

METODA ELEMENTÓW SKOŃCZONYCH W ANALIZIE PRZYSPIESZONEGO PEŁZANIA KONSTRUKCJI CZ. 2. ZASTOSOWANIA

WIESŁAW WOJEWÓDZKI (WARSZAWA) I LESZEK GADOMSKI (SIDLCE)

Na podstawie pierwszej części artykułu opracowano program komputerowy do analizy konstrukcji w podwyższonej temperaturze, poddanych działaniu stałego w czasie obciążenia. Wykonano obliczenia konstrukcji dwuprętowej, grubościennego cylindra, tarczy z otworem oraz zbiornika ciśnieniowego utworzonego z połączenia powłok sferycznej i walcowej. Przedstawiono propagację frontu uszkodzenia materiału, redystrybucję naprężeń, zmiany odkształceń oraz określono czas technicznej użyteczności konstrukcji (czas życia). Otrzymane rezultaty dla pierwszego i drugiego przykładu porównano z wynikami analitycznymi bądź numerycznymi innej metody. Osiągnięto dobrą zgodność. W ostatnim przykładzie zbadano wpływ nakładki wzmacniającej połączenie zbiornika. Podano również oszacowania czasu życia konstrukcji. Zaproponowany sposób numerycznej realizacji powstawania i rozwoju obszarów uszkodzenia materiału okazał się efektywny. Zbadano wpływ długości kroku całkowania po czasie na dokładność obliczeń. Otrzymane wyniki potwierdzają duży wpływ podwyższonej temperatury na zachowanie się konstrukcji, natomiast wpływ sprężystości materiału na czas życia jest pomijalnie mały.

1. WPROWADZENIE

W pierwszej części przy [1] zostały podane podstawy teoretyczne stosowania metody elementów skończonych w analizie nieustalonego pełzania konstrukcji. Zaproponowany tam sposób numerycznej realizacji powstawania i rozwoju stref uszkodzenia, gdzie materiał traci zdolność do dalszego przenoszenia obciążenia, prowadzi do zwięzłego algorytmu obliczeń oraz znacznych uproszczeń w programowaniu, w porównaniu do metod proponujących wyłączenie takich stref z konstrukcji [2]. Opracowany program komputerowy został użyty do analizy numerycznej kilku konstrukcji znajdujących się w stałej podwyższonej temperaturze i poddanych działaniu stałego obciążenia. Wyniki będą przedstawione w dalszej części pracy.

Czas technicznej użyteczności konstrukcji (czas do zniszczenia, czas życia) można oszacować na podstawie różnych metod wymagających prostszych obliczeń. Są to metody przydatne głównie w procesie wstępnego projektowania. W przypadku stałego obciążenia i temperatury metody takie zostały podane w pracach [3-7], a w przypadkach zmiennego obciążenia i tem-

peratury w [8, 9]. Będą one wykorzystane w przypadkach rozpatrywanych w pracy.

Badany będzie wpływ podwyższonej temperatury na zachowanie się konstrukcji w procesie pełzania oraz wpływ sprężystości materiału na czas życia konstrukcji.

2. OSZACOWANIA

W rozdziale tym zostaną przytoczone w zwartej postaci wzory określające górną i dolną granicę przedziału zawierającego ścisłą wartość czasu zniszczenia t_r dla przypadku stałego obciążenia i temperatury, [4, 6].

Górne oszacowanie ma postać

$$(2.1) \quad t_u = \frac{\Omega}{A(1+\nu) \int_{\Omega} \Delta^{\nu} (\bar{\sigma}_{ij}^s) d\Omega},$$

gdzie Ω jest objętością ciała, A, ν oznaczają stałe pełzania w określonej temperaturze (patrz cz. 1), a pole naprężeń $\bar{\sigma}_{ij}^s$ jest rozwiązaniem stanu ustalonego pełzania dla hipotetycznego ciała identycznego w kształcie z rozpatrywanym i poddanego działaniu tego samego obciążenia. Materiał tego ciała jest materiałem sprężystym i pełzającym o następujących równaniach konstytutywnych, (por. (2.6), (2.7) w cz. 1):

$$(2.2) \quad \varepsilon_{ij}^e = C_{ijkl} \sigma_{kl},$$

$$(2.3) \quad \dot{\varepsilon}_{ij}^e = K \Delta^{\nu-1} \frac{\partial \Delta}{\partial \sigma_{ij}},$$

gdzie $\varepsilon_{ij}^e, \dot{\varepsilon}_{ij}^e$ oznaczają odpowiednio odkształcenia sprężyste i prędkości odkształceń pełzania, $\Delta(\sigma_{ij})$ jest funkcją wypukłą, jednorodną stopnia pierwszego (patrz cz. 1), a C_{ijkl} oznacza tensor stałych sprężystości. Struktura tego hipotetycznego materiału nie ulega deterioracji. W przypadku stosowania równań (2.13), (2.15) z cz. 1, [1], funkcję Δ w (2.1) i (2.3) należy zastąpić przez φ .

Dolne oszacowanie nie jest tak ogólne jak górne. Wyprowadzone zostało dla konstrukcji kinematycznie wyznaczalnych. Doświadczenia [4] wskazują, że może być stosowane i do innych konstrukcji. Ma ono postać

$$(2.4) \quad t_l = \frac{\int_{\Omega} \varphi^{n+1}(\sigma_{ij}^s) d\Omega}{A(1+\nu) \int_{\Omega} \varphi^{n+1+\nu}(\sigma_{ij}^s) d\Omega},$$

gdzie $\varphi(\sigma_{ij}^s)$ oznacza funkcję wypukłą jednorodną stopnia pierwszego (patrz cz. 1), σ_{ij}^s jest rozwiązaniem stanu ustalonego pełzania.

3. KRÓTKA CHARAKTERYSTYKA PROGRAMU

Program metody elementów skończonych do analizy zjawiska pełzania napisany został w języku FORTRAN IV i uruchomiony na komputerze RIAD-32. W pracach związanych z programowaniem wykorzystano w szerokim zakresie koncepcję i typowe elementy programu MINIFEM napisanego przez R. L. Taylora, zamieszczonego w 24 rozdziale monografii [10].

Program ten napisany został specjalnie jako narzędzie badań, którego moduły mogą być zamieniane lub dodawane w zależności od potrzeb użytkownika. Wprowadzenie języka makroprogramowania umożliwiła realizację różnych algorytmów rozwiązywania wielu problemów mechaniki. Język makroprogramowania związany jest ze zbiorem zamkniętych podprogramów przeznaczonych do rozwiązywania jednego lub kilku podstawowych etapów analizy zagadnienia metodą elementów skończonych. Makroinstrukcje tego języka są rozkazami do wyznaczania wektora obciążeń, budowy macierzy sztywności, rozwiązania układu równań, wydruku rezultatów obliczeń itd.

Lista makrorozkazów rozszerzona została o nowe specyficzne dla analizy pełzania konstrukcji. Odpowiadające nowym makroinstrukcjom podprogramy realizują pewne etapy obliczeń związane z pełzaniem materiału, opisane w cz. 1. Program umożliwia analizę zagadnień płaskich i osiowo-symetrycznych.

Powstała również konieczność poczynienia zmian związanych ze specyfiką komputera RIAD-32 w wykorzystanych elementach programu MINIFEM.

Reprezentacja liczb rzeczywistych zapewnia tylko 7 cyfr znaczących w układzie dziesiętnym. Pierwsze testy wykazały, że jest to dokładność niewystarczająca. Wprowadzenie zmiennych rzeczywistych podwójnej precyzji (17 cyfr znaczących) zwiększyło zdecydowanie dokładność. Jednakże, ze względu na pewne ograniczenia dotyczące adresów zmiennych rzeczywistych o długości 8 bajtów, konieczne stało się wprowadzenie zmian związanych z organizacją pamięci.

Proces rozwiązywania problemów pełzania wymaga zapamiętywania na każdym kroku czasowym dużej liczby zmiennych (naprężenia, odkształcenia, funkcje kształtu i ich pochodne, wartości parametru ψ) w każdym punkcie całkowania Gaussa, macierzy sztywności konstrukcji. Pamięć operacyjna komputera RIAD-32 dostępna dla użytkownika umożliwia rozwiązanie jedynie stosunkowo prostych zagadnień o małej liczbie węzłów. Z tego względu wykorzystano w programie urządzenia pamięci zewnętrznej na dyskach.

4. PRZYKŁADY OBLICZEŃ KONSTRUKCJI

W obliczeniach numerycznych będziemy przyjmować wartości stałych materiałowych występujących w związkach konstytutywnych pełzania ((2.14), (2.15) cz. 1) według tablicy 1, a określonych dla próbek stalowych (BS 1501-271 wg normy angielskiej) w pracy [11].

