

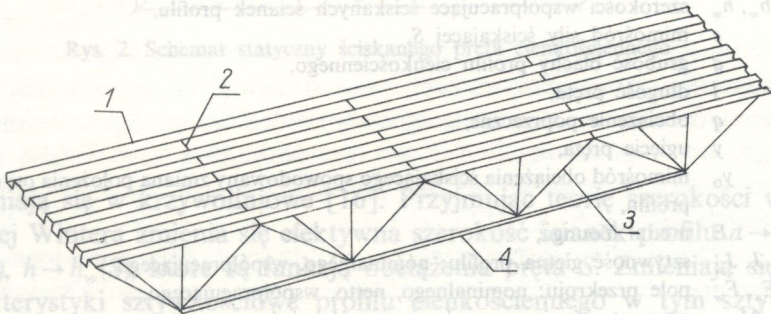
KRZYWE INTERAKCJI M-S ŚCISKANYCH I ZGINANYCH PRĘTÓW CIENKOŚCIENNYCH

ANTONI BIEGUS (WROCLAW)

W pracy podano krzywe interakcji ściskanych i zginanych monosymetrycznych prętów cienkościennych. Zaproponowano model matematyczny analizy tak obciążonych prętów, który łączy teorię nośności nadkrytycznej Wintera z teorią zginania drugiego rzędu. Omówiono sposób budowy krzywych interakcji i szacowania nośności granicznej ściskanych i zginanych monosymetrycznych prętów cienkościennych. Uzyskane wyniki zilustrowano na przykładzie prętów długości 2m, o przekroju kapeluszowym $T 55 \times 188$, grubości 0,5; 0,75; 1,0 i 1,25 mm.

1. WSTĘP

Blachy fałdowe, używane w konstrukcjach nośnych stropów, ścian, dachów zdolne są do przenoszenia, oprócz obciążeń poprzecznych, także obciążeń działających w ich płaszczyźnie. W takich rozwiązaniach konstrukcyjnych blacha fałdowa spełnia funkcję zarówno osłonową jak i konstrukcyjną. Przykładem takiej konstrukcji jest dźwigar kratowy, pokazany na rys. 1, w którym w miejsce prętowego pasa górnego dano płytę z blachy fałdowej.



Rys. 1. Schemat dźwigara dachowego płytowo-prętowego: 1 — płyta fałdowa, 2 — pręt poprzeczny, 3 — krzyżulec, 4 — pas dolny

W ogólnym przypadku wyężenia blacha fałdowa może być zginana oraz ściskana w swej płaszczyźnie. Badania teoretyczne EASLEYA [10], HLAVAČKA [12] oraz doświadczalne BRYANA [7], DAVIESA [8] i EASLEYA [9] dotyczyły jedynie czystego ścinania (bez udziału sił poprzecznych i ściskających) płyt fałdowych. W powyższych badaniach doświadczalnych koncentrowano się na wyznaczeniu podatności przepony z blach fałdowych pod wpływem ścinania, nie zaś na wyznaczeniu nośności granicznej (zniszczeniu uległa blacha wokół łącznika). Przy dostatecznie mocnych połączeniach dźwigara fałdowego z podporą lub przy dużych smukłościach płyt fałdowych może nastąpić wyczerpanie nośności w wyniku jednoczesnego zginania i ściskania lub jednoczesnego zginania i ścinania. Z analizy wiedzy w tej dziedzinie wynika, że stosunkowo najlepiej rozeznane jest zagadnienie zginania oraz ścinania blach fałdowych [5], natomiast zagadnienia ściskanych blach fałdowych są mniej rozeznane. Zagadnienie ściskanych prętów cienkościennych lokalnie wybooczonych nie zostało dotychczas ujęte jednolitą teorią.

W niniejszej pracy podano sposób szacowania nośności ściskanych i zginanych prętów, o cienkościennych przekrojach monosymetrycznych, na podstawie zaproponowanych krzywych interakcji $M-S$. Do budowy prezentowanych w pracy krzywych interakcji wykorzystano wyniki ilościowe (badano rozkłady naprężeń oraz przemieszczenia) i obserwacje, ze statycznych badań eksperymentalnych nośności granicznej ściskanych osiowo i mimośrodowo blach fałdowych [1], [2], a także zaprezentowany w [3] matematyczny model tak obciążonych prętów. Model matematyczny jednocześnie zginanego i ściskanego pręta cienkościennego, w postaci równania różniczkowego czwartego rzędu, o nieliniowych współczynnikach łączy teorię zginania drugiego rzędu z koncepcją szerokości współpracującej Wintera [16].

PODSTAWOWE OZNACZENIA

- a, b, c, h, r wymiary geometryczne profilu cienkościennego, pokazanego na rys. 2,
 a_w, b_w, h_w szerokości współpracujące ściskanych ścianek profilu,
 e mimośród siły ściskającej S ,
 g grubość blachy profilu cienkościennego,
 l długość pręta,
 q obciążenie poprzeczne,
 y ugięcie pręta,
 y_0 mimośród obciążenia ściskającego spowodowany zmianą położenia osi obojętnej profilu,
 E moduł Younga,
 J, J_w sztywność giętna profilu: nominalnego, współpracującego,
 F, F_n, F_w pole przekroju: nominalnego, netto, współpracującego,
 M_w, M_{gr}, M_{pl} moment zginający: przekroju współpracującego, graniczny, plastyczny
 $S, S_{pl}, S_{kr}, S_{gr}$ siła: ściskająca, plastyczna, krytyczna, graniczna,
 S_{pl}, S_{krw} nośność: plastyczna i krytyczna pręta o przekroju współpracującym,
 R_e granica plastyczności materiału,

