

ANALIZA ODBICIA I ZAŁAMANIA PŁASKIEJ FALI AKUSTYCZNEJ W PŁYNIIE NA GRANICY DWÓCH OŚRODKÓW POROWATYCH

MIECZYŚLAW CIESZKO (POZNAŃ)

W pracy przeanalizowano wpływ struktury porów nieodkształcalnego ośrodka porowatego na zjawiska odbicia i załamania sprężystych fal akustycznych w płynie wypełniającym pory, na granicy dwóch ośrodków porowatych. Rozważania oparto na tzw. dwuparametrowej teorii mechaniki nasyconych ośrodków porowatych, w której struktura porów charakteryzowana jest dwoma parametrami: porowatością objętościową i parametrem strukturalnej przepuszczalności. Otrzymano liniowe równania ruchu barotropowego płynu w porach nieodkształcalnego ośrodka oraz sformułowano warunki brzegowe. Stwierdzono, że zarówno równanie ruchu jak i warunki brzegowe zależą w sposób istotny od obu parametrów struktury. Wykazano, że struktura porów charakteryzowana dwoma parametrami odgrywa podstawową rolę w zjawiskach odbicia i załamania fal akustycznych. Pokazano również, że w ramach jednoparametrowej teorii objętościowej opis tych zjawisk jest nieadekwatny.

1. WSTĘP

Zagadnienie propagacji fal akustycznych w płynie wypełniającym pory nieodkształcalnego ośrodka porowatego oraz zjawiska odbicia i załamania tych fal na powierzchni ośrodka (ogólniej na powierzchni jego nieciągłości) mają istotne znaczenie przy badaniu własności akustycznych materiałów porowatych i ich układów. Problematyka ta odgrywa dużą rolę np. w budownictwie, urbanistyce oraz w dziedzinach związanych ze zwalczaniem hałasu w przemyśle.

Opis zjawiska odbicia i załamania fali akustycznej propagującej się w płynie na powierzchni porowatego ośrodka wymaga rozwiązania dwóch podstawowych zagadnień. Pierwszym jest opis ruchu płynu w porowatym szkielecie ze szczególnym uwzględnieniem wpływu struktury porów szkieletu na ten ruch. Drugim zagadnieniem jest poprawne sformułowanie warunków brzegowych sprzegających pola akustyczne po obu stronach powierzchni nieciągłości materiału porowatego.

Tematyka ta była przedmiotem dyskusji nielicznych jak dotychczas prac. Zapoczątkowana została publikacją J. W. S. RAYLEIGH'A [1, Vol. 2, Sect. 351], w której autor analizuje sprzężenie pól akustycznych w gazie wypełniającym

pory (jednowymiarowy model kanalikowy) nieodkształcalnej półprzestrzeni i w gazie swobodnym, nakładając warunki brzegowe w postaci ciągłości ciśnienia i ciągłości normalnej składowej pola prędkości.

Podobne rozważania prowadzili Th. LEVY i E. SANCHEZ-PALENCIA w pracy [2], kładąc główny nacisk na metodę homogenizacji wykorzystywaną do uzyskania makroopisu zjawisk akustycznych w takim ośrodku.

Inne podejście do tego zagadnienia prezentują C. ZWIKKER i C. W. KOSTEN w monografii [3]. Analizują oni liniowe równanie ruchu gazu w nieodkształcalnym ośrodku porowatym, skupiając uwagę na interpretacji fizycznej wprowadzonych przez siebie współczynników modyfikujących wzajemne oddziaływanie gazu ze szkieletem. Do dyskusji warunków brzegowych na powierzchni ośrodka porowatego wykorzystują pojęcie impedancji akustycznej powierzchni.

Szczególny punkt widzenia reprezentowany jest w monografii E. SKUDRZYKA [4], gdzie zakłada się impedancję akustyczną powierzchni ośrodka jako wartość stałą. Eliminuje to potrzebę opisu zachowania się gazu w porach ośrodka nadając impedancji akustycznej powierzchni rolę podstawowego i wyczerpującego parametru charakteryzującego ośrodek.

Istotnym mankamentem przytoczonych wyżej podejść jest marginesowe potraktowanie roli struktury porów ośrodka w opisie rozważanych zjawisk dynamicznych. Zarówno bowiem użycie porowatości objętościowej jako jedynego parametru charakteryzującego strukturę porów [1, 2] jak i pojęcia impedancji akustycznej powierzchni jako warunku brzegowego [3, 4] nie daje możliwości ujawnienia znaczenia struktury. W pierwszym przypadku struktura charakteryzowana jest zbyt ubogo, w drugim natomiast pojawia się pojęcie, którego związek ze strukturą jest nieokreślony.

Celem niniejszej pracy jest przeanalizowanie wpływu struktury porów nieodkształcalnego ośrodka porowatego na zjawiska odbicia i załamania fali akustycznej propagującej się w płynie wypełniającym pory na powierzchni kontaktu dwóch ośrodków porowatych.

Analizę taką umożliwi oparcie rozważań na teorii mechaniki nasyconych ośrodków porowatych uwzględniającej dwuparametrową charakterystykę struktury porów [5-10]. Istotnym elementem tej teorii jest podział fazy ciekłej na dwie części: stowarzyszoną ze szkieletem i swobodną, wymieniającą między sobą masę. Podział taki jest bezpośrednią konsekwencją dwuparametrowej charakterystyki struktury i znajduje odzwierciedlenie w bilansie masy i w postaci równań ruchu takiego ośrodka. Zagadnienie ruchu płynu w nieodkształcalnym porowatym szkielecie stanowi przypadek szczególnie wyżej wspomnianej teorii dwuparametrowej.

W pracy otrzymuje się liniowe równanie opisujące propagację małych zaburzeń w barotropowym płynie wypełniającym pory nieodkształcalnego ośrodka, formułuje się warunki brzegowe sprzęgające pola akustyczne w graniczących ze sobą materiałach porowatych o różnej charakterystyce geometrycz-

nej struktury. Przeprowadza się analizę zjawiska odbicia i załamania fali akustycznej na granicy dwóch półprzestrzeni porowatych oraz rozważa się przypadki szczególne.

