

PROJEKTOWANIE PLASTYCZNE ELEMENTU ROZCIĄGANEGO OSŁABIONEGO OTWOREM

WŁODZIMIERZ ZOWCZAK (WARSZAWA)

Praca zawiera analizę teoretyczną i wyniki doświadczeń dotyczące zadania na kształtowanie pasma rozciągane z otworem. W części teoretycznej omówiono różne rozwiązania tego problemu metodą nośności granicznej. Następnie opisano doświadczenia przeprowadzone na młocie Charpy'ego, w celu oceny przydatności tej metody do projektowania elementów konstrukcyjnych poddanych obciążeniom udarowym.

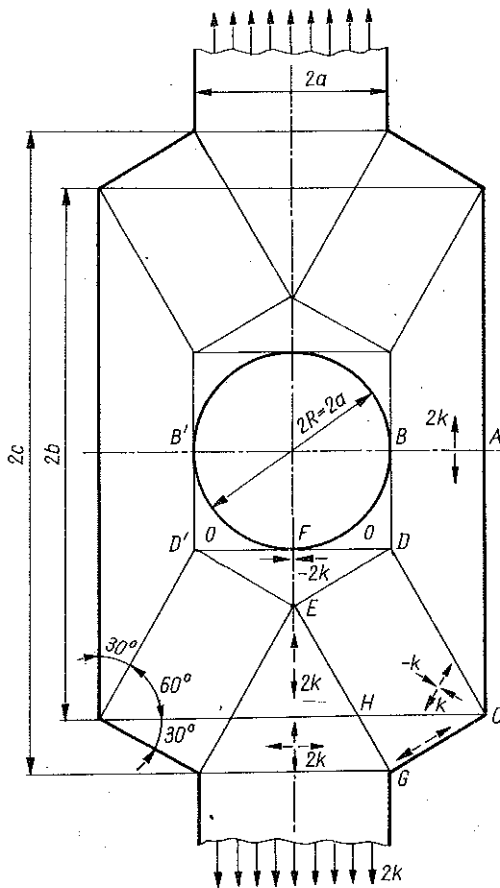
1. ROZWIĄZANIA TEORETYCZNE

Rozważmy pasmo, wykonane z cienkiej blachy, rozciągane naprężeniami granicznymi $2k$. Załóżmy, że pośrodku tego pasma znajduje się otwór kołowy o promieniu R . Należy tak ukształtować kontur zewnętrzny pasma w pobliżu otworu, by nośność pasma w tym obszarze była nie mniejsza niż nośność nieosłabionego otworem trzonu o szerokości $2a$. Zakłada się, że użyty materiał jest sztywno-idealnie plastyczny i podlega warunkowi plastyczności Treski.

Elementarne rozwiązanie tego zadania techniką skokowo-niejednorodnych pól naprężeń przedstawione zostało w monografii [2]. Pole to (rys. 1) skonstruowano przy założeniu, że przekrój AB obciążony jest równomiernie rozłożonymi naprężeniami $2k$. Całe pole składa się z obszarów jednorodnych oddzielonych od siebie liniami nieciągłości naprężeń. Stany naprężenia w poszczególnych obszarach zaznaczono schematycznie na rysunku. Obszary BDF i $B'D'F$ są wolne od naprężeń.

Dla powyższego rozwiązania maksymalna szerokość pasma (w pobliżu otworu) wynosi $2(a+R)$, na długości $2b = 2(R+a\sqrt{3})$. Całkowita długość wzmocnienia (łącznie z obszarami przejściowymi) wynosi $2c = 2(R+a\sqrt{3}+a/\sqrt{3})$. Dla $R = a$ mamy $2b = 2 \cdot 2,732a$ oraz $2c = 2 \cdot 3,309a$. Wygodnie jest to zapisać za pomocą bezwymiarowych parametrów $\beta^+ = b/a = 2,732$ i $\gamma^+ = c/a = 3,309$. Indeksy $+$ oznaczają, iż jest to górne oszacowanie.

