && \text{wzdłuż } \alpha, \\ dW + Ud\vartheta &= -\frac{V_r}{dr} ds_\beta && \text{wzdłuż } \beta, \end{aligned}$$

gdzie U i W oznaczają składowe prędkości płynięcia odpowiednio wzdłuż charakterystyki α i β , V_r jest składową prędkości płynięcia w kierunku r , a ds_α i ds_β są elementarnymi odcinkami odpowiednich charakterystyk. Warunki brzegowe dla prędkości dane są wzdłuż skrajnej charakterystyki BCD , która nie jest linią nieciągłości prędkości [1] i wszystkie jej punkty

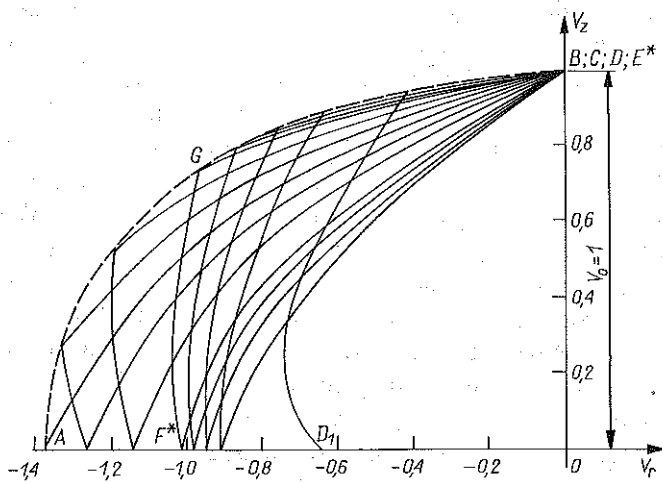


Rys. 3

mają jednakową prędkość przemieszczenia V_0 równą prędkości ruchu sztywnych części rozciąganej pręta. Rozwiązanie układu równań (2.6) dla prędkości płynięcia rozpoczynamy od punktu D przyjmując dodatkowo, że prędkość punktu D_1 leżącego na osi r (rys. 4) określona jest przez pole kinematyczne zaproponowane przez R. T. SHIELDA [1] i równa jest $2V_0/\pi$. Wartości prędkości płynięcia w pozostałych węzłach siatki charakterystyk obliczono numerycznie, a przykładowe wyniki przedstawiono na rys. 5 w postaci hodografu dla promienia karbu $a = 0,8 R$. Prędkości poszczególnych punktów węzłowych siatki charakterystyk dla naprężeń odwzorowane są przez wektor łączący biegun 0 z odpowiadającym punktem hodografu. Wyznaczone prędkości płynięcia cząstek obszaru uplastycznionego umożliwiają obliczenie prędkości odkształceń poszczególnych punktów i sprawdzenie warunku dodatniości mocy dysypowanej w obszarze uplastycznionym. Waru-



Rys. 4



Rys. 5

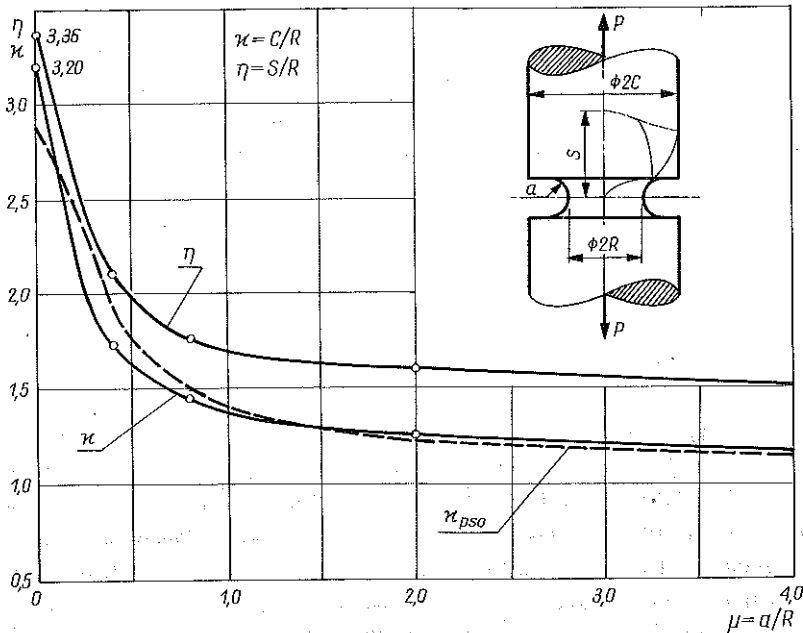
nek ten był spełniony we wszystkich wykonanych rozwiązaniach, przy czym ograniczono się do wrywkowego sprawdzenia w kilku wybranych punktach obszaru uplastycznionego.

