

WPLYW STRUKTURY WEWNĘTRZNEJ PORÓW OŚRODKA PRZEPUSZCZALNEGO NA PRĘDKOŚĆ PROPAGACJI ZABURZEŃ W PŁYNIE WYPEŁNIAJĄCYM PORY(*)

MIECZYŚLAW C I E S Z K O I JÓZEF K U B I K (POZNAŃ)

W pracy przeanalizowano wpływ struktury porów sztywnego szkieletu na prędkość propagacji zaburzeń o skończonej amplitudzie w płynie przepływającym przez pory. Przyjęto, że wewnętrzna struktura porowatego szkieletu scharakteryzowana jest dwoma parametrami: porowatością objętościową i parametrem strukturalnej przepuszczalności. Rozważania ograniczono do zagadnienia quasiliniowego i analizy fali słabej nieciągłości. Wykazano, że prędkość fali słabej nieciągłości w płynie wypełniającym pory, w wyniku wpływu struktury, jest mniejsza od prędkości takiej fali w płynie czystym (brak szkieletu) i jej względna wartość zależy od kierunku przepływu płynu.

1. WSTĘP

Przebieg zjawisk dynamicznych w płynie wypełniającym pory nieodkształcalnego ośrodka przepuszczalnego silnie zależy od wewnętrznej struktury szkieletu. Podstawowym, wciąż otwartym, problemem pozostaje zbadanie wpływu geometrycznej struktury porowatego szkieletu na prędkość propagacji zaburzeń w płynie filtrującym przez pory. Rezultaty badań w tej dziedzinie są ściśle związane z przyjmowanym w teorii makroopisem struktury porów.

W dotychczasowych badaniach wpływ struktury uwzględniano przez bezpośrednią modyfikację siły bezwładności w równaniu bilansu pędu wprowadzając stały parametr zmieniający udział masy płynu w ruchu. Takie postępowanie jest równoważne z uwzględnieniem w opisie efektu sprzężenia dynamicznego pomiędzy szkieletem i płynem.

Podjęcie takie reprezentują ZWIKKER i KOSTEN w monografii [1] formułując liniowe równania dynamiki płynu w izotropowym nieodkształcalnym szkielecie. Podobnie postępuje WHITAKER w pracy [2], w której dla otrzymania takich równań w szkielecie o anizotropowej strukturze porów wykorzystuje metodę uśredniania objętościowego równań opisujących mikroskopowy ruch płynu w porach.

(*) Pracę wykonano w ramach problemu CPBP 02. 02.

Inne podejście do tego zagadnienia zawarte jest w pracy BIOTA [3], w której wpływ struktury na przebieg procesów dynamicznych w deformowalnym ośrodku porowatym nasyconym płynem został uwzględniony przez wprowadzenie do teorii współczynnika sprzężenia dynamicznego. Jest to następstwem przyjętej przez Biota energii kinetycznej obu składników ośrodka w postaci pełnej formy kwadratowej. Nie podaje się jednak, w tym przypadku, bezpośredniego związku pomiędzy tak wprowadzonym parametrem a geometryczną strukturą porów, co uniemożliwia analizę roli struktury w przebiegu zjawisk dynamicznych.

Przedstawiony w wyżej wymienionych pracach sposób uwzględnienia wpływu struktury na przebieg zjawisk dynamicznych w płynie wypełniającym pory dotyczy jedynie zjawisk w zakresie liniowym. Nie daje to możliwości zbadania wpływu struktury na propagację w płynie zaburzeń o skończonej amplitudzie.

Celem niniejszej pracy jest zbadanie wpływu struktury sztywnego szkieletu scharakteryzowanej dwoma parametrami: porowatością objętościową i parametrem strukturalnej przepuszczalności, na prędkość propagacji zaburzeń w płynie przepływającym przez pory dla zagadnienia quasilineowego.

Za punkt wyjścia do rozważań przyjmuje się równania dwuparametrowej teorii ośrodków porowatych nasyconych płynem [4–8] w ramach której ruch ściśliwego płynu w sztywnym, przepuszczalnym szkielecie stanowi przypadek szczególny. Analizę propagacji fal ograniczono do fali słabej nieciągłości. Umożliwiło to wyodrębnienie wpływu parametrów struktury porów na prędkość propagacji zaburzeń od innych wpływów (dyspersji i tłumienia). Bardziej szczegółowe znaczenie struktury w przebiegu zjawisk dynamicznych w płynie wypełniającym pory określono poprzez zbadanie wpływu wymiany masy i pędu na prędkość propagacji fali słabej nieciągłości. Ponadto pokazano, że w przypadku zagadnienia prawie liniowego otrzymane wyniki są zbieżne z rezultatami wcześniej prowadzonych badań.