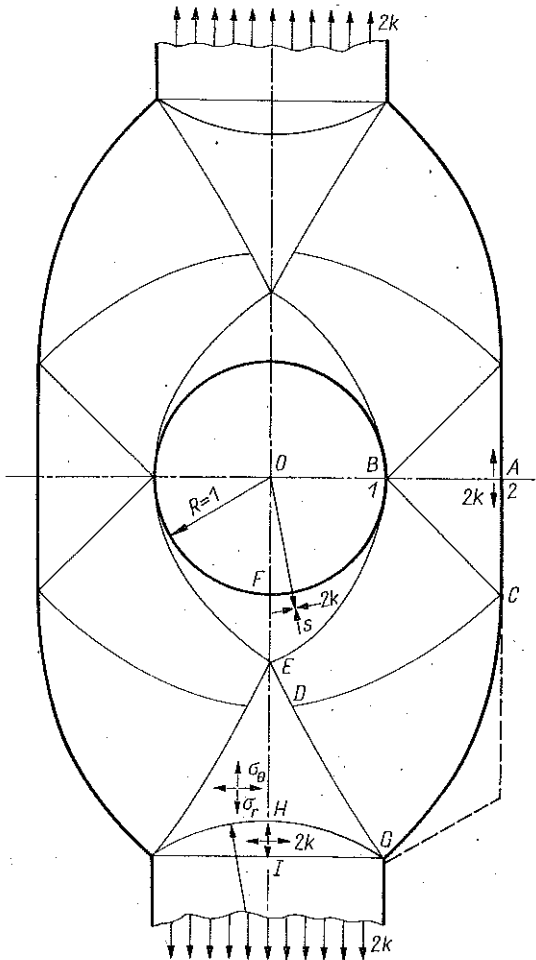
Inne rozwiązanie tego zadania pokazane jest na rys. 2. To pole naprężeń skonstruowano przy użyciu metody charakterystyk. (Zastosowanie tej metody do projektowania omówione jest np. w pracy [3]). Konstrukcja pola roz-



Rys. 1

poczyna się od przekroju AB (ze względu na symetrię omawiamy budowę tylko jednej ćwiartki). Zakłada się, że (podobnie jak w rozwiązaniu z rys. 1) przekrój ten obciążony jest równomiernie rozłożonymi naprężeniami $2k$. Ten sam stan naprężenia panuje w całym obszarze ABC . W obszarze BEF panuje osiowosymetryczny stan naprężenia z osią symetrii prostopadłą do płaszczyzny rysunku i przechodzącą przez punkt O . Naprężenia obwodowe są w całym obszarze jednakowe i równe $-2k$. Natomiast wartość naprężeń promieniowych s wynika z równania równowagi w kierunku promieniowym. Wyrażają się one wzorem $s = 2k(1 - R/r)$, gdzie r jest odległością punktu od środka O . Dla $r = R$ mamy $s = 0$.

Następnie rozwiązuje się odwrotne zadanie Cauchy'ego. Zadanie to obejmuje wyznaczenie przebiegu linii nieciągłości BE i zbudowanie pola naprężeń w obszarze $BCDE$, na podstawie znanych wartości naprężeń wzdłuż charakterystyki BC . Przebieg krzywej BE wyznacza się z warunku równowagi wzajemnych oddziaływań pól naprężeń położonych po obydwu jej stronach.



Rys. 2

Profil brzozy swobodnego CG oraz pole naprężeń w całym obszarze CDG wyznaczamy rozwiązując kolejne odwrotne zadanie Cauchy'ego oparte na znanych wartościach naprężeń wzdłuż charakterystyki CD .