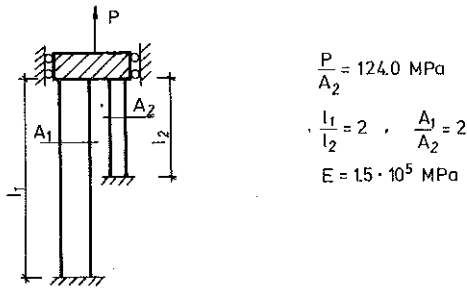
Tablica 1. Stałe materiałowe pełzania

θ [°C]	n	K [(MPa) $^{-n}$ s $^{-1}$]	ν	A [(MPa) $^{-\nu}$ s $^{-1}$]
500	3,20	$5,1984 \cdot 10^{-14}$	2,68	$1,0578 \cdot 10^{-11}$
550	2,35	$6,7441 \cdot 10^{-11}$	1,96	$4,9066 \cdot 10^{-9}$
575	1,90	$1,8150 \cdot 10^{-9}$	1,83	$2,0621 \cdot 10^{-8}$

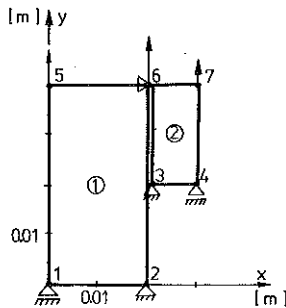
4.1. Konstrukcja dwupętowa

Jako pierwszy przykład rozpatrzono konstrukcję przedstawioną na rys. 1. Element poziomy traktujemy jako nieodkształcalny. Nie jest to przykład, który ilustruje zalety metody elementów skończonych. Ze względu jednak na istnienie rozwiązania otrzymanego inną drogą, [11], zadanie to można traktować jako test przyjętej metody analizy pełzania oraz programu komputerowego.

Na rys. 2 podano podział konstrukcji na elementy, warunki podparcia oraz



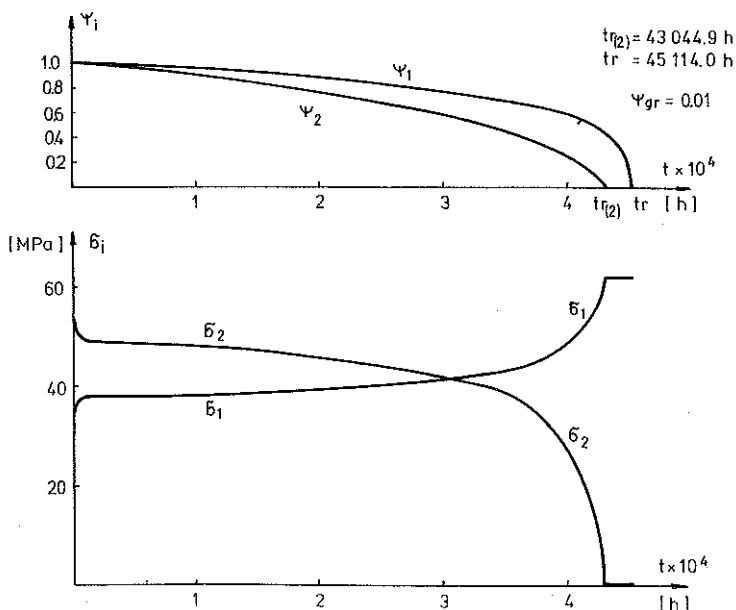
Rys.1. Konstrukcja dwupętowa



Rys. 2. Schemat dyskretyzacji

obciążenie zewnętrzne. Siła P przyłożona jest w węzłach o numerach 5, 6 i 7, proporcjonalnie do powierzchni przekroju prętów A_1 i A_2 .

Wyznaczono czas życia konstrukcji dwuprętowej t_r oraz moment pęknięcia pręta 2, $t_{r(2)}$ dla temperatur 500, 550 i 575°C. Zmiana parametrów uszkodzenia oraz redystrybucja naprężeń w trakcie pełzania przedstawione są na rys. 3.



Rys. 3. Zmiany parametru uszkodzenia oraz redystrybucja naprężeń w czasie pełzania, $\theta = 550^\circ\text{C}$

W początkowym okresie następuje gwałtowna redystrybucja naprężeń ze stanu sprężystego do stanu spowodowanego odkształceniami pełzania. W pręcie 2, bardziej wyciążonym, prędkości zmian odkształceń pełzania są większe niż w pierwszym. Powoduje to zmniejszenie się naprężeń σ_2 i wzrost σ_1 . W dalszym etapie pełzania, do czasu około 35000 godz. (80% czasu życia) zmiany te są małe.

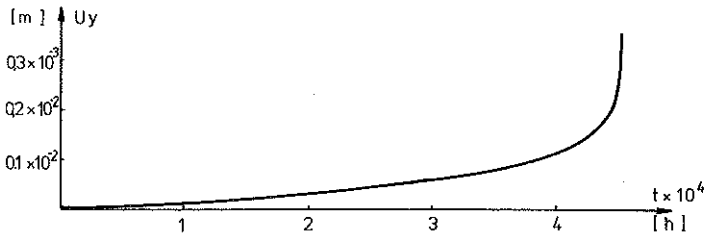
Proces deterioracji materiału reprezentują zmiany parametru ψ . Charakter równania (rów. (2.15) cz. 1) określającego te zmiany,

$$(4.1) \quad \dot{\psi}_i = -\frac{A}{\psi_i^y} \varphi^y(\sigma_i) = -\frac{A}{\psi_i^y} \sigma_i^y, \quad i = 1, 2,$$

powoduje, że w pierwszym etapie pełzania decydujące znaczenie mają naprężenia. W dalszej części procesu w miarę „mięknięcia” materiału istotny wpływ ma bieżąca wartość ψ_i , związana z całą wcześniejszą historią naprężenia. W końcowym etapie pełzania, gdy $\psi_2 \rightarrow 0$, prędkości zmian odkształceń pełzania w pręcie 2 (rów. (2.14) cz. 1), $\dot{\epsilon}_2^c = K\sigma_2^n/\psi_2^n$ są znacznie większe niż

w pręcie 1, gdzie ψ_1 ma wartość w granicach 0,4+0,6. W efekcie następuje relaksacja naprężeń do zera. Pęknięcie pręta 2 w czasie $t_{r(2)}$ powoduje, że dalej całe obciążenie P przenoszone jest przez pręt 1, zatem $\sigma_1 = P/A_1 = 62$ MPa. Sytuacja taka modelowana jest w programie przez odpowiednią zmianę własności elementu 2 (osłabienie opisane w cz. 1) powodującą mały, zanedbywalny wpływ tego elementu na dalsze zachowanie się konstrukcji. W tym przykładzie czas, po którym pęknie pręt 1 wyznaczony analitycznie wynosi $t_r^* = 45063$ h. W programie wyznaczono $t_r = 45114$ h, różnica jest zatem mała, 0,1%.

Przemieszczenia węzła 6 wzrastają przez znaczną część procesu pełzania (około 90% czasu t_r) jednostajnie, a w końcowej fazie szybko, rys. 4.



Rys. 4. Zmiana przemieszczenia pionowego węzła nr 6, $\theta = 550^\circ\text{C}$

Uzyskane wyniki porównano w tabelicy 2 z wynikami pracy [11]. Różnice nie przekraczają 0,44%.

Długość kroku czasowego określana jest w każdym kroku obliczeń (rozdz. 4.2 cz. 1). W powyższym przykładzie przyjmowano $\Delta t = \Delta t_{kr}$. W programie istnieje możliwość zmian wartości przyrostów czasu $\Delta t = \alpha \Delta t_{kr}$. Zbadano wpływ współczynnika α na obliczany czas życia konstrukcji dwuprętowej dla

Tablica 2. Czasy życia konstrukcji dwuprętowej. Porównanie wyników (\hat{t}_r – czasy otrzymane w pracy [11])

	$\theta = 500^\circ\text{C}$		$\theta = 550^\circ\text{C}$		$\theta = 575^\circ\text{C}$	
	Pręt 2	Pręt 1	Pręt 2	Pręt 1	Pręt 2	Pręt 1
t_r [h]	1 120 662.	1 144 183.	43 044,9	45 114,0	16 814,4	18 097,3
\hat{t}_r [h]	1 118 040.	1 139 120.	43 046,1	44 954,7	16 838,4	18 036,0
$\frac{(t_r - \hat{t}_r)}{\hat{t}_r} \cdot 100\%$	0,23%	0,44%	0,003%	0,35%	0,14%	0,34%

temperatury $\theta = 550^{\circ}\text{C}$. Rezultaty podano w tablicy 3. Porównanie w stosunku do przypadku $\alpha = 1$ wskazuje, że przy zmniejszaniu długości kroku czasowego ($\alpha = 0,8$) różnice uzyskanych czasów życia były niewielkie, 0,07% i z technicznego punktu widzenia nie są istotne. Bardziej interesujące jednak są przypadki gdy $\alpha > 1$. Wydłużenie Δt powoduje zmniejszenie liczby przyrostów

Tablica 3. Wpływ długości kroku czasowego na dokładność obliczeń oraz czas obliczeń ($\Delta t = \alpha \Delta t_{kr}$, $n_{(2)}$, n – liczby przyrostów czasu do momentu pęknięcia elementu 2 i całej konstrukcji)

α	0,8	1,0	1,5	2,0	3,0
$t_{r(2)}$ [h]	43 023,8 (99,95%)	43 044,9 (100%)	43 105,2 (100,14%)	42 967,7 (99,82%)	34 939,2 (81,17%)
$n_{(2)}$	771 (121,6%)	634 (100%)	439 (69,2%)	337 (53,2%)	209 (33,0%)
t_r [h]	45 083,2 (99,93%)	45 114,0 (100%)	45 195,8 (100,18%)	45 074,7 (99,91%)	36 673,6 (81,29%)
n	952 (121,4%)	784 (100%)	545 (69,5%)	420 (53,6%)	264 (33,7%)
Czas obl. (CPU) [s]	132,72 (109,68%)	121 (100%)	80,02 (66,13%)	62,64 (51,77%)	41,50 (34,30%)

czasu potrzebnych do uzyskania rozwiązania. Wyniki dla $\alpha = 1,5$ i $\alpha = 2,0$ różniły się tylko o 0,18%. Przyjęcie jednakże zbyt dużej wartości α (np. $\alpha = 3,0$) prowadzi do dużych błędów, rzędu 19%.