W, W_{pl}, W_w wskaźnik wytrzymałości: przy zginaniu, oporu plastycznego, przekroju współpracującego,

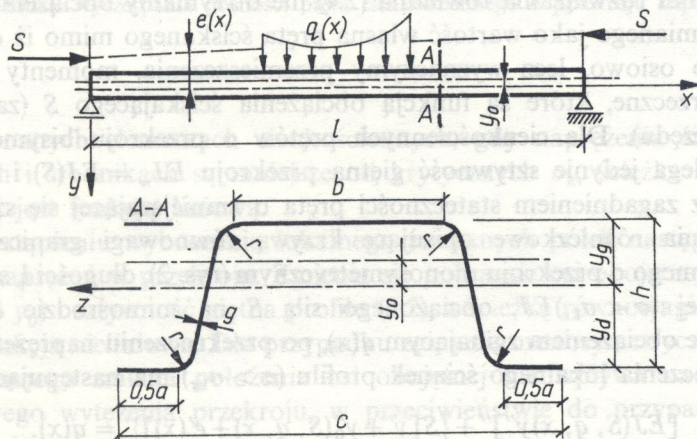
σ, σ_{kr} naprężenia: normalne i krytyczne ściskanej ścianki profilu cienkościennego,
 λ, λ_s smukłość: pręta cienkościennego, ściskanej ścianki profilu cienkościennego.

2. MODEL MATEMATYCZNY ZGINANYCH I ŚCISKANYCH PRĘTÓW CIENKOŚCIENNYCH

Stan równowagi, w obszarze sprężystym, osiowo ściskanego pręta cienkościennego, o długości l , sztywności początkowej ($\sigma < \sigma_{kr}$ – przed wystąpieniem wyoboczenia lokalnego pólek ściskanych) EJ opisuje równanie

$$(2.1) \quad EJy^{IV} + Sy'' = 0.$$

Schemat pręta cienkościennego pokazano na rys. 2 (dla $e = 0$ i $q(x) = 0$). Po przekroczeniu naprężeń krytycznych wyoboczenia lokalnego pólek bądź środków $\sigma > \sigma_{kr}$, rozkłady naprężeń w tych elementach przestają być liniowe



Rys. 2. Schemat statyczny ściskanego pręta cienkościennego

– zmieniają się w krzywoliniowe [16]. Przyjmując teorię szerokości współpracującej Wintera zmienia się efektywna szerokość ścianek profilu $a \rightarrow a_w(S)$, $b \rightarrow b_w(S)$, $h \rightarrow h_w(S)$, które są funkcją obciążenia pręta S . Zmieniają się więc i charakterystyki sztywnościowe profilu cienkościennego w tym sztywność giętna, która jest funkcją obciążenia S

$$(2.2) \quad J(a, b, c, h, g, r)|_{\sigma < \sigma_{kr}} > J_w[a_w(S), b_w(S), h_w(S), c, g, r]|_{\sigma > \sigma_{kr}} = J(S)$$

oraz położenie osi obojętnej. Obciążenie ściskające przekrój ma charakter niesledzący. Dlatego pręt pierwotnie (dla $\sigma < \sigma_{kr}$) ściskany osiowo ($y_0 = 0$), będzie dla $\sigma > \sigma_{kr}$ ściskany mimośrodowo. Mimośród obciążenia y_0 , związany ze zmianą położenia osi obojętnej, jest również funkcją obciążenia ściskającego

$$(2.3) \quad y_0 = y_0[a_w(S), b_w(S), h_w(S), c, g, r] \Big|_{\sigma > \sigma_{kr}} = y_0(S).$$

W tej fazie obciążenia krzywą równowagi opisuje funkcja nieliniowa, gdyż dla pręta cienkościennego o przekroju monosymetrycznym zmniejsza się sztywność giętna profilu i wzrasta mimośród. Mimośrodowe, nieliniowe ściskanie pręta daje nierównomierny, trapezowy rozkład naprężeń na wysokości profilu [1]. Naprężenia w strefie wybrzuszonej półki przekroju rosną szybciej niż w strefie półki niewybruszonej.

Tak więc, równanie różniczkowe stateczności pręta niewyobczonego lokalnie (2.1) zmienia się w równanie różniczkowe jednoczesnego zginania i ściskania po powstaniu wybrzuszeń półek ściskanych ($\sigma > \sigma_{kr}$). Równanie to, o zmiennych nieliniowo współczynnikach, ma następującą postać:

$$(2.4) \quad [EJ(S)y'''] + \{S[y' + y'_0(S)]\}' = 0.$$

W wyniku rozwiązania równania (2.4) nie otrzymamy obciążenia krytycznego, rozumianego jako wartość własna pręta ściskanego mimo iż obciążenie przyłożono osiowo, lecz wyznaczymy przemieszczenia, momenty zginające i siły poprzeczne, które są funkcją obciążenia ściskającego S (zagadnienie drugiego rzędu). Dla cienkościennych prętów o przekroju bisymetrycznym redukcji ulega jedynie sztywność giętna przekroju $EJ_w = EJ(S)$ i mamy do czynienia z zagadnieniem stateczności pręta o zmniejszającej się sztywności.