2. RÓWNIANIA DYNAMIKI PŁYNU W PORACH NIEODKSZTAŁCALNEGO OŚRODKA PODSTAWOWE ZAŁOŻENIA

Za punkt wyjścia do prowadzonych w pracy rozważań przyjmujemy opis izotropowego, deformowalnego ośrodka porowatego wypełnionego płynem w którym struktura porów szkieletu scharakteryzowana jest dwoma parametrami: porowatością objętościową f_v i parametrem strukturalnej przepuszczalności λ , [6, 7].

Istotą powyższej teorii dwuparametrowej jest to, że może być ona odniesiona zarówno do składników fizycznych ośrodka — odpowiednio cieczy ((f')) i porowatego szkieletu ((f'')), jak też do składników wirtualnych tzn.

porowatego szkieletu ze stowarzyszonym z nim płynem⁽¹⁾ (pierwszy składnik wirtualny (I¹)) oraz płynu swobodnego (drugi składnik wirtualny (I²)) rozróżnialnych z kinetycznego punktu widzenia. Należy podkreślić, że podział na składniki wirtualne jest następstwem dwuparametrowej charakterystyki struktury porów i jest całkowicie określony przez parametry λ i f_v .

W dalszej części pracy do analizy zagadnień dynamicznych wykorzystamy opis dla składników wirtualnych. Wówczas podstawowe równania bilansu masy i pędu mają następującą postać:

równania ciągłości

$$(2.1) \quad \frac{\partial \rho^1}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho^1 \mathbf{v}^1) = g,$$

$$(2.2) \quad \frac{\partial \rho^2}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho^2 \mathbf{v}^2) = -g,$$

gdzie g jest funkcją intensywności wymiany masy pomiędzy składnikami wirtualnymi i określona jest wyrażeniem, [8],

$$g = \bar{\rho}^s \frac{D}{Dt} \left[(1-x) \frac{\bar{\rho}^s}{\bar{\rho}^s} \right],$$

równania ruchu

$$(2.3) \quad \rho^1 \frac{D\mathbf{v}^1}{Dt} = \operatorname{div}(\mathbf{T}^1) + \rho^1 \mathbf{b} + \mathbf{r}^c + \frac{1}{2} g (\mathbf{v}^2 - \mathbf{v}^1),$$

$$(2.4) \quad \rho^2 \frac{D\mathbf{v}^2}{Dt} = \operatorname{div}(\mathbf{T}^2) + \rho^2 \mathbf{b} + \mathbf{r}^c + \frac{1}{2} g (\mathbf{v}^2 - \mathbf{v}^1),$$

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \operatorname{grad}(\quad), \quad k = 1, 2,$$

gdzie wielkości

$$\mathbf{r}^c = \mathbf{r} + g(\mathbf{w} - (\mathbf{v}^1 + \mathbf{v}^2)/2), \quad \mathbf{r}^c = \mathbf{r} - g(\mathbf{w} - (\mathbf{v}^1 + \mathbf{v}^2)/2)$$

oznaczają całkowite wzajemne oddziaływanie składników wirtualnych, przy czym \mathbf{r}^1 i \mathbf{r}^2 ($\mathbf{r}^1 = -\mathbf{r}^2$) reprezentują tę część oddziaływań, które nie zawierają sił związanych z wymianą masy. Przez \mathbf{w} oznaczono prędkość wymiennej masy⁽²⁾, a przez \mathbf{b} jednostkową siłę masową.

⁽¹⁾ jest to odpowiednikiem znanego z hydrodynamiki efektu „masy dołączonej” występującego przy opływie ciał.

⁽²⁾ wielkość ta zapisana w postaci prędkości względnej ($\mathbf{w} - \mathbf{v}$) jest wielkością konstytutywną podobnie jak przyjęto w pracy [9] gdzie uwzględniono wymianę masy wywołaną reakcjami chemicznymi.