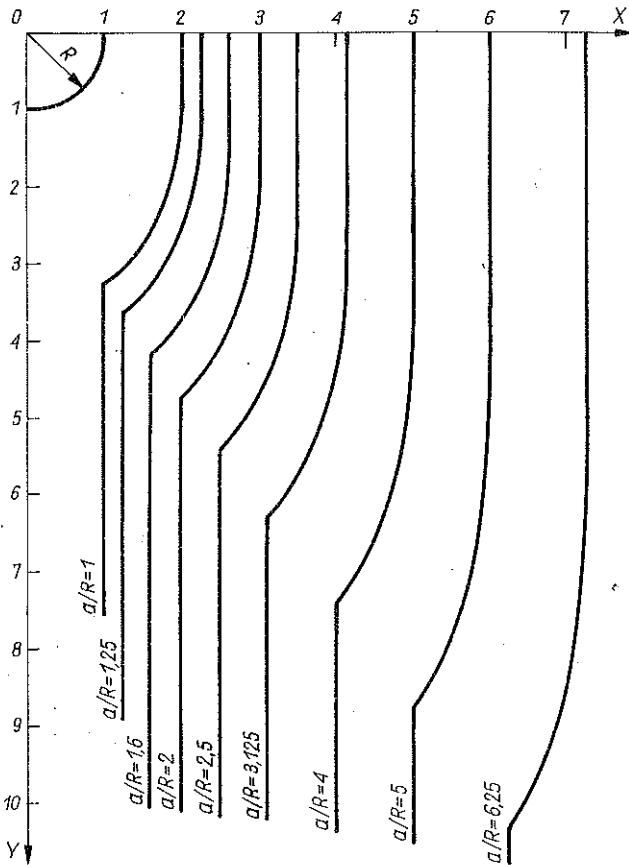
Obszar $EDGH$ obejmuje kolejne pole osiowosymetryczne z osią symetrii prostopadłą do płaszczyzny rysunku. Podobnie jak w przypadku pola BEF , kierunki główne w tym obszarze zgodne są z kierunkami biegunowego układu współrzędnych. Środek tego układu znajduje się w punkcie K leżącym na osi symetrii podłużnej całego elementu. Naprężenia obwodowe i promieniowe w dowolnym punkcie pola $EDGH$ zależą wyłącznie od odległości r punktu od środka K . Sama postać pola i położenie punktu K zostało z góry założone (istnieje tu pewna dowolność — w omawianym przypadku przyjęto $OK = 5$). Natomiast wartości naprężeń głównych σ_r i σ_θ oraz przebieg linii nieciągłości

EG wyznacza się z dwóch równań równowagi na linii EG oraz równania równowagi w obrębie pola w kierunku promieniowym. Całkowanie krzywej EG rozpoczyna się od punktu E . Należało tam założyć początkową wartość naprężenia promieniowego σ_r . Statycznie dopuszczalność opisanego pola naprężeń zapewniało przyjęcie wartości $\sigma_r = 1,381k$. Dla tej wartości początkowej naprężenia promieniowe na łuku GH osiągają wartość $2k$.

W obszarze GHI panuje stan dwuosiowego równomiernego rozciągania naprężeniami $2k$. Poniżej prostej GI materiał jest jednoosiowo równomiernie rozciągany naprężeniami o tej samej wartości.

Otrzymane rozwiązanie jest oszczędniejsze od poprzedniego (które zaznaczono na rys. 2 linią przerywaną). Podobne pola naprężeń budować można dla innych stosunków wymiarów charakterystycznych a/R . Wyznaczono odpowiednie profile (jednak bez konstruowania pola EGH); przedstawione są one na rys. 3.

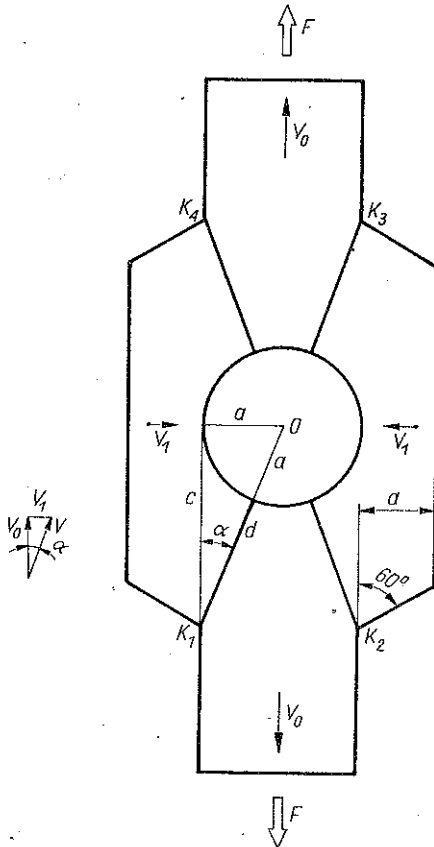
Powyższe, statycznie dopuszczalne rozwiązania stanowią, zgodnie z teorią



Rys. 3

ności granicznej, bezpieczne oszacowania kształtu. Jednak w inżynierskich obliczeniach wytrzymałościowych wymagane wymiary elementów określa się zazwyczaj drogą kinematycznie dopuszczalnych mechanizmów zniszczenia.