Czasy obliczeń dla rozpatrywanego przykładu są małe, patrz tablica 3, jednak dla złożonych problemów o większej liczbie elementów znacznie rosną. Wówczas nabierają znaczenia metody oszacowań jako mniej kosztowne. Skonstruowany program umożliwia wyznaczenie stanów ustalonego pełzania $\bar{\sigma}_{ij}^s$ i σ_{ij}^s koniecznych do obliczenia oszacowań (2.1) i (2.4), przy czym liczba kroków czasowych, po której naprężenia ustalają się jest rzędu 30–40. Dla dwuprętowej konstrukcji otrzymano ($\theta = 550^{\circ}\text{C}$),

$\bar{\sigma}_1^s = 30,56$ MPa, $\bar{\sigma}_2^s = 62,87$ MPa (czas obliczeń CPU wynosił 16,10 s) oraz

$\sigma_1^s = 37,09$ MPa, $\sigma_2^s = 49,81$ MPa (czas CPU – 11,36 s).

Zatem łączny czas wynoszący 27,46 s stanowi 22,7% czasu potrzebnego do otrzymania pełnego rozwiązania. Oszacowania czasu $t_r = 45114$ h wynoszą

$$(4.2) \quad t_u = 52104 \text{ h}, \quad t_l = 44005 \text{ h}.$$

Zbadano również wpływ odkształceń sprężystych na czas życia konstrukcji. Pomijając efekty sprężyste $\varepsilon_{ij}^e = 0$, mamy $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^c$. W tym przypadku zagadnienie jest opisane równaniem równowagi, zgodności przemieszczeń oraz związkami fizycznymi w postaci:

$$(4.3) \quad \begin{aligned} \sigma_1 A_1 + \sigma_2 A_2 &= P, \\ \frac{K}{\psi_1^n} \sigma_1^n l_1 &= \frac{K}{\psi_2^n} \sigma_2^n l_2, \\ \dot{\psi}_1 &= -\frac{A}{\psi_1^v \sigma_1^v}, \quad \dot{\psi}_2 = -\frac{A}{\psi_2^v} \sigma_2^v. \end{aligned}$$

Eliminując z tych związków naprężenia otrzymujemy układ dwóch równań różniczkowych zwyczajnych pierwszego rzędu

$$(4.4) \quad \begin{aligned} \dot{\psi}_1 &= -A \left[\frac{P (l_2/l_1)^{1/n}}{A_1 (l_2/l_1)^{1/n} \psi_1 + A_2 \psi_2} \right]^v, \\ \dot{\psi}_2 &= -A \left[\frac{P}{A_1 (l_2/l_1)^{1/n} \psi_1 + A_2 \psi_2} \right]^v, \end{aligned}$$

z warunkami początkowymi $\psi_i(0) = 1$, $i = 1, 2$. Układ ten rozwiązano numerycznie przy użyciu metody Rungego–Kutty czwartego rzędu. W tabelicy 4 zestawiono wyniki (moment zniszczenia elementu 2) otrzymane w tej pracy (t_r) i w pracy [11] (\hat{t}_r) (uwzględniające efekty sprężyste) z rezultatami uzyskanymi po ich pominięciu (\tilde{t}_r).

Wartości t_r i \hat{t}_r są mniejsze od czasu życia \tilde{t}_r otrzymanego przez całkowanie układu (4.4). Różnice te są małe, co w połączeniu z faktem, że uzyskane zostały różnymi metodami i programami komputerowymi nie pozwala jednoznacznie potwierdzić takiej intuicyjnej relacji. Jednakże ważniejszy wydaje się być wniosek, że czasy \tilde{t}_r są bardzo bliskie wartościom t_r i \hat{t}_r . Uzasadnia to pomijanie efektów sprężystych w niektórych pracach, co znacznie ułatwia analizę zjawiska pełzania.

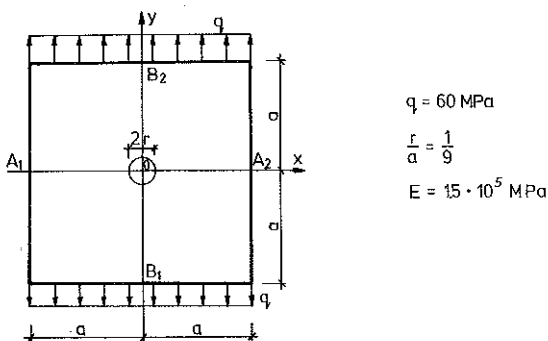
Tabela 4. Wpływ sprężystości na czas życia konstrukcji, (\hat{t}_r – czas pęknięcia pręta nr 2 z pominięciem sprężystości)

θ	t_r [h]	\hat{t}_r [h]	\tilde{t}_r [h]
500°C	1 120 662,0 (99,81%)	1 118 040,0 (99,58%)	1 122 760,6 (100%)
550°C	43 044,9 (99,75%)	43 046,1 (99,75%)	43 154,8 (100%)
575°C	16 814,4 (99,66%)	16 838,4 (99,80%)	16 835,5 (100%)

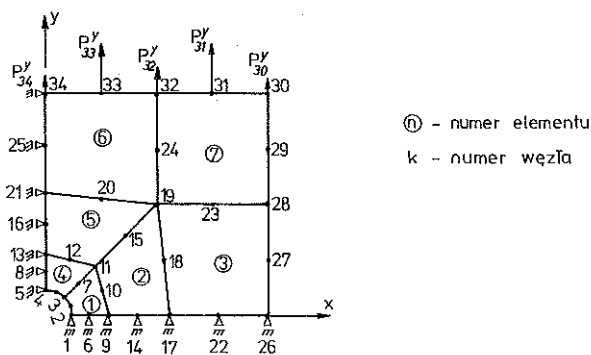
4.2. Tarcza z otworem

Jako następny przykład rozpatrywano rozciąganą tarczę z otworem kołowym, której wymiary i obciążenie podane są na rys. 5.

Ze względu na symetrię kształtu i obciążenia rozważono część tarczy leżącą w obszarze $\{(x, y): x \geq 0, y \geq 0\}$ z odpowiednimi warunkami podparcia na odcinkach OA_2 i OB_2 , rys. 6.



Rys. 5. Tarcza z otworem w środku



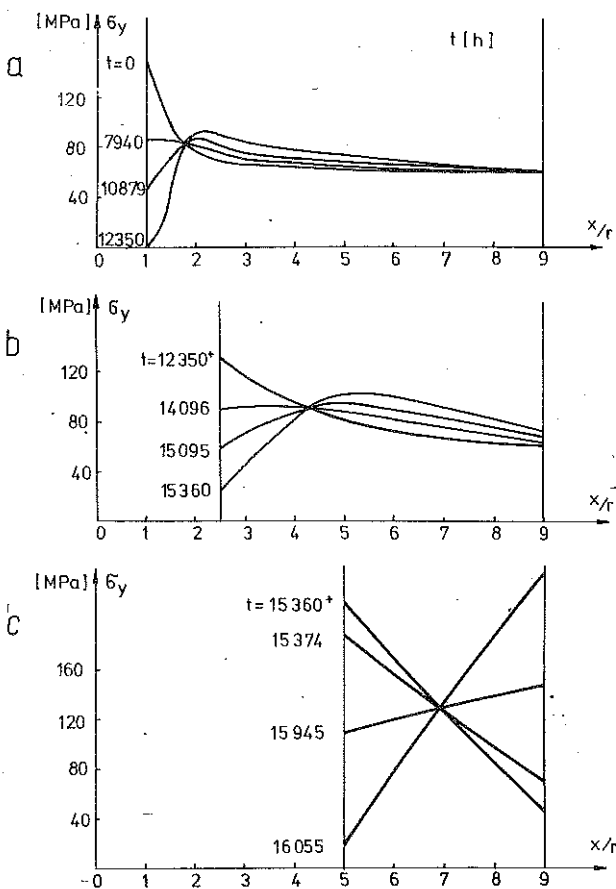
Rys. 6. Podział tarczy na elementy, warunki podparcia uwzględniające symetrię oraz równoważne siły węzłowe

Analizowaną część tarczy podzielono na siedem izoparametrycznych elementów ośmiowęzłowych. Podział zagęszczony jest w pobliżu otworu, gdzie występuje koncentracja naprężeń. Liczba wszystkich węzłów wynosi 34, węzły leżące na osiach symetrii OA_2 i OB_2 są odpowiednio podparte. Obciążenie ciągle realizowane jest przez równoważne siły skupione zaczepione w węzłach 30-34.