3. PRZEDŁUŻENIE POLA NAPRĘŻEŃ W OBSZAR SZTYWNY

Istotnym uzupełnieniem rozwiązania w obszarze uplastycznionym, obejmującym wyznaczenie pola naprężeń i prędkości oraz sprawdzenie warunku dodatniości mocy dysypowanej, jest przedłużenie stanu naprężenia poza obszar uplastyczniony w celu sprawdzenia, czy w innych miejscach nie jest przekroczony warunek plastyczności. Budowę przedłużenia stanu naprężenia w obszar sztywny wykonuje się zgodnie z procedurą zaproponowaną przez J. F. BISHOPA [8]. Rozwiązujemy układ równań dla naprężeń (2.4) startując od skrajnej charakterystyki BCD obszaru uplastycznionego. Rozwiązujemy kolejno zagadnienie charakterystyczne i mieszane dla punktów leżących wzdłuż osi symetrii z , a następnie od linii BF zagadnienie odwrotne do zagadnienia Cauchy'ego. Wyznaczamy w ten sposób kształt hipotetycznego brzegu swobodnego BE aż do punktu E , w którym linia konturu jest równoległa do osi z . Poczynając od tego punktu rozpoczynamy konstruowanie statycznie dopuszczalnej powierzchni nieciągłości naprężeń (linia EFG w przekroju podłużnym) w ten sposób, żeby od górnej jej strony wystąpił jedynie jednoosiowy stan naprężenia o kierunku równoległym od osi z . Otrzymane w ten sposób statycznie dopuszczalne pole naprężeń, którego składowe spełniają warunek plastyczności, określa nam wymiary średnicy i długości części chwytowej niezbędne do realizacji uplastycznienia materiału w obszarze $ABCD$. Uzyskujemy w ten sposób kompletne rozwiązanie plastyczności dla naprężeń i prędkości płynięcia, spełniające warunek dodatniości mocy dysypowanej, dla którego w żadnym miejscu poza obszarem uplastycznionym nie jest przekroczony warunek plastyczności, o ile wymiary części chwytowej poza karbem nie są mniejsze niż to wynika z przedłużenia pola naprężeń w obszar sztywny. Obliczenia numeryczne przedłużenia pola naprężeń w obszar sztywny wykonano dla karbów o promieniu zaokrąglenia μ równym 0,4; 0,8; 1,0; 2,0; 5,0 i 10,0, z których dwa przedstawiono na rys. 3 i 4. Siatkę charakterystyk obliczano, jak i całe rozwiązanie, na maszynie cyfrowej Odra 1305, natomiast powierzchnię nieciągłości naprężeń EFG wyznaczono wykreślnie na płaszczyźnie kół Mohra. Siła rozciągająca obliczona ze scałkowania rozkładu naprężeń wzdłuż linii EFG , zgadzała się dla wszystkich zadań w granicach 3% z wartością siły obliczoną ze scałkowania rozkładu naprężeń osiowych wzdłuż najmniejszego przekroju AD pręta. Dla małych promieni zaokrąglenia karbu w polu naprężeń pojawia się linia nieciągłości HF (rys. 3) w wyniku nakładania się na ten sam obszar dwóch rozwiązań objętych zagadnieniem charakterystycznym i odwrotnym do zagad-

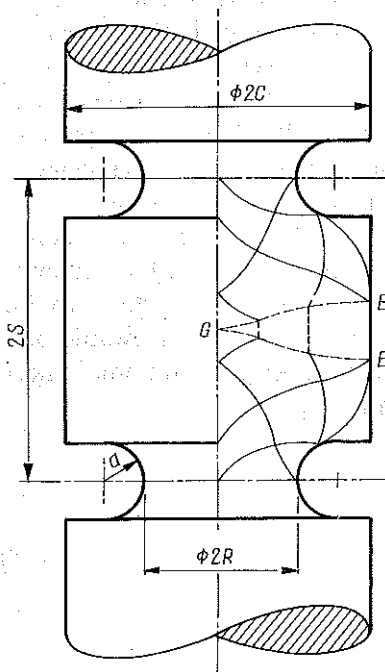
nienia Cauchy'ego. Poczynając od punktu H przecięcia się dwóch sąsiednich charakterystyk β , rozwiązania te rozgraniczamy linią nieciągłości naprężeń, której przebieg określamy w ten sposób żeby zapewnić ciągłość składowej naprężenia normalnej do linii nieciągłości przy spełnianiu warunku plastyczności przez składowe naprężenia po obu jej stronach.