Rozważmy element o kształcie pokazanym na rys. 4 (a więc podobnym do rozwiązania według rys. 1). Dolne (niebezpieczne) oszacowanie wymiaru



Rys. 4

b otrzymać można zakładając mechanizm zniszczenia w postaci ścinania wzdłuż płaszczyzn przechodzących przez punkty O i K_1 . Długość odcinka, wzdłuż którego następuje ścinanie wyraża się wzorem

$$d = a(\sqrt{1 + \gamma^2} - 1),$$

gdzie $\gamma = c/a$, zaś $2c$ jest długością odcinków K_1K_4 i K_2K_3 (rys. 4). Prędkość wzajemnego poślizgu równa jest

$$v = \frac{v_0}{\cos \alpha} = \frac{v_0(d+a)}{c} = \frac{v_0 \sqrt{1 + \gamma^2}}{\gamma}.$$

Przyrównując moc sił zewnętrznych $F = 2k \cdot 2ag$ (g – grubość elementu) do mocy dysypowanej na płaszczyznach ścinania, otrzymujemy

$$2Fv_0 = 4(kdg)v.$$

Po podstawieniu powyższych wzorów i uproszczeniach, dochodzimy do równania

$$(\gamma - 1)^2 = \sqrt{1 + \gamma^2}.$$

Numeryczne rozwiązanie tego równania daje wartość $\gamma^- = 2,696$. Dolne oszacowanie β wynosi więc $\beta^- = \gamma^- - 1/\sqrt{3} = 2,118$.

2. BADANIA EKSPERYMENTALNE

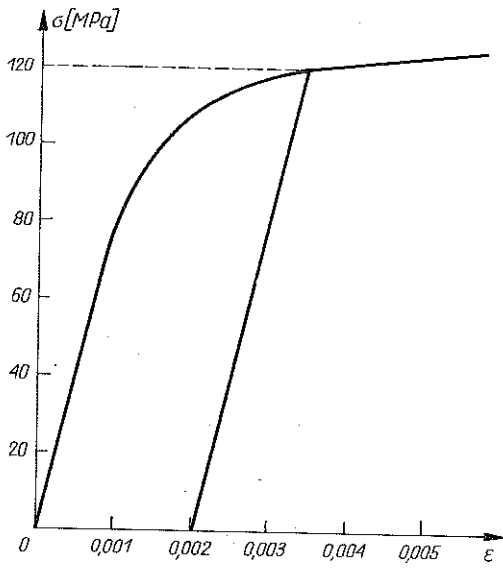
Omówione w poprzednim punkcie rozwiązania teoretyczne były przedmiotem badań doświadczalnych. Badania te miały pokazać, na ile użyteczne mogą być rozwiązania otrzymane przy poważnych założeniach upraszczających, dotyczących zarówno modelu materiału (sztywno-idealnie plastyczny), jak i sposobu obciążenia (statyczne), do projektowania elementów poddanych obciążeniom udarowym. Podobne doświadczenia były już prowadzone [1, 2] i dały pozytywne wyniki. Jednak, zdaniem autora niniejszej pracy, istniejące dane są jeszcze zbyt skromne, aby na ich podstawie sformułować praktyczne wnioski.

Doświadczenia prowadzone były na młocie wahadłowym Charpy'ego. Badaniom poddane były próbki wykonane z blachy aluminiowej (99,5% Al) o grubości nominalnej 2,5 mm (rzeczywiste grubości próbek wahały się w granicach 2,35–2,40 mm). Statyczna charakterystyka tego materiału pokazana jest na rys. 5.