Składowe naprężenia σ_y są zdecydowanie większe od pozostałych, σ_x, τ_{xy} . Koncentracja naprężeń wokół otworu powoduje, że proces uszkodzenia

materiału przebiega tutaj najszybciej. Pęknięcie pierwszego elementu następuje w czasie $t_{r(1)} = 12350$ h ($\theta = 550^\circ\text{C}$). Redystrybucja naprężeń dla $0 \leq t \leq 12350$ h przedstawiona jest na rys. 7a. Pogarszaniu się struktury materiału (maleje ψ) towarzyszy wzrost prędkości odkształceń pełzania i w efekcie następuje zmniejszenie naprężeń w pobliżu otworu.

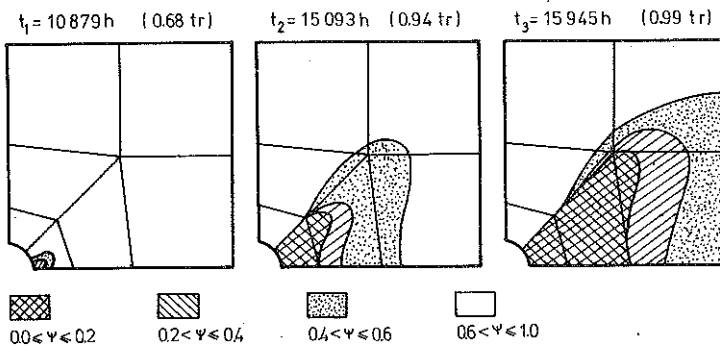
Po pęknięciu elementu nr 1 jest on eliminowany z dalszej analizy poprzez zmianę (osłabienie) jego sztywności. Wpływ tego elementu na dalsze zachowanie się tarczy jest mały i może być pominięty. Dla $t > t_{r(1)}$ obciążenie zewnętrzne przenoszone jest zatem przez część przekroju OA_2 od węzła 9 do 26 związaną z elementami 2 i 3. Rozkład naprężeń σ_y wzdłuż przekroju OA_2 w przedziale czasu $t_{r(1)}^+ \leq t \leq t_{r(2)}$, gdzie $t_{r(2)} = 15360$ h jest czasem pęknięcia elementu nr 2, przedstawia rys. 7b. Naprężenie $\sigma_{y|t=t_{r(1)}^+}$ dotyczy stanu



Rys. 7. Redystrybucja naprężeń w przekroju A_1-A_2 , pęknięcie kolejnych elementów w trakcie pełzania

konstrukcji po pęknięciu pierwszego elementu i związane jest z reakcją sprężystą konstrukcji po wyeliminowaniu tego elementu. Dalsza redystrybucja naprężeń związana jest z pełzaniem i ma podobny przebieg jak w pierwszym etapie ($0 \leq t \leq t_{r(1)}$). Po zniszczeniu elementu nr 2 następuje dalsze zmniejszenie części przekroju OA_2 przenoszącej obciążenie zewnętrzne. Wiąże się to oczywiście ze zwiększeniem średniej wartości naprężeń σ_y na odcinku od węzła 17 do 26, zatem również ze wzrostem prędkości zmian parametru ψ oraz ze zwiększeniem prędkości odkształceń pełzania. Zmiany naprężeń σ_y w przekroju od punktu 17 do 26 dla $t_{r(2)}^+ \leq t \leq t_{r(3)}$ przedstawia rys. 7c. Po zniszczeniu elementu nr 3 konstrukcja jako całość traci zdolność dalszego przenoszenia obciążenia zewnętrznego. Zatem czas życia tarczy wynosi $t_r = t_{r(3)} = 16055$ h.

Na rys. 8 przedstawiono powstawanie i rozwój stref zniszczenia w procesie pełzania. Na rys. 7 i 8 można zauważyć, że przez znaczną część życia



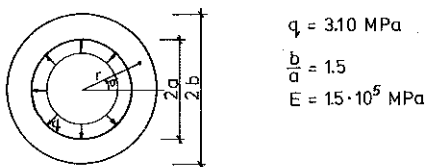
Rys. 8. Powstawanie i rozwój stref uszkodzenia

konstrukcji (60–70%) zachodzące procesy mają charakter ustalony. W końcowym okresie pełzania, zwłaszcza po pojawieniu się pierwszych pęknięć ($t_{r(1)} = 0,77 t_r$) następuje faza pełzania niustalonego, przyspieszonego, strefy zniszczenia rozwijają się coraz szybciej. Okres czasu od pierwszego pęknięcia do całkowitego zniszczenia tarczy stanowi 23% całkowitego czasu życia.

Otwór kołowy w środku tarczy wpływa oczywiście na zmniejszenie czasu życia. W tarczy bez osłabiającego ją otworu jedyne niezerowe naprężenia σ_y mają wartość $q = 60$ MPa i są stałe w trakcie pełzania. Zatem czas życia w tym przypadku wynosi $\hat{t}_r = 1/(A(1 + \nu)\sigma_y^m) = 22529$ h. Czas ten jest o 40% większy od czasu życia tarczy z otworem.

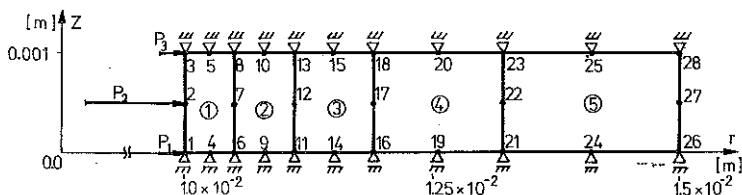
4.3. Grubościenny cylinder

Rozpatrywać będziemy zagadnienie pełzania długiego, grubościennego cylindra obciążonego ciśnieniem wewnętrznym. Przekrój płaszczyzną prostopadłą do osi symetrii przedstawia rys. 9.



Rys. 9. Grubościenny cylinder, wymiary i obciążenie

Przy założeniu $\varepsilon_z = 0$ analizować będziemy część walca ograniczoną dwiema równoległymi płaszczyznami, np. $z = 0$ i $z = z_0$, z odpowiednimi warunkami brzegowymi na powierzchniach wyciętego pierścienia. Warunki te powinny zapewniać zerowe przemieszczenia w kierunku osi z i swobodę przemieszczeń promieniowych. Przekrój wyciętego pierścienia półpłaszczyzną $\vartheta = 0$ pokazano na rys. 10.



Rys. 10. Dyskretyzacja obszaru, warunki brzegowe i obciążenie

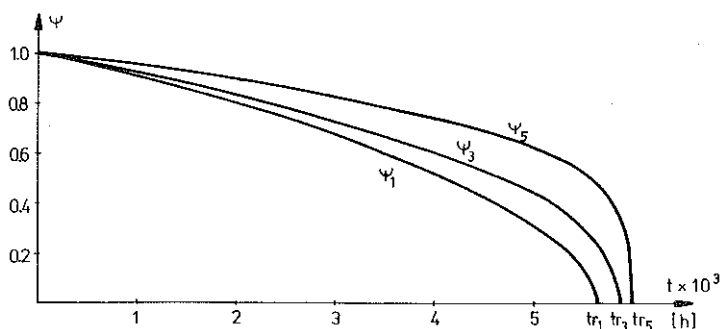
Rozpatrywany obszar podzielony został na pięć osiowo-symetrycznych elementów (pierścienie o przekroju jak na rys. 10), izoparametrycznych, 8-węzłowych. Liczba punktów całkowania Gaussa wynosi 4 w każdym elemencie, liczba wszystkich węzłów 28. W węzłach 1, 2 i 3 przyłożone są siły skupione, statycznie równoważne danemu obciążeniu ciągłemu.

Zagadnienie pełzania grubościennego cylindra rozważano w pracy [11] z pominięciem odkształceń sprężystych. Ponadto przyjęto funkcję $\hat{\varphi} = \sigma_\theta - \sigma_r$ (warunek Coulomba-Treski). W niniejszej pracy wykorzystana jest funkcja $\varphi = 13s_{ij}s_{ij}/2)^{1/2}$. W rozpatrywanym przypadku cylindra zachodzi związek $\varphi = \sqrt{3} \hat{\varphi}/2$.

Wprowadzając w miejsce stałych materiałowych pełzania K , A nowe stałe $\tilde{K} = (2/\sqrt{3})^{n+1} K$, $\tilde{A} = (2/\sqrt{3})^n A$ otrzymamy prędkości odkształceń pełzania i prędkości zmian parametru ψ takie same jak w pracy [11].

Obliczenia wykonano dla tak zmodyfikowanych stałych materiałowych uzyskując możliwość porównania z wynikami pracy [11] i w konsekwencji oceny wpływu odkształceń sprężystych na czas życia konstrukcji.

Rysunek 11 przedstawia zmianę parametru uszkodzenia materiału. Wybrane wykresy dotyczą wartości ψ w elemencie pierwszym, trzecim i piątym. W przypadku rozpatrywanego materiału, dla którego obowiązuje kryterium



Rys. 11. Zmiany parametru uszkodzenia ψ w różnych punktach cylindra (ψ_1 — element 1, $r_1 = 1.01a$; ψ_3 — element 3, $r_3 = 1.13a$; ψ_5 — element 5, $r_5 = 1.358a$)

efektywnego naprężenia (cz. 1), pierwsze pęknięcia powstają na wewnętrznym brzegu cylindra, strefa uszkodzenia rozszerza się dalej aż do całkowitego zniszczenia konstrukcji. Prędkości zmian ψ wzrastają przy pękaniu kolejnych elementów, wiąże się to z rosnącym wyteżeniem pozostałych jeszcze nie uszkodzonych elementów przenoszących nie zmienione ciśnienie wewnętrzne.