Rozwiązanie dla naprężeń, określone przez siatkę charakterystyk w obrębie obszaru $ABCD$ będzie rozwiązaniem rozpatrywanego zagadnienia, o ile w kontur części chwytowej pręta można będzie wpisać przedłużenie pola naprężeń w obszar sztywny. Wyznaczone przez przedłużenie wymiary: $2C$ — średnicy i S — wysokości części chwytowej, określone odpowiednio przez promień punktu E i współrzędną z punktu G , określają niezbędne minimalne wymiary części pręta poza karbem. Określone na podstawie wykonanych obliczeń numerycznych wartości parametru κ , zdefiniowanego jako stosunek minimalnej średnicy $2C$ części chwytowej pręta do średnicy $2R$ oraz parametru η , zdefiniowanego jako stosunek całkowitej długości $2S$ obu części chwytowych pręta do średnicy $2R$ podano w tablicy 1. Wartości te wraz z wcześniejszymi obliczeniami [1] umożliwiły zbudowanie wykresu zależności wymiarów części chwytowej pręta jako funkcji promienia karbu (rys. 6). Linią przerywaną zaznaczono oszacowanie przebiegu funkcji $\kappa = f(\mu)$ na podstawie rozwiązań dla płaskiego stanu odkształcenia zgodnie z wcześniej zaproponowaną procedurą [9].



Rys. 6

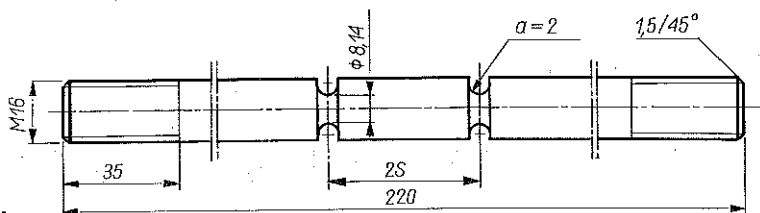
Mając rozwiązanie dla pręta osłabionego pojedynczym wycięciem, możemy łatwo określić takie najmniejsze wymiary pręta z szeregiem analogicznych wycięć, żeby jego nośność graniczna nie była mniejsza od nośności granicznej pręta z pojedynczym karbem. Zestawiając mianowicie dwa symetryczne rozwiązania (rys. 7) otrzymuje się tę niezbędną najmniejszą odległość między dwoma wycięciami. Między liniami nieciągłości EG panuje stan jednoosiowego rozciągania lub ściskania.



Rys. 7

4. WYNIKI DOŚWIADCZEŃ

Weryfikację doświadczalną podanych rozwiązań i oszacowań nośności granicznej przeprowadzono na prętach osłabionych dwoma obwodowymi nacięciami kołowymi. Ogółem zbadano 17 próbek (dwie z nich, bez karbów, poddano badaniom materiałowym w próbie jednoosiowego rozciągania) wykonanych ze stopu aluminium PA2 (AlMg2). Wyboru materiału dokonano ze względu na jego bardzo dobrą podatność do przeróbki plastycznej oraz ze względu na szerokie zastosowanie do wyrobu elementów konstrukcji lotniczych, okrętowych i budowlanych, a także w pojazdach mechanicznych,



Rys. 8

urządzeniach przemysłu chemicznego i spożywczego. Kształt i wymiary nominalne próbek z karbami podano na rys. 8. Dla wszystkich prętów średnica najmniejszego przekroju $2R$, mierzona na dnie karbu, była stała. Stały był również promień zaokrąglenia dna karbu a . Wartość średnia parametru kształtu karbu $\mu = a/R$ wynosiła 0,491, a parametru $\kappa = C/R$, charakteryzującego głębokość karbu, wynosiła 1,966. Wartość parametru κ była więc większa od wartości wynikającej z teoretycznego rozwiązania, która dla $\mu = 0,491$ wynosi 1,63 (rys. 6).