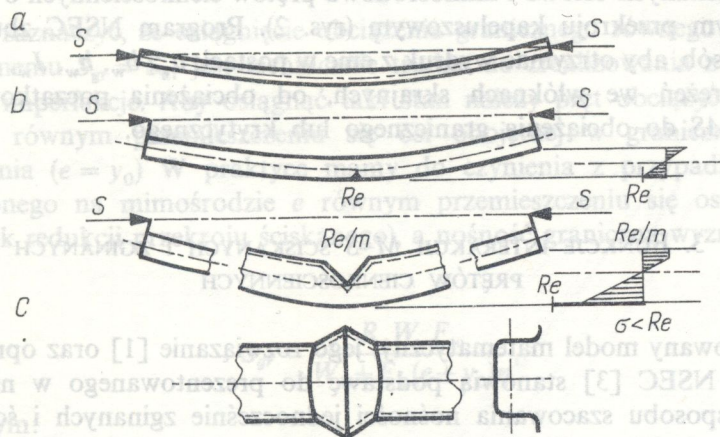
Równania różniczkowe opisujące krzywą równowagi granicznej pręta cienkościennego o przekroju monosymetrycznym (rys. 2), długości l , sztywności początkowej ($\sigma < \sigma_{kr}$) EJ , obciążonego siłą S na mimośrodku $e(x)$, oraz poprzecznie obciążeniem zginającym $q(x)$, po przekroczeniu naprężeń krytycznych wyobczenia lokalnego ścianek profilu ($\sigma > \sigma_{kr}$) ma następującą postać:

$$(2.5) \quad [EJ(S, q, x)y'''] + \{S[y' + y'_0(S, q, x) + e'(x)]\}' = q(x).$$

Jest to również równanie różniczkowe czwartego rzędu o nieliniowo zmieniających się współczynnikach: sztywności $EJ(S, q, x)$ i mimośrodku $y_0(S, q, x)$. Ścieżka równowagi granicznej cienkościennego pręta monosymetrycznego, we współrzędnych S - y jest krzywoliniowa z uwagi na redukcję sztywności giętej oraz w wyniku powiększania się mimośrodu obciążeń ściskających $y_0(S, q, x)$.

W zależności od geometrii przekroju profilu cienkościennego, jego długości, wielkości mimośrodu o nośności profilu decyduje: wyczerpanie nośności przekroju w strefie ściskanej (uplastycznienie naroży „podtrzymujących” wybruszone półki ściskane) — powstanie załomu plastycznego [2] (rys. 3c), bądź uplastycznienie strefy rozciąganej przekroju (rys. 3b) lub klasyczna utrata

stateczności pręta gdy $e = 0$ i $\sigma < \sigma_{kr}$ dla prętów o przekroju monosymetrycznym lub gdy $e = 0$ a przekrój pręta jest bisymetryczny (rys. 3a). W/w modele wyczerpania nośności pokazano na rys. 3.



Rys. 3. Modele wyczerpania nośności pręta cienkościennego o przekroju kapeluszowym

W zginanych elementach cienkościennych, gdy naprężenia ściskające σ w półkach i środkach są mniejsze od krytycznych σ_{kr} ścieżka równowagi granicznej jest funkcją liniową.

Po wystąpieniu wybożenia lokalnego ściskanych pól następuje redystrybucja naprężeń w przekroju. Zmienia się położenie osi obojętnej (powstaje mimośród y_0) i sztywność giętna profilu (2.2), a ścieżkę równowagi granicznej opisuje funkcja nieliniowa. Dla przypadku zginania monosymetrycznego pręta cienkościennego zmiana położenia osi obojętnej nie wpływa na powstanie dodatkowego wyężenia przekroju, w przeciwieństwie do przypadków ściskania i zginania.

Krzywą równowagi granicznej jednoczesnego zginania i ściskania pręta cienkościennego opisuje równanie (2.5). Jest to równanie czwartego rzędu o nieliniowych współczynnikach: sztywności giętny $EJ(S, q, x)$ i mimośrodkie obciążeń ściskających $y_0(S, q, x)$.

Prętami o zmieniającej się sztywności zajmowało się wielu autorów między innymi J. GAŁKIEWICZ [12], A. KACNER [13], Z. MAZURKIEWICZ [14], S. P. TIMOSHENKO [15].

W pracy [1] podano rozwiązanie równania (2.5) za pomocą szeregów trygonometrycznych, stosując skończone sinusowe i kosinusowe transformacje Fouriera do odpowiedniego operatora różniczkowego.

Nośność oraz krzywe równowagi granicznej ściskanych monosymetrycz-

nych prętów cienkościennych proponuje się obliczać metodą przyrostową sbs (krok po kroku), gdyż charakterystyki sztywnościowe $F(S, x)$, $W(S, x)$, $J(S, x)$ oraz mimośród $y_0(S, x)$ są funkcją obciążenia ściskającego S . W tym celu opracowano program NSEC, zaprezentowany w pracy [3], który umożliwi analizę ściskanych osiowo i mimośrodowo prętów cienkościennych o monosymetrycznym przekroju kapeluszowym (rys. 2). Program NSEC zbudowano w ten sposób, aby otrzymać wydruk z emc w postaci: $a_w, b_w, h_w, J_w, F_w, y_0, y$ oraz naprężeń we włóknach skrajnych, od obciążenia początkowego S_p krokiem ΔS do obciążenia granicznego lub krytycznego.