Gęstości $\overset{1}{\rho}$, $\overset{2}{\rho}$ i tensory naprężenia $\overset{1}{\mathbf{T}}$ i $\overset{2}{\mathbf{T}}$ składników wirtualnych są związane z parcjalnymi gęstościami $\bar{\rho}^f$, $\bar{\rho}^s$ i odpowiednio tensorami naprężenia \mathbf{T}^s i \mathbf{T}^f dla składników fizycznych zależnościami, [6],

$$\begin{aligned} \overset{1}{\rho} &= \bar{\rho}^s + (1 - \kappa) \bar{\rho}^f; & \overset{2}{\rho} &= \kappa \bar{\rho}^f, \\ \overset{1}{\mathbf{T}} &= \mathbf{T}^s + (1 - \kappa) \mathbf{T}^f; & \overset{2}{\mathbf{T}} &= \kappa \mathbf{T}^f, \end{aligned}$$

przy czym

$$\bar{\rho}^f = f_v \rho^f, \quad \bar{\rho}^s = (1 - f_v) \rho^s, \quad \kappa = \lambda / f_v,$$

gdzie ρ^f , ρ^s są efektywnymi gęstościami odpowiednio cieczy i materiału szkieletu.

Cechą charakterystyczną takiego opisu ruchu ośrodka porowatego jest to, że mimo braku reakcji chemicznych w ośrodku, w opisie występuje efekt wymiany masy. Jego wyrazem jest funkcja intensywności wymiany masy g w równaniach ciągłości (2.1) i (2.2). Charakteryzuje ona zmianę ilości płynu stowarzyszonego ze szkieletem w trakcie procesu deformacji porowatego ośrodka, a jej wielkość określona jest szybkością zmian parametrów charakteryzujących strukturę geometryczną porów oraz szybkością zmian ilorazu efektywnych gęstości płynu i materiału szkieletu, [8].

Wymiana masy znajduje również swoje odbicie w równaniach ruchu (2.3) i (2.4). Występują w nich: siła sprężenia masowego $\frac{1}{2}g(\overset{1}{v} - \overset{2}{v})$ oraz składowa sił wzajemnego oddziaływania o postaci $g(\mathbf{w} - (\overset{1}{v} + \overset{2}{v})/2)$, wynikające z wymiany pędu towarzyszącej wymianie masy pomiędzy składnikami wirtualnymi.

Poniżej przeanalizujemy wpływ przyjętych parametrów struktury porów, a tym samym wymiany masy i związanej z nią wymiany pędu w ośrodku na prędkość propagacji zaburzeń w płynie przepływającym przez pory ośrodka. Przyjmujemy następujące założenia:

szkielet jest nieodkształcalny, tj.

$$\frac{\partial \rho^s}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial f_v}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial \lambda}{\partial t} = 0,$$

układ odniesienia jest związany ze szkieletem

$$\overset{1}{v} = 0,$$

pomijamy wpływ lepkości płynu na stan jego naprężenia

$$\overset{2}{\mathbf{T}} = -\lambda p^f \mathbf{I} = -p \mathbf{I},$$

zagadnienie jest jednowymiarowe.

Dwa pierwsze założenia eliminują z rozważań równanie ciągłości i rów-

nanie ruchu pierwszego składnika wirtualnego i pozwalają sprowadzić pozostałe równania układu (2.1)–(2.4) do postaci:

$$(2.5) \quad \frac{\partial \varrho}{\partial t} + \operatorname{div}(\varrho^2 \mathbf{v}) = -g,$$

$$(2.6) \quad \varrho \frac{D^2 \mathbf{v}}{Dt} = \operatorname{div}(\overset{2}{\mathbf{T}}) + \varrho \mathbf{b} + \overset{2}{\mathbf{r}}^c + \frac{1}{2} g \mathbf{v},$$

gdzie

$$(2.7) \quad g = \left[\frac{1}{\kappa} - 1 \right] \frac{\partial \varrho}{\partial t},$$

$$(2.8) \quad \overset{2}{\mathbf{r}}^c = \overset{2}{\mathbf{r}} - g(\mathbf{w} - \frac{2}{v} / 2).$$

Równania te opisują ruch płynu w nieodkształcalnym, w ogólności niejednorodnym, ośrodku porowatym. Jednakże, jak wynika z wyrażenia (2.7), w przypadku tym efekt wymiany masy zostaje zachowany, a jej intensywność jest proporcjonalna do szybkości lokalnych zmian gęstości płynu.