2. RÓWNANIA WYJŚCIOWE. WARUNKI BRZEGOWE

Za punkt wyjścia do rozważań w niniejszej pracy przyjmujemy równania teorii ruchu odkształcalnego izotropowego ośrodka porowatego wypełnionego płynem [9, 10], w której struktura porów ośrodka charakteryzowana jest dwoma parametrami: porowatością objętościową f_v i strukturalną przepuszczalnością λ (efektywną porowatością powierzchniową) ($\lambda \leq f_v$). W ramach tej teorii ośrodek porowaty można traktować jako układ dwóch składników fizycznych; porowatego szkieletu (s) i płynu (f) rozróżnialnych z punktu widzenia ich stanu skupienia, bądź też jako układ dwóch składników wirtualnych (kinematycznych) rozróżnialnych z punktu widzenia kinematyki ośrodka, przy czym pierwszy składnik tworzy porowaty szkielet wraz z płynem stowarzyszonym (1) zaś drugi składnik wirtualny (2) stanowi ciecz swobodna.

Składniki fizyczne, analogicznie jak w teorii mieszanin, charakteryzowane są parcjalnymi tensorami naprężeń T^s i T^f oraz parcjalnymi gęstościami

$$\bar{\rho}^s = (1 - f_v)\rho^s, \quad \bar{\rho}^f = f_v\rho^f,$$

gdzie ρ^s i ρ^f są gęstościami efektywnymi odpowiednio szkieletu i płynu. Pole prędkości \mathbf{v}^s i \mathbf{v}^f tych składników określone są jako wielkości średnie objętościowe.

Składniki kinematyczne są zdefiniowane gęstościami

$$\bar{\rho}^1 = \bar{\rho}^s + (1 - \kappa)\bar{\rho}^f, \quad \bar{\rho}^2 = \kappa\bar{\rho}^f,$$

oraz odpowiednio polami prędkości $\bar{\mathbf{v}}^1$ i $\bar{\mathbf{v}}^2$, gdzie

$$\bar{\mathbf{v}}^1 = \mathbf{v}^s, \quad \bar{\mathbf{v}}^2 = \mathbf{v}^f/\kappa - (1 - 1/\kappa)\mathbf{v}^s, \quad \kappa = \lambda/f_v.$$

Tensory naprężeń dla poszczególnych składników wirtualnych mają postać

$$\bar{\mathbf{T}}^1 = \mathbf{T}^s + (1 - \kappa)\mathbf{T}^f, \quad \bar{\mathbf{T}}^2 = \kappa\mathbf{T}^f.$$

Podstawowe, lokalne równania bilansowe teorii dwuparametrowej napisane dla składników wirtualnych przyjmują następującą postać: równania ruchu

$$(2.1) \quad \begin{aligned} \bar{\rho}^1 \frac{D\bar{\mathbf{v}}^1}{Dt} &= \text{div}(\bar{\mathbf{T}}^1) + \bar{\rho}^1 \mathbf{b} + \bar{\mathbf{r}}^c + \frac{1}{2}g(\bar{\mathbf{v}}^2 - \bar{\mathbf{v}}^1), \\ \bar{\rho}^2 \frac{D\bar{\mathbf{v}}^2}{Dt} &= \text{div}(\bar{\mathbf{T}}^2) + \bar{\rho}^2 \mathbf{b} + \bar{\mathbf{r}}^c + \frac{1}{2}g(\bar{\mathbf{v}}^2 - \bar{\mathbf{v}}^1), \end{aligned}$$

$$\frac{D^k}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \text{grad}(\cdot),$$

równania ciągłości

$$(2.2) \quad \frac{\partial \bar{q}^1}{\partial t} + \text{div}(\bar{q}^1 \mathbf{v}^1) = g,$$

$$\frac{\partial \bar{q}^2}{\partial t} + \text{div}(\bar{q}^2 \mathbf{v}^2) = -g,$$

gdzie

$$(2.3) \quad g = \bar{q}^s \frac{D^1}{Dt} \left[(1 - \kappa) \frac{\bar{q}^f}{\bar{q}^s} \right]$$

jest funkcją intensywności wymiany masy pomiędzy składnikami wirtualnymi ośrodka, a \mathbf{b} siłą masową odniesioną do jednostki masy. Siły

$$\mathbf{r}^1_c = \mathbf{r}^1 + g[\mathbf{w} - (\mathbf{v}^1 + \mathbf{v}^2)/2], \quad \mathbf{r}^2_c = \mathbf{r}^2 - g[\mathbf{w} - (\mathbf{v}^1 + \mathbf{v}^2)/2]$$

reprezentują wzajemne oddziaływanie składników wirtualnych, przy czym składowe \mathbf{r}^1 i \mathbf{r}^2 ($\mathbf{r}^1 = -\mathbf{r}^2$) reprezentują siły oporu dyfuzyjnego i nie są związane z istnieniem wymiany masy pomiędzy tymi składnikami. Wektor \mathbf{w} jest prędkością wymienianej masy.

Na szczególne podkreślenie, w takim opisie nasyconego ośrodka porowatego, zasługuje fakt występowania wymiany masy i związanej z nią wymiany pędu, mimo braku w ośrodku reakcji chemicznych. Efekt ten szczegółowo analizowany jest w pracy [10].

Równania (2.1) i (2.2) — przy założeniu, że efektywna porowatość powierzchniowa jest liczbowo równa porowatości objętościowej ($\kappa = 1$) — przyjmują postać znanych równań jednoparametrowej teorii objętościowej (np. [12, 13]). W przypadku liniowym natomiast stają się równoważne (patrz [10]) równaniom otrzymanym na innej drodze przez BIOTA [14].