3. FUNKCJE INTERAKCJI $M-S$ ŚCISKANYCH I ZGINANYCH PRĘTÓW CIENKOŚCIENNYCH

Zbudowany model matematyczny, jego rozwiązanie [1] oraz opracowany program NSEC [3] stanowią podstawę do prezentowanego w niniejszym punkcie sposobu szacowania nośności jednocześnie zginanych i ściskanych prętów cienkościennych. Budowę krzywych interakcji $M-S$ jednocześnie ściskanych i zginanych prętów cienkościennych analizowano dla prętów o przekroju kapeluszowym $T55 \times 188$ mm, grubości 0,5; 0,75; 1,0 i 1,25 mm.

W wypadku działania osiowych obciążeń rozciągających nośność pręta, zbudowanego z materiału o granicy plastyczności R_e wyznaczmy ze wzoru:

$$(3.1) \quad S_{pl} = F_n R_e.$$

Z uwagi na to, iż przekrój jest rozciągany, szerokości pólek i średników przekroju cienkościennego nie podlegają redukcji.

Dla zginanego przekroju cienkościennego należy rozróżnić dwa przypadki. Przypadek pierwszy, gdy naprężenia σ_i w żadnej z pólki przekroju cienkościennego nie przekraczają naprężeń krytycznych wybożenia lokalnego $\sigma_{kr,i}$

$$(3.2) \quad \sigma_{kr,i} > \sigma_i.$$

Wówczas nie redukujemy przekroju poprzecznego pręta cienkościennego, a nośność graniczną określimy ze wzoru:

$$(3.3) \quad M_{pl} = W_{pl} R_e.$$

Dla stosowanych geometrii prętów cienkościennych np.: blach fałdowych przypadek ten zachodzi rzadko. Dla drugiego przypadku, tj. gdy występuje lokalna utrata stateczności ściskanych pólki

$$(3.4) \quad \sigma_{kr,i} < \sigma_i,$$

nośność przekroju zginanego wyznaczmy ze wzoru:

$$(3.5) \quad M_w = W_w R_e.$$

Jako graniczne obciążenie ściskające (w zakresie sprężystym), które teoretycznie może przenieść ściskany pręt cienkościenny, przyjęto obciążenie

$$(3.6) \quad S_{kr,w} = \frac{\pi^2 EJ_w}{(\mu l)^2}$$

Należy zaznaczyć, że osiągnięcie obciążenia granicznego równego obciążeniu krytycznemu $S_{gr} = S_{kr}$ jest technicznie trudne do zrealizowania z uwagi na losowe imperfekcje. Aby osiągnąć taki stan należy pręt obciążyć na mimośrodku równym przemieszczeniu się osi obojętnej w granicznym stanie obciążenia ($e = y_0$). W praktyce mamy do czynienia z przypadkiem pręta obciążonego na mimośrodku e równym przemieszczeniu się osi obojętnej (wskutek redukcji przekroju ściskanego), a nośność graniczną wyznaczmy ze wzoru:

$$(3.7) \quad S_{gr} = \frac{R_e W_w F_w}{W_w + F_w (e + y_0) \eta},$$

w którym:

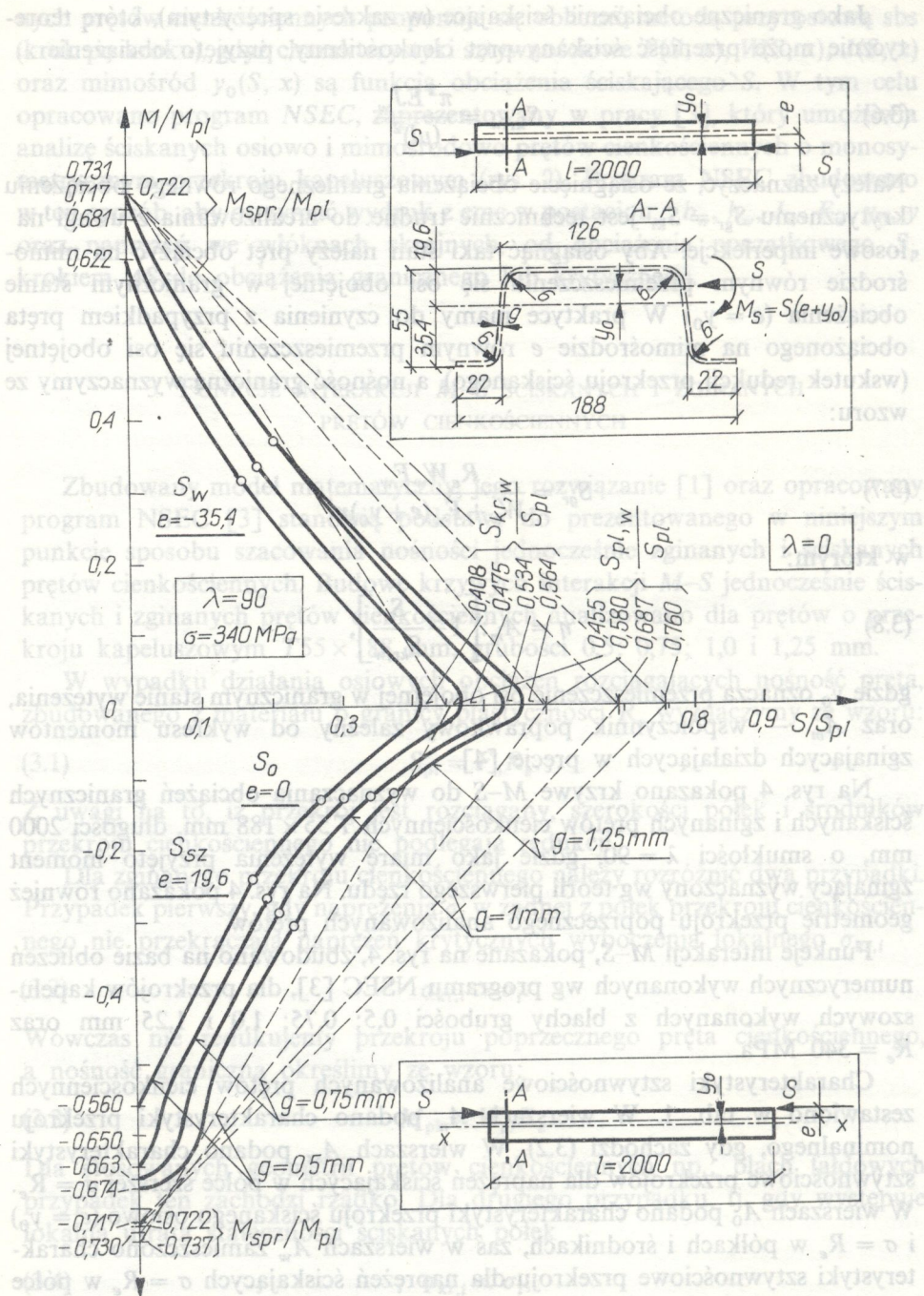
$$(3.8) \quad \eta = A_m \cdot \left[1 - \frac{S}{S_{kr,w}} \right],$$