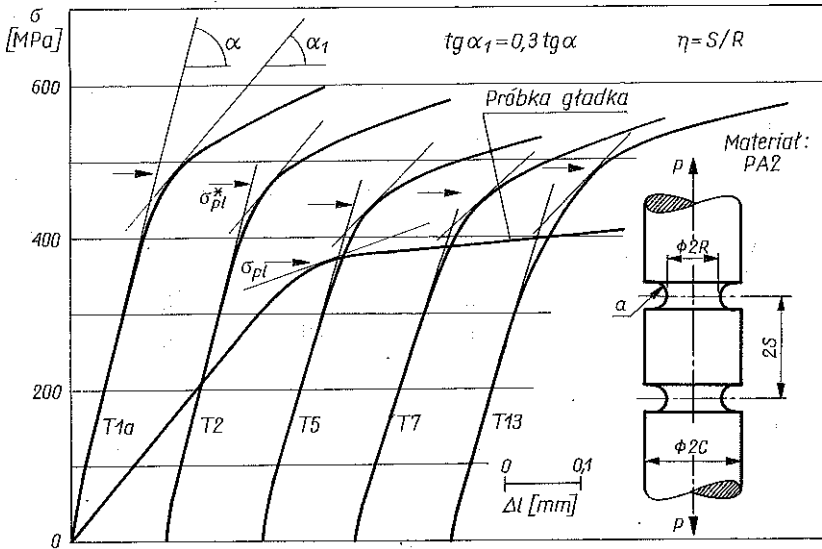
Rozstawienie korbów na próbkach, wyrażone jako stosunek S/R , podane zostało w tabelicy 2. Dla każdej próbki jest ono inne i zawiera się w przedziale od zera do pięciu.

Badania przeprowadzono na uniwersalnej maszynie wytrzymałościowej o napędzie hydraulicznym. Próbki mocowano w uchwytach maszyny za pomocą kulowych przegubów. Do pomiaru odkształceń użyto mechanicznego ekstensometru typu AMSLER, o najmniejszej podziałce 0,01 mm, mocowanego do próbki na bazie pomiarowej 120 mm.

Na rys. 9 podano przykładowo początkowe części krzywych rozciągania kilku próbek. Strzałkami oznaczono wartości umownej granicy plastyczności. Granicę tę utożsamiano z punktem, w którym tangens nachylenia stycznej do krzywej rozciągania wynosi 0,3 wartości tangensa kąta pochylenia początkowej prostoliniowej części wykresu. Tak określone wartości umownej granicy plastyczności podano w tabelicy 2. Przedstawiono je także w postaci kółek na rys. 10 jako funkcji stosunku S/R . Na rysunku tym zaznaczono linią przerywaną teoretyczną wartość parametru $\eta = S/R$, wynikającą z rozwiązania dla badanego kształtu karbu. Określono ją z wykresu podanego na rys. 6. Dla $\mu = a/R = 0,491$, teoretyczna wartość $\eta = 1,966$. Z położenia kółek na rys. 10, odpowiadających granicy plastyczności wynika, że dla odległości między korbami $2S$ mniejszych od wynikającej z rozwiązania ($\eta < 1,966$) zaznacza się początkowo łagodny a następnie coraz bardziej gwałtowny spadek nośności granicznej próbek. Następnie przy dalszym zmniejszaniu się wymiaru $2S$, dla wartości $\eta < 0,45$ następuje zwiększenie nośności granicznej. Obserwuje się przy tym zmianę mechanizmu zniszczenia. W prób-