Układ równań (2.1) i (2.2) dla nieodkształcalnego jednorodnego szkieletu wypełnionego barotropowym płynem ($p^f = p^f(q^f)$)⁽¹⁾ redukuje się do postaci [11]

⁽¹⁾ Związek taki jest możliwy, jeśli szkielet jest albo idealnym izolatorem albo idealnym przewodnikiem ciepła. Wówczas jest on identyczny z równaniem konstytutywnym dla płynu jako ośrodka jednofazowego (brak szkieletu) odpowiednio dla adiabatycznej i izotermicznej przemiany.

$$(2.4) \quad \varrho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = -a^2 \text{grad}(\varrho) + \varrho \mathbf{b} + \bar{\mathbf{r}} - g(\mathbf{w} - \mathbf{v}),$$

$$\frac{\partial \varrho}{\partial t} + \text{div}(\varrho \mathbf{v}) = -g,$$

gdzie dla uproszczenia zapisu przyjęto $\bar{\varrho} \equiv \varrho$, $\bar{\mathbf{v}} \equiv \mathbf{v}$, $\bar{\mathbf{r}} \equiv \bar{\mathbf{r}}$, natomiast przez $a = (dp^f/d\varrho^f)^{1/2}$ oznaczono prędkość propagacji zaburzeń w płynie jako ośrodku jednofazowym.

Intensywność wymiany masy (2.3) w tym przypadku przyjmie postać

$$(2.5) \quad g = \left(\frac{1}{\kappa} - 1 \right) \frac{\partial \varrho}{\partial t}$$

i określona jest wyłącznie szybkością zmian gęstości płynu.

Równania (2.4), po uzupełnieniu o równania konstytutywne na wielkości $\bar{\mathbf{r}}$ i $(\mathbf{w} - \mathbf{v})$, stanowią podstawę analizy zjawisk mechanicznych w barotropowym płynie wypełniającym pory nieodkształcalnego ośrodka i w ogólności tworzą nieliniowy układ równań.

Aby otrzymać równania liniowe, wystarczające do opisu propagacji fal akustycznych o małej amplitudzie, w równaniach (2.4) pominiemy człony nieliniowe związane z częścią konwekcyjną pochodnej materialnej i z wymianą pędu wynikającą z wymiany masy oraz założymy, że siła oddziaływania pomiędzy składnikami kinematycznymi ośrodka ma charakter czysto dyfuzyjny i może być określona wzorem

$$\bar{\mathbf{r}} = -\bar{k}\varrho\mathbf{v},^{(2)}$$

gdzie \bar{k} jest stałym współczynnikiem. Wówczas z równań (2.4), po uwzględnieniu (2.5), otrzymamy

$$(2.6) \quad \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + a^2 \text{grad}(q) + \bar{k}\mathbf{v} - \mathbf{b} = 0,$$

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \kappa \text{div}(\mathbf{v}) = 0,$$

gdzie

$$(2.7) \quad q = \ln(\varrho/\varrho_0),$$

⁽²⁾ Postulat ten jest uogólnieniem liniowego prawa oporu dyfuzyjnego przez uwzględnienie w nim zmiennej gęstości płynu. Uzasadnia się to na podstawie mikroskopowego sensu tarcia lepkiego, jako wymiany pędu pomiędzy cząsteczkami obu składników. W takim ujęciu o intensywności wymiany (oporze) decyduje nie tylko średnia prędkość cząstek, ale również ich liczba (gęstość płynu).

przy czym ϱ_0 jest parcjalną gęstością w stanie równowagi. Dla małych zaburzeń wyrażenie (2.7) może być zastąpione jego przybliżeniem

$$q = \ln\left(\frac{\varrho - \varrho_0}{\varrho_0} + 1\right) \simeq \frac{\varrho - \varrho_0}{\varrho_0} = \bar{q},$$

wówczas wielkość \bar{q} nazywana jest kondensacją lub zagęszczeniem.

Na podstawie równania ciągłości (2.6)₂ mamy

$$(2.8) \quad q = -\kappa \operatorname{div}(\mathbf{u}),$$

gdzie \mathbf{u} jest wektorem przemieszczenia cząstek płynu. Podstawiając następnie związek (2.8) do (2.6)₁ otrzymujemy przemieszczeniowe równanie propagacji małych zaburzeń w płynie wypełniającym pory ośrodka

$$(2.9) \quad \operatorname{grad} \operatorname{div}(\mathbf{u}) = \frac{1}{c^2} \left(\frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} + \bar{k} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} - \mathbf{b} \right),$$

gdzie

$$(2.10) \quad c = \sqrt{\kappa a}, \quad (\kappa \leq 1)$$

jest prędkością, z jaką w takim ośrodku propaguje się czoło fali [11].

Jest widoczne, że w przypadku opisu ośrodka z jednoparametrową charakterystyką struktury porów (tj. $\lambda = f_v$), równanie propagacji zaburzeń (2.9) pozostaje niezmienione, natomiast prędkość (2.10) jest równa

$$c = a.$$

Oznacza to, że prędkość czoła fali w płynie wypełniającym porowaty ośrodek, w ramach teorii z jednoparametrową charakterystyką struktury porów, nie doznaje żadnych zmian w porównaniu z prędkością jej propagacji w samym płynie.

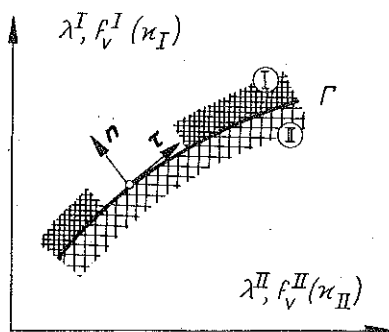
Powyższe wyniki pozwalają sformułować następujące wnioski:

struktura porów ośrodka porowatego scharakteryzowana dwoma makroparametrami w sposób istotny wpływa na prędkość propagacji zaburzeń w płynie wypełniającym porowaty szkielet,

prędkość propagacji czoła fali w takim ośrodku jest zawsze mniejsza od prędkości jej propagacji w samym płynie.

Przy rozwiązywaniu równania (2.9) dla konkretnego zagadnienia niezbędne jest właściwe sformułowanie warunków brzegowych. Ich ogólną postać otrzymamy zapisując je na granicy Γ dwóch różnych ośrodków porowatych wypełnionych tym samym płynem (Rys. 1). W tym celu wykorzystamy ciągłość ciśnienia efektywnego w płynie na powierzchni Γ przy małych zaburzeniach ośrodka oraz ciągłość strumienia masy przez powierzchnię Γ ⁽³⁾. Wówczas

⁽³⁾ Tego rodzaju warunki brzegowe pokrywają się z warunkami stawianymi w miejscu naglej zmiany przekroju przy analizie propagacji zaburzeń w falowodach akustycznych o skokowo zmiennych przekrojach [4].