gdzie y_0 oznacza przemieszczenie osi obojętnej w granicznym stanie wyężenia, oraz A_m – współczynnik poprawkowy zależny od wykresu momentów zginających działających w pręcie [4].

Na rys. 4 pokazano krzywe $M-S$ do wyznaczania obciążeń granicznych ściskanych i zginanych prętów cienkościennych $T 55 \times 188$ mm, długości 2000 mm, o smukłości $\lambda = 90$, gdzie jako miarę wyężenia przyjęto moment zginający wyznaczony wg teorii pierwszego rzędu. Na rys. 4 pokazano również geometrię przekroju poprzecznego analizowanych prętów.

Funkcje interakcji $M-S$, pokazane na rys. 4, zbudowano na bazie obliczeń numerycznych wykonanych wg programu NSEC [3], dla przekrojów kapeluszowych wykonanych z blachy grubości 0,5; 0,75; 1,0 i 1,25 mm oraz $R_e = 340$ MPa.

Charakterystyki sztywnościowe analizowanych prętów cienkościennych zestawiono w tab. 1. W wierszach A_n podano charakterystyki przekroju nominalnego, gdy zachodzi (3.2). W wierszach A_{sz} podano charakterystyki sztywnościowe przekrojów dla naprężeń ściskających w półce szerszej $\sigma = R_e$. W wierszach A_0 podano charakterystyki przekroju ściskanego osiowo ($e = y_0$) i $\sigma = R_e$ w półkach i środnikach, zaś w wierszach A_w zamieszczono charakterystyki sztywnościowe przekroju dla naprężeń ściskających $\sigma = R_e$ w półce węższej. W wierszu A'_{sz} podano charakterystyki sztywnościowe przekroju o ściskanej półce szerszej $\sigma_g < R_e$ i naprężeniach rozciągających w półce węższej $\sigma_d = R_e$.



Rys. 4. Krzywe interakcji $M-S$ prętów o smukłości $\lambda=90$ — linia ciągła i $\lambda=0$ — linia przerywana, o przekroju kapeluszowym $T 55 \times 188$, grubości 0,5, 0,75, 1,0, 1,25 mm ściskanych i zginanych (moment według teorii I-go rzędu)

Tablica 1. Charakterystyki sztywnościowe badanych prętów cienkościennych

g mm	Sposób obciążenia	b _w mm	h _w mm	a _w mm	F _w cm ²	y _g cm	I _w cm ⁴	W _{w,g} cm ³	W _{w,d} cm ³	W _{pl} cm ³	W _w W _{pl}	S _{pl,w} S _{pl}	S _{kr,w} S _{pl}
0,50	A _n	114,0	43,0	32,0	1,364	1,930	6,759	3,502	1,893	2,567	0,737		
	A _{sz}	23,36	43,0	32,0	0,906	2,895	4,162	1,437	1,597		0,560		
	A ₀	22,36	20,63	19,67	0,621	2,691	3,725	1,384	1,326			0,455	0,408
	A _w	114,0	43,0	19,67	1,302	1,763	5,964	3,383	1,596		0,622		
0,75	A _n	114,0	43,0	32,0	2,050	1,936	10,076	5,204	2,827	3,872	0,730		
	A _{sz}	32,75	43,0	32,0	1,441	2,739	6,832	2,494	2,473				
	A ₀	32,75	28,86	26,72	1,189	2,647	6,514	2,461	2,283			0,580	0,475
	A _w	114,0	43,0	26,72	2,010	1,867	9,583	5,133	2,638		0,681		
	A _{sz}	32,93	43,0	32,0	1,422	2,736	6,840	2,500	2,475		0,650		
1,00	A _n	114,0	43,0	32,0	2,740	1,942	13,373	6,886	3,758	5,202	0,722		
	A _{sz}	42,62	43,0	32,0	2,027	2,608	9,794	3,755	3,386				
	A ₀	42,62	35,71	32,0	1,881	2,598	9,791	3,769	3,374			0,687	0,534
	A _w	114,0	43,0	32,0	2,740	1,942	13,373	6,886	3,758		0,722		
	A _{sz}	45,08	43,0	32,0	2,051	2,578	10,077	3,910	3,449		0,633		
1,25	A _n	114,0	43,0	32,0	3,432	1,947	16,650	8,551	4,686	6,529	0,717		
	A _{sz}	51,97	43,0	32,0	2,656	2,497	12,953	5,187	4,313				
	A ₀	51,97	41,17	32,0	2,610	2,493	12,950	5,194	4,307			0,760	0,564
	A _w	114,0	43,00	32,0	3,432	1,947	16,650	8,551	4,686		0,717		
	A _{sz}	57,42	43,0	32,0	2,724	2,436	13,487	5,537	4,402		0,674		