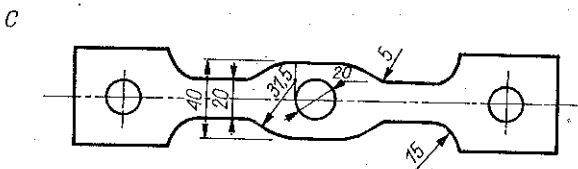
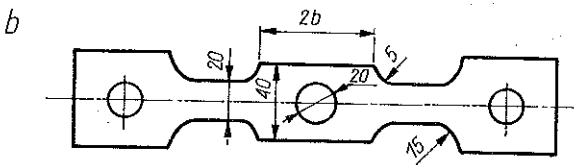
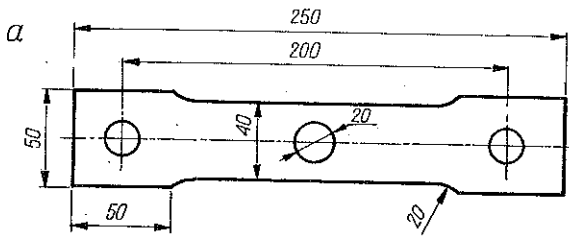
Badania przeprowadzono na trzech typach próbek pokazanych na rys. 6. Próbka mocowana była do młota jednym z końców za pomocą specjalnego uchwytu (rys. 7). Do drugiego końca próbki przymocowany był inny uchwyt, złożony z dwóch szczęk i śruby z nakrętką. Śruba oraz nakrętka, specjalnie wykonane do tego celu, posiadają wystające końcówki. W trakcie próby próbka porusza się wraz z młotem, a wystające końcówki śruby i nakrętki trafiają na zderzaki powodujące zatrzymanie uchwytu i w konsekwencji dynamiczne rozciągnięcie próbki aż do zerwania.

Kształty próbek i sposób mocowania (szczęki ściśnięte śrubami) zapewniały występowanie dużych odkształceń plastycznych wyłącznie w środkowej części każdej z próbek. Przeciętna masa próbki wynosiła 5,6 dag, była więc mała w porównaniu z masą wahadła wraz z uchwytem (10,6 kg).

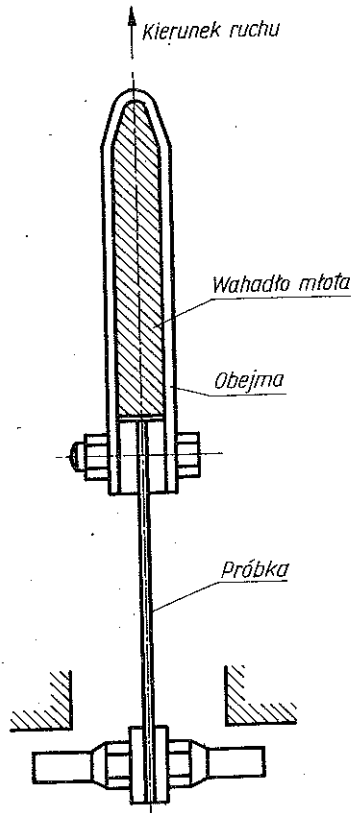
Pomiarowi podlegała energia E zużyta do zniszczenia próbki. W celu nadania wynikom ogólniejszego charakteru doprowadzono je do postaci



Rys. 5



Rys. 6



Rys. 7

bezwymiarowej ε przez odniesienie ich do wymiarów próbek oraz stałej materiałowej $R_{0,2}$:

$$\varepsilon = \frac{E}{2a \cdot g \cdot l \cdot R_{0,2}},$$

gdzie $2a$ oznacza szerokość minimalnego przekroju próbki, g – grubość, $l = 125$ mm – długość części pomiarowej oraz $R_{0,2} = 120$ MPa – umowną granicę plastyczności.

Pierwsza seria doświadczeń obejmowała trzy próbki w kształcie pasma rozciąganego z otworem (rys. 6a). Wyniki prób podane są w tabelicy 1. Średnia wartość ε wynosi 0,035 i zaznaczona jest na rys. 7 linią przerywaną.