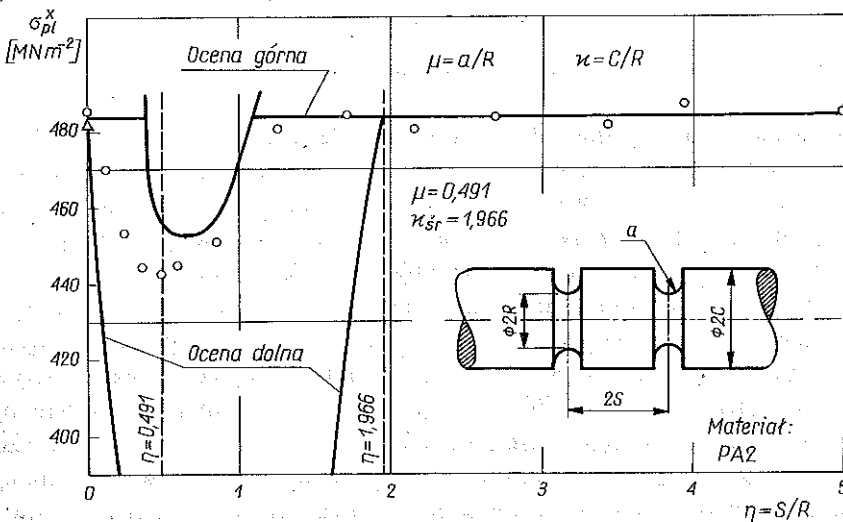
Tablica 2

L.p.		a = 2 [mm]		2R _{sr} = 8,14		σ _m = 525,1 MPa		σ _{pl} = 367,0 MPa		
		Oznaczenie	Wymiary [mm]	F ₀ [mm ²]	P [*] _{max} [N]	σ [*] _m = $\frac{P_{max}^*}{F_0}$ [MPa]	σ [*] _{pl} [MPa]	η = S/R	f _m = $\frac{\sigma_m^*}{\sigma_{pl}}$	f = $\frac{\sigma_{pl}^*}{\sigma_{pl}}$
1	T1	0	8,00	50,265	33000	565,52	482,0	0,000	1,250	1,313
2	T1a	0	8,20	52,810	34690	656,88	484,6	0,000	1,251	1,320
3	T2	1	8,05	50,896	31800	624,80	470,0	0,124	1,190	1,281
4	T2	2	8,10	51,530	31000	601,59	453,0	0,247	1,146	1,234
5	T4	3	8,30	54,106	32750	605,29	444,0	0,361	1,153	1,210
6	T5	4	8,15	52,168	31450	602,86	442,0	0,491	1,148	1,204
7	T6	5	8,20	52,810	32500	615,41	443,0	0,610	1,172	1,207
8	T7	7	8,25	53,456	33500	626,68	451,0	0,848	1,193	1,229
9	T8	10	8,02	50,517	32800	649,29	480,0	1,247	1,236	1,308
10	T9	14	8,15	52,168	34250	656,53	484,0	1,718	1,250	1,319
11	T10	18	8,30	54,106	35250	651,50	480,0	2,169	1,241	1,308
12	T11	22	8,20	52,810	34800	658,97	483,0	2,683	1,255	1,316
13	T12	28	8,10	51,530	33780	655,54	481,0	3,457	1,248	1,311
14	T13	32	8,10	51,530	34130	662,33	487,0	3,951	1,261	1,327
15	T14	40	8,00	50,265	33100	658,51	485,0	5,000	1,254	1,322

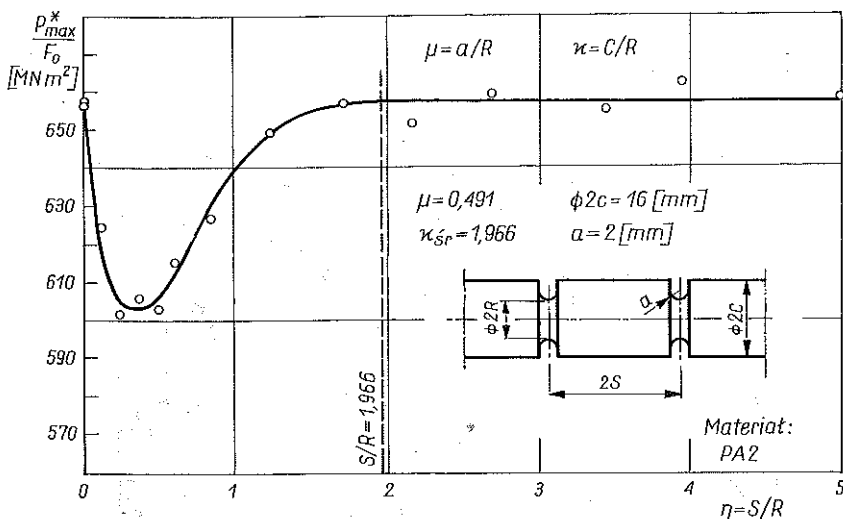


Rys. 9

kach, w których parametr η był większy od jedności rozdzielanie następowało w jednym z wycięć, natomiast dla próbek o stosunku $0 < \eta < 1$ zniszczenie następowało przez rozdzielanie na powierzchni leżącej między karcami. Liniami ciągłymi na rys. 10 określono wartości teoretycznych oszacowań nośności granicznej uzyskanych w przedstawionej pracy.