Funkcje interakcji $M-S$ wyznaczono na podstawie programu NSEC. Dla zadanego mimośrodzie e wyznaczono graniczne obciążenie ściskające. Na tej podstawie obliczono moment zginający M , wg teorii pierwszego rzędu, a następnie współrzędne krzywych interakcji $M:M_{pl}$ i $S:S_{pl}$.

Gdy naprężenia w półkach ściskanych przekroju są większe od krytycznych wyboczenia lokalnego, należy zredukować sztywność giętną przekroju, a maksymalny moment zginający przekroju współpracującego (gdy obciążenie ściskające $S = 0$) można wyznaczyć ze wzoru (3.3). Zachodzi wówczas nierówność:

$$(3.9) \quad M_w < M_{spr} < M_{pl},$$

w której M_{spr} jest momentem sprężystym przekroju, bez uwzględnienia redukcji szerokości półek ściskanych.

Stosunek wskaźnika wytrzymałości przy zginaniu do wskaźnika oporu plastycznego podano w tab. 1, kol. 12, wiersz A_n . Stosunek wskaźnika wytrzymałości przy zginaniu przekroju współpracującego (o zredukowanych szerokościach półek) do wskaźnika oporu plastycznego $W_w:W_{pl}$ zamieszczono w tab. 1, kol. 12, wiersze A_{sz} i A_w bądź A'_{sz} . Należy zauważyć, że stosunek $W_w:W_{pl}$ jest różny przy ściskaniu półki szerszej i półki węższej, zależy od stanu wyteżenia i jest mniejszy od $W:W_{pl}$.

O nośności przekroju zginanego ($S = 0$) lub przy niedużym udziale siły ściskającej S_{sz} w wyteżeniu przekroju, może zadecydować nośność strefy rozciąganej (należy przyjąć charakterystyki A'_{sz}). Przypadek taki (rys. 3b) występuje dla prętów o grubości $g = 0,75; 1,00$ i $1,25$ mm. Największa wartość $M:M_{pl}$ może nie wystąpić na osi pionowej, lecz jak to jest dla $g = 1,25$ mm – dla $S:S_{pl} = 0,04$ (patrz rys. 4 – lokalne ekstremum).

Maksymalna siła ściskająca, jaką może przenieść przekrój cienkościenny ($M = 0$) wynosi

$$(3.10) \quad S_{pl,w} = F_w R_e.$$

Siłę $S_{pl,w}$ zdolne są przenieść pręty krępe o małej smukłości, obciążone na mimośrodzie $e = y_0$, w granicznym stanie wyteżenia (odpowiednie wartości $S_{pl,w}:S_{pl}$ zamieszczono na osi poziomej rys. 4. Dla analizowanych prętów, o smukłości $\lambda = 90$ i $R_e = 340$ MPa stosunek $S_{pl,w}:S_{pl}$ zamieszczono w tab. 1, kol. 13 i na osi poziomej rys. 4.

W miarę wzrostu smukłości pręta obciążenie ściskające maleje. Stosunek obciążenia krytycznego (3.6) pręta o przekroju współpracującym do obciążenia plastycznego $S_{kr,w}:S_{pl}$ zamieszczono w tab. 1, kol. 14. Również i w tym przypadku $S_{pl,w}:S_{pl}$ oraz $S_{kr,w}:S_{pl}$ maleją ze wzrostem wyteżenia oraz smukłości półek i śródników przekroju poprzecznego.

W górnej części rys. 4, dla $g = 1,0$ mm i $1,25$ mm pokazano przypadek, gdy sumaryczne naprężenia ściskające w półce węższej spełniają warunek (3.2) i nie musimy redukować szerokości półek, a krzywe interakcji nie zależą od smukłości ściskanych półek przekroju cienkościennego do około $0,30 S_{pl}$.

W dolnej oraz górnej części rys. 4, dla $g = 0,5$ i $0,75$ mm pokazano krzywe interakcji jednocześnie zginanych i ściskanych prętów cienkościennych, gdy zachodzi (3.4) i należy zredukować szerokości półek ściskanych.

Dla analizowanych czterech prętów cienkościennych o smukłości $\lambda = 90$, otrzymano cztery krzywe wklęsłe zależne od grubości ścianek profili. Krzywe interakcji $M-S$, wówczas gdy zachodzi (3.4) są funkcją nie tylko smukłości ogólnej λ lecz również zależą od smukłości półek ściskanych λ_s oraz wyężenia pręta. Krzywe te są wyraźnie wklęsłe w wyniku redukcji przekroju ściskanego, a także wpływu przemieszczeń y_0 na wyężenie przekroju.

Na rys. 5 pokazano krzywe interakcji $M-S$ prętów smukłości $\lambda = 90$ o przekroju kapeluszowym $T55 \times 188$, grubości $0,5$; $0,75$; $1,0$ i $1,25$ mm zginanych i ściskanych, gdzie za miarę wyężenia giętnego przyjęto moment zginający wyznaczony z uwzględnieniem wpływu przemieszczeń y , tj. wg teorii drugiego rzędu.