Podstawiając wyrażenia (2.7) i (2.8) do równań (2.5) i (2.6) i uwzględniając pozostałe założenia, po przekształceniach otrzymamy

$$(2.9) \quad \frac{\partial \varrho}{\partial t} + \kappa \frac{\partial q}{\partial x} = 0,$$

$$(2.10) \quad \frac{\partial q}{\partial t} + (2v - (1 - \kappa)w) \frac{\partial q}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial x} - v^2 \frac{\partial \varrho}{\partial x} - r - \varrho b = 0,$$

gdzie dla uproszczenia zapisu przyjęto $\overset{2}{\varrho} \equiv \varrho$, $\overset{2}{v} \equiv v$, $\overset{2}{r} \equiv r$ i $q \equiv \varrho v$.

Równania (2.9) i (2.10) tworzą układ zawierający pięć skalarnych nieznanymi wielkości: q , ϱ , p , r i w . Układ ten nie jest domknięty i dla rozwiązania dowolnego zagadnienia brzegowego wymaga uzupełnienia o dalsze trzy równania. Jednakże dla wyznaczenia oraz przeanalizowania wpływu struktury porów ośrodka na prędkość propagacji zaburzeń w płynie wystarczy uzupełnić tylko układ (2.9) i (2.10) równaniem konstytutywnym określającym charakter płynu oraz ograniczyć klasę dopuszczalnych związków dla wielkości r i $(w - v)$.

Przyjmijmy zatem, że:

płyn jest barotropowy, czyli

$$(2.11) \quad p^f = p^f(\varrho^f),$$

wielkości r i $(w - v)$ nie zależą od pochodnych

$$\frac{\partial q}{\partial x}, \quad \frac{\partial \varrho}{\partial x}.$$

To ostatnie założenie zapewnia quasiliniowość rozważanego układu równań.

Natomiast założenie (2.11) w odniesieniu do płynu w porach ośrodka porowatego oznacza, że istnieje wzajemnie jednoznaczna odpowiedniość pomiędzy cząsteczkowym ciśnieniem w płynie wypełniającym pory a jego gęstością efektywną. Jest to możliwe jeśli przyjmiemy, że szkielet ośrodka jest albo idealnym izolatorem albo idealnym przewodnikiem. Wówczas równanie konstytutywne (2.11) jest identyczne z funkcją charakteryzującą ten płyn jako ośrodek jednofazowy (brak szkieletu) odpowiednio dla przemiany adiabatycznej i izotermicznej.

Biorąc pod uwagę (2.11) pochodną $\partial p/\partial x$ występującą w równaniu (2.10) możemy zastąpić wyrażeniem

$$\frac{\partial p}{\partial x} = a^2 \frac{\partial \rho}{\partial x} - \rho^f \frac{\partial \lambda}{\partial x} (a^2 - \rho^f / \rho^s),$$

gdzie $a = (dp^f/d\rho^f)^{1/2}$ jest lokalną prędkością propagacji zaburzeń w płynie jako ośrodku jednofazowym. Wówczas równanie (2.10) przyjmie następującą postać:

$$(2.12) \quad \frac{\partial q}{\partial t} + (a^2 - v^2) \frac{\partial q}{\partial x} + (2v - (1 - \kappa)w) \frac{\partial q}{\partial x} - R = 0,$$

gdzie

$$(2.13) \quad R = \rho^f \frac{\partial \lambda}{\partial x} (a^2 - \rho^f / \rho^s) + r + qb.$$

Równanie ciągłości (2.9) wraz z równaniem ruchu (2.12) tworzą quasilineowy, niejednorodny układ równań różniczkowych cząstkowych pierwszego rzędu i mogą być przedstawione w postaci macierzowej jak następuje

$$(2.14) \quad \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \mathbf{A} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial x} + \mathbf{C} = \mathbf{0},$$

gdzie

$$(2.15) \quad \mathbf{U} = \begin{bmatrix} q \\ q \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0, & \kappa \\ a^2 - v^2, & 2v - (1 - \kappa)w \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 \\ -R \end{bmatrix}.$$

Macierz \mathbf{A} nazywana jest macierzą charakterystyczną układu równań (2.14). Jej wartości własne i odpowiadające im wektory własne całkowicie determinują typ układu, a tym samym charakter jego rozwiązań, [10, 11]. W przypadku gdy zmiennymi niezależnymi są współrzędna przestrzenna x i czas t , jak w (2.14), a układ jest typu hiperbolicznego, wartości własne macierzy \mathbf{A} określają prędkość propagacji fali słabej nieciągłości. Ten właśnie przypadek będzie przedmiotem dalszych rozważań.