Rys. 10



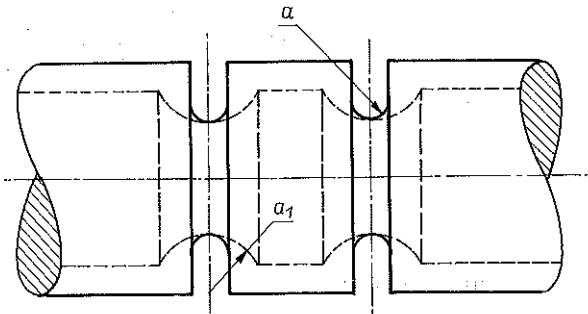
Rys. 11

W przeprowadzonych doświadczeniach rejestrowano także wytrzymałość na rozciąganie badanych elementów. Wykres wytrzymałości na rozciąganie σ_m^* jako funkcji rozstawienia korbów $\eta = S/R$ przedstawiono na rys. 11. Podobnie jak dla nośności granicznej widoczny jest wyraźny spadek wytrzymałości na rozciąganie dla S/R mniejszych od wartości teoretycznej $\eta = 1,966$. Po osiągnięciu minimum wytrzymałość na rozciąganie wzrasta (dla wartości η mniejszych w przybliżeniu od 0,35).

5. OCENA NOŚNOŚCI GRANICZNEJ

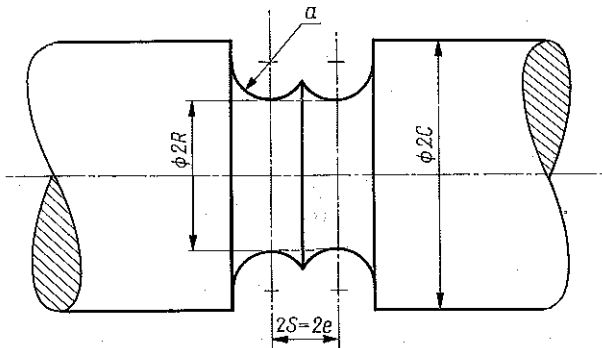
Otrzymane rozwiązanie dla karbu pojedynczego pozwala uzyskać kompletne rozwiązanie dla pręta z szeregiem wycięć kołowych, o ile stosunek S/R i C/R nie jest mniejszy od pewnej wielkości zależnej od promienia zaokrąglenia karbu a . Wpływ wielkości C/R na nośność graniczną prętów z pojedynczymi wycięciami był badany w kilku pracach [3, 4 i 10], w których podano sposób szacowania nośności granicznej. Otrzymane wyniki są prawdziwe również dla prętów z szeregiem wycięć w przypadku mniejszych od wymaganych wartości C/R . Przedłużenie pola naprężeń w obszar sztywny pozwoliło autorom pracy [5] określić nośność graniczną rozciąganych osiowo-symetrycznych prętów osłabionych szeregiem korbów kątowych. Szczegółowa analiza wyników badań oraz uogólnienie wniosków otrzymanych w tych pracach zostały przeprowadzone w obszernej monografii [9]. Obecnie przystąpimy do określenia dolnej i górnej oceny nośności granicznej prętów

z wieloma wycięciami okrągłymi o parametrze $\mu = a/R = 0,491$, umieszczonymi blisko siebie ($0 \leq S/R \leq 1,966$). Szacowanie nośności granicznej przeprowadzono przy założeniu, że wartość C/R jest wystarczająca. Oceny odniesiono do nośności granicznej próbki z pojedynczym karbem (krzywa $T1a$ na rys. 9, dla której zgodnie z tabelicą 2 wartość S/R równa się zero). Dla określonej wartości S/R w granicach $1 \leq S/R < 1,966$, jako dolną ocenę nośności granicznej dla pręta z wycięciami kołowymi o promieniu a przyjmowano nośność graniczną pręta z wycięciami kołowymi o takim promieniu a_1 , dla którego udaje się zbudować kompletne rozwiązanie (rys. 12).