Analizowany przypadek jednoczesnego zginania i ściskania pręta cienkościennego, lokalnie wyboczonego opisuje nierówność

$$(3.11) \quad \frac{S S_{pl,w}}{F_w S_{kr,w}} + \frac{1}{1 - \frac{S}{S_{kr,w}}} \eta \frac{M_q + S(e + y_0)}{W_w} \leq R_e,$$

w której M_q – moment zginający od obciążeń poprzecznych. Po uporządkowaniu i uwzględnieniu (3.10) i (3.5) nierówność (3.11) przybiera następującą postać:

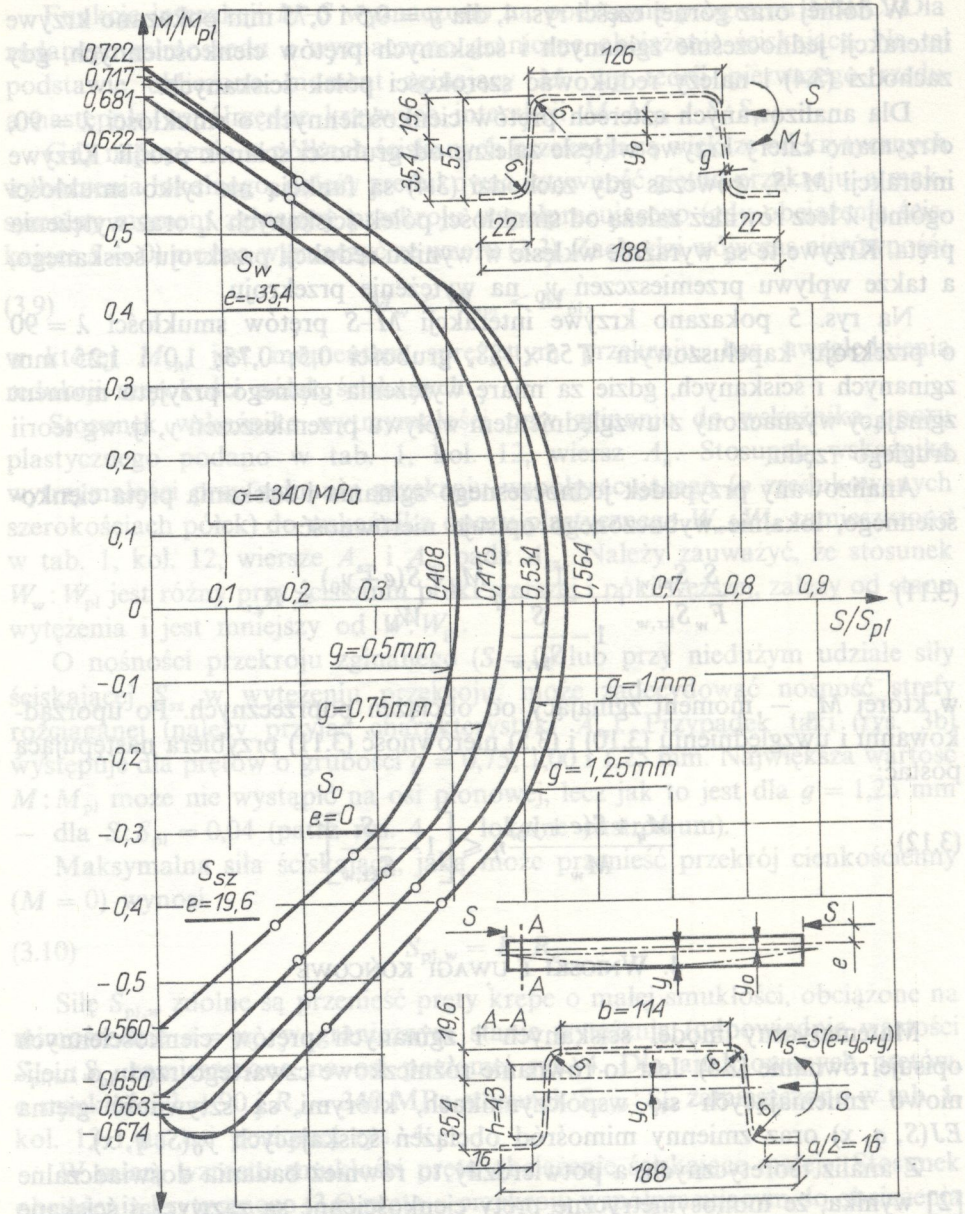
$$(3.12) \quad \frac{M_q + S(e + y_0)}{M_w} \eta \leq \left[1 - \frac{S}{S_{kr,w}} \right]^2.$$

4. WNIOSKI I UWAGI KOŃCOWE

Matematyczny model ściskanych i zginanych prętów cienkościennych opisuje równanie (2.5). Jest to równanie różniczkowe czwartego rzędu o nieliniowo zmieniających się współczynnikach, którymi są sztywność giętna $EJ(S, q, x)$ oraz zmienny mimośród obciążeń ściskających $y_0(S, q, x)$.

Z analiz teoretycznych, a potwierdziły to również badania doświadczalne [2] wynika, że monosymetryczne pręty cienkościenne są zazwyczaj ściskane mimośrodowo i opisują je krzywoliniowe ścieżki równowagi. Największe obciążenie ściskające monosymetryczny pręt cienkościenny można uzyskać obciążając go na mimośrodku równym przemieszczeniu się osi obojętnej w granicznym stanie wyężenia (w stosunku do położenia osi w przecie nieobciążonym).