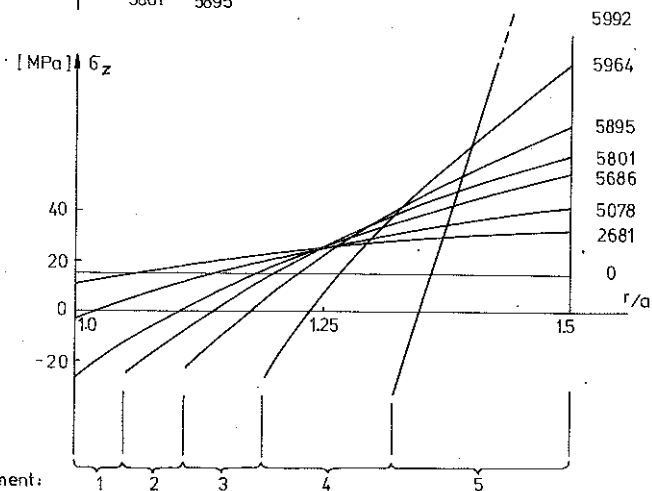
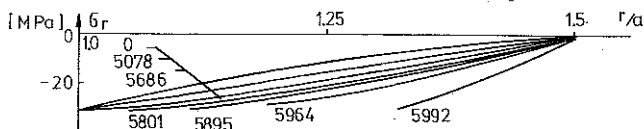
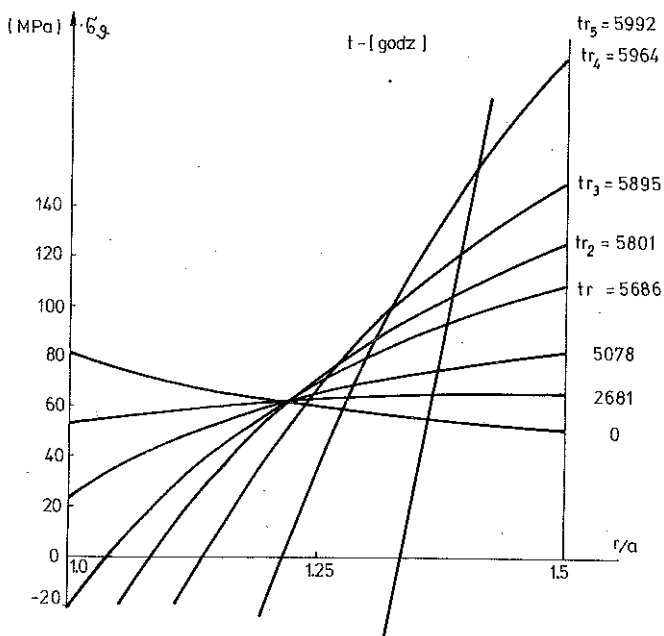
Wykresy zawarte na rys. 12 opisują redystrybucję naprężeń związaną z pełzaniem materiału konstrukcji. Natomiast zmianę przemieszczeń promieniowych obrazuje rys. 13.

W tabelicy 5 podano czasy życia cylindra dla różnych temperatur. Czas od momentu pierwszego pęknięcia do całkowitego zniszczenia cylindra jest mały, w rozpatrywanych przypadkach nie przekracza 5,1% czasu życia.

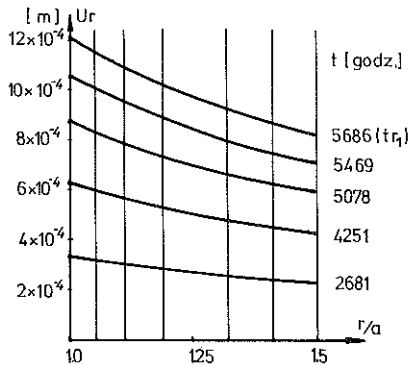
W pracy [11], gdzie pominięto efekty sprężyste, dla temperatury $\theta = 575^\circ\text{C}$ czas do momentu pierwszych pęknięć wynosił $\hat{t}_{r_1} = 5720$ h. Podobnie jak w przypadku wcześniej rozpatrywanej konstrukcji dwuprętowej $t_{r_1} < \hat{t}_{r_1}$. Różnica czasów jest mała, $100(\hat{t}_{r_1} - t_{r_1})/\hat{t}_{r_1} = 0,59\%$. Interpretując ten wynik należy pamiętać o różnych metodach rozwiązania. Można jednakże wnioskować o pomijalnie małym wpływie sprężystości na czas życia konstrukcji.

Zamieszczone w tabelicy 5 czasy życia t_r dla różnych temperatur mieszczą się w granicach $t_l \leq t_r \leq t_u$, gdzie t_l i t_u są odpowiednio dolnym i górnym oszacowaniem, wyznaczonymi w pracy [11] w postaci analitycznej. Np. dla temperatury $\theta = 575^\circ\text{C}$, $t_r = 5992$ h, a oszacowania wynoszą $t_l = 5895$ h, $t_u = 6506$ h.

Zbadano również wpływ gęstości podziału obszaru na elementy skończone. Obliczenia przeprowadzono dla $\theta = 575^\circ\text{C}$, wyniki podane są w tabelicy 6. Wyniki otrzymane przy podziale na 5 elementów potraktowano jako porównawcze. Już przy przyjęciu całego obszaru za jeden element, uzyskany czas życia jest większy od czasu $t_{r_1}^{(5)}$ (podział na 5 elementów) o 3,3% i mniejszy od $t_r^{(5)}$ o 2%, zwłaszcza istotne jest, że $t_{r_1}^{(5)} < t_r^{(1)} < t_r^{(5)}$. Podobnie dla podziału na dwa elementy zachodzą relacje $t_{r_1}^{(5)} < t_{r_1}^{(2)} < t_r^{(2)} < t_r^{(5)}$, przy czym różnice czasów pęknięcia pierwszego elementu i czasów życia są mniejsze i wynoszą odpowiednio 1,7% oraz 0,8%.



Rys. 12. Redystrybucja naprężeń w cylindrze, $\theta = 575^\circ\text{C}$



Rys. 13. Zmiana przemieszczeń radialnych w cylindrze

Tablica 5. Czasy życia grubościennego cylindra dla trzech temperatur

θ	t_{r1} [h]	t_{r2} [h]	t_{r3} [h]	t_{r4} [h]	$t_r = t_{r5}$ [h]	$\frac{t_r - t_{r1}}{t_r} \cdot 100\%$
575°C	5 686	5 801	5 895	5 964	5 992	5,1%
550°C	13 301	13 482	13 623	13 720	13 744	3,2%
500°C	222 219	223 714	224 712	225 260	225 381	1,4%

Tablica 6. Wpływ liczby elementów na czas życia cylindra i czas obliczeń,
 $\theta = 575^\circ\text{C}$

Liczba elem. N	t_{r1} [h]	t_r [h]	Czas obliczeń (CPU) [s]
1	5872 (103,3%)	5872 (98,0%)	93,60 (13,5%)
2	5782 (101,7%)	5944 (99,2%)	200,80 (28,9%)
3	5686 (100%)	5992 (100%)	694,90 (100%)

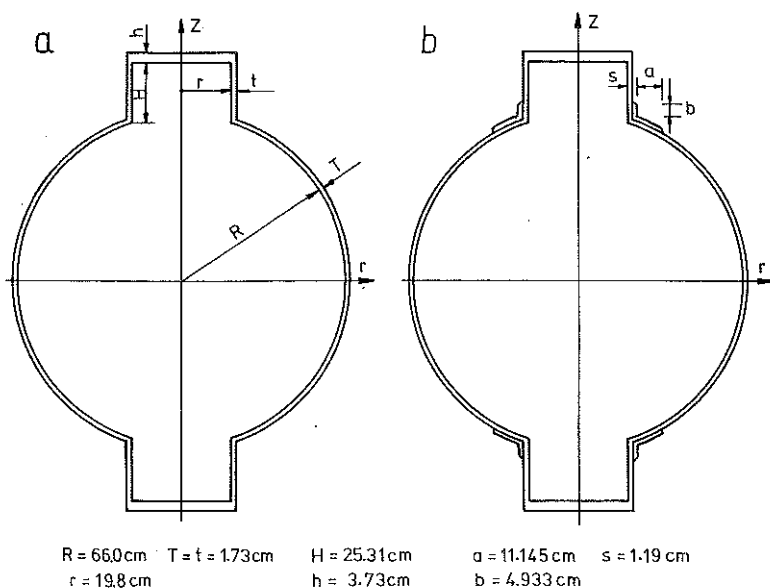
Jak widać, różnice otrzymanych wyników nie są duże natomiast czas obliczeń, a zatem ich koszt, rośnie przy wzroście liczby elementów. Oczywiście przykład ten jest prosty. Dla konstrukcji o bardziej złożonym kształcie zmniejszenie liczby elementów prowadzące do redukcji kosztów obliczeń jest ograniczone. Minimalna liczba elementów dająca dobre oszacowanie czasu

życia zapewniać musi dobrą aproksymację lokalnych gradientów naprężeń, przemieszczeń i innych wielkości.

Zagadnienie pełzania i zniszczenia grubościennego cylindra pod działaniem złożonych obciążeń rozpatrzono w pracy [12].