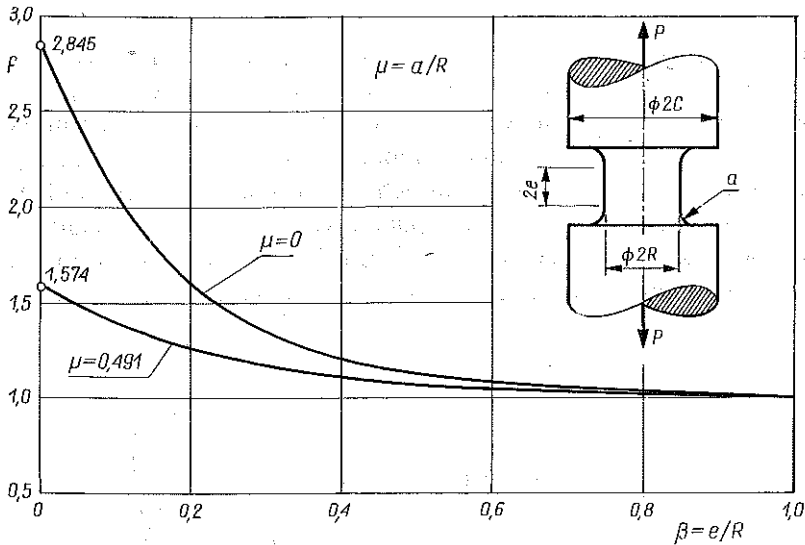


Rys. 12

Dla bardzo małych odległości między karbami ($0 < S/R \leq 1$) dolną ocenę nośności granicznej określano przez wpisanie między zewnętrzne tworzące karbu prostokątnego z zaokrągleniami o promieniu a (rys. 13). Nośność graniczna pręta osłabionego takim pojedynczym wycięciem stanowi dolną ocenę nośności granicznej dla pręta z dwoma blisko umieszczonymi karbami kołowymi ($2S = 2e$). Wykres współczynnika zwiększenia nośności granicznej f dla karbu prostokątnego z zaokrągleniami o promieniu a podano na rys. 14.



Rys. 13



Rys. 14

Najlepszą górną ocenę dla wartości $0,378 \leq S/R \leq 1,1$ uzyskuje się zakładając, że zniszczenie pręta nastąpi przez poślizg w płaszczyźnie A-A (rys. 15). Kąt nachylenia płaszczyzny poślizgu do płaszczyzny prostokątnej do osi próbki wyraża się zależnością

$$(5.1) \quad \gamma = \text{arc tg } S/R.$$

W powyższym zakresie wartości $\eta = S/R$ występują dwa przedziały. Pierwszy $0,378 \leq S/R \leq \mu$ i drugi $\mu \leq S/R \leq 1,1$. W pierwszym przedziale wzór na górną ocenę nośności granicznej ma postać

$$(5.2) \quad f = \frac{1+\eta^2}{2\eta} (A+B) \quad \text{dla} \quad 0 \leq \eta \leq \mu,$$

gdzie

$$A = \frac{2}{\pi} \sqrt{C^2 - 1},$$

$$B = 1 - \frac{1}{90} \text{arc cos } \frac{1}{C},$$

$$C = 1 + \mu - \sqrt{\mu^2 - \eta^2}.$$

W drugim przedziale wzór ten ma postać

$$(5.3) \quad f = \frac{1 + \eta^2}{2\eta} (A + B + C) \quad \text{dla} \quad \eta \geq \mu,$$

gdzie

$$A = 1 + \frac{2(1 + \mu)}{\pi} \sin D,$$

$$B = \left[\frac{2(1 + \mu)(\eta - \mu)}{\pi\eta} \right] \frac{\sin(E - F)}{\sin F},$$

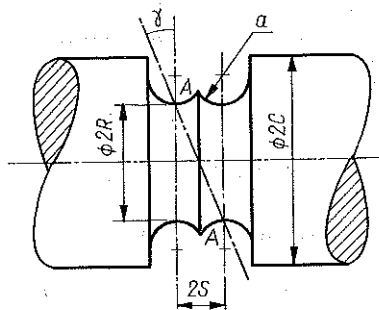
$$C = \frac{1}{90} (\kappa^2 F - E - D),$$

$$D = \arccos \frac{1}{1 + \mu},$$

$$E = \arcsin \frac{\eta - \mu}{\eta(1 + \mu)},$$

$$F = \arcsin \frac{\eta - \mu}{\kappa\eta}.$$

Dla η w przedziale od zera do 0,378 jako górną ocenę przyjęto rozwiązanie dla karbu z pojedynczym wycięciem kołowym o promieniu a . Wartość nośności granicznej uzyskana z tego rozwiązania jest w tym zakresie na pewno większa od rozwiązania ścisłego dla pręta osłabionego dwoma karbami.



Rys. 15

Warto przypomnieć, że dla wartości $\eta = 1,966$ istnieje rozwiązanie kompletne. Dla $\eta \geq 1,966$ mamy zatem ścisłą wartość współczynnika $f = 1,574$, natomiast w przedziale $1,1 < \eta < 1,966$ wartość ta będzie jedynie górnym oszacowaniem nośności granicznej.

6. WNIOSKI

Uzyskane wykresy parametrów geometrycznych $\kappa = C/R$ i $\eta = S/R$ (rys. 6) wraz z wykresem współczynnika zwiększenia nośności granicznej f (rys. 2) pozwalają na szybką ocenę optymalnych wymiarów elementów konstrukcji tego typu.