Rys. 1

warunki te przyjmują odpowiednio postać

$$(2.11) \quad \begin{aligned} \kappa_I \operatorname{div}(\mathbf{u}^I)|_Γ &\equiv \kappa_{II} \operatorname{div}(\mathbf{u}^{II})|_Γ, \\ \lambda^I \mathbf{u}^I|_Γ \cdot \mathbf{n} &\equiv \lambda^{II} \mathbf{u}^{II}|_Γ \cdot \mathbf{n}, \end{aligned}$$

gdzie \mathbf{u}^I i \mathbf{u}^{II} są wypadkowymi polami akustycznymi po obu stronach brzegu. Stąd wynika następujący wniosek:

parametry struktury porów szkieletu stanowią istotny element warunków brzegowych sprzęgających pola akustyczne w płynie, w graniczących ze sobą różnych materiałach porowatych.

Wykorzystując równanie (2.9) można pokazać, że o ile pola akustyczne \mathbf{u}^I i \mathbf{u}^{II} na powierzchni $Γ$ nie są prostopadłe do $Γ$, to warunek (2.11)₁ jest równoważny warunkowi

$$(2.12) \quad \left(\frac{\partial \mathbf{u}^I}{\partial t} + k^I \mathbf{u}^I \right) \Big|_Γ \cdot \boldsymbol{\tau} \equiv \left(\frac{\partial \mathbf{u}^{II}}{\partial t} + k^{II} \mathbf{u}^{II} \right) \Big|_Γ \cdot \boldsymbol{\tau},$$

który musi być spełniony dla dowolnego wektora $\boldsymbol{\tau}$ stycznego do powierzchni $Γ$.

W przypadku nielepkiego płynu ($k^I = k^{II} = 0$) warunek ten przyjmie postać

$$(2.13) \quad \mathbf{u}^I|_Γ \cdot \boldsymbol{\tau} \equiv \mathbf{u}^{II}|_Γ \cdot \boldsymbol{\tau}.$$

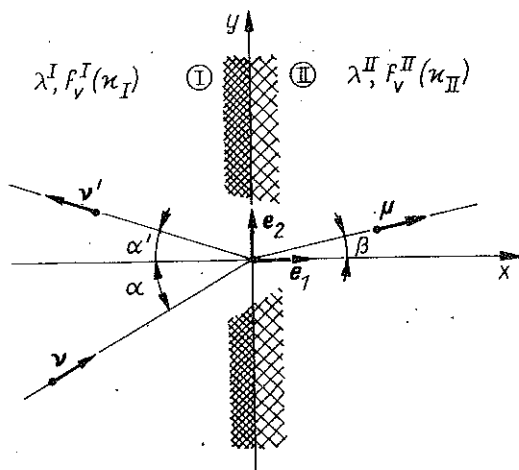
Oznacza to, że przy braku oddziaływań lepkich warunek ciągłości ciśnienia efektywnego na powierzchni $Γ$ jest równoważny warunkowi ciągłości składowej stycznej pola przemieszczeń cząstek płynu.

Równanie (2.9) wraz z warunkami brzegowymi (2.11) stanowi pełny opis propagacji zaburzeń w płynie wypełniającym nieodkształcalny ośrodek porowaty.

3. ODBICIE I ZAŁAMANIE FALI AKUSTYCZNEJ NA GRANICY DWÓCH OŚRODKÓW POROWATYCH

Przeanalizujemy teraz zjawisko odbicia i załamania płaskiej harmonicznej fali akustycznej, propagującej się w płynie na granicy dwóch porowatych półprzestrzeni. Rozważania ograniczymy do czysto sprężystego przypadku, pomijając siły dyfuzji i siły masowe w ośrodku oraz zakładając, że długość fali jest znacznie większa od wymiaru charakterystycznego porów.

Bierzemy pod uwagę dwie nieodkształcalne półprzestrzenie porowate wypełnione barotropowym płynem, stykające się wzdłuż płaszczyzny yz kartezyjańskiego układu współrzędnych xyz (Rys. 2). Strukturę porów ośrodka



Rys. 2

w półprzestrzeni $x < 0$ charakteryzujemy porowatością objętościową f_v^I i efektywną porowatością powierzchniową λ^I , a w półprzestrzeni $x > 0$ odpowiednio f_v^{II} i λ^{II} .

Przyjmujemy, że w półprzestrzeni $x < 0$ propaguje się fala akustyczna w kierunku \mathbf{v} leżącym w płaszczyźnie xy i pada na granicę obu półprzestrzeni ulegając częściowemu odbiciu w kierunku \mathbf{v}' oraz załamaniu, w wyniku którego w półprzestrzeni $x > 0$ propaguje się wzdłuż kierunku $\boldsymbol{\mu}$. Wówczas równanie (2.9) opisujące propagację małych zaburzeń w płynie w odniesieniu do półprzestrzeni $x < 0$ i $x > 0$ przyjmie odpowiednio postać

$$(3.1) \quad \begin{aligned} \text{grad div}(\mathbf{u}^I) &= \frac{1}{c_1^2} \frac{\partial^2 \mathbf{u}^I}{\partial t^2}, \\ \text{grad div}(\mathbf{u}^{II}) &= \frac{1}{c_{II}^2} \frac{\partial^2 \mathbf{u}^{II}}{\partial t^2}, \end{aligned}$$

gdzie

$$c_I = \sqrt{\kappa_I} a, \quad c_{II} = \sqrt{\kappa_{II}} a,$$

są prędkościami propagacji zaburzeń w odpowiednich obszarach ośrodka, przy czym

$$\kappa_I = \lambda^I / f_v^I, \quad \kappa_{II} = \lambda^{II} / f_v^{II}.$$

Warunki brzegowe sprzęgające pola akustyczne po obu stronach brzegu $x = 0$, zgodnie z (2.11)₂ i (2.13), będą miały następującą postać:

$$(3.2) \quad \begin{aligned} \lambda^I \mathbf{u}^I \cdot \mathbf{e}_1 &= \lambda^{II} \mathbf{u}^{II} \cdot \mathbf{e}_1, \\ \mathbf{u}^I \cdot \mathbf{e}_2 &= \mathbf{u}^{II} \cdot \mathbf{e}_2. \end{aligned}$$