4.4. Zbiornik ciśnieniowy, połączenie powłoki sferycznej i walcowej

Rozpatrywana będzie konstrukcja przedstawiona na rys. 14a oraz jej wariant, w którym połączenie sfery i walca zostało wzmocnione kołnierzem, rys. 14b. Zbiornik, ten obciążony jest stałym ciśnieniem wewnętrznym q .

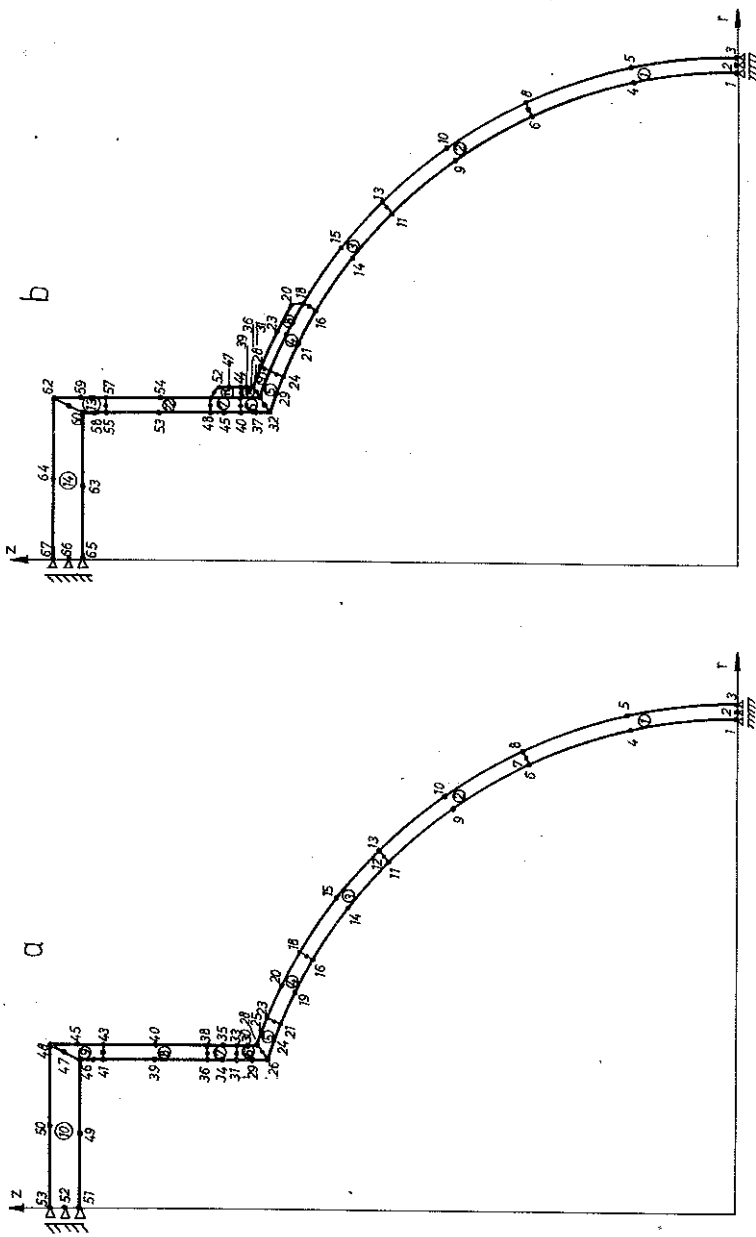


Rys. 14. Zbiorniki ciśnieniowe: a) połączenie powłoki kulistej i walcowej, b) połączenie wzmocnione kołnierzem

Konstrukcje utworzone z połączenia różnych typów powłok mają praktyczne zastosowanie w wielu dziedzinach techniki. W zależności od przeznaczenia, które wiąże się z odmiennymi warunkami i rodzajem obciążenia, projektowanie takich konstrukcji wymaga uwzględnienia różnorodnych czynników jak plastyczność, lepkoplastyczność czy pełzanie. Z reguły najsłabszym punktem jest połączenie. Względny bezpieczeństwa pracy konstrukcji oraz czynniki natury ekonomicznej projektowania uzasadniają duże zainteresowanie tymi problemami, [13].

W rozpatrywanym przypadku wysokiej temperatury i niskiego poziomu obciążenia o zachowaniu konstrukcji decyduje głównie zjawisko pełzania, które prowadzić może do zniszczenia.

Na rys. 15 przedstawiono podział obszaru (uwzględniono symetrię wzglę-



Rys. 15. Schemat dyskretyzacji obszaru, warunki brzegowe

dem płaszczyzny $z = 0$) na osiowo-symetryczne elementy 8-węzłowe oraz pokazano warunki podparcia. Dla powłoki a) liczba elementów wynosi 10, liczba węzłów 53, a odpowiednie wartości dla przypadku b) są 14 i 67. Podział zagęszczony jest w miejscach, gdzie należy spodziewać się koncentracji naprężeń.

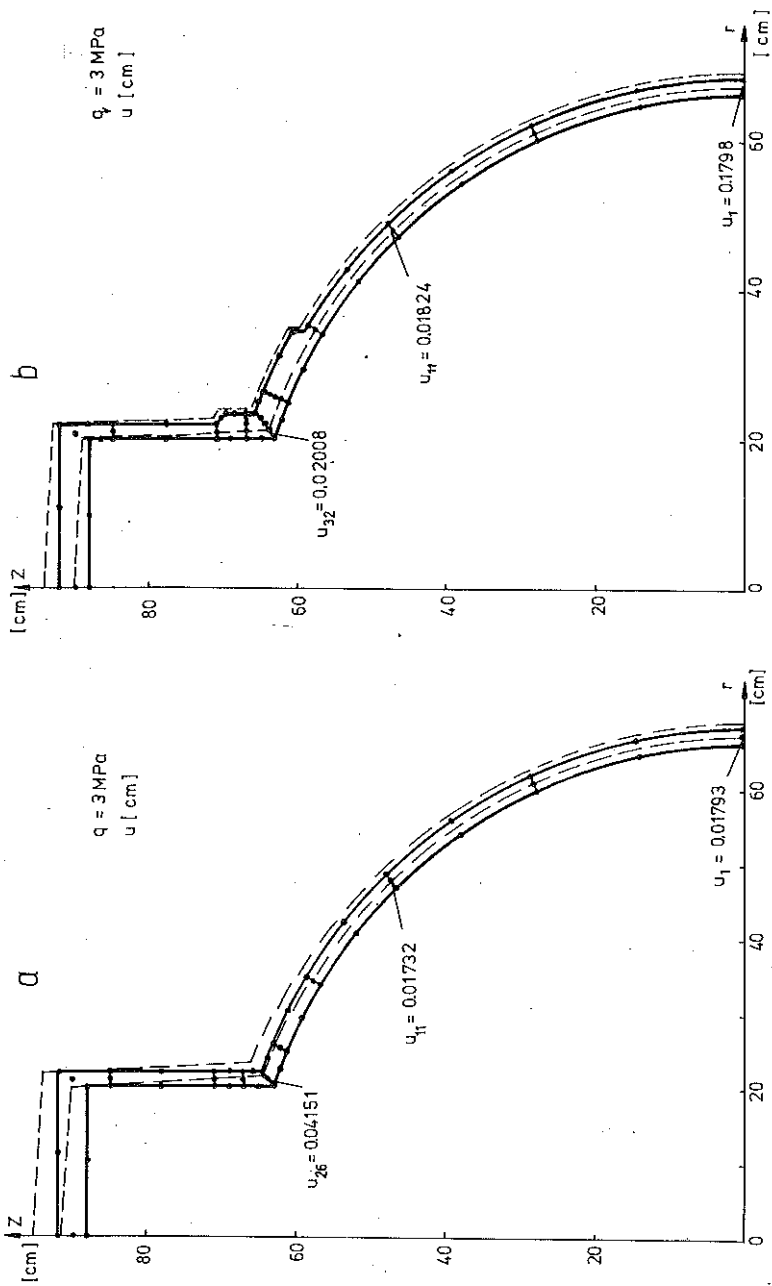
Obciążenie realizowane jest przez siły skupione przyłożone w węzłach leżących na wewnętrznym brzegu, równoważne równomiernemu ciśnieniu wewnętrznemu.

Początkowe przemieszczenia sprężyste (wypadkowe) przedstawione są na rys. 16, (odpowiednio przeskalowane — na rysunku zaznaczono wartości 50 razy większe od obliczonych). Porównując wykresy a) i b) łatwo zauważyć wpływ wzmocnienia na równomierność przemieszczeń powłoki kulistej. Większym przemieszczeniem punktów w otoczeniu połączenia w konstrukcji a) towarzyszą większe koncentracje naprężeń. Dla $q = 3$ MPa wartości naprężeń obwodowych w elementach 5(a) i 9(b) w punktach całkowania Gaussa leżących najbliżej zewnętrznego naroża są następujące: $\sigma_8^{(a)} = 153.3$ MPa, $\sigma_8^{(b)} = 78.53$ MPa. Podobna relacja zachodzi między wartościami funkcji $\varphi(\sigma)$: $\varphi(\sigma^{(a)}) = 126,492$ MPa, $\varphi(\sigma^{(b)}) = 66,132$ MPa. Zatem zmiana parametru ψ reprezentująca proces uszkodzenia materiału prowadzący do pęknięcia, przebiegać będzie o wiele szybciej w przypadku konstrukcji a). Ilustruje to rys. 17, dla $q = 3$ MPa i $\theta = 550^\circ\text{C}$ czas życia zbiornika a) jest trzykrotnie mniejszy od czasu życia tej konstrukcji z kołnierzem wzmacniającym.