Przeprowadzone w pracy badania doświadczalne potwierdziły przydatność proponowanych rozwiązań teoretycznych do oceny optymalnego rozstawienia karbów również ze względu na wytrzymałość na rozciąganie elementów osłabionych szeregiem karbów (rys. 11). W zakresie $0 \leq \eta \leq \eta_{\min}$ (gdzie η_{\min} oznacza wartość z rys. 6 dla danego kształtu karbu określonej parametrem $\mu = a/R$) możliwe jest jedynie określenie górnej i dolnej oceny nośności granicznej metodami podanymi w pracy.

Zaproponowany w pracy [5] sposób postępowania do oceny optymalnych wymiarów i nośności granicznej prętów z szeregiem karbów kątowych uzyskał w przedstawionej pracy potwierdzenie przydatności w przypadku elementów konstrukcji osłabionych nacięciami kołowymi.

LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. R. T. SHIELD, *On the plastic flow of metals under conditions of axial-symmetry*, Proc. Roy. Soc., **233A**, 1193, 267–287, 1955.
2. G. EASON, R. T. SHIELD, *The plastic indentation of a semi-infinite solid by a perfectly rough circular punch*, ZAMP, **11**, 33–43, 1960.
3. W. SZCZEPIŃSKI, L. DIETRICH, E. DRESCHER, J. MIASTKOWSKI, *Plastic flow of axially-symmetric notched bars pulled in tension*, Int. J. Solids Struct., **2**, 543–554, 1966.
4. L. DIETRICH, W. SZCZEPIŃSKI, *Plastic yielding of axially-symmetric bars with non-symmetric V-notch*, Acta Mech., **4**, 230–240, 1967.
5. L. DIETRICH, K. TURSKI, *Nośność graniczna rozciąganych osiowo-symetrycznych prętów osłabionych szeregiem karbów kątowych*, Mech. Teoret. Stos., **6**, 4, 437–448, 1968.
6. F. J. LOCKETT, *Indentation of a rigid-plastic material by a conical indenter*, J. Mech. Phys. Solids, **11**, 345–355, 1963.
7. DAO-DUY TIEN, *Próba twardości Rockwella jako problem teorii plastyczności*, Rozpr. Inżyn., **21**, 4, 709–721, 1973.
8. J. F. BISHOP, *On the complete solution to problems of deformation of plastic-rigid material*, J. Mech. Phys. Solids, **2**, 43–45, 1955.
9. L. DIETRICH, J. MIASTKOWSKI, W. SZCZEPIŃSKI, *Nośność graniczna elementów konstrukcji*, PWN, Warszawa 1970.
10. J. MIASTKOWSKI, *Nośność graniczna rozciąganych elementów o przekroju kwadratowym z wycięciami*, Rozpr. Inżyn., **17**, 4, 571–582, 1969.
11. J. MIASTKOWSKI, H. SKROCKI, *Analiza wytrzymałościowa prętów kwadratowych z szeregiem karbów kątowych*, Arch. Budowy Maszyn, **28**, 1, 13–25, 1981.

Резюме

ПРЕДЕЛЬНАЯ НЕСУЩАЯ СПОСОБНОСТЬ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ СТЕРЖНЕЙ
С РЯДОМ КРУГОВЫХ НАДРЕЗОВ

В работе представлены полные решения для задачи растяжения осесимметричных стержней, ослабленных произвольным круговым надрезом. На основе вышеприведенных решений определены предельные значения диаметра хвостовой части и оптимальное расположение надрезов, в случае ослабления стержней рядом вырезов, а также проведен анализ предельной несущей способности этих стержней в целом интервале переменности их геометрических параметров. Полученные результаты подвергнуты экспериментальной проверке.

SUMMARY

LOAD CARRYING CAPACITY OF AXI-SYMMETRIC BARS
WITH CIRCULAR NOTCHES

Complete solution is derived for the problem of an axi-symmetric bar weakened by an arbitrary circular notch and subject to tension. The solution is then used to determine the diameter outside the notch and the optimum spacing of notches; load carrying capacity of such bars is analyzed within the entire range of variability of geometrical parameters. The results obtained are verified experimentally.

POLSKA AKADEMIA NAUK
INSTYTUT PODSTAWOWYCH PROBLEMÓW TECHNIKI
oraz
POLITECHNIKA BIAŁOSTOCKA, BIAŁYSTOK

Praca została złożona w Redakcji w dniu 22 czerwca 1987 r.