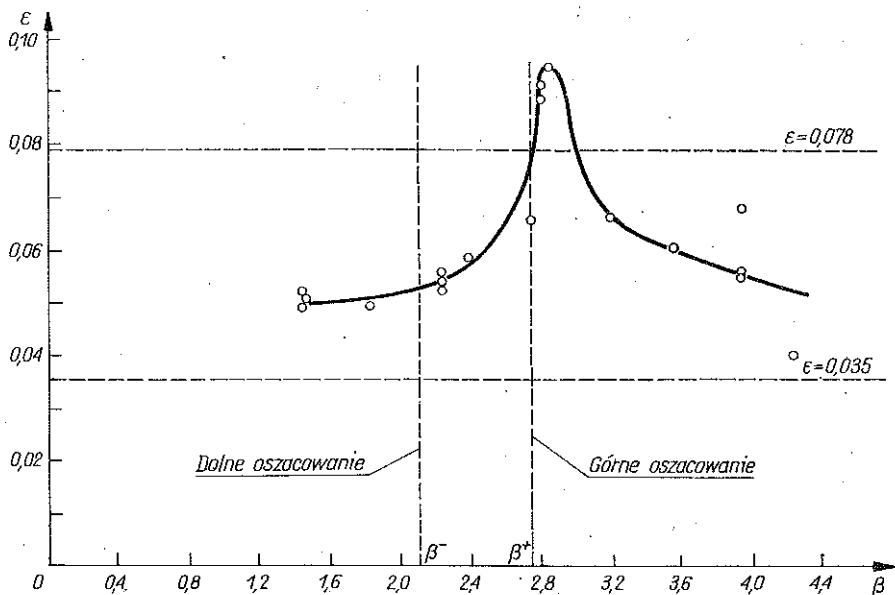
Tabela 1

Nr próbki	1	2	3
ε	0,037	0,034	0,035

Druga seria doświadczeń obejmowała 18 próbek o kształcie pokazanym na rys. 6b. Poszczególne próbki różniły się między sobą długością części środkowej $2b$. Wyniki eksperymentów podane są w tabelicy 2 i na rys. 8. Wykres sporządzono we współrzędnych bezwymiarowych ε i $\beta = b/a$. Jak widać, punkty pomiarowe układają się w przybliżeniu wzdłuż krzywej wykazującej

Tablica 2

Nr próbki	β	ε	Nr próbki	β	ε
1	1,44	0,049	10	2,78	0,092
2	1,45	0,053	11	2,80	0,089
3	1,46	0,051	12	2,82	0,095
4	1,82	0,054	13	3,18	0,067
5	2,22	0,052	14	3,54	0,061
6	2,23	0,056	15	3,94	0,056
7	2,24	0,055	16	3,94	0,069
8	2,38	0,059	17	3,95	0,056
9	2,72	0,066	18	4,24	0,041



Rys. 8

wyraźne maksimum. Jest ono położone w pobliżu górnego oszacowania optymalnej wartości parametru β otrzymanego na podstawie pól naprężeń przedstawionych na rys. 1 i 2. Natomiast oszacowanie za pomocą kinematycznie dopuszczalnego mechanizmu zniszczenia, pokazanego na rys. 3, daje wartość β znacznie odbiegającą od rzeczywistego optimum.

Trzecia seria doświadczeń obejmowała pięć próbek o kształcie wynikającym z omówionego wyżej pola statycznie dopuszczalnego o ciągłej niejednorodności (rys. 6c). Wyniki badań podane są w tablicy 3. Średnia wartość ε wynosi 0,078.

Tablica 3

Nr próbki	1	2	3	4	5
ε	0,087	0,079	0,080	0,077	0,070

Wartość tę, podobnie jak średnią wartość ε dla pierwszej grupy zaznaczono na rys. 7 poziomą linią przerywaną. Obydwie te wartości nie odpowiadają żadnej określonej wartości β , gdyż dotyczą próbek o innych kształtach niż próbki serii drugiej i zostały zaznaczone na wykresie dla łatwiejszego porównania wyników.