3. PRĘDKOŚĆ PROPAGACJI FALI SŁABEJ NIECIĄGŁOŚCI

Aby określić wyłącznie wpływ struktury porów ośrodka na prędkość propagacji zaburzeń w płynie, rozważymy zaburzenie szczególnej postaci, mianowicie falę słabej nieciągłości. W tym przypadku prędkość fali nie zależy od przyczyn wywołujących dyspersję i tłumienie zaburzeń w ośrodku reprezentowanych wektorem kolumnowym \mathbf{C} (równanie (2.14)). Pomimo takiego ograniczenia, charakter wpływu struktury w przypadku prędkości fali słabej nieciągłości zostanie zachowany również przy zaburzeniach innej postaci. Jednakże wówczas prędkość tych zaburzeń, niezależnie od jej definicji, będzie zależała także od czynników wywołujących dyspersję i tłumienie.

Prędkość propagacji fali słabej nieciągłości, oznaczonej dalej przez V , otrzymamy wyznaczając wartości własne macierzy \mathbf{A} układu równań (2.14), [10, 11]. Są one określone równaniem

$$\det(\mathbf{A} - IV) = 0,$$

które po uwzględnieniu (2.15) przyjmuje postać

$$(3.1) \quad V^2 - 2(v - (1 - \kappa)w/2)V - \kappa(a^2 - v^2) = 0.$$

Jest widoczne, że wyróżnik trójmianu (3.1)

$$\Delta = 4[(v - (1 - \kappa)w/2)^2 + \kappa(a^2 - v^2)]$$

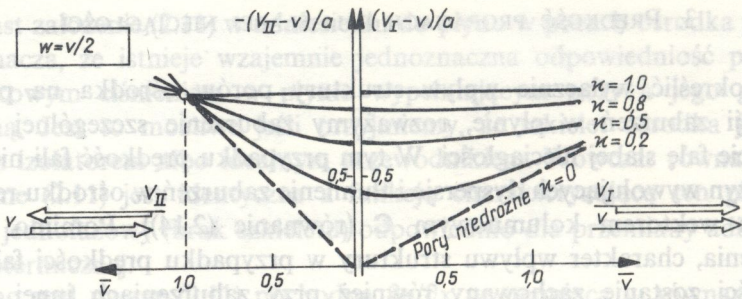
jest zawsze dodatni dla wszystkich prędkości ruchu cząstek płynu, które spełniają warunek $v < a$, a więc w zakresie znacznie przekraczającym prawdopodobny zakres stosowności użytego tu opisu. Stąd wynika, że istnieć będą dwie różne prędkości propagacji fali słabej nieciągłości. Istnienie dwóch różnych rzeczywistych wartości własnych macierzy \mathbf{A} układu (2.14) oraz odpowiadających im liniowo niezależnych wektorów własnych (co ma tutaj miejsce) oznacza, że układ ten jest czysto hiperbolicznym układem równań, [11].

Rozwiązując równanie (3.1) otrzymamy

$$(3.2) \quad \begin{aligned} V_I - v &= \left[-(1 - \kappa)\bar{w}/2 + \sqrt{(\bar{v} - (1 - \kappa)\bar{w}/2)^2 + \kappa(1 - \bar{v}^2)} \right] a, \\ V_{II} - v &= \left[-(1 - \kappa)\bar{w}/2 - \sqrt{(\bar{v} - (1 - \kappa)\bar{w}/2)^2 + \kappa(1 - \bar{v}^2)} \right] a, \end{aligned}$$

gdzie $\bar{v} = v/a$, $\bar{w} = w/a$.

Pierwsze wyrażenie określa prędkość propagacji fali słabej nieciągłości względem cząstek płynu poruszających się w kierunku zgodnym z kierunkiem propagacji fali. Drugie wyrażenie natomiast określa prędkość propagacji dla ich kierunków przeciwnych. Na rys. 1. pokazano przebieg zależności względnej prędkości propagacji fali od prędkości przepływu płynu dla różnych wartości parametru κ . Prawa część wykresu odpowiada prędkości propagacji zgodnej



Rys. 1

z kierunkiem przepływu, lewa natomiast ich kierunkom przeciwnym. Przedstawione na rysunku wyniki otrzymano przy założeniu, że prędkość w jest liniową funkcją prędkości v . (Szczegółowa dyskusja postaci związku konstytutywnego dla wielkości $(w-v)$ będzie przedmiotem oddzielnej pracy).