Krzywe interakcji $M-S$ ściskanych i zginanych monosymetrycznych prętów cienkościennych zależą od wielu parametrów: smukłości ogólnej pręta λ ,



Rys. 5. Krzywe interakcji $M-S$ prętów o smukłości $\lambda = 90$, o przekroju kapeluszowym $T 55 \times 188$, grubości 0,5, 0,75, 1,0 i 1,25 mm, ściskanych i zginanych (moment według teorii II-go rzędu)

smukłości półek ściskanych profilu λ_s , stanu wyężenia przekroju (gdy wielkość redukcji ściskanych półek zależy od σ). Są to krzywe wklęsłe, które mogą mieć lokalne ekstrema. Dla cienkościennych prętów monosymetrycznych krzywe interakcji $M-S$ są niesymetryczne względem osi $S:S_{pl}$.

LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. A. BIEGUS, *Nośność graniczna ściskanych blach faldowych*, Prace Nauk. Instyt. Budown. Politechniki Wrocławskiej, Seria Monografie, 38, 19, Wrocław 1983.
2. A. BIEGUS, *Badania nośności granicznej osiowo ściskanych blach faldowych*, XXXII Konferencja Naukowa KILiW PAN i KN PZITB, Ref. t. 3, Krynica 1986.
3. A. BIEGUS, *Ścieżki równowagi granicznej ściskanych prętów cienkościennych*, XXXIII Konferencja Naukowa KILiW PAN i KN PZITB, Ref., t. 3, Krynica 1987.
4. J. BRÓDKA, K. JERKA-KULAWIŃSKA, J. KORDJAK, M. KWAŚNIEWSKI, *Wytyczne obliczenia i projektowania konstrukcji stalowych z uwzględnieniem rezerwy plastycznej*, cz. I, pkt 6.3, 23, COBPKM „Mostostal” 1980.
5. J. BRÓDKA, R. GANCAREK, K. MIŁACZEWSKI, *Blachy faldowe w budownictwie stalowym*, Arkady, Warszawa 1984.
6. E. R. BRYAN, J. M. DAVIES, *Design of profiled steel sheeting and decking*, in: Behaviour of Thin-Walled Structures, Elsevier, London 1984.
7. E. R. BRYAN, *The stressed skin design of steel buildings*, Constrado Monograph, London 1973.
8. J. M. DAVIES, *Light gauge steel folder plate roofs*, The Structural Engineer, 5, p. 159-174, 1976.
9. I. T. EASLEY, D. E. Mc FARLAND, *Buckling of light-gage corrugated metal diaphragms*, J. Struct. Dav., ASCE, 95, ST 7, p. 1497-1516, July 1969.
10. I. T. EASLEY, *Buckling formulas for corrugated metal shear diaphragms*, J. Struct. Dav., ASCE, ST 7, p. 1403-1417, July 1975.
11. J. GAŁKIEWICZ, *Zastosowanie metody małego parametru do określenia siły krytycznej ściskanego pręta o zmiennym przekroju poprzecznym*, Zesz. Nauk. Politechniki Łódzkiej, Mechanika, 30, 4, 1966.
12. V. HLAVAČEK, *Shear instability of ortotropic panels*, Acta Technica CSAV, 1, p. 134-158, Prague 1968.
13. A. KACNER, *Pręty i płyty o zmiennej sztywności*, PWN, Warszawa 1969.
14. Z. MAZURKIEWICZ, *Wyboczenia prętów prostych o zmiennych sztywnościach*, Rozpr. Inżyn., 13, 3, 1965.
15. S. P. TIMOSHENKO, J. M. GERE, *Teoria stateczności sprężystej*, Arkady, Warszawa 1983.
16. G. WINTER, *Strength of thin steel compression flanges*, Trans. ASCE, 112, 1974.

РЕЗЮМЕ

КРИВЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ М-С СЖИМАЕМЫХ И ИЗГИБАЕМЫХ
ТОНКОСТЕННЫХ СТЕРЖНЕЙ

В работе приведены кривые взаимодействия сжимаемых и изгибаемых моносимметричных тонкостенных стержней.

Предложена математическая модель анализа таким образом нагруженных стержней, которая совмещает теорию сверхкритической несущей способности Винтера с теорией изгиба второго порядка. Обсужден способ конструкции кривых взаимодействия и оценки предельной несущей способности сжимаемых и изгибаемых моносимметричных тонкостенных стержней. Полученные результаты иллюстрированы на примере стержней длины в 2 м, с T-образным сечением 55×188, толщиной 0,5; 0,75; 1,0 и 1,25 мм.

Zasadniczą trudnością jest efektywne ujęcie wielofazowego procesu falowego w warunkach złamań i odbić wielokrotnych. Z tego też względu, pomimo liniowości zagadnienia, opis tego typu zjawisk jest bardzo żmudny. [1, 2].

SUMMARY

M-S INTERACTION CURVES OF THIN-WALLED BARS IN COMPRESSION AND BENDING

Interaction curves of mono-symmetric thin-walled bars subject to compression and bending are given in the paper. The mathematical model proposed combines the supercritical load capacity theory given by Winter and the second-order theory of bending. Method of construction of the interaction curves is discussed, and load capacity estimates are proposed for mono-symmetric thin-walled bars subject to simultaneous compression and bending. The results are illustrated by examples of bars of length 2m and cross-sections T 55 × 188 with 0.5, 0.75, 1.0 and 1.25 mm thickness.

POLITECHNIKA WROCLAWSKA

Praca została złożona w Redakcji dnia 22 lutego 1988 r.