Rozwiązanie ogólne równania (3.1)₁ reprezentujące płaską padającą falę harmoniczną o częstości $\omega = 2\pi f$ można przedstawić za pomocą funkcji

$$(3.3) \quad \mathbf{u}_A^I = v A \operatorname{Re}(e^{i\omega t} e^{-2\pi i \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}}),$$

natomiast rozwiązania równań (3.1) dla fal odbitej i załamanej reprezentowane będą odpowiednio przez

$$(3.4) \quad \begin{aligned} \mathbf{u}_D^I &= v' \operatorname{Re}(D e^{i\omega t} e^{-2\pi i \mathbf{k}' \cdot \mathbf{r}}), \\ \mathbf{u}_R^{II} &= \mu \operatorname{Re}(R e^{i\omega t} e^{-2\pi i \mathbf{m} \cdot \mathbf{r}}), \end{aligned}$$

gdzie A , D , R są amplitudami poszczególnych fal, \mathbf{r} jest wektorem położenia, a $\operatorname{Re}(\cdot)$ oznacza rzeczywistą część wyrażenia zespolonego. Przez \mathbf{k} , \mathbf{k}' , \mathbf{m} oznaczono wektory falowe. Są one związane z liczbami falowymi

$$k = \frac{f}{c_I}, \quad m = \frac{f}{c_{II}}$$

zależnościami

$$\mathbf{k} = kv, \quad \mathbf{k}' = kv', \quad \mathbf{m} = m\mu.$$

Wypadkowy wektor przemieszczenia w półprzestrzeni $x < 0$ możemy napisać jako

$$(3.5) \quad \mathbf{u}^I = \mathbf{u}_A^I + \mathbf{u}_D^I.$$

Określa on pole akustyczne w tej półprzestrzeni.

Pola przemieszczeń \mathbf{u}^I i \mathbf{u}^{II} określone wyrażeniami (3.4)₂ i (3.5) muszą spełniać warunki brzegowe (3.2). Podstawiając (3.4)₂ i (3.5) do warunku brzegowego (3.2)₁ otrzymamy

$$(3.6) \quad \lambda^I (A v_1 e^{-2\pi i k v_2 y} + D v_1' e^{-2\pi i k (v_2' y + v_3' z)}) = \lambda^{II} R \mu_1 e^{-2\pi i m (\mu_2 y + \mu_3 z)},$$

gdzie

$$v_i = \mathbf{v} \cdot \mathbf{e}_i, \quad v'_i = \mathbf{v}' \cdot \mathbf{e}_i, \quad \mu_i = \boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{e}_i$$

są cosinusami kierunkowymi wektorów \mathbf{v} , \mathbf{v}' , $\boldsymbol{\mu}$.

Równanie (3.6) będzie spełnione dla dowolnych wartości współrzędnych y i z , jeśli

$$(3.7) \quad v'_3 = \mu_3 = 0, \quad v_2 = v'_2, \quad \mu_2 m = v_2 k.$$

Na podstawie (3.7) stwierdzamy, że:

kierunki rozchodzenia się fal padającej, odbitej i załamanej leżą w jednej płaszczyźnie,

kąt odbicia fali jest równy kątowi padania, czyli

$$\alpha' = \alpha,$$

kąt załamania fali określony jest prawem

$$(3.8) \quad \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{c_{II}}{c_I} = \sqrt{\frac{\kappa_{II}}{\kappa_I}},$$

analogicznym do prawa Snelliusa w optyce.

Uwzględniając powyższe wnioski warunek (3.6) przyjmie postać

$$(3.9) \quad A + D = \frac{\lambda^{II}}{\lambda^I} R \frac{\cos \beta}{\cos \alpha}.$$

Z kolei, spełniając warunek brzegowy (3.2)₂, otrzymamy

$$(3.10) \quad A - D = R \frac{\sin \beta}{\sin \alpha}.$$

Równania (3.9) i (3.10) pozwalają wyznaczyć stosunki amplitud fali odbitej i załamanej do amplitudy fali padającej. Mamy

$$(3.11) \quad \begin{aligned} D/A &= \frac{\cos \alpha - \sqrt{sv \cos \beta}}{\cos \alpha + \sqrt{sv \cos \beta}}, \\ R/A &= \frac{2 \cos \alpha \sqrt{v/s}}{\cos \alpha + \sqrt{sv \cos \beta}}, \end{aligned}$$

gdzie

$$s = \lambda^{II}/\lambda^I, \quad v = f_v^{II}/f_v^I.$$

przy czym parametr s może być interpretowany jako stosunek przekrojów czynnych obu części ośrodka, a parametr v jako stosunek ich objętości czynnych.

Biorąc pod uwagę (3.11) oraz to, że prawo załamania daje się całkowiec

wyrazić przez parametry s i v możemy stwierdzić, że stosunki przekrojów czynnych s i objętości czynnych v dwóch półprzestrzeni porowatych są podstawowymi parametrami określającymi własności akustyczne takiego układu.

W celu szczegółowego przeanalizowania otrzymanych wyników rozważymy kilka przypadków szczególnych.

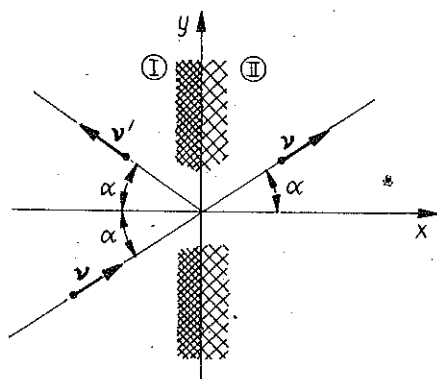
4. PRZYPADKI SZCZEGÓLNE

4.1. Brak załamania fali na granicy porowatych półprzestrzeni

Z prawa (3.8) wynika, że w przypadku gdy prędkości propagacji zaburzeń w obu półprzestrzeniach są równe, tj. dla $c_I = c_{II}$, co jest równoznaczne zależności

$$\kappa_I = \kappa_{II}, \quad s = v, \quad (\lambda^I \neq \lambda^{II}, \quad f_v^I \neq f_v^{II}),$$

kąt załamania fali jest równy kątowi padania (Rys. 3).