3. WNIOSKI

1. Wartość energii absorbowanej przy zniszczeniu udarowym przez pasmo rozciągane z otworem można radykalnie zwiększyć odpowiednio zmniejszając szerokość przekrojów nieosłabionych. Należy podkreślić, że w badanym przypadku poprawa następowała w bardzo szerokim zakresie parametru $\beta = b/a$. Wszystkie próbki drugiej serii miały wyższą energię zniszczenia od próbek pierwszej serii.

2. Energia zniszczenia, w zależności od parametru β dla próbek drugiej serii osiąga wyraźne maksimum dla $\beta \cong 2,8$. Jest to wartość bliska oszacowaniu uzyskanemu za pomocą statycznie dopuszczalnego pola naprężeń pokazanego na rys. 1.

3. Oszacowanie optymalnej wartości β za pomocą kinematycznie dopuszczalnego mechanizmu zniszczenia pokazanego na rys. 4 daje wartości zdecydowanie zaniżone. Projektowanie w ten sposób, powszechnie stosowane w praktyce inżynierskiej, prowadzić więc może do ustalania stosunków wymiarowych znacznie odbiegających od optimum.

4. Elementy ukształtowane według pola naprężeń podanego na rys. 2, wykazują niższą o około 17% energię zniszczenia niż maksimum krzywej doświadczalnej dla próbek drugiej serii (rys. 8). Przebieg tej krzywej pokazuje jednak, że dla kształtów bliskich optymalnym niewielkie stosunkowo zmiany wymiarów powodują znaczne różnice w uzyskanej energii zniszczenia elementów. Dla pełnego porównania obydwu rozwiązań teoretycznych należałoby więc zbadać doświadczalnie szereg próbek o kształcie zbliżonym do rozwiązania z rys. 2 ale różniących się między sobą długością części centralnej.

5. Kształtowanie z warunku na nośność graniczną nie daje więc, dla rozważanego typu obciążenia, idealnych rozwiązań, lecz wymaga pewnych

korekt. Jednakże, jak wskazują na to wyniki doświadczeń na próbkach drugiej serii, korekty te powinny być stosunkowo niewielkie. Metodę nośności granicznej uznać więc należy za przydatną do wstępnego projektowania elementów konstrukcyjnych poddanych obciążeniom typu udarowego.

Składam wyrazy podziękowania magistrowi inżynierowi Z. WALCZEWSKIEMU za pomoc w przygotowaniu i przeprowadzeniu doświadczeń.

LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. L. DIETRICH, J. MIASTKOWSKI, *Doświadczalne badania nośności granicznej połączeń sworznowych*, Arch. Bud. Masz., **18**, 4, 1971.
2. W. SZCZEPIŃSKI, *Projektowanie elementów maszyn metodą nośności granicznej*, PWN, Warszawa 1968.
3. W. ZOWCZAK, *Projektowanie elementów maszyn przy pomocy ciągłych pól statycznie dopuszczalnych*, Mech. Teor. Stos., **19**, 4, 1981.

РЕЗЮМЕ

ПЛАСТИЧЕСКОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ РАСТЯГИВАЕМОГО ЭЛЕМЕНТА ОСЛАБЛЕННОГО ОТВЕРСТИЕМ

Работа содержит теоретический анализ и результаты экспериментов, касающиеся задачи формирования растягиваемой полосы с отверстием. В теоретической части обсуждены разные решения этой задачи методом предельной несущей способности. Затем описаны эксперименты проведенные на молоте Шарпи, с целью оценки пригодности этого метода для проектирования конструкционных элементов, подвергнутых ударным нагрузениям.

SUMMARY

PLASTIC DESIGN OF AN ELEMENT IN TENSION WEAKENED BY A HOLE

Theoretical analysis of the problem under consideration includes various solutions by means of statically admissible stress fields and kinematically admissible collapse mechanism. The Charpy tests were carried out in order to check the applicability of the method of limit analysis to the design of structural elements undergoing impact loads.

POLSKA AKADEMIA NAUK
INSTYTUT PODSTAWOWYCH PROBLEMÓW TECHNIKI PAN

Praca została złożona w Redakcji dnia 14 lutego 1989 r.