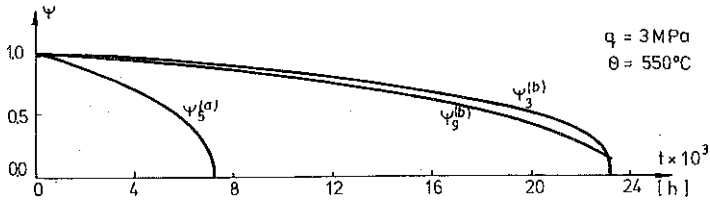
Dla konstrukcji z kołnierzem wzmacniającym połączenie sfery i walca są dwa obszary krytyczne z punktu widzenia czasu pojawienia się pierwszych pęknięć. Pierwszy z nich to miejsce połączenia obu typów powłok (element nr 9), drugi położony jest w miejscu, gdzie zmienia się grubość powłoki kulistej (element nr 3). Z powodu koncentracji naprężeń w elemencie 9 pogarszanie się struktury materiału jest tutaj szybsze (wykres $\psi_9^{(b)}$) niż w elemencie 3 (wykres $\psi_3^{(b)}$ na rys. 17). Na skutek redystrybucji naprężeń w końcowej fazie pełzania prędkości zmian ψ stają się większe w elemencie nr 3 niż w 9 i tutaj pojawiają się pierwsze pęknięcia określające czas życia konstrukcji. Dla temperatury 500°C wykresy $\psi_9^{(b)}$ i $\psi_3^{(b)}$ mają taki sam charakter, natomiast dla $\theta = 575^\circ\text{C}$ wykresy te nie przecinają się. Pierwsze pęknięcia mają miejsce w elemencie nr 9, co nie oznacza jeszcze zniszczenia całej konstrukcji (patrz rys. 15). Jednak w krótkim okresie czasu następuje pęknięcie elementu 3 powodujące, że konstrukcja nie jest w stanie dalej przenosić obciążenia. Różnice między czasami t_{r_9} i $t_{r_3} = t_r$ są małe i stanowią 1,7% dla $q = 3$ MPa oraz 1,8% dla $q = 4$ MPa czasów życia konstrukcji.

Rysunek 18 przedstawia powstawanie i rozwój stref zniszczenia dla $q = 3$ MPa i $\theta = 550^\circ\text{C}$. Natomiast porównanie czasów życia obu konstrukcji dla różnych temperatur i obciążeń zawarte jest w tablicy 7.

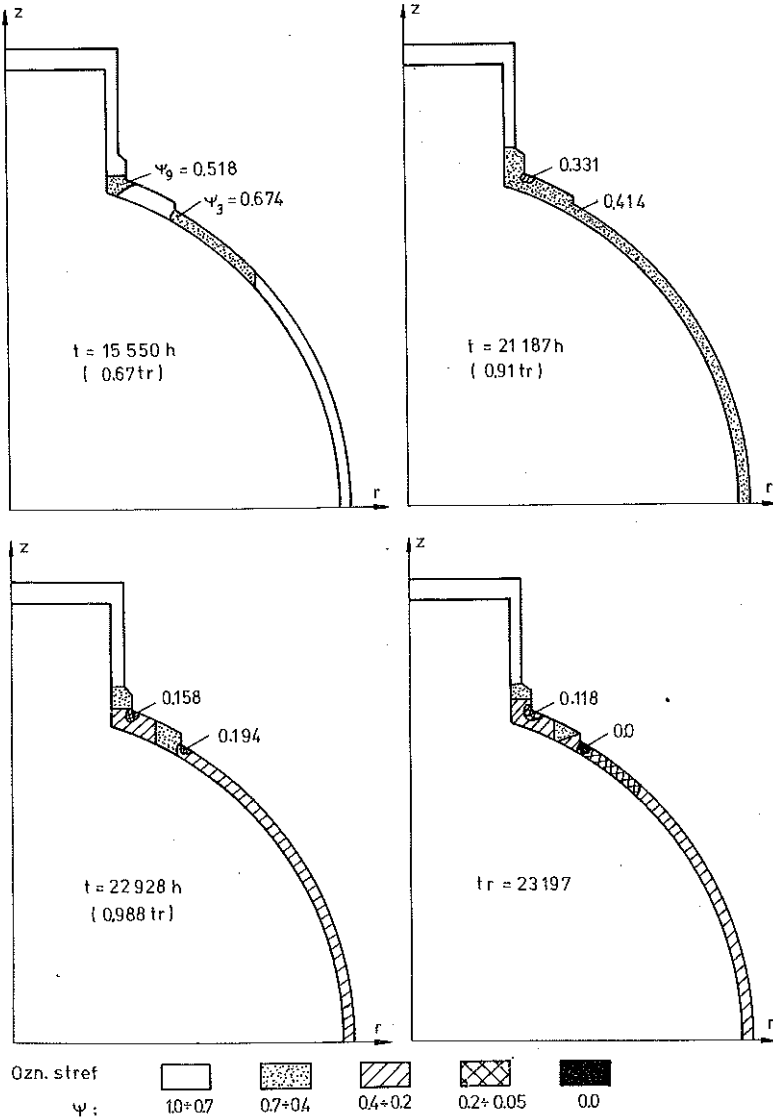
We wszystkich rozpatrywanych przypadkach wpływ wzmocnienia



Rys. 16. Początkowe przemieszczenia sprężyste, wpływ kołnierza wzmacniającego na ich wielkość (na rys. zaznaczono wartości 50 razy większe od rzeczywistych)



Rys. 17. Zmiany parametru uszkodzenia ψ w obu konstrukcjach (wykresy dotyczą punktów (elementów), w których powstaną pierwsze pęknięcia, wpływ wzmocnienia na czas życia konstrukcji



Rys. 18. Powstawanie i rozwój stref uszkodzenia — wpływ redystrybucji naprężeń na zmianę regionów gdzie następuje najszybsze uszkodzenie materiału

Tablica 7. Porównanie czasów życia zbiornika, wpływ kołnierza wzmacniającego

θ [°C]	q [MPa]	t_{r1} [h] (i- nr elem)	
		Przyp. a)	Przyp. b)
575	4.0	$t_{r5} = 1864$	$t_{r9} = 5655$ $t_{r3} = 5760$
	3.0	$t_{r5} = 3155$	$t_{r9} = 9583$ $t_{r3} = 9748$
550	3.0	$t_{r5} = 7322$	$t_{r3} = 23197$
500	3.0	$t_{r5} = 104684$	$t_{r3} = 463511$

kołnierzem jest bardzo istotny, powoduje 3–4 krotne zwiększenie czasu życia konstrukcji.

Podobnie jak w poprzednich przykładach wzrost temperatury wpływa zdecydowanie na zmniejszenie czasu technicznej użyteczności konstrukcji.

Interesujące jest porównanie uzyskanych rezultatów z czasem życia pełnej powłoki kulistej. Dla powłoki o rozpatrywanych wymiarach ($R = 66$ cm, $T = 1,73$ cm) naprężenia wyznaczyć można ze stanu błonowego. Naprężenia obwodowe mają wartość $\sigma_s = qR/2T$, a promieniowe σ_r można pominąć jako małe. Zatem wektor naprężeń głównych $\sigma = (\sigma_s, \sigma_s, 0)$ oraz $\varphi(\sigma) = \sigma_s$. Całkując równanie (4.1) dla warunków $\psi = 1$ dla $t = 0$ i $\psi = 0$ dla $t = t_r$ otrzymujemy $t_{r9} = 1/[A(1+\nu)\sigma_s^2]$. Dla rozpatrywanych wartości obciążenia i temperatury wartości t_{r9} są podane w tablicy 8.

Porównanie wyników z tablicy 7 i 8 pozwala ocenić wpływ dołączonej części walcowej i sposobu połączenia na czas życia części powłoki sferycznej. Dla zwykłego połączenia a) otrzymane czasy życia stanowią 0,2–0,3 t_{r9} . Wzmocnienie połączenia kołnierzem zdecydowanie polepsza tę relację, czasy życia wynoszą wówczas około 0,9 t_{r9} .

Tablica 8. Czasy życia pełnej powłoki kulistej

θ [°C]	q [MPa]	t_{r9} [h]
575	4,0	6150
	3,0	10412
550	3,0	24721
500	3,0	500530

5. ZAKOŃCZENIE

Przedstawiona metoda analizy pełzania uwzględnia trzecią fazę tego procesu spowodowaną uszkodzeniami struktury materiału. Analiza ta obejmuje powstawanie i rozwój stref uszkodzenia i prowadzi do określenia stanu naprężenia, deformacji oraz czasu życia konstrukcji.

Do rozwiązania układu równań problemu zastosowano metodę elementów skończonych (dyskretyzacja przestrzenna) w połączeniu z metodą Eulera (dyskretyzacja czasowa) całkowania równań różniczkowych zwyczajnych. Zaproponowana koncepcja uwzględniania powstających stref uszkodzenia, gdzie materiał traci zdolność dalszego przenoszenia obciążenia poprzez zmianę własności (osłabienie) elementów w tych strefach, okazała się skuteczna. Prowadzi to do zwięzłego algorytmu obliczeń oraz znacznie upraszcza programowanie w porównaniu do metod postulujących wyłączenie takich elementów z konstrukcji.