Rys. 3

Jest to istotne spostrzeżenie, które świadczy o tym, że można tak dobrać dwa materiały porowate o różnej strukturze porów, aby na granicy ich kontaktu nie nastąpiło załamanie fali. Parametry struktury muszą wówczas spełniać warunek

$$\frac{\lambda^I}{\lambda^{II}} = \frac{f_v^I}{f_v^{II}}.$$

W takim przypadku stosunki amplitud (3.11) przyjmą postać

$$(4.1) \quad D/A = \frac{1-v}{1+v}, \quad R/A = \frac{2}{1+v}.$$

Z zależności (4.1) wynika następujący wniosek:

dla ośrodków porowatych, na granicy których fala propagująca się w płynie nie ulega załamaniu, amplitudy fal odbitej i przechodzącej nie zależą od kąta padania fali.

4.2. Brak fali załamanej — całkowite wewnętrzne odbicie

Graniczną wartość kąta padania α_g , przy którym następuje całkowite wewnętrzne odbicie fali, otrzymamy gdy kąt załamania β będzie równy $\pi/2$. Stosując takie wymagania, z prawa (3.8) otrzymujemy

$$(4.2) \quad \sin \alpha_g = \frac{c_I}{c_{II}} = \sqrt{\frac{\kappa_I}{\kappa_{II}}}$$

Stąd wnioskujemy, że całkowite wewnętrzne odbicie fali może wystąpić tylko na granicy ośrodków, w których prędkość fali padającej jest mniejsza od prędkości fali załamanej, czyli

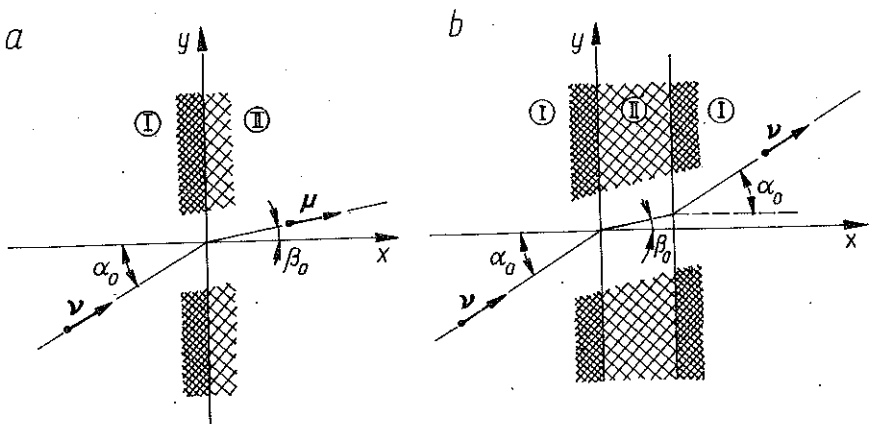
$$c_I \leq c_{II} \Rightarrow \kappa_I \leq \kappa_{II} \Rightarrow s \geq v.$$

4.3. Defekt fali odbitej

Z wyrażenia (3.11)₁ wynika, że w przypadku gdy spełniony jest warunek

$$(4.3) \quad \frac{\cos \alpha_0}{\cos \beta_0} = \sqrt{sv},$$

w ośrodku nie wystąpi fala odbita, tzn. fala padająca po załamaniu się całkowicie przejdzie przez granicę ośrodków (Rys. 4a).



Rys. 4

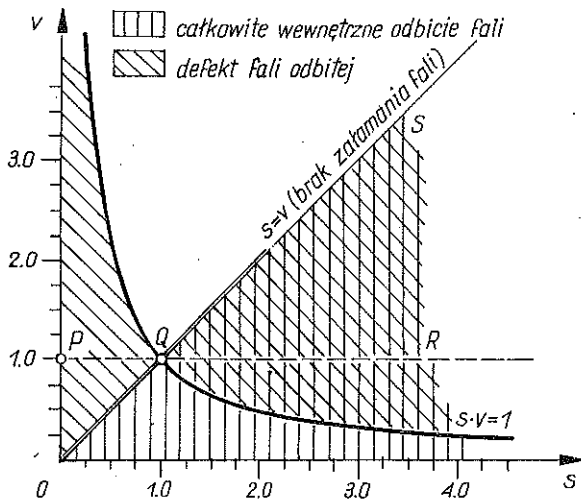
Uwzględniając prawo (3.8) w (4.3), otrzymamy wyrażenie na wartość kąta α_0 , przy którym wystąpi defekt fali odbitej

$$(4.4) \quad \sin^2 \alpha_0 = \frac{1-sv}{1-s^2}.$$

Będzie to możliwe tylko na granicy takich ośrodków, dla których parametry s i v spełniają nierówności

$$0 \leq \frac{1-sv}{1-s^2} \leq 1.$$

Zakres zmienności parametrów s i v , dla których na granicy ośrodków porowatych występują wyżej analizowane efekty, przedstawiono na rys. 5.



Rys. 5

Z powyższych rozważań wynikają następujące wnioski:

fala padająca prostopadłe na granicę ośrodków, dla których stosunki przekrojów czynnych s i objętości czynnych v spełniają zależność

$$(4.5) \quad sv = 1,$$

całkowicie przejdzie przez tę granicę;

na podstawie (4.4) i (4.2) stwierdzamy, że kąt α_0 przy którym wystąpi defekt fali odbitej jest zawsze mniejszy od kąta granicznego α_g charakteryzującego całkowite wewnętrzne odbicie, w zakresie zmienności parametrów s i v , dla których oba te zjawiska mogą wystąpić (Rys. 5). Oznacza to, że równoczesne znikanie fali odbitej i załamanej jest niemożliwe.

Wniosek ostatni jest również bezpośrednią konsekwencją zasady zachowania energii.