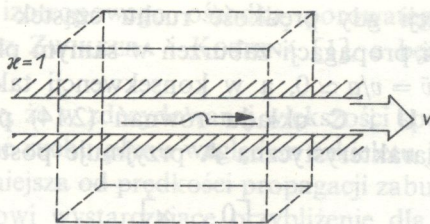
Z otrzymanych wyżej rezultatów wynika, że względna prędkość propagacji fali słabej nieciągłości w płynie przepływającym przez nieodkształcalny ośrodek porowaty zależy od struktury porów ośrodka opisanej parametrem κ , a także od prędkości ruchu cząstek płynu, przy czym prędkość tej fali jest różna dla różnych kierunków propagacji w stosunku do kierunku przepływu płynu.

4. ANALIZA WPLYWU STRUKTURY PORÓW NA PRĘDKOŚĆ PROPAGACJI ZABURZEŃ

W celu bardziej szczegółowego przeanalizowania wpływu struktury porów szkieletu na wyznaczoną w poprzednim paragrafie prędkość V , wykorzystamy ścisły związek pomiędzy parametrami struktury a zjawiskami wymiany masy i pędu, które bezpośrednio decydują o przebiegu zjawisk dynamicznych w ośrodku porowatym. Pozwoli to na określenie roli struktury w przebiegu tych zjawisk poprzez zbadanie wpływu wymiany masy i pędu na prędkość propagacji fali słabej nieciągłości.

4.1. Wpływ wymiany masy

Dla określenia wpływu wymiany masy pomiędzy płynem stowarzyszonym ze szkieletem a płynem swobodnym na prędkość propagacji fali słabej nieciągłości posłużymy się sytuacją odwrotną. Założymy, że w ośrodku nie ma wymiany masy. Ma to miejsce wtedy, gdy parametr strukturalnej przepuszczalności λ jest równy porowatości objętościowej f_v ($\kappa = 1$, $g = 0$). Odpowiada to modelowi struktury porów ośrodka schematycznie przedstawionej na rys. 2,



Rys. 2

złożonej z wiązki równoległych rurek. Wówczas prędkości określone wyrażeniami (3.2) zredukują się do postaci

$$(4.1) \quad V_{III} - v = \pm a. \quad (4.1)$$

W takim przypadku prędkość propagacji fali słabej nieciągłości w płynie wypełniającym ośrodek porowaty jest równa prędkości propagacji zaburzeń w samym płynie (płynie jako ośrodku jednofazowym przy braku szkieletu).

Z porównania rezultatów (3.2) i (4.1) wynika, że wymiana masy pomiędzy płynem dołączonym do szkieletu i płynem swobodnym jest bezpośrednią przyczyną zmiany wartości prędkości propagacji fali słabej nieciągłości w płynie wypełniającym pory w stosunku do prędkości propagacji zaburzeń w samym płynie.

4.2. Wpływ wymiany pędu

Dla określenia wpływu wymiany pędu związanego z wymianą masy pomiędzy składnikami wirtualnymi na prędkość V postąpimy podobnie jak w punkcie 4.1. Pominiemy w rozważaniach wyraz związany z wymianą pędu wywołaną wymianą masy. Jest to równoważne założeniu, że prędkość w wymienianej masy jest równa zero. Wówczas z wyrażen (3.2) otrzymamy

$$(4.2) \quad V_{III} - v = \pm a \sqrt{(1 - \kappa) \bar{v}^2 + \kappa}.$$

Z zależności (4.2) wynika, że wartość względnej prędkości propagacji fali przy braku wymiany pędu związanego z wymianą masy nie zależy od kierunku jej propagacji w stosunku do kierunku przepływu płynu. Możemy zatem stwierdzić, że wymiana pędu związana z wymianą masy pomiędzy składnikami wirtualnymi jest przyczyną uzależnienia prędkości względnej fali słabej nieciągłości od kierunku przepływu płynu.

4.3. Wpływ struktury porów w przypadku prawie liniowym

Interesujący, szczególnie przypadek zależności prędkości V_{III} od parametrów struktury otrzymamy przy założeniu, że układ (2.14) jest prawie liniowy.