Opracowany program metody elementów skończonych dopuszcza stosowanie szerokiej klasy płaskich i osiowo-symetrycznych elementów izoparametrycznych począwszy od 4-węzłowych (liniowych) do 8 i 9-węzłowych (zmienność kwadratowa) oraz ich kombinacje. Własności tych elementów, zwłaszcza 8-węzłowych powodują, że nawet przy stosunkowo rzadkim podziale aproksymacja zmiennych przestrzennych jest zadowalająca. Ilustruje to tablica 6 gdzie porównano czasy życia grubościennego cylindra przy podziale na 1, 2 i 5 elementów. Różnice otrzymanych rozwiązań nie przekraczają 3,3%

Nieliniowy układ równań różniczkowych zwyczajnych (rozdział 4 cz. 1), będący efektem całkowania numerycznego po objętości ciała, rozwiązywany był metodą Eulera. Inne metody np. typu implicit, jakkolwiek bardziej dokładne i mniej wrażliwe na długość kroku czasowego, prowadzą do znacznego wydłużenia czasu obliczeń i rozszerzenia wymaganych obszarów pamięci w komputerze.

W rozdziale 4.2 cz. 1 przedstawiona została efektywna metoda wyznaczania krytycznej długości kroku czasowego, przy której stosowana metoda całkowania Eulera jest numerycznie stabilna. Na podstawie analizy wartości własnych macierzy Jacobiego układu równań otrzymano oszacowanie Δt_{kr} w postaci analitycznej, co jest istotne ze względu na konieczność wyznaczania tej wielkości w każdym kroku (nieliniowość układu). Prowadzi to do zmniejszenia czasu obliczeń w porównaniu z metodami związanymi z numeryczną techniką znajdowania wartości własnych.

Przeprowadzone obliczenia testowe, w których przyjmowano $\Delta t = \alpha \Delta t_{kr}$ dla różnych α , tablica 3, obrazują wpływ długości kroku czasowego na dokładność rozwiązania. Dla $\alpha = 0,8; 1,5; 2,0$ błąd w określeniu czasu życia nie przekroczył 0,18% w porównaniu z wynikiem dla $\alpha = 1$, natomiast znacznie skrócił się (dla $\alpha = 1,5; 2,0$) czas obliczeń. Zbyt duże wydłużenie kroku czasowego ($\alpha = 3,0$) powoduje już znaczne błędy (około 19%), co z jednej

strony potwierdza wrażliwość metody Eulera na przyjętą długość kroku całkowania, a z drugiej świadczy o właściwym doborze Δt_{kr} .

Przedstawione w rozdziale 4 wyniki numeryczne potwierdzają duży wpływ podwyższonej temperatury na czas życia konstrukcji. Małe przyrosty temperatury przy jej wysokim poziomie mogą powodować znaczne skrócenie czasu technicznej użyteczności konstrukcji.

Powstające strefy uszkodzenia materiału propagują się w obszarze konstrukcji z różną prędkością. W przypadku grubościennego cylindra, dla rozpatrywanych temperatur czas od momentu pojawienia się pierwszych pęknięć do całkowitego zniszczenia jest krótki i mieści się w granicach 1,4–5,1% czasu życia. Jednakże w innych konstrukcjach może być on znaczny. Dla rozpatrywanej tarczy z otworem czas ten stanowi 27% czasu życia ($\theta = 575^\circ\text{C}$).

Wpływ sprężystości materiału na czas życia konstrukcji jest mały i w tym aspekcie może być pomijany. Ułatwia to i skraca znacznie obliczenia. Czas życia można też oszacować na podstawie podanych wzorów korzystających z pól naprężeń ustalonych stanów pełzania. Określenie tych stanów umożliwił opracowany program komputerowy.

LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. L. GADOMSKI, W. WOJEWÓDZKI, *Metoda elementów skończonych w analizie przyspieszonego pełzania konstrukcji*, Cz. 1 Teoria, Rozp. Inż., **37**, 2, 299–329, 1989.
2. D. R. HUYHURST, P. R. DIMMER, M. W. CHERNUKA, *Estimates of the creep rupture lifetime of structure using the finite element method*, J. Mech. Phys. Solids, **23**, 335–355, 1975.
3. J. B. MARTIN, F. A. LECKIE, *On the time dependent creep of structures*, J. Mech. Phys. Solids, **20**, 223–238, 1972.
4. F. A. LECKIE, D. R. HUYHURST, *Creep rupture of structures*, Proc. Roy. Soc., **340**, 323–347, 1974.
5. A. R. S. PONTER, D. R. HUYHURST, *Lower bound on the time to initial rupture of creeping structures*, J. Mech. Eng. Sci., **15**, 5, 357–364, 1973.
6. F. A. LECKIE W. WOJEWÓDZKI, *Estimates of rupture life — constant load*, Int. J. Solids Struct., **11**, 1357–1465, 1975.
7. I. N. GOODALL, R. D. H. COCKROFT, E. J. CHUBB, *An approximate description of the creep rupture of structures*, Int. J. Mech. Sci., **17**, 351–365, 1975.
8. F. A. LECKIE, W. WOJEWÓDZKI, *Estimates of the rupture life of structural components subjected to proportional cycling loading*, J. Mech. Phys. Solids, **24**, 239–250, 1976.
9. W. WOJEWÓDZKI, A. WARDZIŃSKI, *Oszacowanie czasu zniszczenia grubościennej kuli w stanie pełzania*, Prace Nauk. Pol. W-wskiej, Bud. z. 85, 53–82, 1984.
10. O. C. ZIENKIEWICZ, *The finite element method*, McGraw-Hill Publishing Co. Ltd., New Delhi, 1977.
11. W. WOJEWÓDZKI, *Creep rupture of structure at elevated temperature and estimates of rupture life*, Eng. Trans., **26**, 3, 515–540, 1978.
12. M. ŻYCZKOWSKI, J. SKRZYPEK, *Stationary creep and creep rupture of a thick-walled tube under combined loadings*, Second IUTAM Symp. of Creep in Structures, (Göteborg 1970), Proc. J. Hult ed., Springer-Verlag, Berlin 1972.
13. F. A. LECKIE, D. R. HUYHURST, C. J. MORRISON, *The creep behaviour of sphere-cylinder shell intersections subjected to internal pressure*, Proc. Roy. Soc., A349, 9–34, London 1976.

РЕЗЮМЕ

АНАЛИЗ НЕЗАТУХАЮЩЕЙ ПОЛЗУЧЕСТИ КОНСТРУКЦИЙ МЕТОДОМ
КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ЧАСТЬ 2. ПРИЛОЖЕНИЯ

На основе теории, представленной в первой части, разработана программа расчета на ЭВМ конструкций, подвергнутых воздействию повышенных температур в условиях постоянного во времени нагружения. Представлены расчеты двухстержневой конструкции, толстостенного цилиндра, пластины с круглым отверстием, а также резервуара, образованного соединением сферической и цилиндрической оболочек.

В результате расчетов определены распределение зон повреждения материала, перераспределение напряжений, изменение деформаций, а также время до разрушения конструкций. Для первых двух примеров дано сравнение результатов расчета с известными аналитическими и численными решениями, полученными другими методами. Подтверждено хорошее соответствие данных. В последнем примере исследовано влияние упрочняющего кольца при соединении оболочек. С использованием метода выполнена также оценка предела длительного сопротивления конструкций. Расчет подтверждена эффективность предложенного численного метода для описания процессов формирования и распространения зон повреждения материала. Исследовано влияние продолжительности шага времени на точность результатов численного решения. Полученные результаты подтвердили существенное влияние повышенных температур на поведение конструкций, а также показали, что влиянием упругих характеристик на предел длительного сопротивления конструкций (время до разрушения) можно пренебречь.

SUMMARY

THE FINITE ELEMENT METHOD IN AN ANALYSIS OF THE CREEP
RUPTURE OF STRUCTURES. PART 2. APPLICATIONS

Based on the first part of the paper, the computer program was elaborated for the analysis of structures at elevated temperature and subjected to time-independent loading. The calculations were performed for the two-bar structure, the thick-walled cylinder, the disc with a hole and for the pressure container made of the spherical and cylindrical shells. The propagation of the material damage front, the stress redistribution, the changes of strains and the rupture life of structures are shown. The obtained results for the first and the second example are compared with the analytical results and with the numerical findings given by other method. A fairly good agreement can be stated. In the last example the influence of a reinforcing ring of the connection is investigated. Moreover, using the methods for estimating the rupture life of structures, the appropriate results are presented. The proposed method for numerical realization of the damage zones formation and expansion proved to be effective. The influence of the lengths of the time steps of integration upon the accuracy of results was examined. The obtained results have confirmed the substantial influence of elevated temperature on the behaviour of structures, but the elastic properties of material on the rupture life can be disregarded.

POLITECHNIKA WARSZAWSKA
INSTYTUT MECHANIKI KONSTRUKCJI INŻYNIERSKICH

i
WYŻSZA SZKOŁA ROLNICZO-PEDAGOGICZNA W SIEDLCACH
WYDZIAŁ CHEMICZNO-MATEMATYCZNY

Praca została złożona w Redakcji dnia 18 października 1988 r.