Kąt załamania fali β_0 odpowiadający kątowi α_0 defektu fali odbitej określony jest wzorem

$$(4.6) \quad \sin^2 \beta_0 = \frac{1 - 1/sv}{1 - 1/s^2}.$$

Kąt ten jest jednocześnie kątem defektu fali odbitej przy przeciwnym kierunku propagacji fali.

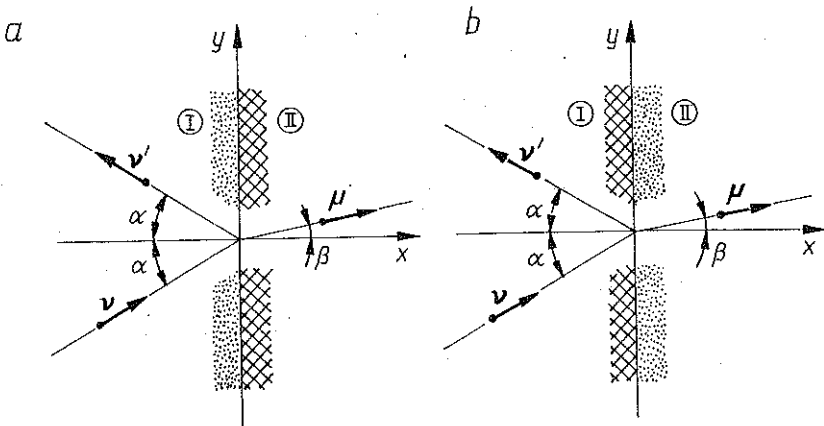
Na tej podstawie wnioskujemy, że fala padająca na porowatą warstwę rozdzielającą dwie półprzestrzenie porowate o identycznej strukturze porów, pod kątem defektu fali odbitej, przejdzie całkowicie przez tę warstwę nie ulegając jakimkolwiek odbiciom (Rys. 4b).

4.4. Brak ośrodka porowatego w półprzestrzeni $x < 0$, $\lambda^I = f_v^I = 1$

W takim przypadku półprzestrzeń $x < 0$ wypełniona jest całkowicie płynem. Fala harmoniczna propagująca się w płynie pada na porowatą półprzestrzeń $x > 0$ wypełnioną tym samym płynem, ulegając częściowemu odbiciu i załamaniu (Rys. 6a). Wówczas mamy

$$\kappa_1 = 1, \quad s = \lambda^{II}, \quad v = f_v^{II}, \quad (\lambda^{II} \leq f_v^{II}).$$

Tak więc, zakres zmienności parametrów s i v wyznacza trójkąt OPQ (Rys. 5).



Rys. 6

Stąd wynika, że:

fala padająca na półprzestrzeń ośrodka porowatego nie może ulec całkowitemu wewnętrznemu odbiciu;

dla fali padającej na dowolną porowatą półprzestrzeń istnieje kąt α_0 defektu fali odbitej.

Jeśli dodatkowo weźmiemy pod uwagę (4.4) to stwierdzimy, że kąt α_0 , przy którym występuje defekt fali odbitej, nie może być mniejszy od $\pi/4$.

4.5. Brak ośrodka porowatego w półprzestrzeni $x > 0$, $\lambda^{\text{II}} = f_v^{\text{II}} = 1$

Przypadek ten jest odwróceniem zagadnienia analizowanego w punkcie 4.4 i jest przedstawiony na rys. 6b. Mamy wówczas

$$\alpha_{\text{II}} = 1, \quad s = 1/\lambda^{\text{I}}, \quad v = 1/f_v^{\text{I}}, \quad (\lambda^{\text{I}} \leq f_v^{\text{I}}).$$

Tak więc, zakres zmienności parametrów s i v określony jest przez klin RQS (Rys. 5).

Stąd wnioskujemy, że dla fali wychodzącej z porowatej półprzestrzeni istnieje zarówno kąt α_0 defektu fali odbitej jak i graniczna wartość kąta α_g występowania zjawiska całkowitego wewnętrznego odbicia.

5. WYNIKI TEORII OBJĘTOŚCIOWEJ

W punkcie tym zwrócimy uwagę na przypadek gdy efektywna porowatość powierzchniowa jest liczbowo równa porowatości objętościowej, tzn.

$$(5.1) \quad \lambda = f_v, \quad (\alpha = 1).$$

Takie założenie umożliwia przejście od wyników uzyskanych w tej pracy do rezultatów właściwych dla teorii objętościowej (teoria z jednoparametrową charakterystyką struktury porów), proponowanej np. przez BOWENA [12] czy SZEFFERA [13].

Ograniczając rozważania do przypadku nielepkiego płynu, równanie (2.9) opisujące propagację małych zaburzeń w barotropowym płynie wypełniającym pory ośrodka utożsamia się wówczas z równaniem propagacji zaburzeń w płynie jako ośrodku jednofazowym (brak porowatego szkieletu). Mamy

$$\text{grad div}(\mathbf{u}) = \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2}.$$

Oznacza to, że w ramach teorii objętościowej obecność szkieletu ośrodka (struktura porów) nie wpływa na propagację sprężystych fal akustycznych w jego porach.

Jedyny wpływ szkieletu jaki może się w tym przypadku ujawnić pochodzi od warunków brzegowych (2.11)₁ i (2.13), które obecnie przyjmują postać

$$f_v^{\text{I}} \mathbf{u}^{\text{I}} \cdot \mathbf{n} = f_v^{\text{II}} \mathbf{u}^{\text{II}} \cdot \mathbf{n},$$

$$\mathbf{u}^{\text{I}} \cdot \boldsymbol{\tau} = \mathbf{u}^{\text{II}} \cdot \boldsymbol{\tau}.$$

Jest więc widoczne, że wpływ ten wystąpi jedynie w zjawiskach odbicia i załamania.

Jednakże biorąc pod uwagę założenie (5.1), które w odniesieniu do dwóch stykających się porowatych półprzestrzeni oznacza równość stosunków objętości czynnych i stosunków powierzchni czynnych, czyli

$$s = v,$$

rola struktury porów ograniczy się do zjawisk przeanalizowanych wcześniej w punkcie 4.1. Na tej podstawie można stwierdzić, że w ramach teorii objętościowej fala padająca na granicę dwóch porowatych półprzestrzeni nie ulega załamaniu, a amplitudy fal odbitej i przechodzącej nie zależą od kąta padania fali.