Odpowiada to sytuacji gdy prędkość ruchu cząstek płynu jest znacznie mniejsza od prędkości propagacji zaburzeń w samym płynie, tj. gdy uzasadnione jest założenie $\bar{v} = v/a \simeq 0$, a w konsekwencji także $\bar{w} \simeq 0$. Wówczas wektory kolumnowe \mathbf{U} i \mathbf{C} układu równań (2.14) pozostają bez zmian natomiast macierz charakterystyczna \mathbf{A} przyjmuje postać

$$(4.3) \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & \kappa \\ a_0^2 & 0 \end{bmatrix},$$

gdzie a_0 jest stałą prędkością propagacji zaburzeń w samym płynie.

W takim przypadku prędkości propagacji fali słabej nieciągłości, jako wartości własne macierzy charakterystycznej (4.3), dane będą wyrażeniem

$$(4.4) \quad V_{I/III} = \pm \sqrt{\kappa} a_0.$$

Na podstawie (4.4) stwierdzamy, że przy małych prędkościach ruchu cząstek płynu względem szkieletu prędkość propagacji fali słabej nieciągłości w płynie wypełniającym pory jest równa iloczynowi prędkości propagacji zaburzeń w samym płynie i pierwiastka kwadratowego z ilorazu parametru strukturalnej przepuszczalności λ i porowatości objętościowej f_v . Ponieważ $\kappa \leq 1$, prędkość ta będzie zawsze nie większa od prędkości propagacji zaburzeń w płynie przy braku szkieletu.

Wyrażenie (4.4) określające prędkość propagacji fali słabej nieciągłości w płynie wypełniającym pory sztywnego szkieletu jest zgodne jakościowo z wyrażeniem na prędkość propagacji fal harmonicznymi o dużych częstościach w takim ośrodku otrzymanym przez Morse'a w pracy [12]. Ma ono postać

$$C = m^{-1/2} a_0,$$

przy czym m jest stałym parametrem struktury, którego odwrotność, dla porów szkieletu modelowanych dowolnie zorientowanymi rurkami o tym samym przekroju, jest wartością średnią kwadratów kosinusów kątów utworzonych przez kierunki osi rurek z kierunkiem makroskopowego przebiegu procesu (np. kierunkiem propagacji fali).

Ponieważ wartości prędkości propagacji w obu przypadkach powinny być równe, zatem zachodzi zależność

$$\lambda/f_v = \kappa = 1/m.$$

Oznacza to, że istnieje bezpośredni związek pomiędzy parametrem strukturalnej przepuszczalności λ i parametrem struktury m .

Jakościowo podobne rezultaty można otrzymać w ramach teorii zaproponowanych przez BIOTA [3] i WHITAKERA [2]. W pierwszym przypadku wynika to z równoważności równań teorii Biota z liniowymi równaniami teorii dwuparametrowej (patrz [8]). W drugim przypadku natomiast wynika to z równoważności równania dynamiki płynu otrzymanego przez Whitakera

i odniesionego do izotropowego ośrodka porowatego, z równaniem zaproponowanym przez ZWIKKERA i KOSTENA [1], a będącym podstawą rozważań Morsa.

Biorąc pod uwagę, że w zdecydowanej większości spotykanych w praktyce przypadków prędkość ruchu płynu względem szkieletu jest niewielka, a przynajmniej znacznie mniejsza od prędkości propagacji zaburzeń w samym płynie, wyrażenie (4.4) stanowi wystarczające przybliżenie dla określenia prędkości propagacji fali słabej nieciągłości w ośrodku porowatym. Jest to tym bardziej uzasadnione, że krzywe zależności tej prędkości od prędkości płynu v w zakresie jej małych wartości mają minimum (rys. 1).

5. UWAGI KOŃCOWE

W pracy rozważono wpływ struktury porów sztywnego szkieletu na prędkość propagacji zaburzeń w płynie przepływającym przez pory. Analizę przeprowadzono w ramach kontynualnej teorii ośrodka porowatego, w której struktura porów scharakteryzowana jest dwoma parametrami; porowatością objętościową i parametrem strukturalnej przepuszczalności. Następstwem takiego opisu struktury jest podział płynu na część kinematycznie związaną ze szkieletem i płyn swobodny, pomiędzy którymi zachodzi wymiana masy i związana z nią wymiana pędu.

Stwierdzono, że prędkość propagacji fali słabej nieciągłości w płynie wypełniającym ośrodek jest mniejsza od prędkości propagacji zaburzeń w samym płynie (brak szkieletu) i przyczyną tej różnicy jest wymiana masy pomiędzy płynem stowarzyszonym ze szkieletem i płynem swobodnym. Natomiast wymiana pędu związana z wymianą masy jest przyczyną uzależnienia względnej prędkości propagacji fali słabej nieciągłości od kierunku przepływu płynu.