Z powyższych rozważań wynika, że przy opisie ośrodka z jednoparametrową charakterystyką struktury porów — porowatością objętościową — otrzymuje się nieadekwatne rezultaty w stosunku do obserwowanych zjawisk falowych.

6. UWAGI KOŃCOWE

Głównym celem niniejszej pracy było przeanalizowanie roli struktury porów nieodkształcalnego ośrodka porowatego w zjawiskach odbicia i załamania fal akustycznych propagujących się w płynie wypełniającym pory. Analizę oparto na tzw. dwuparametrowej teorii mechaniki ośrodków porowatych, w której struktura porów charakteryzowana jest dwoma parametrami (porowatością objętościową i efektywną porowatością powierzchniową). Umożliwiło to otrzymanie liniowego równania opisującego propagację zaburzeń w płynie wypełniającym pory nieodkształcalnego ośrodka, a także sformułowanie warunków brzegowych, w których podstawową rolę odgrywają parametry struktury.

Przeanalizowano zjawiska odbicia i załamania płaskich harmonicznnych fal akustycznych w nielepkim płynie na granicy dwóch nieodkształcalnych półprzestrzeni porowatych o różnej charakterystyce geometrycznej struktury.

Przedstawione w pracy rozważania stanowią dogodny punkt wyjścia do dalszej — rozszerzonej o inne oddziaływania (lepkie, lepko-dynamiczne) — analizy własności akustycznych ośrodków porowatych.

LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. J. W. S. RAYLEIGH, *The theory of sound*, Dover, New York 1945.
2. TH. LEVY, E. SANCHEZ — PALENCIA, *Equations and interface conditions for acoustic phenomena in porous media*, *J. Math. Anal. Appl.*, **61**, 813–834, 1977.
3. C. ZWIKKER, C. W. KOSTEN, *Sound absorbing materials*, Elsevier Publishing Company Inc., New York, 1949.

4. E. SKUDRZYK, *The foundations of acoustics*, Springer, Vienna, 1971.
5. W. DERSKI, *Equations of motion for a fluid-saturated porous solid*, Bull. Acad. Polon. Sci., Série Sci. Tech., **26**, 1, 11–16, 1978.
6. S. J. KOWALSKI, *Współrzędne normalne i warunki brzegowe w teorii mieszanin*, Prace IPPT, Nr 5, 1980.
7. J. KUBIK, *Mechanika silnie odkształcalnych ośrodków o anizotropowej przepuszczalności*, Prace IPPT, Nr 29, 1981.
8. J. KUBIK, *A macroscopic description of geometrical pore structure of porous solids*, Int. J. Engng. Sci., **24**, 6, 971–980, 1986.
9. J. KUBIK, *On internal coupling in dynamic equations of fluid-saturated porous solid*, Int. J. Engng. Sci., **24**, 6, 981–989, 1986.
10. J. KUBIK, M. CIESZKO, *O oddziaływaniach wewnętrznych w ośrodku porowatym nasyconym cieczą*, Rozp. Inż., **35**, 1, 1987.
11. M. CIESZKO, J. KUBIK, *Wpływ struktury porów ośrodka porowatego nasyconego płynem na prędkość propagacji zaburzeń w płynie*, Rozpr. Inż., **37**, 1, 1989.
12. R. M. BOWEN, *Compressible porous media models by use of the theory of mixtures*, Int. J. Engng. Sci., **20**, 6, 697–735, 1982.
13. G. SZEFER, *Nonlinear problems of consolidation theory*, Problems de Reologie, Symposium Franco — Polonais, Cracovie 1977, PWN, Warszawa 1978.
14. M. A. BIOT, *Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid*, J. Acoust. Soc. Am., **28**, 2, 168–191, 1956.

РЕЗЮМЕ

АНАЛИЗ ОТРАЖЕНИЯ И ПРЕЛОМЛЕНИЯ ПЛОСКОЙ АКУСТИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ В ЖИДКОСТИ НА ГРАНИЦЕ ДВУХ ПОРИСТЫХ СРЕД

В работе проанализировано влияние структуры пор недеформируемой пористой среды на явления отражения и преломления упругих акустических волн в жидкости, заполняющей поры, на границе двух пористых сред. Рассуждения опираются на т. наз. двухпараметрической теории механики насыщенных пористых сред, в которой структура пор характеризуется двумя параметрами: объемной пористостью и параметром структурной проницаемости. Получены линейные уравнения движения баротропной жидкости в порах недеформируемой среды, а также сформулированы граничные условия. Констатируется, что так уравнение движения, как и граничные условия зависят существенным образом от обоих параметров структуры. Показано, что структура пор, характеризованная двумя параметрами, играет существенную роль в явлениях отражения и преломления акустических волн. Показано тоже, что в рамках однопараметрической объемной теории, описание этих явлений неадекватно.

SUMMARY

REFLEXION AND REFRACTION OF A PLANE ACOUSTIC WAVE IN A FLUID AT THE INTERFACE BETWEEN TWO POROUS MEDIA

Influence of pore structure of a rigid porous medium upon the phenomena of reflection and refraction of acoustic waves propagating in the fluid filling the pores is analyzed at the contact

surface of two different porous media. The considerations are based on the so-called two-parameter theory of mechanics of fluid-saturated porous media in which pore structure is characterized by two parameters: volume porosity and structural permeability parameter. Linear equations of motion are obtained governing the motion of a barotropic fluid in the pores, and the boundary conditions are formulated. Both the equations of motion and the boundary conditions are found to depend strongly on the two structural parameters. The pore structure characterized by the parameters is found to play an important role in the acoustic wave reflection and refraction phenomena. A single-parameter theory is shown to be inadequate in explaining those effects.

POLSKA AKADEMIA NAUK
INSTYTUT PODSTAWOWYCH PROBLEMÓW TECHNIKI

Praca została złożona w Redakcji dnia 10 czerwca 1987 r.