Zbadanie wpływu efektów wymiany masy i pędu na prędkość propagacji fali słabej nieciągłości pozwoliło określić znaczenie struktury porów i jej dwuparametrowej charakterystyki w przebiegu zjawisk dynamicznych w barotropowym płynie przepływającym przez ośrodek przepuszczalny.

Pokazano, że w przypadku zagadnienia prawie liniowego otrzymane wyniki są zbieżne z rezultatami wcześniej prowadzonych badań [12].

LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. C. ZWIKKER, C. W. KOSTEN, *Sound absorbing materials*, Elsevier Publishing Company Inc., New York 1949.
2. S. WHITAKER, *Advances in theory of fluid motion in porous media*, Ind. Engng. Chem., **61**, 813-834, 1977.
3. M. A. BIOT, *Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid, I. Low-frequency range*, J. Acoust. Soc. Amer., **28**, 2, 168-178, 1956.

4. W. DERSKI, *Equations of motion for a fluid-saturated porous solid*, Bull. Acad. Poion. Sci., Série Sci. Tech., **26**, 1, 11–16, 1978.
5. W. DERSKI, S. J. KOWALSKI, *On the motion and mass continuity equations in a porous fluid-saturated medium*, Studia Geot. et Mech., **2**, 3–12, 1980.
6. J. KUBIK, *Mechanika silnie odkształcalnych ośrodków o anizotropowej przepuszczalności*, Prace IPPT, **29**, 1981.
7. J. KUBIK, *A macroscopic description of geometrical pore structure of porous solids*, Int. J. Engng. Sci., **24**, 6, 971–980, 1986.
8. J. KUBIK, M. CIESZKO, *O oddziaływaniach wewnętrznych w ośrodku porowatym nasyconym cieczą*, Rozpr. Inż., **35**, 1, 55–70, 1987.
9. A. C. ERINGEN, J. INGRAM, *A continuum theory of chemically reacting media*, II, Int. J. Engng. Sci., **5**, 289–322, 1967.
10. R. COURANT, D. HILBERT, *Partial differential equations*, New York, London 1962.
11. A. JEFFREY, *Quasi-linear hyperbolic systems and waves*, Pitman Publ., London, San Francisco, Melbourne 1967.
12. R. W. MORSE, *Acoustic propagation in granular media*, J. Acoust. Soc. Amer., **24**, 696–700, 1952.

Р Е З Ю М Е

ВЛИЯНИЕ ВНУТРЕННЕЙ СТРУКТУРЫ ПОР ПРОПУСКАЕМОЙ СРЕДЫ НА СКОРОСТЬ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ВОЗМУЩЕНИЙ В ЖИДКОСТИ ЗАПОЛНЯЮЩЕЙ ПОРЫ

В работе проанализировано влияние структуры пор жесткого скелета на скорость распространения возмущений конечной амплитуды в жидкости, протекающей через поры. Принято, что внутренняя структура пористого скелета охарактеризована двумя параметрами: объемной пористостью и параметром структурной проницаемости. Рассуждения ограничены квазилинейной задачей и анализом волны слабого разрыва. Показано, что скорость волны слабого разрыва в жидкости, заполняющей поры, меньше чем скорость такой волны в чистой жидкости (отсутствие скелета) в результате влияния структуры и ее относительное значение зависит от направления течения жидкости.

S U M M A R Y

EFFECT OF INTERNAL PORE STRUCTURE OF A PERMEABLE MEDIUM ON THE PROPAGATION VELOCITY OF DISTURBANCES IN THE FLUID FILLING THE PORES

The analysis concerns the influence of pore structure in the rigid matrix upon the propagation velocity of finite amplitude disturbances travelling in the fluid filling the pores. Internal structure of the porous matrix is characterized by two parameters: volume porosity and the parameter of structural permeability. The considerations are confined to quasi-linear approximation and to the weak discontinuity wave. Velocity of the weak discontinuity wave in the fluid due to the structural effect is shown to be smaller than that occurring in pure fluid, and its value depends on the flow direction.

POLSKA AKADEMIA NAUK
INSTYTUT PODSTAWOWYCH PROBLEMÓW TECHNIKI

Praca została złożona w Redakcji dnia 23 listopada 1987 r.